

УДК 539.3

**НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ОРТОТРОПНОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА
С ПОКРЫТЫМИ ДИАФРАГМОЙ ТОРЦАМИ**

Е. В. Алтухов, А. В. Винник

Рассмотрена трехмерная задача об упругом равновесии ортотропного параллелепипеда с покрытыми диафрагмой плоскими гранями. Методом однородных решений трехмерная задача приведена к двумерной. Получено аналитическое решение исходной задачи в случае изменяющейся по высоте параллелепипеда нагрузки, и проведено численные исследования напряженного состояния.

Ключевые слова: ортотропный параллелепипед, диафрагма, однородные решения, напряженное состояние.

Введение. Развитие теории анизотропных пластин и методов решения конкретных задач нашло отражение в обзорных статьях [1 – 9] и монографиях [10 – 17]. В работах [3 – 6, 8] отмечается актуальность разработки аналитических методов исследования напряженного состояния анизотропных тел на основе уравнений трехмерной теории упругости. Одним из эффективных аналитических подходов приведения трехмерных задач к двумерным является метод однородных решений [18 – 24].

На основе результатов [20] в данной статье получено точное решение задачи о напряженном состоянии в ортотропном параллелепипеде.

Постановка задачи и построение однородных решений. Рассматривается прямоугольный ортотропный параллелепипед, занимающий в декартовой системе координат $Ox_1x_2x_3$ область

$$V = \{|x_1| \leq a, |x_2| \leq b, |x_3| \leq h\}$$

На плоских гранях параллелепипеда ($x_3 = \pm h$) и на боковых поверхностях ($x_1 = \pm a, x_2 = \pm b$) имеют место граничные условия

$$\sigma_{33}(x_1, x_2, \pm h) = 0, \quad u_i(x_1, x_2, \pm h) = 0 \quad i = 1, 2; \quad (1)$$

$$\sigma_{22}(x_1, \pm b, x_3) = 0, \quad u_j(x_1, \pm b, x_3) = 0 \quad j = 1, 3; \quad (2)$$

$$\sigma_{11}(\pm a, x_2, x_3) = \sigma_{12}(\pm a, x_2, x_3) = 0, \quad \sigma_{13}(\pm a, x_2, x_3) = Q \cdot f(x_2, x_3), \quad (3)$$

где Q – произвольная постоянная.

Для решения задачи о напряженном состоянии рассматриваемого параллелепипеда необходимо проинтегрировать уравнения равновесия в перемещениях, которые в данном случае имеют вид [13, 14, 20]:

$$\begin{aligned} (L_{11} + A_{55}\partial_3^2)u_1 + L_{12}u_2 + L_{13}\partial_3u_3 &= 0, \quad L_{21}u_1 + (L_{22} + A_{44}\partial_3^2)u_2 + L_{23}\partial_3u_3 = 0, \\ L_{31}\partial_3u_1 + L_{32}\partial_3u_2 + (L_{33} + A_{33}\partial_3^2)u_3 &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь

$$\begin{aligned} L_{11} &= A_{11}\partial_1^2 + A_{66}\partial_2^2, \quad L_{12} = L_{21} = (A_{12} + A_{66})\partial_1\partial_2, \quad L_{13} = L_{31} = (A_{13} + A_{55})\partial_1, \\ L_{22} &= A_{66}\partial_1^2 + A_{22}\partial_2^2, \quad L_{23} = L_{32} = (A_{23} + A_{44})\partial_2, \quad L_{33} = A_{55}\partial_1^2 + A_{44}\partial_2^2, \quad \partial_i = \partial/\partial x_i; \end{aligned}$$

A_{ij} – модули упругости.

Задача сводится к поиску решений системы уравнений равновесия (4), удовлетворяющих граничным условиям (1) – (3).

В случае кососимметричного деформирования относительно срединной плоскости пластины ($x_3 = 0$) компоненты вектора перемещения представляются в виде [18, 20]

$$u_i = \sum_{k=0}^{\infty} u_{ik}(x_1, x_2) \sin(\delta_k x_3), \quad u_3 = \sum_{k=0}^{\infty} u_{3k}(x_1, x_2) \cos(\delta_k x_3), \quad (i = 1, 2), \quad \delta_k = \frac{k\pi}{h}. \quad (5)$$

При этом граничные условия (1) будут удовлетворены, а из уравнений равновесия (4) следуют системы дифференциальных уравнений для определения неизвестных функций u_{ik} ($i = \overline{1, 3}$):

$$L_{33}u_{30} = 0 \text{ при } k = 0, \quad (6)$$

$$\sum_{n=1}^3 D_{in}^{(k)} u_{nk} = 0 \quad (i = \overline{1,3}) \text{ при } k \geq 1, \quad (7)$$

где

$$D_{11}^{(k)} = L_{11} - \delta_k^2 A_{55}; \quad D_{12}^{(k)} = L_{12}; \quad D_{13}^{(k)} = -\delta_k L_{13}; \quad D_{21}^{(k)} = L_{12}; \quad D_{22}^{(k)} = L_{22} - \delta_k^2 A_{44}; \\ D_{23}^{(k)} = -\delta_k L_{23}; \quad D_{31}^{(k)} = \delta_k L_{13}; \quad D_{32}^{(k)} = \delta_k L_{23}; \quad D_{33}^{(k)} = L_{33} - \delta_k^2 A_{33}.$$

Случай $k = 0$ соответствует постоянной по толщине нагрузки. Тогда в представлениях (5) будут присутствовать только слагаемые с индексом ноль, а уравнения равновесия (4) примут вид (6). В случае нагрузки, изменяющейся по толщине, в разложениях (5) будут учитываться все слагаемые, а из системы (4) получатся представления (6), (7). Уравнение (6) получается из системы уравнений (7) заменой k на ноль. Поэтому дальнейшие исследования проводятся с учетом системы (7).

Для построения решений системы уравнений (7) в случае кососимметричного деформирования относительно плоскости пластины $x_2 = 0$ функции $u_{ik}(x_1, x_2)$ ($i = \overline{1,3}$) из выражений (5) представляются в виде

$$u_{jk}(x_1, x_2) = \sum_{r=0}^{\infty} u_{jkr}(x_1) \sin(\xi_r x_2), \quad u_{2k}(x_1, x_2) = \sum_{r=0}^{\infty} u_{2kr}(x_1) \cos(\xi_r x_2), \quad (j = 1, 3), \quad \xi_r = \frac{r\pi}{b}. \quad (8)$$

При этом граничные условия (2) будут удовлетворены, а из (7) следует

$$A_{11}u_{1kr}' - (A_{66}\xi_r^2 + A_{55}\delta_k^2)u_{1kr} - (A_{12} + A_{66})\xi_r u_{2kr}' - (A_{13} + A_{55})\delta_k u_{3kr}' = 0, \\ (A_{66} + A_{12})\xi_r u_{1kr}' + A_{66}u_{2kr}' - (A_{22}\xi_r^2 + A_{44}\delta_k^2)u_{2kr} - (A_{23} + A_{44})\xi_r \delta_k u_{3kr} = 0, \\ (A_{13} + A_{55})\delta_k u_{1kr}' - (A_{23} + A_{44})\xi_r \delta_k u_{2kr} + A_{55}u_{3kr}' - (A_{44}\xi_r^2 + A_{33}\delta_k^2)u_{3kr} = 0. \quad (9)$$

Тогда остальные характеристики напряженно-деформированного состояния примут вид

$$\sigma_{ii(k)} = (A_{i1}u_{1kr}' - A_{i2}\xi_r u_{2kr}' - A_{i3}\delta_k u_{3kr}') \sin(\xi_r x_2) \sin(\delta_k x_3), \\ \sigma_{23(k)} = A_{44}(\delta_k u_{2kr}' + \xi_r u_{3kr}') \cos(\xi_r x_2) \cos(\delta_k x_3), \\ \sigma_{13(k)} = A_{55}(\delta_k u_{1kr}' + u_{3kr}') \sin(\xi_r x_2) \cos(\delta_k x_3), \\ \sigma_{12(k)} = A_{66}(\xi_r u_{1kr}' + u_{2kr}') \cos(\xi_r x_2) \sin(\delta_k x_3), \quad (i = \overline{1,3}). \quad (10)$$

Для построения решений системы уравнений (9), удовлетворяющих граничному условию (3), функции $u_{1kr}(x_1)$, $u_{2kr}(x_1)$, $u_{3kr}(x_1)$ из (8) представляются в виде

$$u_{1kr}(x_1) = H_{kr} e^{\lambda_{kr} x_1}, \quad u_{2kr}(x_1) = Q_{kr} e^{\lambda_{kr} x_1}, \quad u_{3kr}(x_1) = S_{kr} e^{\lambda_{kr} x_1}, \quad (11)$$

где λ_{kr} , H_{kr} , Q_{kr} , S_{kr} – неизвестные величины, подлежащие определению. При $k = 0$ неизвестными остаются только величины λ_{0r} , S_{0r} , а $H_{0r} = Q_{0r} = 0$.

Из уравнений (9) с учетом (11) следует

$$H_{kr} (A_{11}\lambda_{kr}^2 - A_{66}\xi_r^2 - A_{55}\delta_k^2) - Q_{kr} (A_{12} + A_{66})\lambda_{kr}\xi_r - S_{kr} (A_{13} + A_{55})\lambda_{kr}\delta_k = 0, \\ H_{kr} (A_{66} + A_{12})\lambda_{kr}\xi_r + Q_{kr} (A_{66}\lambda_{kr}^2 - A_{22}\xi_r^2 - A_{44}\delta_k^2) - S_{kr} (A_{23} + A_{44})\xi_r \delta_k = 0, \\ H_{kr} (A_{55} + A_{13})\lambda_{kr}\delta_k - Q_{kr} (A_{44} + A_{23})\xi_r \delta_k + S_{kr} (A_{55}\lambda_{kr}^2 - A_{44}\xi_r^2 - A_{33}\delta_k^2) = 0. \quad (12)$$

Из условия равенства нулю определителя системы (12) получим характеристическое уравнение

$$\lambda_{kr}^6 + (d_1\xi_r^2 + d_2\delta_k^2)\lambda_{kr}^4 + (d_3\xi_r^4 + d_4\xi_r^2\delta_k^2 + d_5\delta_k^4)\lambda_{kr}^2 + (d_6\xi_r^6 + d_7\xi_r^4\delta_k^2 + d_8\xi_r^2\delta_k^4 + d_9\delta_k^6) = 0. \quad (13)$$

Здесь

$$d_1 = -\Delta_1 [A_{11}\Delta_6 - A_{12}A_{55}\Delta_2], \quad d_2 = -\Delta_1 [A_{11}\Delta_7 - A_{13}A_{66}\Delta_3], \quad d_3 = \Delta_1 [A_{22}\Delta_5 - A_{12}A_{44}\Delta_2], \\ d_4 = \Delta_1 [2(\Delta_2 - A_{66})(\Delta_3 - A_{55})(\Delta_4 - A_{44}) - A_{12}A_{33}\Delta_2 - A_{13}A_{22}\Delta_3 - A_{11}A_{23}\Delta_4 +$$

$$\begin{aligned}
 & + (A_{11}A_{22}A_{33} + 2A_{44}A_{55}A_{66})], \quad d_5 = \Delta_1 [A_{33}\Delta_5 - A_{13}A_{44}\Delta_3], \quad d_6 = -\Delta_1 (A_{22}A_{44}A_{66})^{-1}, \\
 & d_7 = -\Delta_1 [A_{22}\Delta_7 - A_{23}A_{66}\Delta_4], \quad d_8 = -\Delta_1 [A_{33}\Delta_6 - A_{23}A_{55}\Delta_4], \quad d_9 = -\Delta_1 A_{33}A_{44}A_{55}, \\
 & \Delta_1 = (A_{11}A_{55}A_{66})^{-1}, \quad \Delta_2 = (A_{12} + 2A_{66}), \quad \Delta_3 = (A_{13} + 2A_{55}), \quad \Delta_4 = (A_{23} + 2A_{44}), \\
 & \Delta_5 = (A_{11}A_{44} + A_{55}A_{66}), \quad \Delta_6 = (A_{22}A_{55} + A_{44}A_{66}), \quad \Delta_7 = (A_{33}A_{66} + A_{44}A_{55}).
 \end{aligned}$$

Исследование характеристического уравнения (13) проведено в работе [22]. Там же приведены возможные значения корней уравнения (13) и соответствующие им представления компонент вектора перемещения.

Подставляя выражения $\sigma_{11(k)}, \sigma_{12(k)}, \sigma_{13(k)}$ из (10) в граничные условия (3) и представляя $f(x_2, x_3)$ в виде двойного ряда Фурье через системы ортогональных функций $\{\cos(\varphi_q x_2), \sin(\varphi_q x_2), \varphi_q = \pi(2p-1)/(2b), q=1,2,\dots\}$ и $\{\cos(\psi_p x_3), \sin(\psi_p x_3), \psi_p = \pi(2p-1)/(2h), p=1,2,\dots\}$, приходим к системе линейных алгебраических уравнений относительно $S_{j pq} (j = \overline{1,3}) (\{p,q\} = 1,2,\dots)$

$$\begin{aligned}
 & A_{11}u_{1kr,1} + A_{12}\xi_r u_{2kr} + A_{13}\delta_k u_{3k} = 0, \quad -\xi_r u_{1kr} + u_{2kr,1} = 0, \\
 & -\delta_k u_{1kr} + u_{3kr,1} = Q\theta_{pq}, \quad \theta_{pq} = \frac{1}{bh} \int_{-b-h}^b \int_{-h}^h f(x_2, x_3) \sin(\varphi_q x_2) \cos(\psi_p x_3) dx_2 dx_3. \quad (14)
 \end{aligned}$$

В системе уравнений (14) значения $x_1 = a$. Неизвестные $S_{j pq}$ явным образом находятся из системы (14). В результате получено точное аналитическое решение задачи (1)–(3).

Если корни характеристического уравнения (13) действительные, то характеристики напряженно-деформированного состояния с учетом выражений (5), (8) и представлений для функций $u_{1kr}(x_1), u_{2kr}(x_1), u_{3kr}(x_1)$ из [22] примут вид

$$\begin{aligned}
 & u_1 = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{j=1}^3 \left(H_{jkr}^+ \text{sh}(\alpha_j x_1) + H_{jkr}^- \text{ch}(\alpha_j x_1) \right) \sin(\xi_r x_2) \sin(\delta_k x_3), \\
 & u_2 = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{j=1}^3 \left(Q_{jkr}^+ \text{ch}(\alpha_j x_1) + Q_{jkr}^- \text{sh}(\alpha_j x_1) \right) \cos(\xi_r x_2) \sin(\delta_k x_3), \\
 & u_3 = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{j=1}^3 \left(S_{jkr}^+ \text{ch}(\alpha_j x_1) + S_{jkr}^- \text{sh}(\alpha_j x_1) \right) \sin(\xi_r x_2) \cos(\delta_k x_3); \\
 & \sigma_{ii}^{\pm} = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{j=1}^3 \left(A_{i1} \alpha_j H_{jkr}^{\pm} - A_{i2} \xi_r Q_{jkr}^{\pm} - A_{i3} \delta_k S_{jkr}^{\pm} \right) \left\{ \begin{array}{l} \text{ch}(\alpha_j x_1) \\ \text{sh}(\alpha_j x_1) \end{array} \right\} \sin(\xi_r x_2) \sin(\delta_k x_3), \quad (i = \overline{1,3}), \\
 & \sigma_{23}^{\pm} = A_{44} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{j=1}^3 \left(\delta_k Q_{jkr}^{\pm} + \xi_r S_{jkr}^{\pm} \right) \left\{ \begin{array}{l} \text{ch}(\alpha_j x_1) \\ \text{sh}(\alpha_j x_1) \end{array} \right\} \cos(\xi_r x_2) \cos(\delta_k x_3), \\
 & \sigma_{13}^{\pm} = A_{55} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{j=1}^3 \left(\delta_k H_{jkr}^{\pm} + \alpha_j S_{jkr}^{\pm} \right) \left\{ \begin{array}{l} \text{sh}(\alpha_j x_1) \\ \text{ch}(\alpha_j x_1) \end{array} \right\} \sin(\xi_r x_2) \cos(\delta_k x_3), \\
 & \sigma_{12}^{\pm} = A_{66} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{j=1}^3 \left(\xi_r H_{jkr}^{\pm} + \alpha_j Q_{jkr}^{\pm} \right) \left\{ \begin{array}{l} \text{sh}(\alpha_j x_1) \\ \text{ch}(\alpha_j x_1) \end{array} \right\} \cos(\xi_r x_2) \sin(\delta_k x_3). \quad (15)
 \end{aligned}$$

Зависимости между неизвестными величинами $H_{mkr}^{\pm}, Q_{mkr}^{\pm}, S_{mkr}^{\pm} (m = \overline{1,3})$ в этом случае имеют вид

$$\begin{aligned}
 & Q_{mkr}^{\pm} = P_{1kr}^{\pm} P_{3kr}^{\pm} S_{mkr}^{\pm}, \quad H_{mkr}^{\pm} = P_{2kr}^{\pm} P_{3kr}^{\pm} S_{mkr}^{\pm}, \quad P_{1kr}^{\pm} = a_{12} a_{33} + a_{13} a_{23}, \quad P_{2kr}^{\pm} = a_{22} a_{33} - a_{23}^2, \\
 & P_{3kr}^{\pm} = 1/(a_{13} a_{22} + a_{12} a_{23}), \quad a_{12} = (A_{12} + A_{66}) \lambda_{kr} \xi_r, \quad a_{13} = (A_{13} + A_{55}) \lambda_{kr} \delta_k,
 \end{aligned}$$

$$a_{23} = (A_{23} + A_{44}) \xi_r \delta_k, \quad a_{22} = (A_{66} \lambda_{kr}^2 - A_{22} \xi_r^2 - A_{44} \delta_k^2), \quad a_{33} = (A_{55} \lambda_{kr}^2 - A_{44} \xi_r^2 - A_{33} \delta_k^2).$$

Тогда из системы (14) следует

$$\sum_{j=1}^3 S_{jpt}^{\pm} B_{jpt}^{\pm} = \frac{Q}{A_{55}} \theta_{pt}, \quad \sum_{j=1}^3 S_{jpt}^{\pm} C_{jpt}^{\pm} = 0, \quad \sum_{j=1}^3 S_{jpt}^{\pm} D_{jpt}^{\pm} = 0, \quad (16)$$

где

$$B_{jpt}^{\pm} = (\delta_p P_{2pt}^{\pm} P_{3pt}^{\pm} + \alpha_j) \begin{Bmatrix} \text{sh}(\alpha_j a) \\ \text{ch}(\alpha_j a) \end{Bmatrix}, \quad C_{jpt}^{\pm} = (\xi_t P_{2pt}^{\pm} + \alpha_j P_{1pt}^{\pm}) P_{3pt}^{\pm} \begin{Bmatrix} \text{sh}(\alpha_j a) \\ \text{ch}(\alpha_j a) \end{Bmatrix},$$

$$D_{jpt}^{\pm} = (A_{11} \alpha_j P_{2pt}^{\pm} P_{3pt}^{\pm} - A_{12} \xi_t P_{1pt}^{\pm} P_{3pt}^{\pm} - A_{13} \delta_p) \begin{Bmatrix} \text{ch}(\alpha_j a) \\ \text{sh}(\alpha_j a) \end{Bmatrix}.$$

Решение системы (16) имеет вид

$$S_{jpt}^{\pm} = \Delta_j / \Delta, \quad (17)$$

где Δ – определитель системы (16), а Δ_j получается из Δ заменой j -ого столбца на столбец свободных членов.

Результаты численных исследований. Численные исследования напряженного состояния проведены для параллелепипеда, изготовленного из материалов [25] M_1 (арагонит) с характеристиками $E_1/E = 14,370$, $E_2/E = 7,555$, $E_3/E = 8,199$, $G_{12}/E = 2,135$, $G_{23}/E = 2,060$, $G_{31}/E = 1,280$, $\nu_{12} = 0,231$, $\nu_{23} = 0,195$, $\nu_{31} = -0,035$ и M_2 (сегнетовая соль) – $E_1/E = 1,908$, $E_2/E = 2,824$, $E_3/E = 3,009$, $G_{12}/E = 0,498$, $G_{23}/E = 0,625$, $G_{31}/E = 0,152$, $\nu_{12} = 0,458$, $\nu_{23} = 0,302$, $\nu_{31} = 0,629$. Значения модулей упругости и модулей сдвига отнесены к величине $E = 10^4$ МПа.

Предположим, что на сторонах параллелепипеда заданы касательные нагрузки

$$\sigma_{13}(\pm a, x_2, x_3) = \sin(\pi x_2 / b) \cos(\pi n x_3 / h), \quad n \in \mathbb{Z}. \quad (18)$$

Тогда характеристики напряженно-деформированного состояния будут иметь вид (15), где величины H_{mkr}^{\pm} , Q_{mkr}^{\pm} , S_{mkr}^{\pm} определяются по формулам (16), (17) со значениями параметров $p = n$, $t = 1$.

На рис. 1, 2 изображены графики изменения напряжений σ_{11} , σ_{22} , σ_{12} и σ_{33} , σ_{13} , σ_{23} в области пересечения плоскостей $x_2 = 0,167$ и $x_3 = 0,167$ параллелепипеда, изготовленного из материалов M_1 (кривые 1) и M_2 (кривые 2), с размерами оснований $a = b = 0,5$. При этом учитывалось, что в граничных нагрузках (18) $n = 1$. Параметр h всюду полагался равным 0,5. Как видно из рисунков, анизотропия мате-

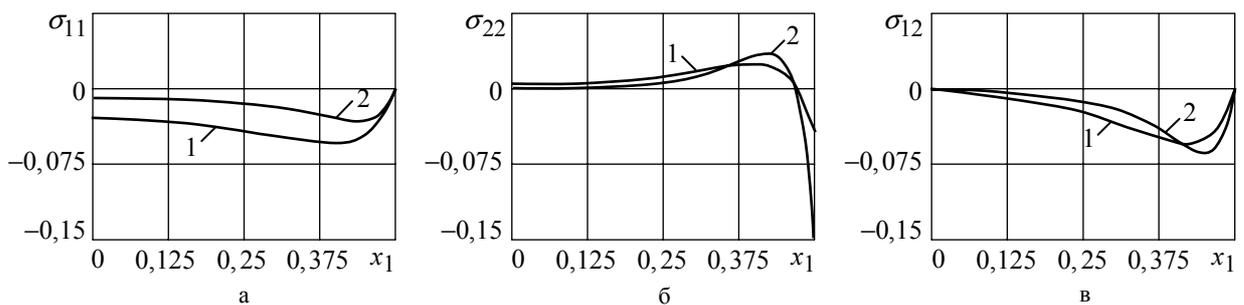


Рис. 1

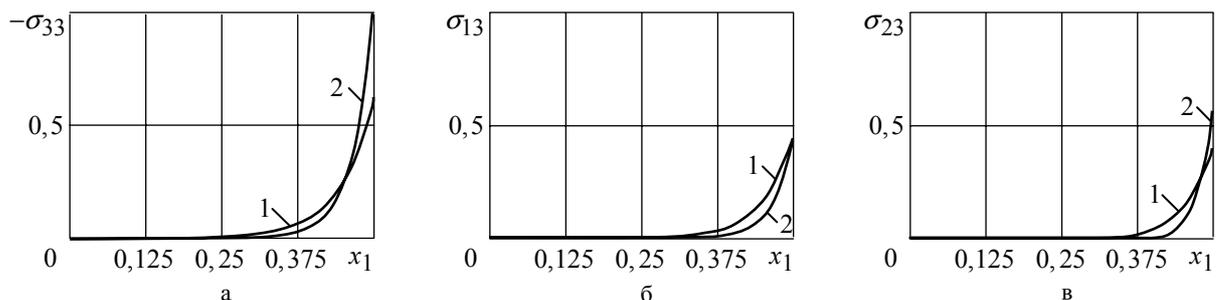


Рис. 2

риала оказываает заметное влияние на значения нормальных напряжений σ_{11} , σ_{22} , σ_{33} . Например, напряжение σ_{22} для материала M_2 вблизи границы $x_1 = 0,5$ в 3,4 раза больше, чем для материала M_1 .

На рис. 3 приведены графики распределения напряжений σ_{11} , σ_{12} и σ_{13} в области пересечения плоскостей параллелепипеда $x_1 = 3a/4$ и $x_2 = b/4$ (кривые 1 – $a = b = 0,5$, кривые 2 – $a = b = 2$, кривые 3 – $a = b = 8$).

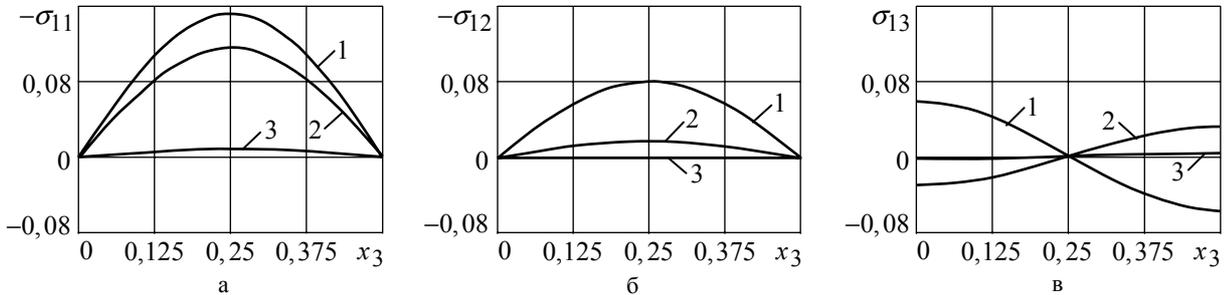


Рис. 3

Расчеты проводились для значения параметра $n = 1$. Здесь и далее пластина изготовлены из материала M_1 . Как следует из этих результатов, с увеличением параметров a и b напряжения убывают и стремятся к нулю. При этом напряжение σ_{13} может менять свой знак на противоположный. Изменения параметров a и b наибольшее влияние оказывают на распределение напряжения σ_{12} . Так с увеличением значений a и b в четыре раза происходит уменьшение максимального значения напряжения σ_{12} почти в 5 раз.

На рис. 4 демонстрируется влияние параметра n (кривые 1 – $n = 1$, кривые 2 – $n = 3$, кривые 3 – $n = 9$) в граничных условиях (18) на распределение напряжений σ_{11} , σ_{22} и σ_{23} в области пересечения плоскостей $x_2 = 0,167$ и $x_3 = 0,125$ параллелепипеда с размерами оснований $a = b = 0,5$.

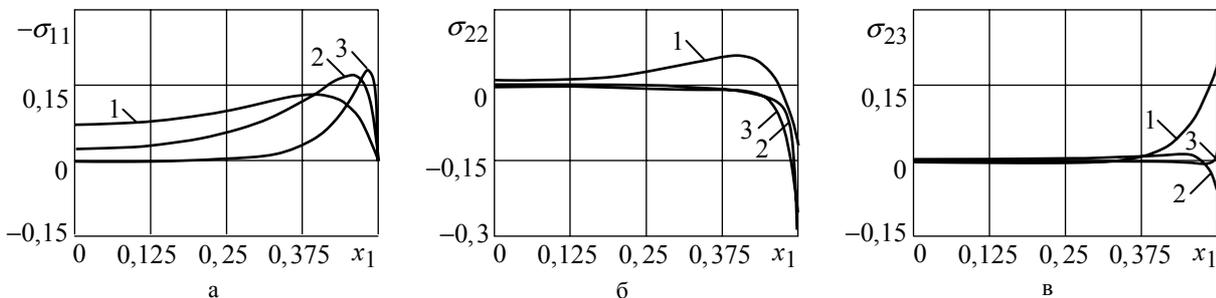


Рис. 4

Данные рис. 4 свидетельствуют о том, что изменение нагрузки (параметра n) оказывает заметное влияние на распределение напряжения σ_{11} вблизи границы ($0,375 < x_1 < 0,5$), а для напряжений σ_{22} , σ_{23} – на границе. В указанных областях напряжения достигают максимального по модулю значения.

РЕЗЮМЕ

Розглянуто тривимірну задачу про пружну рівновагу ортотропного прямокутного паралелепіпеда з плоскими гранями, що вкриті діафрагмою. Методом однорідних розв’язків тривимірна задача зведена до двовимірної. Отримано аналітичний розв’язок початкової задачі у випадку дії по висоті паралелепіпеда зусиль, що змінюються, і проведено чисельні дослідження напруженого стану.

Ключові слова: ортотропний паралелепіпед, діафрагма, однорідні розв’язки, напружений стан.

SUMMARY

A three-dimensional problem of the elastic equilibrium of orthotropic rectangular parallelepiped with plane edges, which covered a diaphragm, is considered. By the method of homogeneous solutions a three-dimensional problem is reduced to a two-dimensional one. The analytical solution of the original problem is obtained in case variable efforts are set on the height of parallelepiped and numerical researches of the stress state are carried out.

Keywords: orthotropic parallelepiped, diaphragm, homogeneous solutions, stress state.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Агаловян Л.А. Асимптотика решений классических и неклассических краевых задач статики и динамики тонких тел / Л.А. Агаловян // Прикладная механика. – 2002. – Т. 38, № 7. – С. 3-24.
2. Аннин Б.Д. Анизотропия упругих свойств материалов / Б.Д. Аннин, Н.И. Остробабин // Прикладная математика и техническая физика. – 2008. – Т. 49, № 6. – С. 131-151.
3. Космодамианский А.С. Концентрация внутренней энергии в многосвязных телах / А.С. Космодамианский // Прикладная механика. – 2002. – Т. 38, № 4. – С. 21-48.
4. Космодамианский А.С. Пространственные задачи теории упругости для многосвязных пластин: Обзор / А.С. Космодамианский // Прикладная механика. – 1983. – Т. 19, № 12. – С. 3-21.
5. Немиш Ю.Н. Развитие аналитических методов в трехмерных задачах статики анизотропных тел (обзор) / Ю.Н. Немиш // Прикладная механика. – 2000. – Т. 36, № 2. – С. 3-38.
6. Немиш Ю.Н. Напряженно-деформированное состояние нетонких оболочек и пластин. Трехмерная теория (обзор) / Ю.Н. Немиш, И.Ю. Хома // Прикладная механика. – 1991. – Т. 27, № 11. – С. 3-25.
7. Фридман М.М. Математическая теория упругости анизотропных сред / М.М. Фридман // Прикладная математика и механика. – 1950. – Т. 14, № 3. – С. 321-340.
8. Шалдырван В.А. Некоторые результаты и проблемы трехмерной теории пластин (обзор) / В.А. Шалдырван // Прикладная механика. – 2007. – Т. 43, № 2. – С. 45-69.
9. Nowacki W. Beitrag zur Theorie der ortotropen platen / W. Nowacki // Acta Technica Academiae Scientiarum Hungaricae. – 1954. – Vol. 8, No 1-2. – S. 103-108.
10. Агаловян Л.А. Асимптотическая теория анизотропных пластин и оболочек / Л.А. Агаловян. – М.: Наука, 1997. – 414 с.
11. Амбарцумян С.А. Теория анизотропных пластин: Прочность, устойчивость и колебания / С.А. Амбарцумян. – М.: Наука, 1987. – 360 с.
12. Курпа Л.В. Метод R-функций для решения линейных задач изгиба и колебаний пологих оболочек / Л.В. Курпа. – Харьков, 2009. – 408 с.
13. Лехницкий С.Г. Анизотропные пластинки / С.Г. Лехницкий. – М.: ГИТТЛ, 1957. – 464 с.
14. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела / С.Г. Лехницкий. – М.: Наука, 1977. – 416 с.
15. Рвачев В.Л. R-функции в задач теории пластин / В.Л. Рвачев, Л.В. Курпа. – К.: Наук. думка, 1987. – 176 с.
16. Савин Г.Н. Распределение напряжений около отверстий / Г.Н. Савин. – К.: Наук. думка, 1968. – 887 с.
17. Саркисян В.С. Некоторые задачи теории упругости анизотропного тела / В.С. Саркисян. – Ереван: ЕГУ, 1970. – 444 с.
18. Алтухов Е.В. Напряженное состояние анизотропных пластин с торцами, покрытыми диафрагмой / Е.В. Алтухов, А.В. Винник // Труды ин-та прикладной математики и механики НАН Украины. – 2010. – Т. 20. – С. 3-13.
19. Алтухов Е.В. Напряженное состояние ортотропной прямоугольной пластины / Е.В. Алтухов, А.В. Винник // Вісн. Донец. нац. ун-ту. Сер. А: Природн. науки. – 2010. – № 2. – С. 29-37.
20. Алтухов Е.В. Однородные решения трехмерных задач равновесия ортотропных пластин с граничными условиями на торцах типа диафрагмы / Е.В. Алтухов, Н.М. Нескородев, Р.Н. Нескородев // Прикладні проблеми механіки і математики. – 2008. – Вип. 6. – С. 139-145.
21. Алтухов Е.В. Смешанная краевая задача для ортотропной прямоугольной пластины / Е.В. Алтухов, А.В. Винник // Теоретическая и прикладная механика. – 2011. – № 2. – С. 121-128.
22. Винник А.В. Аналитическое решение трехмерной задачи о равновесии ортотропного параллелепипеда / А.В. Винник // Вісн. Донец. нац. ун-ту. Сер. А: Природн. науки. – 2011. – № 2. – С. 51-57.
23. Шевченко В.П. Однородные решения задачи о равновесии анизотропных пластин с одной плоскостью упругой симметрии / В.П. Шевченко, Е.В. Алтухов, Р.Н. Нескородев // Доповіді НАН України – 2008. – № 2. – С. 73-79.
24. Altukhov E.V. Solving three-dimensional static problems for orthotropic plates with sliding edge conditions / E.V. Altukhov, R.N. Neskorodev // International Applied Mechanics. – 2008. – Vol. 44, No 8. – P. 927-937.
25. Хантингтон Г. Упругие постоянные кристаллов / Г. Хантингтон // Успехи физических наук. – 1961. – Вып. 3. – С. 461-520.

Поступила в редакцию 19.01.2012 г.