

УДК 539.3:534.1

ВТОРЫЕ ГАРМОНИКИ ВОЛН ЛЯВА В АНИЗОТРОПНЫХ СЛОЕ НА ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ ПРИ ЖЕСТКОМ ЗАКРЕПЛЕНИИ ИЛИ МЕМБРАННОМ ПОКРЫТИИ ВНЕШНЕЙ ГРАНИ

Н.В. Жоголева

Институт прикладной математики и механики НАН Украины, г. Донецк

Получено численно-аналитическое решение задачи о нелинейных ангармонических возмущениях при распространении волны Лява в кристаллическом слое класса $m3m$ кубической системы на упругом кристаллическом полупространстве этого же класса анизотропии. Рассматриваются два варианта краевых условий на внешней грани слоя: ее жесткое закрепление либо наличие тонкого нерастяжимого покрытия. Проведены численные исследования характеристик нелинейных вторых гармоник для волн из низших ветвей дисперсионных спектров волн Лява применительно к слою из монокристалла германия на полупространстве из монокристалла кремния.

Ключевые слова: полупространство кремния, слой монокристалла германия, закрепление внешней грани, мембранное покрытие внешней грани, волны Лява, ангармонические возмущения, нелинейные вторые гармоники, амплитудно-частотные характеристики.

Введение. Задача исследования нелинейных эффектов при распространении поверхностных упругих волн в течении длительного времени представляет фундаментальный и прикладной интерес как одна из актуальных проблем динамики деформируемого твердого тела. По достаточно широкому кругу аспектов она изучалась в работах [1–3]. Вместе с тем, при исследовании нелинейных ангармонических возмущений в монохроматических волнах Лява учет фактора анизотропии упругого слоя и идеально контактирующего с ним упругого полупространства стал предметом анализа лишь в последние годы [2, 3]. Используемый здесь подход ранее применялся в работах [4–6]. Вопрос же об исследовании влияния на нелинейные ангармонические эффекты типа граничных условий на внешней грани анизотропного слоя является открытой задачей и рассматривается в данной статье.

Целью данной работы является получение и анализ представлений для вторых гармоник волн Лява в анизотропном слое из монокристалла кубической системы, лежащем на полупространстве из монокристалла аналогичного класса анизотропии.

Постановка задачи. Рассматривается составная волноводная структура, образуемая анизотропным кристаллическим слоем толщины \tilde{h} из материала класса $m3m$ кубической системы и идеально контактирующим с ним кристаллическим полупространством в системе нормированных прямоугольных координат $Ox_1x_2x_3$, $x_j = \tilde{x}_j R_*^{-1}$ с нормирующим параметром $R_* = \tilde{h}$. Слой занимает область $V_1 = \{-\infty < x_1, x_2 < \infty, -1 \leq x_3 \leq 0\}$, а полупространство – область $V_2 = \{-\infty < x_1, x_2 < \infty, 0 < x_3 < \infty\}$. Анизотропный материал полупространства относится к тому же классу, что и материал слоя. Упруго-эквивалентные направления этих материалов являются коллинеарными и ориентированы вдоль координатных осей Ox_j . Физико-механические свойства компоненты V_p волновода характеризуются упругими постоянными второго порядка $\tilde{c}_{ij}^{(p)}$, третьего порядка $\tilde{c}_{ijk}^{(p)}$, а также плотностью $\tilde{\rho}_p$ ($i, j, k = \overline{1, 6}$; $p = \overline{1, 2}$). Характеристиками динамического напряженно-деформированного состояния в составляющих V_p кусочно-однородного полупространства являются компоненты вектора динамических волновых перемещений $\tilde{u}_j^{(p)}$ и тензора динамических напряжений $\tilde{\sigma}_{ij}^{(p)}$. В качестве нормирующего параметра для координатных переменных \tilde{x}_j взята величина R_* , а компоненты вектора волновых упругих перемещений $\tilde{u}_j^{(p)}$ при переходе к безразмерным нормированным характеристикам $u_j^{(p)}$ отнесены к амплитудному параметру $u_* = \max_{\{x_1, x_2, x_3, t, j\}} |\tilde{u}_j(x_1, x_2, x_3, t)|$. В свою очередь, механические напряжения и упругие постоянные в составляющих V_p отнесены к нормирующему параметру c_* . Таким образом, $x_j = \tilde{x}_j R_*^{-1}$, $u_j = \tilde{u}_j u_*^{-1}$, $c_{ij}^{(p)} = \tilde{c}_{ij}^{(p)} / c_*$, $c_{ijk}^{(p)} = \tilde{c}_{ijk}^{(p)} / c_*$, а величина $\delta = u_* / R_*$ для упругих волн малой интенсивности при выборе $R_* = \tilde{h}$ является малым параметром.

В плоскости $x_3 = 0$ в обоих рассматриваемых случаях задаются условия идеального контакта слоя V_1 и полупространства V_2

$$(\sigma_{3j}^{(1)})_{x_3=0} = (\sigma_{3j}^{(2)})_{x_3=0}, \quad (u_j^{(1)})_{x_3=0} = (u_j^{(2)})_{x_3=0} \quad (j = \overline{1,3}). \quad (1)$$

На границе $x_3 = -1$ составного волновода в случае жесткого закрепления верхней грани слоя задаются граничные условия

$$(u_j^{(1)})_{x_3=-1} = 0, \quad (2)$$

а в случае мембранного покрытия верхней грани имеем

$$(u_1^{(1)})_{x_3=-1} = (u_2^{(1)})_{x_3=-1} = 0, \quad (\sigma_{33}^{(1)})_{x_3=-1} = 0. \quad (3)$$

Граничные условия (1)–(3) дополняются условием локализации волновых движений $(u_2^{(2)})_{x_3 \rightarrow \infty} \rightarrow 0$.

При анализе нелинейных эффектов в случае распространения волны Лява вдоль координатного направления Ox_1 используемая модель базируется на тензорном представлении функции упругого потенциала \tilde{U}

$$\tilde{U} = \frac{1}{2} \tilde{c}_{jqrk} \tilde{\varepsilon}_{jq} \tilde{\varepsilon}_{rk} + \frac{1}{6} \tilde{c}_{jqrklm} \tilde{\varepsilon}_{jq} \tilde{\varepsilon}_{rk} \tilde{\varepsilon}_{lm} \quad (j, q, r, k, l, m = \overline{1,3}); \quad (4)$$

с конечными упругими деформациями

$$\tilde{\varepsilon}_{rk} = \frac{1}{2} (\tilde{u}_{r,k} + \tilde{u}_{k,r} + \tilde{u}_{l,r} \tilde{u}_{l,k}). \quad (5)$$

В выражениях (4), (5) полагается $u_j = u_j^{(p)}$, $u_{j,k} = \partial u_j / \partial x_k$. Безразмерные нормированные компоненты тензора напряжений σ_{jd} , получаемые на основе задания упругого потенциала (4) из соотношений

$$\sigma_{dj} = \partial U / \partial u_{d,j} \quad (j, d = \overline{1,3})$$

могут быть представлены суммой линейных и нелинейных составляющих

$$\sigma_{dj} = \sigma_{dj}^{(0)} + \sigma_{dj}^{(1)}. \quad (6)$$

В представлении (6)

$$\sigma_{dj}^{(0)} = [c_{djrk} u_{r,k}] \delta, \quad \sigma_{dj}^{(1)} = \left[\frac{1}{2} c_{djrk} u_{l,r} u_{l,k} + c_{pjrk} u_{d,p} u_{r,k} + \frac{1}{2} c_{djrkml} u_{r,k} u_{l,m} \right] \delta^2. \quad (7)$$

Уравнения движения при отсутствии объемных сил можно записать в виде

$$\tilde{\rho} \ddot{\tilde{u}}_j = \partial \tilde{\sigma}_{jd} / \partial \tilde{x}_d, \quad (8)$$

где $\tilde{\rho}$ – плотность материалов в недеформированном состоянии.

Численно-аналитическое решение задачи. Используется представление перемещений отрезком ряда по степеням малого параметра δ :

$$u_j^{(p)} = u_j^{(p,l)} + \delta u_j^{(p,n)} \quad (j = \overline{1,3}), \quad (9)$$

где $u_1^{(p,l)} \equiv u_3^{(p,l)} \equiv 0$.

В результате подстановки представления (9) в уравнения движения (8) и краевые условия (1)–(3), а также выделении членов одного порядка малости по параметру δ возникают задачи определения составляющих в представлении (9).

На первом этапе строится решение задач о распространении обобщенной линейной волны Лява:

$$\sigma_{2j,j}^{(p,l)} - \rho_p \ddot{u}_2^{(p,l)} = 0, \quad (10)$$

$$(u_2^{(1,l)})_{x_3=-1} = 0, \quad (\sigma_{32}^{(1,l)})_{x_3=0} = (\sigma_{32}^{(2,l)})_{x_3=0}, \quad (u_2^{(1,l)})_{x_3=0} = (u_2^{(2,l)})_{x_3=0} \quad (p = 1, 2). \quad (11)$$

В результате решения спектральной задачи (10), (11) получаются представления для линейных приближений исследуемых волн с безразмерным амплитудным параметром $u_2^{(0)}$ и частотой Ω_m

$$u_2^{(1,l)} = u_2^{(0)} (\cos(\alpha^{(1)} x_3) - c_{44}^{(2)} \alpha^{(2)} \sin(\alpha^{(1)} x_3)) / (c_{44}^{(1)} \alpha^{(1)}), \quad u_2^{(2,l)} = u_2^{(0)} e^{-\alpha^{(2)} x_3} e^{-i(\omega t - k x_1)},$$

$$\alpha^{(1)} = ((\Omega_1 / c_{44}^{(1)})^{1/2} - k^2)^{1/2}, \quad \alpha^{(2)} = (k^2 - (\Omega_2 / c_{44}^{(2)})^{1/2})^{1/2}, \quad \Omega_j = (\rho_j R_*^2 \omega^2 / c_*)^{1/2}. \quad (12)$$

Дисперсионное соотношение, определяет зависимость между приведенным нормированным частотным параметром $\Omega = \Omega_2 = (\rho_2 / \rho_1)^{1/2} \Omega_1$ и нормированным волновым числом k_n для обобщенных линейных волн Лява моды n . Его фрагмент приведен на рис. 1.

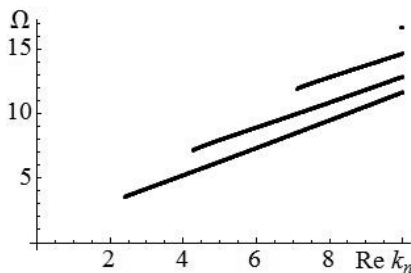


Рис. 1

На втором этапе определения характеристик нелинейных вторых гармоник строятся решения следующих неоднородных краевых задач определения компонент $u_j^{(p,n)}$ для системы уравнений

$$\left(\sigma_{ij,j}^{(p,l)} \right)_{\bar{u}^{(p)} = \bar{u}^{(p,n)}} - \rho_p \ddot{u}_i^{(p,n)} = - \left(\sigma_{ij,j}^{(p,n)} \right)_{\bar{u}^{(p)} = \bar{u}^{(p,l)}} \quad (13)$$

с краевыми условиями в плоскости $x_3 = 0$

$$\left(\sigma_{3i}^{(1,l)} \right)_{\bar{u}^{(1)} = \bar{u}^{(1,n)}} + \left(\sigma_{3i}^{(1,n)} \right)_{\bar{u}^{(1)} = \bar{u}^{(1,l)}} = \left(\sigma_{3i}^{(2,l)} \right)_{\bar{u}^{(2)} = \bar{u}^{(2,n)}} + \left(\sigma_{3i}^{(2,n)} \right)_{\bar{u}^{(2)} = \bar{u}^{(2,l)}}, \quad (14)$$

$$u_i^{(2,n)} = u_i^{(1,n)} \quad (i=1;3)$$

и краевыми условиями

$$u_i^{(1,n)} = 0 \quad (i=1;3) \quad (15)$$

на внешней грани $x_3 = -1$ в случае ее жесткого закрепления, либо краевыми условиями

$$\sigma_{33}^{(1,n)} + \sigma_{33}^{(1,l)} = 0, \quad u_1^{(1,n)} = 0 \quad (16)$$

в случае наличия нерастяжимого мембранного покрытия.

Неоднородное уравнение (13) с учетом представлений для $\left(\sigma_{ij,j}^{(p,n)} \right)_{\bar{u}^{(p)} = \bar{u}^{(p,l)}}$ принимает вид

$$\begin{aligned} & (\rho_p R_*^2 / c_*) \ddot{u}_1^{(p,n)} - c_{11}^{(p)} u_{1,11}^{(p,n)} - c_{44}^{(p)} u_{1,33}^{(p,n)} - \Delta_8^{(p)} u_{3,31}^{(p,n)} = \\ & = \Delta_3^{(p)} u_{2,1}^{(p,l)} u_{2,11}^{(p,l)} + \Delta_6^{(p)} u_{2,1}^{(p,l)} u_{2,33}^{(p,l)} + \left(\Delta_6^{(p)} + \Delta_7^{(p)} \right) u_{2,3}^{(p,l)} u_{2,31}^{(p,l)}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$(\rho_p R_*^2 / c_*) \ddot{u}_2^{(p,n)} - c_{44}^{(p)} \left(u_{2,11}^{(p,n)} + u_{2,33}^{(p,n)} \right) = 0,$$

$$\begin{aligned} & (\rho_p R_*^2 / c_*) \ddot{u}_3^{(p,n)} - c_{11}^{(p)} u_{3,33}^{(p,n)} - c_{44}^{(p)} u_{3,11}^{(p,n)} - \Delta_8^{(p)} u_{1,13}^{(p,n)} = \\ & = \Delta_3^{(p)} u_{2,3}^{(p,l)} u_{2,33}^{(p,l)} + \Delta_6^{(p)} u_{2,3}^{(p,l)} u_{2,11}^{(p,l)} + \left(\Delta_6^{(p)} + \Delta_7^{(p)} \right) u_{2,1}^{(p,l)} u_{2,13}^{(p,l)}, \end{aligned}$$

а краевые условия (14) приводятся к виду:

$$\begin{aligned} & \left(c_{44}^{(1)} \left(u_{1,3}^{(1,n)} + u_{3,1}^{(1,n)} \right) - c_{44}^{(2)} \left(u_{1,3}^{(2,n)} + u_{3,1}^{(2,n)} \right) \right)_{x_3=0} = \left(u_{2,1}^{(2,l)} u_{2,3}^{(2,l)} - u_{2,1}^{(1,l)} u_{2,3}^{(1,l)} \right)_{x_3=0}, \\ & \left(c_{12}^{(1)} u_{1,1}^{(1,n)} + c_{11}^{(1)} u_{3,3}^{(1,n)} - \left(c_{12}^{(2)} u_{1,1}^{(2,n)} + c_{11}^{(2)} u_{3,3}^{(2,n)} \right) \right)_{x_3=0} = \\ & = \frac{1}{2} \left(\Delta_7^{(2)} \left(u_{2,1}^{(2,l)} \right)^2 + \Delta_3^{(2)} \left(u_{2,3}^{(2,l)} \right)^2 - \left(\Delta_7^{(1)} \left(u_{2,1}^{(1,l)} \right)^2 + \Delta_3^{(1)} \left(u_{2,3}^{(1,l)} \right)^2 \right) \right)_{x_3=0}, \\ & \left(u_j^{(1,n)} - u_j^{(2,n)} \right)_{x_3=0} = 0 \quad (j = \overline{1,3}). \end{aligned} \quad (18)$$

Соответственно условия на внешней грани слоя для случаев жесткого закрепления (15) либо нерастяжимого мембранного покрытия верхней грани (16) принимают вид:

$$\left(u_j^{(1,n)} \right)_{x_3=-1} = 0; \quad (19)$$

$$\left(u_1^{(1,n)} \right)_{x_3=-1} = 0, \quad \left(c_{12}^{(1)} u_{1,1}^{(1,n)} + c_{11}^{(1)} u_{3,3}^{(1,n)} \right)_{x_3=-1} = \frac{1}{2} \left(\Delta_7^{(2)} \left(u_{2,1}^{(2,l)} \right)^2 + \Delta_3^{(2)} \left(u_{2,3}^{(2,l)} \right)^2 \right)_{x_3=-1}. \quad (20)$$

В представлениях (17)–(20)

$$\Delta_1^{(p)} = 3c_{11}^{(p)} + c_{111}^{(p)}; \quad \Delta_2^{(p)} = c_{12}^{(p)} + 2c_{44}^{(p)} + c_{155}^{(p)}; \quad \Delta_3^{(p)} = c_{11}^{(p)} + c_{155}^{(p)}; \quad \Delta_4^{(p)} = c_{44}^{(p)} + c_{155}^{(p)};$$

$$\Delta_5^{(p)} = c_{12}^{(p)} + c_{112}^{(p)}; \quad \Delta_6^{(p)} = c_{44}^{(p)} + c_{456}^{(p)}; \quad \Delta_7^{(p)} = c_{12}^{(p)} + c_{144}^{(p)}; \quad \Delta_8^{(p)} = c_{12}^{(p)} + c_{44}^{(p)}.$$

Соотношения (17)–(20) показывают, что вторыми гармониками для линейных волн Лява являются упругие волны P-SV типа. Решения неоднородных задач (17)–(19) и (17), (18), (20), определяющие вид ангармонических возмущений для поверхностных SH-волн, находятся из соотношений сформулированных выше краевых задач в аналитической форме. Представления для $u_j^{(p,n)}$ имеют структуру:

$$u_1^{(1,n)} = (\lambda_{11} \cos(\zeta_1^{(1)} x_3) + \lambda_{12} \cos(\zeta_2^{(1)} x_3) + \mu_{11} \sin(\zeta_1^{(1)} x_3) + \mu_{12} \sin(\zeta_2^{(1)} x_3) + A_{111} + A_{112} \cos(2\alpha^{(1)} x_3) + A_{113} \sin(2\alpha^{(1)} x_3)) E_2;$$

$$u_3^{(1,n)} = (\lambda_{31} \sin(\zeta_1^{(1)} x_3) + \lambda_{32} \sin(\zeta_2^{(1)} x_3) + \mu_{31} \cos(\zeta_1^{(1)} x_3) + \mu_{32} \cos(\zeta_2^{(1)} x_3) + A_{311} + A_{312} \sin(2\alpha^{(1)} x_3) + A_{313} \cos(2\alpha^{(1)} x_3)) E_2; \quad (21)$$

$$u_1^{(2,n)} = (\beta_{11} \exp(\zeta_1^{(2)} x_3) + \beta_{12} \exp(\zeta_2^{(2)} x_3) + A_{121} \exp(2i\alpha^{(2)} x_3)) E_2;$$

$$u_3^{(2,n)} = (\beta_{31} \exp(\zeta_1^{(2)} x_3) + \beta_{32} \exp(\zeta_2^{(2)} x_3) + A_{321} \exp(2i\alpha^{(2)} x_3)) E_2.$$

Здесь $E_2(t, x_1, \omega, k) = \exp(-2i(\omega t - kx_1))$; A_{jrq} – коэффициенты в слагаемых, соответствующих частным решениям систем дифференциальных уравнений (17); λ_{jr} , μ_{jr} , β_{jr} – коэффициенты в слагаемых, описывающих общие решения однородных систем для краевых задач с граничными условиями (18), (19) или (18), (20), а $\zeta_j^{(p)}$ – корни их характеристических полиномов.

Построенные решения позволяют провести численное исследование ряда характеристик, описывающих меру нелинейных возмущений, описываемых вторыми гармониками обобщенных поверхностных SH волн.

Численные исследования. Численные исследования кинематических и энергетических характеристик волн Лява и их нелинейных вторых гармоник реализованы применительно к волноводу в виде слоя V_1 из монокристалла германия, идеально контактирующего по нижней грани с полупространством V_2 из монокристалла кремния. Компоненты волновода характеризуются такими наборами независимых физико-механических постоянных [7]:

$$\rho_1 = 5.32\rho^*; \quad c_{11}^{(1)} = 12,92c^*; \quad c_{12}^{(1)} = 4,79c^*; \quad c_{44}^{(1)} = 6,70c^*; \quad c_{111}^{(1)} = -71,00c^*;$$

$$c_{112}^{(1)} = -38,90c^*; \quad c_{123}^{(1)} = -1,80c^*; \quad c_{144}^{(1)} = -2,30c^*; \quad c_{456}^{(1)} = -5,30c^*; \quad c_{155}^{(1)} = -29,20c^*;$$

$$\rho_2 = 2.33\rho^*; \quad c_{11}^{(2)} = 16,70c^*; \quad c_{12}^{(2)} = 7,90c^*; \quad c_{44}^{(2)} = 6,50c^*; \quad c_{111}^{(2)} = -82,50c^*;$$

$$c_{112}^{(2)} = -45,10c^*; \quad c_{123}^{(2)} = -6,40c^*; \quad c_{144}^{(2)} = 1,20c^*; \quad c_{456}^{(2)} = -6,40c^*; \quad c_{155}^{(2)} = -31,00c^*;$$

$$c^* = 10^{10} \text{ Pa}, \quad \rho^* = 10^3 \text{ kg / m}^3.$$

Для анализа нелинейных волновых эффектов были рассчитаны распределения по толщинной координате волновода Ox_3 нормированных амплитуд поперечных упругих смещений $|u_2^{(l)}|/|u_2^{(0)}|$ в линейных волнах Лява из низших мод соответствующих дисперсионных спектров для диапазонов $x_3/h \in [-1; 4]$. Они представлены на рис. 2 для случая свободной внешней грани слоя и на рис. 3 для случая закрепленной или имеющей гибкое нерастяжимое покрытие внешней грани слоя. На рис. 4–9. представлены распределения интенсивностей нормированных амплитуд компонентов вектора волновых перемещений в нелинейных вторых гармониках обобщенных волн Лява для случая свободной внешней грани слоя (рис. 4, рис. 7), для случая закрепленной внешней грани слоя (рис. 5, рис. 8), а также для случая внешней грани слоя с гибким нерастяжимым покрытием (рис. 6, рис. 9). Фрагменты а) для всех рисунков соответствуют заданию значения приведенного частотного параметра $\Omega = 3$, фрагменты б) – заданию значения $\Omega = 5$, фрагменты в) – заданию $\Omega = 10$. Следует подчеркнуть, что амплитуды нелинейных вторых гармоник пропорциональны квадрату безразмерного показателя $u_2^{(0)}$, который для локализованных SH волн с реальными параметрами при $\delta \ll 1$ является очень малой величиной. Таким об-

разом, реальний уровень нелинейных волновых эффектов может быть оценен при задании конкретного значения $u_2^{(0)}$ малой амплитуды возбуждаемой линейной обобщенной волны Лява.

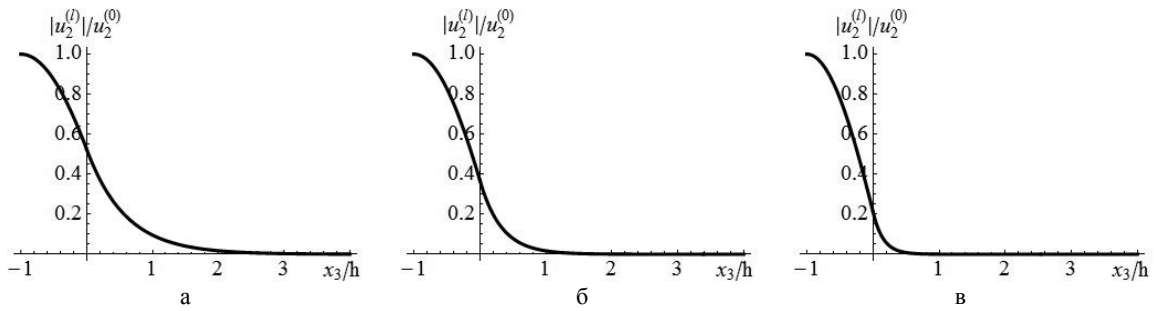


Рис. 2

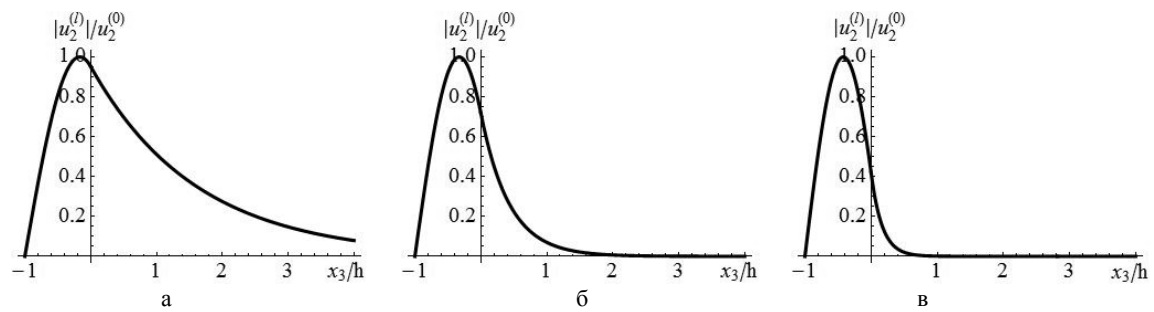


Рис. 3

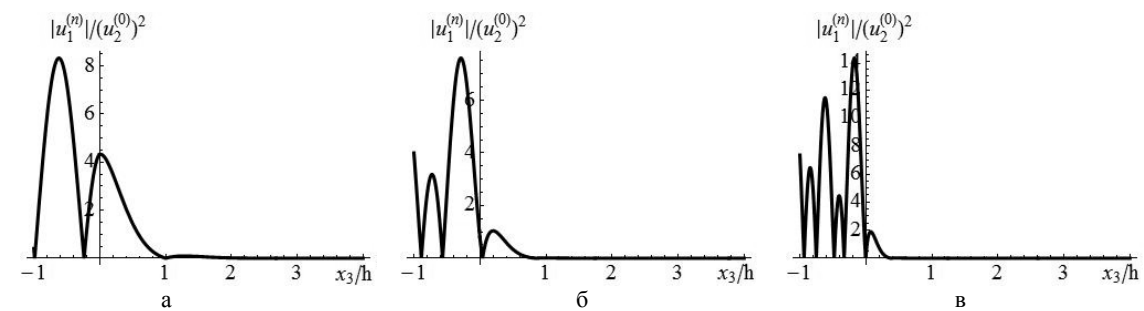


Рис. 4

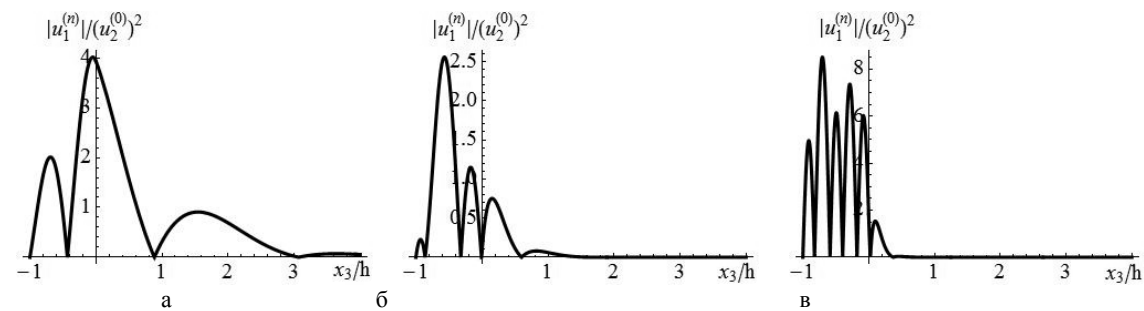


Рис. 5

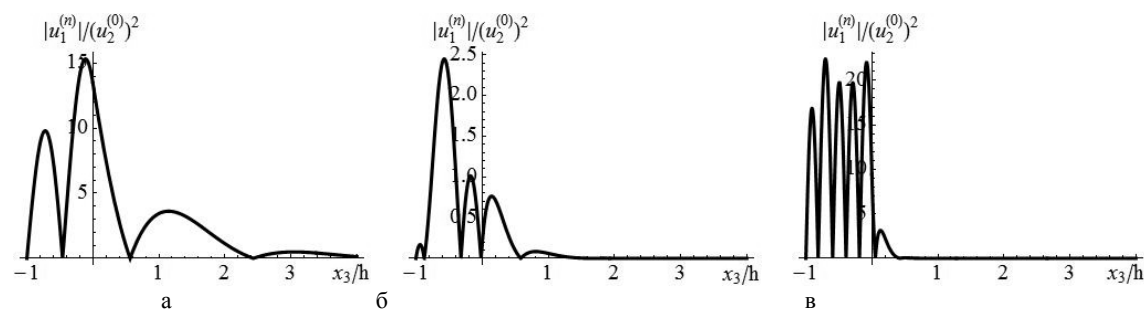


Рис. 6

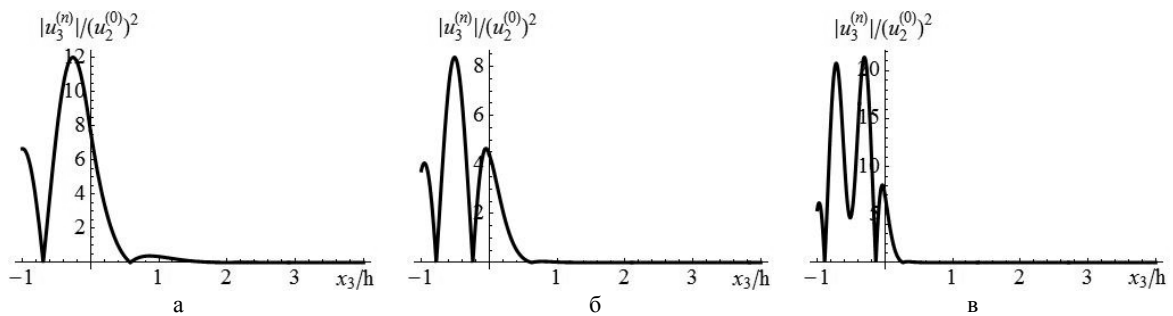


Рис. 7

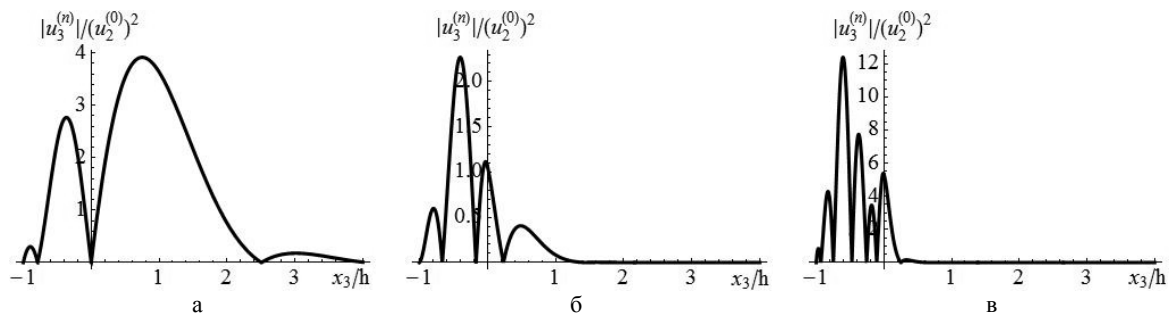


Рис. 8

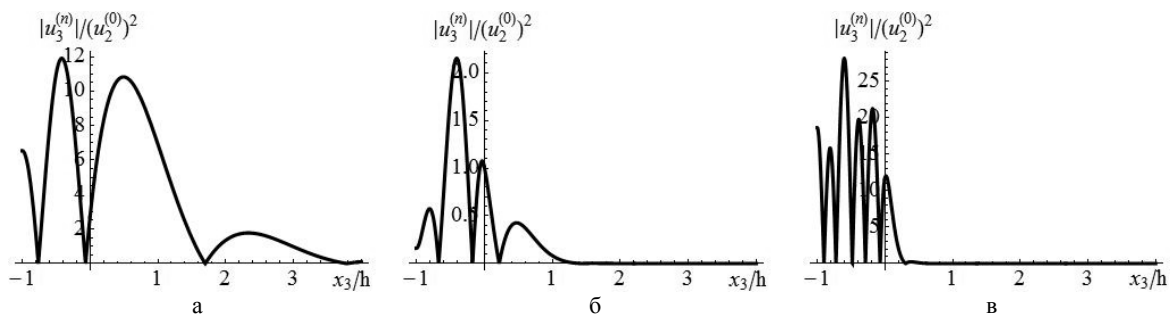


Рис. 9

Сопоставление представленных распределений позволяет, в частности, сделать следующие выводы. Для исходных линейных волн Лява степень затухания приведенных амплитуд сдвиговых упругих перемещений при углублении в полупространство нарастает с увеличением приведенной частоты волны для всех вариантов краевых условий. В полупространстве волновые перемещения для случаев закрепления или наличия нерастяжимого покрытия на внешней грани слоя при одинаковых значениях толщинной координаты и равных приведенных частотах превышают соответствующие значения для случая свободной внешней грани.

Что касается амплитудных кинематических характеристик для продольной компоненты волновых перемещений в нелинейных вторых гармониках, то их максимальные уровни, фиксируемые во внутренней области слоя, увеличиваются с ростом приведенного частотного параметра. При частотах $\Omega = 3$ и $\Omega = 10$ они имеют наибольшие значения для случая нерастяжимого покрытия на внешней грани слоя. При $\Omega = 5$ их величины и формы распределений в случаях нерастяжимого покрытия либо закрепления внешней грани слоя практически идентичны, а доминирующими по величине являются соответствующие характеристики для случая свободной внешней грани слоя.

Особенности рассчитанных распределений амплитудных кинематических характеристик для поперечной компоненты волновых перемещений в нелинейных вторых гармониках заключаются, в частности, в появлении при $\Omega = 3$ зоны их относительно больших значений в области полупространства, прилегающей к поверхности контакта со слоем в случаях закрепленной или имеющей покрытие внешней грани слоя (рис. 8–9). При $\Omega = 5$ формы распределений и амплитуды кинематических характеристик для поперечной компоненты перемещений во вторых гармониках в случаях закрепленной или имеющей покрытие внешней грани слоя практически идентичны, что в данном случае указывает на минимальное влияние типа граничных условий.

В целом, если для всех рассмотренных типов граничных условий при $\Omega = 3$ незначительно доминируют амплитуды продольных перемещений во вторых гармониках, то для приведенной частоты $\Omega = 5$

это соотношение выравнивается, а в случае $\Omega = 10$ во вторых гармониках наблюдается доминирование амплитуд поперечных перемещений.

Выводы. В рамках модели геометрически и физически нелинейного динамического деформирования кристаллической среды класса $m3m$ кубической системы получено численно-аналитическое решение задач о нелинейном ангармоническом возмущении обобщенных волн Лява в слое монокристалла германия на кремниевом полупространстве. Задача решена для условия жесткого закрепления внешней границы слоя, а также для условия ее мембранного покрытия. Проанализированы амплитудные характеристики нелинейных вторых гармоник для волн с тремя частотами из низших ветвей дисперсионных спектров поверхностных волн Лява. Описаны эффекты изменений в характере затухания амплитудных характеристик вторых гармоник рассматриваемых поверхностных волн при углублении в полупространство, а также трансформации в распределениях амплитуд продольной и поперечной компонент волновых перемещений в ангармонических возмущениях.

РЕЗЮМЕ

Отримано чисельно-аналітичний розв'язок задачі про нелінійні ангармонічні збурення при розповсюдженні узагальненої поверхневої хвилі Лява в кристалічному шарі класу $m3m$ кубічної системи на пружному кристалічному півпросторі цього ж класу анізотропії. Розглядаються два варіанти крайових умов на зовнішній грані шару – його жорстке закріплення або наявність тонкого нерозтяжного покриття. Проведено чисельні дослідження характеристик нелінійних других гармонік для хвиль з нижчих гілок дисперсійних спектрів поверхневих хвиль Лява стосовно до шару з монокристалла германію на півпросторі з монокристалла кремнію.

Ключові слова: півпростір з кремнію, шар з монокристалу германію, закріплення зовнішньої грані, мембранне покриття зовнішньої грані, ангармонічні збурення, нелінійні другі гармоніки, амплітудно-частотні характеристики.

SUMMARY

The numerical and analytical problem solution of nonlinear anharmonic disturbances by generic surface Love wave spreading in a crystal layer of $m3m$ class of cubic system on the elastic crystal halfspace of the same anisotropy class has been received. Two cases of boundary conditions on the outer plane of the layer are considered – its rigid attachment or membranned surface. The numerical researches of characteristics of the nonlinear second harmonics for the waves from Love wave dispersion spectrums lowest branches in a germanium monocrystal layer on the silicon monocrystal halfspace has been carried out.

Keywords: silicon halfspace, germanium monocrystal layer, outer plane rigid attachment, membranned surface, anharmonic perturbations, nonlinear second harmonics, amplitude-frequency characteristics.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Красильников В.А. Нелинейное взаимодействие упругих волн в кристаллах и обработка сигнальной информации / В.А. Красильников, В.Е. Лямов // Акуст. журнал. – 1973. – Т. 19, вып. 5. – С. 801-804.
2. Ferreira E.R. Large amplitude Love waves / R.E. Ferreira, Ph. Boulanger, M. Destradre // The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics. – 2008. – Vol. 61, No 3. – P. 353-371.
3. Kumon R.E. Directional dependence of nonlinear surface acoustic waves in the (001) plane of cubic crystals / R.E. Kumon, M.F. Hamilton // J. Acoust. Soc. Am. – 2002. – Vol. 111, No 1. – P. 2060-2069.
4. Щербак Н.В. Нелінійні другі гармоніки узагальнених хвиль Лява в анізотропному шарі на анізотропному півпросторі / Н.В. Щербак, В. І. Сторожев // Вісн. Донец. нац. ун-ту. Сер. А: Природн. науки. – 2008. – № 2. – С. 75-80.
5. Жоголева Н.В. Нелінійна ангармонічна взаємодія поверхневих хвиль Лява в анізотропному шарі на анізотропному півпросторі / Н.В. Жоголева, В.І. Сторожев // Вісн. Донец. ун-ту. Сер. А: Природн. науки. – 2012. – № 1. – С. 56-63.
6. Сторожев В.И. Анализ нелинейных ангармонических возмущений для упругих SH-волн, локализованных в кристаллическом слое между анизотропными полупространствами / В.И. Сторожев, Н.В. Щербак // Тр. Ин-та прикладной математики и механики. – 2009. – Т. 19. – С. 234-243.
7. Блистанов А.А. Акустические кристаллы / А.А. Блистанов, В.С. Бондаренко, В.В. Чкалова / Под ред. М.П. Шашкольской. – М.: Наука, 1982. – 632 с.

Поступила в редакцию 18.10.2013 г.