

Цей номер присвячено науковим роботам молодих вчених Донецького державного університету. Такого роду випускам приділяється особлива увага редколегією Вісника, оскільки в основі кадрової політики університету лежить гасло: "студент - аспірант - викладач". Для виконання цього гасла в університеті відкрита аспірантура, в якій навчається понад 500 аспірантів та пошукачів, працюють три спеціалізованих ради з захисту кандидатських дисертацій. На цей час, в університеті викладають 295 кандидатів наук, доцентів, 30 докторів, професорів випускників університету, що складає понад 50% від загальної кількості спеціалістів вищої кваліфікації, які працюють в ДонДУ. Серед випускників три проректори нашого ВУЗу, три декана факультетів і майже всі заступники деканів. Таке відношення до молодих вчених сприяє великій кількості захистів. Так за 1996-1997 роки в університеті захищено понад 60 кандидатських та 18 докторських дисертацій. Середній вік кандидатів, що захистилися не перевищує 30 років, а докторів — 45 років.

Багато уваги приділяється студентській науці, так по кількості призерів олімпіад та конкурсів 1997 р., які проводяться міносвіти України, наш університет зайняв 3 місце серед класичних університетів (після Київського національного університету та Львівського держуніверситету).

Багато робіт, представлених в цьому номері виконані на базі інститутів Донецького наукового центру, до складу якого входить і наш університет. Треба відзначити, що до 80% наукових співробітників цих інститутів (серед них два директори), також є випускниками нашого університету та суміщають наукову роботу в інститутах з читанням лекцій аспірантам та студентам в Донецькому держуніверситеті.

Впевнений в тому, що такого роду видання будуть сприяти розширенню та укріпленню наукових контактів між молодими вченими України та інших країн.

Заступник головного редактора

Вісника, професор

О. Б. Ступін

УДК 519.21

СИСТЕМА ОБСЛУГОВУВАННЯ З ГРУПОВИМИ НАДХОДЖЕННЯМ І ОБСЛУГОВУВАННЯМ КЛІЄНТІВ

В.М.Бандура, В.І.Хаджинов

Розглянемо систему обслуговування, яка діє в умовах, коли потік клієнтів однорідний, без післядії, неординарний:

$$P\{n(h) = k\} = a_k h + o(h), k \geq 1, \quad P\{n(h) = 0\} = 1 - a_0 h + o(h),$$

де $n(t)$ – кількість клієнтів, що надійшли до системи протягом часу t ,

$$a_0 = \sum_{k=1}^{\infty} a_k < \infty, h \Rightarrow 0.$$

Прилад обслуговує клієнтів групами, об'єм яких не менший від c і не більший від b , $c \leq b$, причому з групи розміру k ($c \leq k \leq b$) на прилад надходить i клієнтів з імовірністю $p_{k,i}$, $\sum_{i=c}^k p_{k,i} = 1$.

Будь-яка група розміру i знаходиться на приладі протягом випадкового часу з функцією розподілу $G_i(t)$, всі клієнти з групи залишають систему одночасно в момент завершення обслуговування. Вважаємо, що математичні сподівання $m_i = \int_0^{\infty} t dG_i(t)$, скінченні, $i = \overline{c, b}$.

Позначимо $p_{k(t)} = P(n(t) = k)$, $k = \overline{0, \infty}$ ймовірність того, що за час t до системи надійшло k клієнтів. Вони задовольняють систему лінійних диференціальних рівнянь

$$p'_k(t) = \sum_{i=0}^{k-1} a_{k-i} p_i(t) - a_0 p_k(t), k = \overline{0, \infty},$$

з якої одержимо рівняння для твірної функції $P(t, z) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k(t) z^k$:

$$\frac{\partial P(t, z)}{\partial t} = A(z) P(t, z),$$

де $A(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k - a_0$ і, з урахуванням умови $p_0(0) = 1$, маємо

$$P(t, z) = \exp\{A(z)t\}.$$

Метою нашого дослідження є визначення необхідної умови існування стаціонарного режиму в вищенаведеній системі. Для цього ми скористаємось методом вкладеного ланцюга Маркова [1].

Позначимо $N(t)$ – кількість клієнтів в черзі в момент часу t . Якщо t_i – той момент часу, коли i -та група клієнтів має можливість потрапити на прилад, то послідовність $N_i = N(t_i + 0), i = \overline{1, \infty}$ утворює однорідний ланцюг Маркова з фазовим простором $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$, вкладений у випадковий процес $N(t)$. Нехай q_{sk} – ймовірності переходу за один крок у щойно побудованому ланцюгу. Маємо

$$q_{sk} = \sum_{i=c-s}^{b-s} \left(\frac{a_i}{a_0} \right) \sum_{j=c}^{i+s} p_{i+s,j} \int_0^{\infty} p_{k+j-i-s}(n) dG_j(n) + \\ + \sum_{i=b-s+1}^{b-s+k} \left(\frac{a_i}{a_0} \right) \sum_{j=c}^b p_{b,j} \int_0^{\infty} p_{k+j-i-s}(n) dG_j(n) + \left(\frac{a_{k-s}}{a_0} \right) I_{[s+1, c-1]}(k),$$

якщо $0 \leq s \leq c-1, k = \overline{0, \infty}$, де $I_A(k)$ – індикатор множини натуральних чисел A ;

$$q_{sk} = \sum_{i=c-s}^s p_{s,j} \int_0^{\infty} p_{k-s+j}(u) dG_j(u), \quad \text{якщо } 0 \leq s \leq b, k = \overline{0, \infty}; \quad q_{sk} = q_{b, k-s+b},$$

якщо $b+1 \leq s, k \geq s-b$.

Тут ми вважаємо, що $p_{s,i} = 0$, коли $i < c$ або $i > s$, $p_i(u) \equiv 0$, коли $i < 0$.

Введемо такі позначення:

$$\bar{A}_r(z) = \sum_{k=r}^{\infty} \left(\frac{a_k}{a_0} \right) z^k, r = \overline{1, \infty}; \quad \bar{G}_j(t) = \int_0^{\infty} e^{tu} dG_j(u),$$

перетворення Лапласа-Стілтєса функції розподілу $G_j(t)$;

$$K_s(z) = \sum_{j=c}^s p_{s,j} \tilde{G}_j(A(z)) z^{s-j}.$$

Нехай ще Q – матриця ймовірностей переходу за один крок ланцюга Маркова $N_i, i = \overline{1, \infty}$.

Тоді для елементів вектора-стовпчика $Q\bar{z}^T$ ($\bar{z}$ – нескінченний вектор-рядок $(1, z, z^2, \dots)$, T – операція транспонування) матимемо вирази

$$Q_s(z) = z^s [\bar{A}_1(z) - \bar{A}_{c-s}(z)] + \\ + \sum_{i=c-s}^{b-s} \left(\frac{a_i}{a_0} \right) K_{i+s}(z) + z^{s-b} [\bar{A}_1(z) - \bar{A}_{b-s}(z)] K_b(z), 0 \leq s \leq c-1,$$

$$Q_s(z) = K_s(z), c \leq s \leq b, \quad Q_s(z) = z^{s-b} K_b(z), s \geq b+1.$$

Припустивши існування стаціонарного розподілу вкладеного ланцюга Маркова $\pi = (\pi_0, \pi_1, \dots)$, для його твірної функції $\pi(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \pi_k z^k$ знаходимо вираз у вигляді дробу, чисельником якого є деякий вираз $\Pi(z)$,

який має в собі невідомі $\pi_0, \dots, \pi_{b-1}$ як параметри (ми його не наводимо через складність запису), а знаменник дорівнює $z^b - K_b(z)$,

$$\pi(z) = \frac{\Pi(z, \pi_0, \dots, \pi_{b-1})}{z^b - K_b(z)}$$

З умови $\pi(1)=1$, яка означає невідродженість стаціонарного розподілу, враховуючи рівності $\Pi(1)=0$, $K_b(1)=1$, знаходимо необхідну умову існування розподілу π

$$\sum_{j=c}^b (j - \bar{a} m_j) p_{b,j} > 0,$$

де $\bar{a} = \bar{A}_1'(1) = \sum_{k=1}^{\infty} k \left(\frac{a_k}{a_0} \right)$, суму цього ряду ми вважаємо скінченною. Ця умова узагальнює відомі ознаки [2], [3], [4].

Невідомі $\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_{b-1}$ знаходимо, як це звично робиться в теорії черг, для чого за допомогою теореми Руше [5] доводиться існування $b-1$ простих коренів знаменника в крузі $|z| < 1$. Вимога аналітичності функції $\pi(z)$ приводить до системи лінійних рівнянь

$$\Pi(z_j, \pi_0, \dots, \pi_{b-1}) = 0, j = \overline{1, b-1},$$

де z_j – згадані вище корені, до неї ще треба додати рівняння $\Pi(1, \pi_0, \dots, \pi_{b-1}) = 0$.

РЕЗЮМЕ

Изучается система обслуживания с неординарным входящим потоком и групповым обслуживанием. Время обслуживания предполагается зависящим от объема группы. Установлено условие существования стационарного режима.

SUMMARY

A system of queues with bulk arrivals and bulk services is investigated. An condition of existence of stationarity is established.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Кендалл Д. – Случайные процессы в теории очередей и их анализ методом вложенной цепи Маркова, Математика. 3:6. – М. Изд-во АН СССР. 1959, С.97-111.
2. Саати Т. Элементы теории массового обслуживания и ее приложения. – М.: Сов.радио, 1965
3. Bailey N.T.J. On queueing process with bulk service, J. Roy. Statist. Soc., Ser. B, vol. 16, pp. 80-87, 1954
4. Chaudhry M.L., Templeton J.C.C. The queueing system ***** and its ramification. European J. Oper. Res. 1981, p. 56-60.
5. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1967. – 444с.

Надійшла до редакції 03.12.1997 р.

ПРО УСЕРЕДНЕННЯ У СТОХАСТИЧНИХ РІВНЯННЯХ ВОЛЬТЕРРА ТА ОЦІНКИ ФЛУКТУАЦІЙ

В.В.Брінюк

Нехай (Ω, F, P) – повний ймовірнісний простір, $R^+ = \{x \in R | x \geq 0\}$, $a(t): R^+ \rightarrow R$, $b(t, x, s, \omega): R^+ \times R \times R^+ \times \Omega \rightarrow R$ – вимірні функції.

Припустимо, що з ймовірністю 1

$$|b(t, x, s, \omega)| \leq L, \quad (1)$$

$$|b(t_1, x_1, s, \omega) - b(t_2, x_2, s, \omega)| \leq K |t_1 - t_2|^\alpha + C |x_1 - x_2|, \quad 0 < \alpha \leq 1. \quad (2)$$

Тоді існує єдиний випадковий процес $x(t)$, $t \geq 0$, який є розв'язком такого рівняння Вольтерра

$$x(t) = a(t) + \int_0^t b(t, x(s), s, \omega) ds. \quad (3)$$

Розглянемо також усереднене рівняння

$$x_0(t) = a(t) + \int_0^t b_0(t, x_0(s), s) ds, \quad (4)$$

$$\text{де } b_0(t, x, s) = Mb(t, x, s, \omega), \quad (5)$$

яке має єдиний (невипадковий) розв'язок $x_0(t)$, $t \geq 0$.

У цій праці для ймовірності відхилення за рівень у рівномірній метриці флуктуацій розв'язку (3) відносно розв'язку усередненого рівняння (4) побудовані експоненціальні оцінки, аналогічні тим, які містяться у [1] (подібні до нерівностей С.Н.Бернштейна).

Далі для усякого процесу $\zeta(t, \omega)$, $t \geq 0$, позначимо

$$\psi(\tau) = \psi_\zeta(\tau) = \sup_{s \geq 0} \sup_{A \in F_{[0, s]}^\zeta, B \in F_{[s+\tau, +\infty)}^\zeta} |P(B/A) - P(B)|, \quad \tau \geq 0, \quad - \text{ коефіцієнт рівномірно}$$

сильного перемішування, де $F_{[p, q]}^\zeta$ – σ -алгебра, породжена на Ω процесом

$$\zeta(t, \omega), p \leq t \leq q; \quad D(t) = D_\zeta(t) = \int_0^t \psi_\zeta(s) ds.$$

Аналогічно означимо коефіцієнт $\psi_b(\tau)$ та $D_b(\tau)$ для функції b , з тією лише відмінню, що за $F_{[p, q]}^b$ будемо брати мінімальну σ -алгебру, породжену множинами $\{\omega: b(t, x_0(s), s, \omega) \in B\}$ для будь-яких $t \geq 0$, $s \in [p, q]$ та борельових множин B .

Теорема 1. Нехай функція $b(t, x, s, \omega)$ задовольняє умови (1) та (2) з $1/2 \leq \alpha \leq 1$. Тоді, якщо $x(t)$ -розв'язок (3), $x_0(t)$ -розв'язок (4), (5), то при будь-яких $T > 0$, $\lambda \geq 0$, $\beta \in (1/2, 1)$

$$P\left\{\sup_{t \in [0, T]} |x(t) - x_0(t)| \geq \lambda\right\} \leq 3^{\frac{\beta}{1-\beta}} \exp\left\{-\frac{\lambda^2}{h(T)D_b\left(\frac{T}{4}\right)}(\sqrt{\beta} - \sqrt{1-\beta})^2\right\},$$

$$\partial e h(t) = 2^{10}(e-1)e^{2CT}(K^2 T^{2\alpha+1} + L^2 T).$$

Д о в е д е н н я . Нехай

$$\Delta_t = \sup_{r \leq t} |x(r) - x_0(r)|, a_r = \int_0^r (b(r, x_0(s), s, \omega) - b_0(r, x_0(s), s)) ds,$$

$$f_t = \sup_{r \leq t} |a_r|, t \geq 0, r \geq 0$$

Тоді, оскільки $x(t)$ та $x_0(t)$ – розв’язки відповідно (3) та (4), то

$$\begin{aligned} \Delta_t &= \sup_{r \leq t} \left| \int_0^r (b(r, x(s), s, \omega) - b_0(r, x_0(s), s)) ds \right| \leq \\ &\leq \sup_{r \leq t} \left| \int_0^r (b(r, x(s), s, \omega) - b(r, x_0(s), s, \omega)) ds \right| + \\ &+ \sup_{r \leq t} \left| \int_0^r (b(r, x_0(s), s, \omega) - b_0(r, x_0(s), s)) ds \right| \leq C \int_0^t \Delta_s ds + f_t. \end{aligned}$$

Використовуючи лему Гронуола і враховуючи, що траєкторія f_t –неспадна, маємо:

$$\sup_{t \in [0, T]} |x(t) - x_0(t)| = \Delta_T \leq e^{CT} f_T \quad (6)$$

Доведемо тепер декілька допоміжних тверджень.

Л е м а 1. Якщо θ – випадкова величина, $|\theta| \leq 1$ і $M\theta = 0$, то $Me^{\theta} \leq 1 + (e-2)M\theta^2$.

Д о в е д е н н я . Якщо $|x| \leq 1$, то

$$e^x = 1 + x + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \leq 1 + x + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^2}{n!} = 1 + x + x^2(e-2).$$

Залишається покласти $x = \theta$ та взяти математичне сподівання від обох частин.

Л е м а 2 . Нехай $\eta(t, \omega)$ – вимірний випадковий процес, причому $|\eta| \leq m$,

$$M\eta(t, \omega) = 0 \text{ при усіх } t; q \geq 0, r \geq 0 \quad \theta = \int_q^{q+r} \eta(t, \omega) dt. \text{ Тоді } M\theta^2 \leq 4m^2 r D_{\eta}(r).$$

$$\text{Д о в е д е н н я . Нехай } p \in \mathbb{N}, p \geq 3, \eta_i = \int_q^{q+\frac{r}{p}(i+1)} \eta(t, \omega) dt, i = 0, \dots, p-1. \text{ Тоді,}$$

якщо $i < j$, то $\eta_i < F\left[0, q + \frac{r}{p}(i+1)\right] = F_i, \quad \eta_j < F\left[q + \frac{r}{p}j, +\infty\right)$. Використовуючи той факт

із [2], що для будь-якої $F_{[a+b, +\infty)}$ -вимірної величини ξ , такої, що $|\xi| \leq R < +\infty$:
 $|M\{\xi | F_{[0,a]}\} - M\xi| \leq 2R\psi(b)$, дістанемо:

$$\begin{aligned} |M\eta_i \eta_j| &= |MM\{\eta_i \eta_j | F_i\}| = |M(\eta_i M\{\eta_j | F_i\})| \leq M(|\eta_i| M\{\eta_j | F_i\}) \leq \\ &\leq \frac{rm}{p} 2 \frac{rm}{p} \psi\left(\frac{(j-i-1)r}{p}\right) = 2 \frac{r^2 m^2}{p^2} \psi\left(\frac{(j-i-1)r}{p}\right), \end{aligned}$$

бо $|\eta_i|, |\eta_j| \leq \frac{mr}{p}$, $M\eta_j = 0$. Отже

$$\begin{aligned} M\theta^2 &= M\left(\sum_{i=0}^{p-1} \eta_i\right)^2 \leq \sum_{i=0}^{p-1} M\eta_i^2 + 2 \sum_{i=0}^{p-2} \sum_{j=i+1}^{p-1} |M\eta_i \eta_j| \leq p \frac{m^2 r^2}{p^2} + \\ &+ 2 \sum_{i=0}^{p-2} \sum_{s=1}^{p-1} 2 \frac{r^2 m^2}{p^2} \psi\left(\frac{(s-1)r}{p}\right) = \frac{m^2 r^2}{p} + \frac{4(p-1)r^2 m^2}{p^2} \sum_{t=0}^{p-2} \psi\left(\frac{tr}{p}\right). \end{aligned}$$

Оскільки функція $\psi(t)$ незростаюча та невід'ємна,

$$\frac{r}{p} \sum_{t=1}^{p-2} \psi\left(\frac{tr}{p}\right) \leq \sum_{t=1}^{p-2} \int_{\frac{(t-1)r}{p}}^{\frac{tr}{p}} \psi(\tau) d\tau \leq \int_0^r \psi(\tau) d\tau = D(r), \text{ і через те що } \psi(0) \leq 1:$$

$$M\theta^2 \leq \frac{m^2 r^2}{p} + \frac{4(p-1)r^2 m^2}{p^2} \left(1 + \frac{p}{r} D(r)\right). \text{ Переходячи до границі при } p \rightarrow \infty,$$

отримаємо потрібне.

Лема 3. В умовах лема 2: $Me^\theta \leq e^{32(e-1)m^2 r D\left(\frac{r}{4}\right)}$.

Доведення. Розглянемо два випадки.

1. $mr \leq 1$. Тоді $|\theta| \leq 1$ і, з лема 1, $Me^\theta \leq 1 + (e-2)M\theta^2$, а, на підставі лема 2, $M\theta^2 \leq 4m^2 r D(r)$. Через те що $\psi(\tau)$ -незростаюча, $D(r) \leq 4D\left(\frac{r}{4}\right)$. Отже

$$Me^\theta \leq 1 + 16(e-2)m^2 r D\left(\frac{r}{4}\right) \leq 1 + 32(e-1)m^2 r D\left(\frac{r}{4}\right) \leq e^{32(e-1)m^2 r D\left(\frac{r}{4}\right)}.$$

2. $mr > 1$. Нехай $n = [mr] + 1 \geq 2$. Тоді $mr < n \leq mr + 1 < 2mr$. Позначимо

$$q_i = q + \frac{ri}{2n}, \quad i = 0, \dots, 2n; \quad x_i = \int_{q_{2i}}^{q_{2i+1}} \eta(t, \omega) dt, \quad y_i = \int_{q_{2i+1}}^{q_{2i+2}} \eta(t, \omega) dt,$$

$$i = 0, \dots, n-1, \quad x = \sum_{i=0}^{n-1} x_i, \quad y = \sum_{i=0}^{n-1} y_i,$$

Тоді $\theta = x+y$ та $Me^\theta = Me^x e^y \leq \sqrt{Me^{2x} Me^{2y}}$. Далі використаємо вже згаданий результат із [2]: через те що $e^{2x_i} < F_{[q_{2i}, +\infty)}$, а $|2x_i| \leq 2m \frac{r}{2n} < 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow e^{2x_i} < e: \left| M \left\{ e^{2x_i} \mid F_{[0, q_{2i-1}]} \right\} - Me^{2x_i} \right| \leq 2e\psi\left(\frac{r}{2n}\right). \text{ Тому}$$

$$\begin{aligned} Me^{2x} &= M \exp\left\{ 2 \sum_{i=0}^{n-1} x_i \right\} = M \left(\exp\left\{ 2 \sum_{i=0}^{n-2} x_i \right\} M \left\{ e^{2x_{n-1}} \mid F_{[0, q_{2n-3}]} \right\} \right) \leq \\ &\leq M \exp\left\{ 2 \sum_{i=0}^{n-2} x_i \right\} \left(Me^{2x_{n-1}} + 2e\psi\left(\frac{r}{2n}\right) \right) \leq \dots \leq \prod_{i=0}^{n-1} \left(Me^{2x_i} + 2e\psi\left(\frac{r}{2n}\right) \right). \end{aligned}$$

Тепер застосуємо лему 2 до процесу $2\eta(t, \omega)$, обмеженого $2m$, та для $2x_i = \int_{q_{2i}}^{q_{2i+1}} 2\eta(t, \omega) dt$ дістанемо:

$$M(2x_i)^2 \leq 4 \cdot 4m^2 \frac{r}{2n} D\left(\frac{r}{2n}\right) \leq 8mD\left(\frac{r}{2n}\right) \leq 8mD\left(\frac{r}{4}\right).$$

Як вже було сказано, $|2x_i| \leq 1$, тому з леми 1 маємо: $Me^{2x_i} \leq 1 + 8(e-2)mD\left(\frac{r}{4}\right)$. Тепер зауважимо, що через незростання та

$$\text{невід'ємність } \psi(\tau): D\left(\frac{r}{4}\right) = \int_0^{\frac{r}{4}} \psi(t) dt \geq \int_0^{\frac{r}{2n}} \psi(t) dt = \frac{r}{2n} \psi\left(\frac{r}{2n}\right), \text{ звідки}$$

$$\psi\left(\frac{r}{2n}\right) \leq \frac{2n}{r} D\left(\frac{r}{4}\right) \leq 4mD\left(\frac{r}{4}\right).$$

$$\text{Отже } Me^{2x_i} + 2e\psi\left(\frac{r}{2n}\right) \leq 1 + 16(e-1)mD\left(\frac{r}{4}\right) \leq e^{16(e-1)mD\left(\frac{r}{4}\right)}, \text{ звідки}$$

$$Me^{2x} \leq \left(e^{16(e-1)mD\left(\frac{r}{4}\right)} \right)^n \leq e^{32(e-1)m^2 r D\left(\frac{r}{4}\right)}. \text{ Аналогічна оцінка правильна для } Me^{2y}, \text{ а}$$

отже й для Me^θ .

Повернемося до доведення теореми. Нехай $n \in \mathbb{N}$, $r_i = \frac{Ti}{n}$, $i = 0, 1, \dots, n$;

$$d_i = a_{r_i} - a_{r_{i-1}}, i = 1, \dots, n. \text{ Тоді } a_{r_i} = \sum_{k=1}^i d_k. \text{ Щоб скористатися результатом}$$

[3], зафіксуємо будь-які числа i, p , $0 \leq i \leq n-1$, $1 \leq p \leq n-i$ і розглянемо величину

$$\begin{aligned}
d_{ip} &= \sum_{k=i+1}^{i+p} d_k = a_{r_{i+p}} - a_{r_i} = \int_0^{r_{i+p}} (b(r_{i+p}, x_0(s), s, \omega) - b_0(r_{i+p}, x_0(s), s)) ds - \\
&- \int_0^{r_i} (b(r_i, x_0(s), s, \omega) - b_0(r_i, x_0(s), s)) ds = \int_0^{r_i} c_1(s, \omega) ds + \int_{r_i}^{r_{i+p}} c_2(s, \omega) ds = \theta_1 + \theta_2, \text{ де} \\
c_1(s, \omega) &= (b(r_{i+p}, x_0(s), s, \omega) - b_0(r_{i+p}, x_0(s), s)) - (b(r_i, x_0(s), s, \omega) - b_0(r_i, x_0(s), s)), \\
c_2(s, \omega) &= b(r_{i+p}, x_0(s), s, \omega) - b_0(r_{i+p}, x_0(s), s), \\
\theta_1 &= \int_0^{r_i} c_1(s, \omega) ds, \quad \theta_2 = \int_{r_i}^{r_{i+p}} c_2(s, \omega) ds.
\end{aligned}$$

З огляду на (5), $Mc_I(s, \omega) = Mc_2(s, \omega) = 0$. З (1) випливає, що $|b_0(r_{i+p}, x_0(s), s)| \leq L$ і $|c_2(s, \omega)| \leq 2L$, а з (2) – що

$$\begin{aligned}
|b(r_{i+p}, x_0(s), s, \omega) - b(r_i, x_0(s), s, \omega)| &\leq K |r_{i+p} - r_i|^\alpha = K \left(\frac{Tp}{n} \right)^\alpha, \text{ звідкіля} \\
|b_0(r_{i+p}, x_0(s), s) - b_0(r_i, x_0(s), s)| &\leq K \left(\frac{Tp}{n} \right)^\alpha \text{ і } |c_1(s, \omega)| \leq 2K \left(\frac{Tp}{n} \right)^\alpha.
\end{aligned}$$

Нехай тепер f – будь-яке число. Застосуємо лему 3 до функцій $\eta_1(t, \omega) = 2fc_1(t, \omega)$ та $\eta_2(t, \omega) = 2fc_2(t, \omega)$, помічаючи, що, оскільки при $s \in [p, q]$ функції $\eta_1(s)$ та $\eta_2(s)$ вимірні відносно $F_{[p, q]}^b$, $F_{[p, q]}^{\eta_1} \subseteq F_{[p, q]}^b$, $F_{[p, q]}^{\eta_2} \subseteq F_{[p, q]}^b$ і $\psi_{\eta_1}(t) \leq \psi_b(t)$, $\psi_{\eta_2}(t) \leq \psi_b(t)$, а отже й $D_{\eta_1}(t) \leq D_b(t)$, $D_{\eta_2}(t) \leq D_b(t)$. Дістанемо: $Me^{2f\theta_1} \leq \exp \left\{ h_0 \cdot 16f^2 K^2 \frac{T^{2\alpha} p^{2\alpha}}{n^{2\alpha}} T \right\}$, тому що $r_i < T$; $Me^{2f\theta_2} \leq \exp \left\{ h_0 \cdot 16f^2 L^2 \frac{Tp}{n} \right\}$, де

$$h_0 = 32(e-1)D_b \left(\frac{T}{4} \right). \quad (7)$$

Звідси

$$Me^{fd_{ip}} \leq \sqrt{Me^{2f\theta_1} Me^{2f\theta_2}} \leq \exp \left\{ 8h_0 f^2 \left(\frac{K^2 T^{2\alpha+1} p^{2\alpha}}{n^{2\alpha}} + \frac{L^2 Tp}{n} \right) \right\}. \quad (8)$$

За умов теореми $\alpha \geq 1/2$, отже $p^{2\alpha} = p \cdot p^{2\alpha-1} \leq p n^{2\alpha-1}$ і

$$\frac{K^2 T^{2\alpha+1} p^{2\alpha}}{n^{2\alpha}} + \frac{L^2 Tp}{n} \leq \frac{p}{n} (K^2 T^{2\alpha+1} + L^2 T). \quad (9)$$

З (7), (8), (9) дістанемо: $Me^{fd_{ip}} \leq \exp \left\{ h_1 \frac{p}{n} f^2 \right\}$, де

$$h_1 = 256(e-1)l_b \left(\frac{T}{4} \left(K^2 T^{2\alpha+1} + L^2 T \right) \right). \quad (10)$$

За нерівністю Чебишова, при $h \geq 0, f > 0$: $P\{d_{ip} \geq \lambda\} \leq \frac{Me^{fd_{ip}}}{e^{f\lambda}} \leq e^{g_p f^2 - \lambda f}$,

$g_p = \frac{h_1 p}{n}$ аналогічно $P\{d_{ip} \leq -\lambda\} = P\{-fd_{ip} \geq f\lambda\} \leq \frac{Me^{-d_{ip}}}{e^{f\lambda}} \leq e^{g_p f^2 - \lambda f}$.

Підставляючи $f = \frac{\lambda}{2g_p}$, дістанемо $P\{d_{ip} \geq \lambda\} \leq e^{-\frac{\lambda^2}{4g_p}}$, $P\{d_{ip} \leq -\lambda\} \leq e^{-\frac{\lambda^2}{4g_p}}$,

звідки $P\{|d_{ip}| \geq \lambda\} = P\left\{\left|\sum_{k=i+1}^{i+p} d_k\right| \geq \lambda\right\} \leq 2 \exp\left\{-\frac{\lambda^2 n}{4h_1 p}\right\}$ для будь-яких i, p та $\lambda \geq 0$

Використовуючи результат із [3], маємо:

$$P\left\{\max_{1 \leq p \leq n} |d_{0p}| \geq \lambda\right\} \leq 3^{\frac{\beta}{1-\beta}} \exp\left\{-\frac{\lambda^2}{4h_1} (\sqrt{\beta} - \sqrt{1-\beta})^2\right\} \quad (11)$$

де β – будь-яке число з $(1/2, 1)$. Зауважимо, що $\max_{1 \leq p \leq n} |d_{0p}^n| = \max_{1 \leq p \leq n} |a_{r_p}^n|$, тому

що $a_0 = 0$ (індекс n позначає параметр розбиття $r_i^n = \frac{Ti}{n}$). Також із (1) та (2)

можна дістати, що траєкторії a_r – неперервні, оскільки при $t_1 < t_2$

$$\begin{aligned} |a_{t_1} - a_{t_2}| &\leq \left| \int_0^{t_1} (b(t_1, x_0(s), s, \omega) - b(t_2, x_0(s), s, \omega)) ds \right| + \\ &+ \left| \int_0^{t_1} (b_0(t_1, x_0(s), s) - b_0(t_2, x_0(s), s)) ds \right| + \\ &+ \left| \int_{t_1}^{t_2} (b(t_2, x_0(s), s, \omega) - b_0(t_2, x_0(s), s)) ds \right| \leq \\ &\leq t_1 K |t_1 - t_2|^\alpha + t_1 K |t_1 - t_2|^\alpha + 2L |t_1 - t_2|. \end{aligned}$$

Тому, якщо $A = \left\{ \omega : \sup_{r \leq T} |a_r(\omega)| > \lambda \right\}$, $A_n = \left\{ \omega : \max_{1 \leq p \leq n} |a_{r_p}^n(\omega)| > \lambda \right\}$, то

$A_{2^n} \subseteq A_{2^{n+1}}$ й $A = \bigcup_{n=1}^{\infty} A_{2^n}$, отже $P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(A_{2^n})$ Переходячи у (11) до

границі при $n = 2^m \rightarrow \infty$, дістанемо:

$$P\{f_T > \tilde{\lambda}\} \leq 3^{\frac{\beta}{1-\beta}} \exp\left\{-\frac{\tilde{\lambda}^2}{4h_1} (\sqrt{\beta} - \sqrt{1-\beta})^2\right\} \quad (12)$$

Така сама оцінка вийде й для $P\{f_T \geq \lambda\}$, якщо перейти у (12) до границі при $\lambda \rightarrow \tilde{\lambda}$ знизу. Для завершення доведення залишається покласти тепер $\tilde{\lambda} = e^{-CT} \lambda$ і скористатися (6), (10). $\square$

Тепер розглянемо одержаний результат у застосуванні до рівняння

$$x_\varepsilon(t) = a(t) + \int_0^t \tilde{b}(t, x(s), \xi_{s/\varepsilon}) ds, \quad (3_\varepsilon)$$

яке одержуємо із (3), підставляючи

$$b_\varepsilon(t, x, s, \omega) = \tilde{b}(t, x, \xi_{s/\varepsilon}(\omega)), \quad (13)$$

де $\tilde{b}$ – вимірний функція (із збереженням умов (1) та (2) з $1/2 \leq \alpha \leq 1$), $(\xi_t)_{t \geq 0}$ – вимірний процес, $\varepsilon > 0$ – малий параметр.

Як неважко бачити, у цьому випадку $F_{[p,q]}^{b_\varepsilon} \subseteq F_{[p/\varepsilon, q/\varepsilon]}^\xi$, через це

$$\psi_{b_\varepsilon}(\tau) \leq \psi_\xi\left(\frac{\tau}{\varepsilon}\right) \quad \text{і} \quad D_{b_\varepsilon}(t) \leq \varepsilon D_\xi\left(\frac{t}{\varepsilon}\right). \quad (14)$$

Зауважимо тепер, що, якщо ξ_t має постійні одновимірні розподіли, тобто розподіл величини $\xi_t(\omega)$ при будь-якому t збігається із розподілом $\xi_0(\omega)$,

$$(15)$$

то усереднене рівняння (4) буде одне й те ж для усіх ε (функція b_0 із (5) буде залежати тільки від t та x). У [4] показано, що, якщо ξ_t – стаціонарний у вузькому розумінні ергодичний процес, то розв'язок (3_ε) збігається рівномірно на будь-якому скінченному проміжку за ймовірністю до розв'язку (4). Тут цей результат переноситься на випадок, коли умова стаціонарності ξ_t замінюється на більш слабку (15), а умова його ергодичності – на так звану умову рівномірно сильного перемішування (перемішування по Ібрагімову, [2]), яка полягає у тому, що

$$\psi_\xi(t) \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad t \rightarrow +\infty. \quad (16)$$

Теорема 2. Якщо $x_\varepsilon(t)$ – розв'язок рівняння (3_ε), де вимірний процес ξ_t задовольняє умови (15), (16), а $x_0(t)$ – розв'язок (4) із $b_0(t, x, s) = b_0(t, x) = M\tilde{b}(t, x, \xi_0(\omega))$, то при будь-якому $T > 0$

$$P - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\sup_{t \in [0, T]} |x_\varepsilon(t) - x_0(t)| \right) = 0.$$

Доведення. Нехай $\lambda > 0$ – будь-яке. Застосуємо теорему 1. Зафіксуємо у отриманій оцінці яке-небудь $\beta \in (1/2, 1)$. Достатньо довести тепер, що $D_{b_\varepsilon}\left(\frac{T}{4}\right) \rightarrow 0$ при $\varepsilon \rightarrow 0$. Але, як видно з (14), для цього досить

довести, що $\varepsilon D_\varepsilon\left(\frac{T}{4\varepsilon}\right) \rightarrow 0$ при $\varepsilon \rightarrow 0$. Скориставшись означенням $D_\varepsilon(t)$, монотонністю та обмеженістю $\psi_\varepsilon(t)$, дістанемо при $\varepsilon < T/4$:

$$D_\varepsilon\left(\frac{T}{4\varepsilon}\right) = \int_0^{\frac{T}{4\varepsilon}} \psi_\varepsilon(s) ds \leq \int_0^{\sqrt{\frac{T}{4\varepsilon}}} ds + \int_{\sqrt{\frac{T}{4\varepsilon}}}^{\frac{T}{4\varepsilon}} \psi_\varepsilon\left(\sqrt{\frac{T}{4\varepsilon}}\right) ds \leq \sqrt{\frac{T}{4\varepsilon}} + \frac{T}{4\varepsilon} \psi_\varepsilon\left(\sqrt{\frac{T}{4\varepsilon}}\right).$$

Домножуючи обидві частини рівняння на ε та переходячи до границі при $\varepsilon \rightarrow 0$, зважаючи на (16), отримаємо потрібне. $\square$

З а у в а ж е н н я . Незавжди довести те, що, незалежно від виконання (16),

$$P - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(f(\varepsilon) \sup_{t \in [0, T]} |x_\varepsilon(t) - x_0(t)| \right) = 0, \text{ де } f(\varepsilon) = o \left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon D_\varepsilon\left(\frac{T}{4\varepsilon}\right)}} \right), \quad \varepsilon \rightarrow 0.$$

РЕЗЮМЕ

Рассмотрены интегральные уравнения Вольтерра со случайными слабо зависимыми коэффициентами. Для отклонений решений таких уравнений относительно решения усредненного уравнения в равномерной метрике построены экспоненциальные оценки типа неравенств С.Н.Бернштейна, на основании чего доказан принцип усреднения.

SUMMARY

Integral equations of Volterra type with random and weakly dependent coefficients are considered. Exponential estimates similar to Bernstein inequalities are constructed for deviations in supremum metric of these equations' solutions from solution of averaged equation. These inequalities provide us with enough basis to prove an averaging principle.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бондарев Б. В. Об усреднении в стохастических системах с зависимостью от всего прошлого // Укр. Мат. журн. – 1990–42, №4. – С.443–451.
2. Ибрагимов И. А., Линник Ю. В. Независимые и стационарно связанные величины. – М.: Наука, 1965. – 324 с.
3. Móricz F. Exponential estimates for maximum of partial sums // Acta math. Acad. sci. hung. – 1979. – 33, № 1–2. – P. 159–167.
4. Клепцына М. Л. Принцип усреднения и диффузионная аппроксимация для уравнений Вольтерра // Теория вероятностей и ее применения. – 1996. – 41, №2. – С.429–438.

Надійшла до редакції 18.11.1997 р.

О ПОРЯДКЕ РОСТА НОРМЫ НЕКОТОРЫХ ФИНИТНЫХ МУЛЬТИПЛИКАТОРОВ

Вит.В. Волчков

В работе найден порядок роста нормы некоторых финитных мультипликаторов в пространствах Харди H^p в единичном поликруге из C^n при $p \in (0,1]$. Мы будем использовать обозначения, принятые в [1].

Пусть $a(N, U^n) = \|\{\lambda_k\}_{0 \leq k \leq N}\|_{M^p(U^n)}$. В работе [1] получена оценка сверху величины $a(N, U^n)$. Здесь найден порядок $a(N, U^n)$ для некоторых классов $\{\lambda_k\}_{k \in \mathbb{Z}_+^n}$. Отметим, что для любой финитной последовательности аналогичный результат не имеет места уже при $n=1$. Для случая пространств L_p некоторые результаты в этом направлении получены в [2].

Теорема 1. Пусть $p \in (0,1]$, $\{\lambda_k\}_{k \in \mathbb{Z}_+^n}$ — произвольная последовательность, удовлетворяющая следующему условию: существуют положительные постоянные $c_1(p, n)$, $c_2(p, n)$ такие, что для любого $N = (N_1, \dots, N_n) \in N^n$ выполнены оценки

$$|\lambda_N| \geq c_1(p, n) > 0, \quad \int_{Q^n} \left| \sum_{0 \leq k \leq N} \lambda_k e^{i(k, u)} \right|^p du \leq c_2(p, n).$$

Тогда найдутся положительные константы $\gamma_1(p, n)$, $\gamma_2(p, n)$ такие, что для любого $N = (N_1, \dots, N_n) \in N^n$ имеют место неравенства

$$\gamma_1(p, n) \left(\prod_{j=1}^n N_j \right)^{\frac{1}{p}-1} \leq a(N, U^n) \leq \gamma_2(p, n) \left(\prod_{j=1}^n N_j \right)^{\frac{1}{p}-1}$$

Доказательство. Нам потребуется два вспомогательных утверждения.

Лемма 1. Пусть $p \in (0,1]$. Тогда существует положительная постоянная $A(p, n)$ такая, что

$$\inf_{N, \alpha_k} \left(\int_{Q^n} \left| 1 + \sum_{\substack{0 \leq k \leq N \\ k \neq 0}} \alpha_k e^{i(k, u)} \right|^p du \right)^{\frac{1}{p}} \geq A(p, n).$$

Доказательство. Рассмотрим в $H^p(U^n)$ мультипликатор M , определяемый последовательностью

$$\mu_k = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ 0, & k \neq 0 \end{cases}$$

Используя оценку для нормы M (см. [1]) и полагая в нормативном неравенстве $f(z) = 1 + \sum_{\substack{0 \leq k \leq N \\ k \neq 0}} \alpha_k z^k$, получаем утверждение леммы 1.

Л е м м а 2. Пусть $p \in (0, 1]$. Для любого $N = (N_1, \dots, N_n) \in N^n$ существует тригонометриполином $P_N(u) = \sum_{-N \leq k \leq N} d_k e^{i(k, u)}$ такой, что

$$d_0 = 1, \quad \left(\int_{Q^n} |P_N(u)|^p du \right)^{\frac{1}{p}} \leq B(p, n) \left(\prod_{j=1}^n N_j \right)^{1-\frac{1}{p}}$$

Д о к а з а т е л ь с т в о. При $n=1$ это утверждение доказано в [3]. В нашем случае доказательство проводится аналогично.

Перейдем к доказательству теоремы 1. Оценка сверху получена ранее. Докажем оценку снизу. Пусть Λ – мультипликатор, определяемый последовательностью $\{\lambda_k\}_{0 \leq k \leq N}$. Положим в нормативном неравенстве $f(z) = \sum_{0 \leq k \leq 2N} c_k z^k$, где коэффициенты c_k выберем позднее. Имеем

$$\sum_{0 \leq k \leq 2N} c_k e^{i(u, k)} - e^{i(u, N)} = \sum_{-N \leq m \leq N} d_m e^{i(m, u)}, \quad d_m = c_{m+N}$$

Выберем коэффициенты d_m согласно лемме 2.

Тогда $d_0 = c_N = 1$ и

$$\|f\|_{H^p(U^n)} = \left(\int_{Q^n} \left| \sum_{-N \leq m \leq N} d_m e^{i(m, u)} \right|^p du \right)^{\frac{1}{p}} \leq B(p, n) \left(\prod_{j=1}^n N_j \right)^{1-\frac{1}{p}}$$

В силу условий теоремы из леммы 1 получаем:

$$\|\Lambda f\|_{H^p(U^n)} = |\lambda_N| \left(\int_{Q^n} \left| 1 + \sum_{\substack{0 \leq k \leq N \\ k \neq N}} \frac{\lambda_k}{\lambda_N} c_k e^{i(k-N, u)} \right|^p du \right)^{\frac{1}{p}} \geq A(p, n)$$

откуда следует утверждение теоремы 1.

Автор выражает благодарность профессору Р.М.Тригубу за постановку задач и внимание к работе.

РЕЗЮМЕ

Знайдено порядок зростання норм деяких мультиплікаторів у просторах Харді H^p , $0 < p < 1$.

SUMMARY

The order of the growth of some multipliers norms in Hardy spaces H^p , $0 < p < 1$ have been obtained.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тригуб Р.М. Мультипликаторы в пространствах Харди $H^p(D^n)$ при $p \in (0,1]$ и аппроксимативные свойства методов суммирования степенных рядов // Докл. АН России, 1994, т.335, №6, с.697-699.
2. Тайков Л.В. О методах суммирования рядов Тейлора // Изв. АН СССР, сер. матем., 1962, т.26, с.625-630.
3. Иванов В.И., Юдин В.А. О тригонометрической системе в L_p , $0 < p < 1$ // Мат. заметки – 1980, т.28, №6, с.859-868.

Надійшла до редакції 23.11.1997 р.

УДК 531.38

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ РАВНОМЕРНЫХ ВРАЩЕНИЙ СИСТЕМЫ ДВУХ ШАРНИРНО СВЯЗАННЫХ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

В.Ф.Губарева

В изучаемой задаче рассматривается система двух связанных сферическими шарнирами твердых тел, имеющих общую точку O_1 (рис. 1). Первое тело имеет неподвижную точку O . Длина вектора $\overline{OO_1}$ равна S . Проекции векторов, проведенных из точки O в центр масс первого тела и из точки O_1 в центр масс второго тела, на третьи оси связанных с телами подвижных базисов равны c_1 и c_2 . Массы первого и второго тел равны m_1 и m_2 .

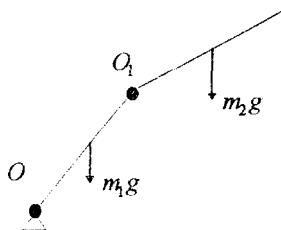


Рис. 1

В качестве обобщенных координат используют два набора углов Крылова $\alpha_k, \beta_k, \gamma_k$, $(k = 1, 2)$ [1]. Углы Крылова выбраны для того, чтобы иметь возможность судить о фактическом движении тел относительно неподвижной системы координат в случае, когда третьи оси подвижных систем параллельны вектору вертикали [2]. Лагранжиан изучаемой системы имеет вид:

$$L = T - \Pi = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^2 \left[A_k (\dot{\alpha}_k \cos \beta_k \sin \gamma_k + \dot{\beta}_k \cos \gamma_k)^2 + \right. \\ \left. + B_k (\dot{\alpha}_k \cos \beta_k \cos \gamma_k - \dot{\beta}_k \sin \gamma_k)^2 + C_k (\dot{\alpha}_k \sin \beta_k - \dot{\gamma}_k)^2 \right] +$$

$$\begin{aligned}
& + \mu(\dot{\alpha}_1 \dot{\alpha}_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \cos \beta_1 \cos \beta_2 + \ddot{\alpha}_1 \dot{\beta}_2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) \cos \beta_1 \sin \beta_2 + \\
& + \dot{\beta}_1 \dot{\beta}_2 (\cos(\alpha_1 - \alpha_2) \sin \beta_1 \sin \beta_2 + \cos \beta_1 \cos \beta_2) - \\
& - \ddot{\alpha}_2 \dot{\beta}_1 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) \cos \beta_2 \sin \beta_1) - \{\mu_1 \cos \alpha_1 \cos \beta_1 + \mu_2 \cos \alpha_2 \cos \beta_2\},
\end{aligned}$$

где C_k , A_k , B_k – осевой и экваториальные моменты инерции первого ($k=1$) и второго ($k=2$) тел, $\mu_1 = (m_1 c_1 + m_2 S)g$, $\mu_2 = m_2 c_2 g$, $\mu = m_2 c_2 g$.

Соответствующие лагранжиану уравнения движения допускают частное решение

$$\alpha_k = \beta_k = 0, \quad \gamma_k = \omega_k t \quad (k=1,2), \quad (*)$$

которому отвечают равномерные вращения исследуемой системы твердых тел вокруг главной оси. Здесь ω_k – угловая скорость k -го тела.

Уравнения линеаризованной в окрестности решения (*) системы дифференциальных уравнений, соответствующей лагранжиану, имеют периодические коэффициенты

$$\begin{aligned}
& \ddot{\alpha}_1 (A_1 + B_1 - (A_1 - B_1) \cos 2\omega_1 t) + \ddot{\beta}_1 (A_1 - B_1) \sin 2\omega_1 t + 2\ddot{\alpha}_2 \mu + \\
& + 2\ddot{\alpha}_1 \omega_1 (A_1 - B_1) \sin 2\omega_1 t - 2\dot{\beta}_1 \omega_1 (C_1 - (A_1 - B_1) \cos 2\omega_1 t) - 2\alpha_1 \mu_1 = 0,
\end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
& \ddot{\alpha}_1 (A_1 - B_1) \sin 2\omega_1 t + \ddot{\beta}_1 (A_1 + B_1 + (A_1 - B_1) \cos 2\omega_1 t) + 2\ddot{\beta}_2 \mu + \\
& + 2\ddot{\alpha}_1 \omega_1 (C_1 + (A_1 - B_1) \cos 2\omega_1 t) - 2\dot{\beta}_1 \omega_1 (A_1 - B_1) \sin 2\omega_1 t - 2\beta_1 \mu_1 = 0,
\end{aligned} \quad (2)$$

$$C_1 \ddot{\gamma}_1 = 0, \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
& \ddot{\alpha}_2 (A_2 + B_2 - (A_2 - B_2) \cos 2\omega_2 t) + \ddot{\beta}_2 (A_2 - B_2) \sin 2\omega_2 t + \\
& + 2\ddot{\alpha}_1 \mu + 2\ddot{\alpha}_2 \omega_2 (A_2 - B_2) \sin 2\omega_2 t - \\
& - 2\dot{\beta}_2 \omega_2 (C_2 - (A_2 - B_2) \cos 2\omega_2 t) - 2\alpha_2 \mu_2 = 0,
\end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned}
& \ddot{\alpha}_2 (A_2 - B_2) \sin 2\omega_2 t + \ddot{\beta}_2 (A_2 + B_2 + (A_2 - B_2) \cos 2\omega_2 t) + 2\ddot{\beta}_1 \mu + \\
& + 2\ddot{\alpha}_2 \omega_2 (C_2 + (A_2 - B_2) \cos 2\omega_2 t) - \\
& - 2\dot{\beta}_2 \omega_2 (A_2 - B_2) \sin 2\omega_2 t - 2\beta_2 \mu_2 = 0,
\end{aligned} \quad (5)$$

$$C_2 \ddot{\gamma}_2 = 0. \quad (6)$$

Исключим из дальнейшего рассмотрения γ_1 и γ_2 , входящие только в (3) и (6). По формулам

$$\alpha_k = u_k \cos \omega t + v_k \sin \omega t, \quad \beta_k = -u_k \sin \omega t + v_k \cos \omega t \quad (k=1,2) \quad (7)$$

система (1), (2), (4), (5) перейдет в систему специального вида. Поскольку преобразование (7) линейно и невырождено, устойчивость по новым переменным эквивалентна устойчивости по старым [3]. Специальный вид преоб-

разованной системы позволяет заметить, что в случае вращения обоих тел с одинаковой угловой скоростью ($\omega_1 = \omega_2 = \omega$) она становится автономной:

$$\begin{aligned} \ddot{u}_1 B_1 + \ddot{u}_2 \mu + \dot{v}_1 (A_1 + B_1 - C_1) \omega + 2\dot{v}_2 \mu \omega + u_1 (\omega^2 (C_1 - A_1) - \mu_1) - u_2 \mu \omega^2 &= 0, \\ \dot{v}_1 A_1 + \dot{v}_2 \mu - \dot{u}_1 (A_1 + B_1 - C_1) \omega - 2\dot{u}_2 \mu \omega + v_1 (\omega^2 (C_1 - B_1) - \mu_1) - v_2 \mu \omega^2 &= 0, \\ \ddot{u}_2 B_2 + \ddot{u}_1 \mu + \dot{v}_2 (A_2 + B_2 - C_2) \omega + 2\dot{v}_1 \mu \omega + u_2 (\omega^2 (C_2 - A_2) - \mu_2) - u_1 \mu \omega^2 &= 0, \\ \dot{v}_2 A_2 + \dot{v}_1 \mu - \dot{u}_2 (A_2 + B_2 - C_2) \omega - 2\dot{u}_1 \mu \omega + v_2 (\omega^2 (C_2 - B_2) - \mu_2) - v_1 \mu \omega^2 &= 0. \end{aligned}$$

Представляя решение этой системы виде $\chi_m \exp(-i\lambda_n t)$, получим ее характеристическое уравнение

$$k_4 \lambda^8 + k_3 \lambda^6 + k_2 \lambda^4 + k_1 \lambda^2 + k_0 = 0. \quad (8)$$

Когда оба вращающихся тела осесимметричны ($A_1 = B_1, A_2 = B_2$), коэффициенты бичетвертого (относительно собственного числа $i\lambda$) алгебраического уравнения (8) совпадают с коэффициентами соответствующего характеристического уравнения, изученного в [3].

Объединение условий $\frac{k_3}{k_4} > 0, \frac{k_2}{k_4} < 0, \frac{k_1}{k_4} > 0, \frac{k_0}{k_4} < 0$ дает неустойчивость изучаемого движения. Поскольку $k_4 = (A_1 A_2 - \mu^2)(B_1 B_2 - \mu^2)$, а в [2] доказано, что $A_1 A_2 - \mu^2 > 0$ (аналогично, $B_1 B_2 - \mu^2 > 0$), то $k_4 > 0$. Таким образом, объединение неравенств

$$k_3 > 0, k_2 < 0, k_1 > 0, k_0 < 0 \quad (9)$$

соответствует достаточным условиям неустойчивости.

Положим $B_1 = A_1 + \varepsilon_1 \varepsilon$, $B_2 = A_2 + \varepsilon_2 \varepsilon$, где $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – постоянные величины, а ε – параметр, характеризующий несимметрию. A_k и B_k ($k=1,2$) входят в f_i ($i=0,1,2,3$) симметрично, поэтому, если $A_k > B_k$, просто переобозначаем их. Пусть $A_k \leq B_k$, следовательно, $\varepsilon_k \varepsilon \geq 0$.

Коэффициенты уравнения (8) $k_i(\varepsilon, \omega^2)$ ($i=0,1,2,3$) являются квадратичными функциями по ε :

$$k_i(\varepsilon, \omega^2) = \varepsilon^2 \varepsilon_1 \varepsilon_2 a_i(\omega^2) + \varepsilon b_i(\omega^2) + c_i(\omega^2). \quad (10)$$

Значит, кривые $k_i(\varepsilon, \omega^2) = 0$ ($i=0,1,2,3$), определяющие в плоскости $O\varepsilon\omega^2$ область выполнения достаточных условий неустойчивости, могут распадаться на две кривые:

$$\varepsilon_{i\pm} = \frac{-b_i(\omega^2) \pm \sqrt{b_i^2(\omega^2) - 4a_i(\omega^2)c_i(\omega^2)\varepsilon_1\varepsilon_2}}{2a_i(\omega^2)\varepsilon_1\varepsilon_2}. \quad (11)$$

Анализ кривой $k_0(\varepsilon, \omega^2) = 0$ удалось провести полностью, указав ее расположение в плоскости $O\varepsilon\omega^2$ и, определив области неустойчивости, то есть области выполнения условия $k_0 < 0$. Для других кривых $k_i(\varepsilon, \omega^2) = 0$ ($i = 1, 2, 3$) удалось выделить некоторые общие случаи при произвольных значениях параметров автономной системы и численно построить кривые и области неустойчивости при конкретных значениях параметров. На рис. 2 изучаемые кривые приводятся при значениях параметров: $\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = 1$, $\mu_1 = 4$, $\mu_2 = 0.25$, $\mu = 1$, $A_1 = 1$, $A_2 = 2$, $C_1 = 2$, $C_2 = 4$.

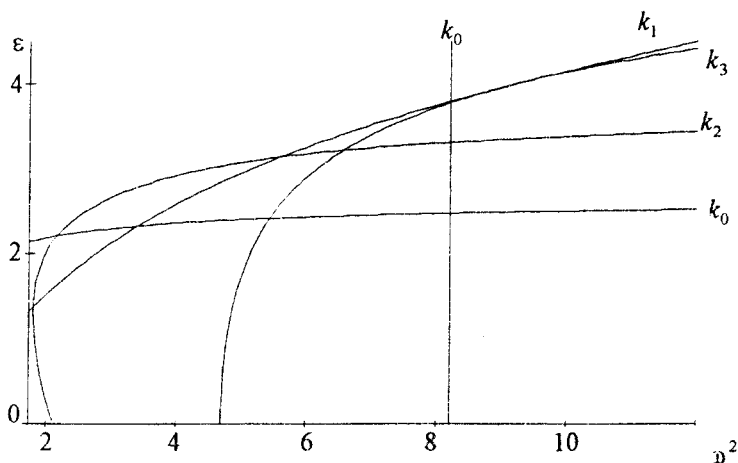


Рис. 2

РЕЗЮМЕ

Досліджується обертання системи двох зв'язаних осесиметричних твердих тіл, одне з яких має нерухому точку. Коли обидва тіла обертаються з однаковою кутовою швидкістю, система рівнянь руху стає автономною. Її характеристичне рівняння дозволило встановити достатні умови нестійкості. Вони є функціями квадрату кутової швидкості та малого параметру, який характеризує осесиметричність розглянутих тіл.

SUMMARY

Rotation of the system of two connected axially unsymmetric rigid bodies is investigated. One of the bodies has a fixed point. When both bodies are rotated with the same angular velocity, the system of the motion equations is autonomous. Its characteristic equation gives a possibility of establishment the sufficient conditions of instability. They are the functions of the angular velocity

square and the small parameter which defines the axially unsymmetry of considered bodies.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лурье А.И. Аналитическая механика. – М., Физматгиз, 1961. – 824 с.
2. Савченко А.Я., Болграбская И.А., Кононыхин Г.А. Устойчивость движения систем связанных твердых тел. – Киев, Наук. думка, 1991. – 168 с.
3. Савченко А.Я. Устойчивость стационарных движений механических систем. – Киев, Наук. думка, 1977. – 160 с.

Надійшла до редакції 05.12.1997 р.

УДК 519.21

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ВИНЕРОВСКОГО ПОЛЯ НА ПЛОСКОСТИ ПО ЕГО РЕАЛИЗАЦИЯМ НА ЗАМКНУТОЙ КРИВОЙ НЕКОТОРОГО ТИПА

Т.В. Земляк

Введение

В статье рассматривается следующая задача: пусть (Ω, σ, P) некоторое вероятностное пространство, на котором задано винеровское поле $w(x, y)$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, и предполагается, что мы наблюдаем винеровское поле $w(x, y)$ при $(x, y) \in \gamma$ (где γ – замкнутая кривая на плоскости некоторого типа) и хотим восстановить поле в точке $(u, v) \notin \gamma$.

Под восстановлением понимается построение наилучшей в средне-квадратическом смысле оценки для $w(u, v)$, основанной на значениях $w(x, y)$ при $(x, y) \in \gamma$. Известно, что эта оценка задается величиной:

$$\bar{m}(u, v) = M \{w(u, v) | F\},$$

а ее погрешность вычисляется по формуле

$$d(u, v) = M \left\{ \left(w(u, v) - \bar{m}(u, v) \right)^2 | F \right\},$$

где $F = \sigma \{w(x, y), (x, y) \in \gamma\}$.

Целью работы является построение явных формул для $\bar{m}(u, v)$ и $d(u, v)$. Решение ряда задач по этой теме приведено в работе [1], однако в этой работе описаны результаты восстановления винеровского поля на плоскости по его реализациям на кривых двух типов: монотонных кривых или замкнутых кривых образованных отрезками прямых (треугольник, прямоугольник) причем условия состоящие в том, что кривая монотонна или образована отрезками прямых, играли центральную роль для получения явных формул для $\bar{m}(u, v)$ и $d(u, v)$. В данной работе рассматривается

случай, когда замкнутая кривая образована неубывающей кривой γ_1 , не-возрастающей кривой γ_2 и отрезком прямой.

Основные результаты

Пусть γ – «криволинейный» треугольник на плоскости с вершинами $A(x_a, y_a)$, $B(x_a + b, y_a)$, $C(x_a + c, y_c)$,

где $b > c \geq 0$, $y_c > y_a > 0$. (2.1)

Пусть стороны AC и BC задаются параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = x(\tau) \\ y = y(\tau), \quad \tau \in [0,1] \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x = \tilde{x}(\tau) \\ y = y(\tau), \quad \tau \in [0,1] \end{cases}$$

соответственно. Где функции $x(\tau)$, $y(\tau)$ и $\tilde{x}(\tau)$ удовлетворяют следующим условиям:

C1) функции $x(\tau)$, $y(\tau)$ и $\tilde{x}(\tau)$ положительные, непрерывно дифференцируемые на $[0,1]$;

C2) для любых $\tau_1 \leq \tau_2$, $x(\tau_1) \leq x(\tau_2)$, $\tilde{x}(\tau_1) \geq \tilde{x}(\tau_2)$ и $y(\tau_1) > y(\tau_2)$
(или $x(\tau_1) < x(\tau_2)$, $\tilde{x}(\tau_1) > \tilde{x}(\tau_2)$ и $y(\tau_1) \geq y(\tau_2)$).

Рассмотрим следующие случайные процессы:

$w_a(\tau) = w(x(\tau), y(\tau)) - w(x(\tau), y_a)$ и $\tilde{w}_a(\tau) = w(\tilde{x}(\tau), y(\tau)) - w(\tilde{x}(\tau), y_a)$, $\tau \in [0,1]$.

Эти процессы являются гауссовскими с корреляционными функциями:

$$R(\tau_1, \tau_2) = \min(x(\tau_1), x(\tau_2)) \min(y(\tau_1), y(\tau_2))$$

$$R(\tau_1, \tau_2) = \min(\tilde{x}(\tau_1), \tilde{x}(\tau_2)) \min(y(\tau_1), y(\tau_2))$$

Теорема 1. Если точка (u, v) лежит внутри кривой γ , то с вероятностью $P=1$

$$\begin{aligned} \bar{m}(u, v) = & (v - y_a) \left\{ \frac{w(u, y(\tau(u)))}{y(\tau(u)) - y_a} + \int_{\tau(v)}^{\tau(u)} \frac{x(\tau) \dot{y}(\tau) (\tilde{A}(\tau) - u \dot{y}(\tau))}{(y(\tau) - y_a) B(\tau)} dw_a(\tau) - \right. \\ & - \int_{\tau(v)}^{\tau(u)} \frac{(x(\tau)^2 \dot{y}(\tau) - u A(\tau)) \dot{y}(\tau)}{(y(\tau) - y_a) B(\tau)} d\tilde{w}_a(\tau) - \\ & - \int_{\tau(v)}^{\tau(u)} \frac{A(\tau) \dot{y}(\tau) (\tilde{A}(\tau) - u \dot{y}(\tau))}{(y(\tau) - y_a) B(\tau)} w_a(\tau) d\tau + \\ & \left. + \int_{\tau(v)}^{\tau(u)} \frac{(x(\tau)^2 \dot{y}(\tau) - u A(\tau)) \dot{y}(\tau)^2 \tilde{w}_a(\tau)}{(y(\tau) - y_a) B(\tau)} d\tau \right\} \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$d(u, v) = uv - (v - y_a)^2 \left\{ \frac{u}{y(\tau(u)) - y_a} - \int_{\tau(v)}^{\tau(u)} \frac{\dot{y}(\tau)^2 (\tilde{A}(\tau)x(\tau)^2 - u^2 A(\tau)) - 2u\dot{y}(\tau)^3 x(\tau)^2}{(y(\tau) - y_a)^2 B(\tau)} d\tau \right\}, \quad (2.3)$$

где $A(\tau) = x(\tau)\dot{y}(\tau) + \dot{x}(\tau)(y(\tau) - y_a)$, $\tilde{A}(\tau) = \tilde{x}(\tau)\dot{y}(\tau) - \dot{\tilde{x}}(\tau)(y(\tau) - y_a)$,
 $B(\tau) = x(\tau)^2 \dot{y}(\tau)^2 - A(\tau)\tilde{A}(\tau)$, $\tau(u)$ – решение уравнения $x(\tau) = u$ (если $u < x_a + c$) или уравнения $\tilde{x}(\tau) = u$ (если $u > x_a + c$), $\tau(v)$ – решение уравнения $y(\tau) = v$ и стохастические интегралы от гауссовских процессов определены согласно [2].

В случае, когда сторона АС параллельна оси OX имеет место следующее утверждение.

Теорема 2. Если точка (u, v) лежит внутри кривой γ , то с вероятностью $P=1$

$$\begin{aligned} \bar{m}(u, v) = & w(x_a, v) + w(u, y_a) - w(x, y_a) + \frac{v - y_a}{y(\tau(u)) - y_a} \hat{w}(\tau(u)) - \\ & - (u - x_a)(v - y_a) \left\{ \int_{\tau(v)}^{\tau(u)} \frac{\dot{y}(\tau)}{(y(\tau) - y_a)\varphi(\tau)} d\hat{w}(\tau) - \int_{\tau(v)}^{\tau(u)} \frac{\dot{y}(\tau)^2 \hat{w}(\tau)}{(y(\tau) - y_a)^2 \varphi(\tau)} d\tau \right\}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} d(u, v) = & (u - x_a)(v - y_a) \left\{ 1 - \frac{v - y_a}{y(\tau(u)) - y_a} - \right. \\ & \left. - (u - x_a)(v - y_a) \int_{\tau(v)}^{\tau(u)} \frac{\dot{y}(\tau)^2}{(y(\tau) - y_a)^2 \varphi(\tau)} d\tau \right\}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

где $\varphi(\tau) = \dot{x}(\tau)(y(\tau) - y_a) - (x(\tau) - x_a)\dot{y}(\tau)$,

$$\hat{w}(\tau) = w(x(\tau), y(\tau)) - w(x(\tau), y_a) - w(x_a, y(\tau)) + w(x_a, y_a), \quad \tau \in [0, 1]$$

Доказательство теоремы 1. Пусть $0 = \tau_{k(n)}^0 < \tau_{k(n)}^1 < \dots < \tau_{k(n)}^{k(n)} = 1$,

$n \geq 1$ разбиение отрезка $[0, 1]$ такое, что

а) $1 \leq k(1) < k(2) < \dots < k(n) < \dots$;

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \max_{1 \leq j \leq k(n)} (\tau_{k(n)}^j - \tau_{k(n)}^{j-1}) = 0$;

с) для любого $j = \overline{1, k(n)}$ существует $r = \overline{1, k(n+1)}$ такое, что $\tau_{k(n)}^j = \tau_{k(n+1)}^r$.

Сделаем следующие обозначения:

$$\tau_{k(n)}^j = \tau_j, \quad x_j = x(\tau_j), \quad y_j = y(\tau_j), \quad \tilde{x}_j = \tilde{x}(\tau_j),$$

$$w_j = w(x_j, y_j), \quad \tilde{w}_j = w(\tilde{x}_j, y_j)$$

$$F_k(n) = \sigma\{w_j, \tilde{w}_j, w(x_j, y_a), w(\tilde{x}_j, y_a) \mid j = \overline{1, k(n)}\}$$

$$\text{Так как } w(u, v) = w(u, v) - w(u, y_a) + w(u, y_a) = \delta w(u, v) + w(u, y_a),$$

$$\text{то } M\{w(u, v) | F\} = M\{\delta w(u, v) | F\} + M\{w(u, y_a) | F\} \quad (2.6)$$

Так как точка $(u, y_a) \in \gamma$, то случайная величина $w(u, y_a)$ измерима относительно σ -алгебры $\mathcal{F}$, поэтому формулу (2.6) можно переписать в следующем виде:

$$M\{w(u, v) | \mathcal{F}\} = \delta \bar{m}(u, v) + w(u, y_a), \quad (2.7)$$

где $\delta \bar{m}(u, v) = M\{\delta w(u, v) | \mathcal{F}\}$, при этом

$$d(u, v) = M\{(\delta w(u, v) - \delta \bar{m}(u, v))^2 | \mathcal{F}\} \quad (2.8)$$

Следовательно, чтобы найти $\bar{m}(u, v)$, достаточно найти $\delta \bar{m}(u, v)$.

Далее, для упрощения записей переобозначим $k(n)$ через n . Так как приращения винеровского поля по непересекающимся прямоугольникам со сторонами, параллельными координатным осям, являются случайными величинами, независимыми в совокупности, поэтому случайная величина $\delta w(u, v)$ зависит только от приращений построенных следующим образом:

$$\delta w_j = w(x_j, y_j) - w(x_j, y_a) \quad j = \overline{1, n},$$

$$\delta \tilde{w}_j = w(\tilde{x}_j, y_j) - w(\tilde{x}_j, y_a) \quad j = \overline{1, n-1}$$

Таким образом,

$$M\{\delta w(u, v) | \mathcal{F}_n\} = M\{\delta w(u, v) | \mathcal{G}_n\} \quad (2.9)$$

где $\mathcal{G}_n = \sigma\{\delta w_j, \delta \tilde{w}_j, \quad j = \overline{1, n}\}$

Для нахождения $\delta \bar{m}(u, v) = M\{\delta w(u, v) | \mathcal{G}_n\}$ воспользуемся теоремой о нормальной корреляции [3]. Для этого найдем решение системы

$$D(\delta \bar{w}, \delta \bar{w}) \beta = \alpha, \quad (2.10)$$

где $D(\delta \bar{w}, \delta \bar{w})$ – корреляционная матрица случайного вектора

$$\delta \bar{w} = (\delta w_0, \delta w_1, \dots, \delta w_j, \dots, \delta w_n, \delta \tilde{w}_{n-1}, \dots, \delta \tilde{w}_j, \dots, \delta \tilde{w}_1)$$

β – неизвестный вектор длины $2n-1$ следующей формы:

$$\beta = (\beta_1, \dots, \beta_j, \dots, \beta_n, \tilde{\beta}_{n-1}, \dots, \tilde{\beta}_j, \dots, \tilde{\beta}_1)$$

$$\text{и } \alpha_j = \text{cov}(\delta w(u, v), \delta w_j), \quad j = \overline{1, n}, \quad \tilde{\alpha}_j = \text{cov}(\delta w(u, v), \delta \tilde{w}_j), \quad j = \overline{1, n-1}.$$

Обозначим $\delta w = (\delta w_0, \delta w_1, \dots, \delta w_j, \dots, \delta w_n)$, $\delta \tilde{w} = (\delta \tilde{w}_{n-1}, \dots, \delta \tilde{w}_j, \dots, \delta \tilde{w}_1)$.

Тогда корреляционная матрица имеет следующую структуру:

$$D(\delta \bar{w}, \delta \bar{w}) = \begin{pmatrix} D(\delta w, \delta w) & D(\delta w, \delta \tilde{w}) \\ D(\delta \tilde{w}, \delta w) & D(\delta \tilde{w}, \delta \tilde{w}) \end{pmatrix}.$$

Из условия С2) для функций $x(\tau)$, $y(\tau)$, $\tilde{x}(\tau)$ следует, что $x_0 \leq x_1 \leq \dots \leq x_n$,
 $y_0 > y_1 > \dots > y_n$, $\tilde{x}_0 \geq \tilde{x}_1 \geq \dots \geq \tilde{x}_n$

Учитывая эти соотношения, получим:

$$D(\delta w, \delta w) = \begin{pmatrix} x_1 \delta y_1, x_1 \delta y_1, \dots, x_1 \delta y_1 \\ x_1 \delta y_1, x_2 \delta y_2, \dots, x_2 \delta y_2 \\ \dots \\ x_1 \delta y_1, x_2 \delta y_2, \dots, x_n \delta y_n \end{pmatrix}, D(\delta \tilde{w}, \delta w) = \begin{pmatrix} x_1 \delta y_1, x_2 \delta y_2, \dots, x_n \delta y_{n-1} \\ x_1 \delta y_1, x_2 \delta y_2, \dots, x_n \delta y_{n-2} \\ \dots \\ x_1 \delta y_1, x_2 \delta y_2, \dots, x_n \delta y_1 \end{pmatrix},$$

где $\delta y_j = y_j - y_0$,

$$D(\delta \tilde{w}, \delta \tilde{w}) = \begin{pmatrix} \tilde{x}_{n-1} \delta y_{n-1}, \tilde{x}_{n-1} \delta y_{n-2}, \dots, \tilde{x}_{n-1} \delta y_1 \\ \tilde{x}_{n-1} \delta y_{n-2}, \tilde{x}_{n-2} \delta y_{n-2}, \dots, \tilde{x}_2 \delta y_1 \\ \dots \\ \tilde{x}_{n-1} \delta y_1, \tilde{x}_{n-2} \delta y_2, \dots, \tilde{x}_1 \delta y_1 \end{pmatrix}$$

Не умоляя общности, можно считать, что для любого $n \geq 1$ существуют τ_q^n и τ_l^n такие, что $\tau_q^n = \tau(v)$ и $\tau_l^n = \tau(u)$. Принимая эти обозначения во внимание и учитывая, что $u \geq x_c$, опишем структуру вектора a :

$$a_j = \begin{cases} x_j(y_j - y_a), & j = \overline{1, q} \\ x_j(v - y_a), & j = \overline{q+1, n} \\ \tilde{x}_j(v - y_a), & j = \overline{l, n-1} \\ u(v - y_a), & j = \overline{q, l-1} \\ u(y_j - y_a), & j = \overline{1, q} \end{cases}$$

Чтобы решить систему (2.10), пронумеруем уравнения двойным индексом по следующему правилу: первые n уравнений будут иметь индекс $(1, j)$, $j = \overline{1, n}$, следующие $(n-1)$ уравнение – индекс $(2, j)$, $j = \overline{1, n-1}$. Над уравнениями системы сделаем следующие преобразования: из $(1, j)$ -уравнения вычтем соответственно $(1, j+1)$ уравнение, умноженное на $x_j x_{j+1}^{-1} \delta y_j \delta y_{j+1}^{-1}$, $j = \overline{1, n-1}$; из $(1, n)$ -уравнения вычтем соответственно $(2, 1)$ уравнение, умноженное на $\delta y_n \delta y_{n+1}^{-1}$; из $(2, j)$ уравнения вычтем соответственно $(2, j+1)$ уравнение, умноженное на $\delta y_{n-j} \delta y_{n-j-1}^{-1}$, $j = \overline{1, n-2}$. Далее, из $(2, j)$ уравнения вычтем соответственно $(2, 1)$ уравнение, умноженное на $\delta y_n \delta y_{n+1}^{-1}$; из $(2, j)$ уравнения вычтем соответственно $(1, n-j)$ уравнение, умноженное на $\Delta y_{j+1} \phi_j^{-1}$, где $\phi_j = x_{j+1} \delta y_{j+1} - x_j \delta y_j$, $j = \overline{1, n-1}$. Решение системы (2.10) будет иметь следующий вид:

$$\tilde{\beta}_j = 0, \quad j = \overline{1, q-1}, \quad j = \overline{l+1, n-1},$$

$$\tilde{\beta}_q = \frac{\Delta y_{q+1}(x_q x_{q+1} \Delta y_{q+1} - u \varphi_q)}{\Delta y_q^2 x_q x_{q+1} - \varphi_q \tilde{\varphi}_q}; \quad \tilde{\beta}_l = \frac{\delta y_q}{\delta y_l} \left(1 - \frac{\Delta y_l (x_l x_{l-1} \Delta y_l - u \varphi_l)}{\Delta y_l^2 x_l x_{l-1} - \varphi_l \tilde{\varphi}_l} \right), \quad (2.11)$$

$$\tilde{\beta}_j = -\frac{\delta y_q}{\delta y_j} \left(\frac{\Delta y_j (x_j x_{j-1} \Delta y_{j+1} - u \varphi_{j-1})}{\Delta y_j^2 x_j x_{j-1} - \varphi_{j-1} \tilde{\varphi}_{j-1}} - \frac{\Delta y_{j+1} (x_j x_{j+1} \Delta y_{j+1} - u \varphi_j)}{\Delta y_{j+1}^2 x_j x_{j+1} - \varphi_j \tilde{\varphi}_j} \right), \quad (2.12)$$

$$j = \overline{q+1, l-1}$$

$$\text{где } \tilde{\varphi}_j = \tilde{x}_j \delta y_{j+1} - \tilde{x}_{j+1} \delta y_j, \quad j = \overline{1, n-1}, \quad \beta_j = 0, \quad j = \overline{1, q-1}, \quad j = \overline{l+1, n-1},$$

$$\beta_q = \frac{\Delta y_{q+1} x_{q+1} (\tilde{\varphi}_q - u \Delta y_{q+1})}{\Delta y_{q+1}^2 x_q x_{q+1} - \varphi_q \tilde{\varphi}_q}; \quad \beta_l = \frac{\delta y_q}{\delta y_l} \frac{\Delta y_l x_{l-1} (\tilde{\varphi}_{l-1} - u \Delta y_l)}{\Delta y_l^2 x_l x_{l-1} - \varphi_{l-1} \tilde{\varphi}_{l-1}}; \quad (2.13)$$

$$\beta_j = -\frac{\delta y_q}{\delta y_j} \left(\frac{\Delta y_j x_{j-1} (\tilde{\varphi}_{j-1} - u \Delta y_j)}{\Delta y_j^2 x_j x_{j-1} - \varphi_{j-1} \tilde{\varphi}_{j-1}} - \frac{\Delta y_{j+1} x_{j+1} (\tilde{\varphi}_j - u \Delta y_{j+1})}{\Delta y_{j+1}^2 x_j x_{j+1} - \varphi_j \tilde{\varphi}_j} \right), \quad (2.14)$$

$$j = \overline{q+1, l-1}$$

Отметим, что определитель матрицы $D(\bar{\delta w}, \bar{\delta w})$ представляет собой произведение множителей вида $y_a, \varphi_j, \delta y_j, x_{j-1} x_j \Delta y_j^2 - \varphi_{j-1} \tilde{\varphi}_{j-1}$, поэтому в силу условий (2.1) и C2) $\det D(\bar{\delta w}, \bar{\delta w}) \neq 0$ и, следовательно, система (2.10) имеет единственное решение β , координаты которого определяются равенствами (2.11)-(2.14). Таким образом, учитывая, что $\beta = D^{-1}(\bar{\delta w}, \bar{\delta w}) \bar{\alpha}$, по теореме о нормальной корреляции из [3] получим:

$$\bar{\delta m}_n(u, v) = \sum_{j=q}^l \beta_j \delta w_j + \sum_{j=q}^l \tilde{\beta}_j \delta \tilde{w}_j \quad (2.15)$$

где β_j и $\tilde{\beta}_j$ определяются равенствами (2.11)-(2.14).

Подставляя полученные выражения для β_j и $\tilde{\beta}_j$ в (2.15), перегруппируя слагаемые и переходя к $\lim$ при $n \rightarrow \infty$ и учитывая (2.9) получим выражение стоящее в правой части (2.2). Далее в силу определения разбиения отрезка $[0, 1]$:

$$\mathcal{G}_{k(1)} \subseteq \mathcal{G}_{k(2)} \subseteq \dots \subseteq \mathcal{G}_{k(n)} \subseteq \dots \subseteq \mathcal{G} \quad \text{и} \quad \mathcal{G} = \sigma \left\{ \bigcup_{n=1}^{\infty} \mathcal{G}_{k(n)}, \quad n = 1, 2, \dots \right\}$$

и, следовательно, согласно теореме Леви из [3] получим:

$$\overline{\delta m}_{k(n)}(u, v) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \overline{\delta m}(u, v) \quad (\text{с вероятностью } P=1) \quad (2.16)$$

Так как

$$M\left\{\left(\delta w(u, v) - \overline{\delta m}_{k(n)}(u, v)\right)^2 | \mathcal{F}\right\} \leq M\left\{\left(\delta w(u, v) - \overline{\delta m}(u, v)\right)^2 | \mathcal{F}\right\} \text{ для } n = 1, 2, \dots$$

следовательно,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \overline{\delta m}_{k(n)}(u, v) = \overline{\delta m}(u, v) \quad (2.17)$$

Из (2.7), (2.16) и (2.17) получим левую часть равенства (2.2). Формула (2.3) для $d(u, v)$ доказывается аналогично.

Доказательство теоремы 2. Подставляя в формулы (2.11) – (2.14) x_a вместо x_j , $j = 1, n$ и делая преобразования и рассуждения, аналогичные рассуждениям в теореме 1, получим равенства (2.4) и (2.5).

РЕЗЮМЕ

У статті розв'язана наступна задача: нехай $w(x, y)$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, вінерівське поле на площині: γ – деяка зімкнена крива на площині. Побудована найкраща у середньоквадратичному значенні оцінка для $w(u, v)$, $(u, v) \notin \gamma$, яка базується на значеннях $w(x, y)$ при $(x, y) \in \gamma$ та обчислена її помилка.

Бібл. – 3 назв.

SUMMARY

The following problem is solved in the paper: let $w(x, y)$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ be the Wiener field on the plane and γ is closed curve on the plane. The best valuation in average quadratic sense for $w(u, v)$, $(u, v) \notin \gamma$ based on the meaning $w(x, y)$, $(x, y) \in \gamma$ is constructed and its error is calculated.

Bibliography – 3 titles

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Шевляков А.Ю. О восстановлении винеровского поля по его реализациям на кривой // Теория случайных процессов. – 1988. – Вып.16. – С.87-93
2. Huang T.S. and Cambanis, S. (1983) / Stochastic and multiple Wiener integrals for Gaussian processes. Ann. Probab. 6, №4, 112–127.
3. Липцер Р.Ш., Ширяев А.Н. Статистика случайных процессов. – М.: Наука, 1974. – 696 с.

Надійшла до редакції 11.11.1997 р.

ПОЛИНОМИАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ В ОДНОЙ ЗАДАЧЕ О ДВИЖЕНИИ ГИРОСТАТА С НЕПОДВИЖНОЙ ТОЧКОЙ

А.В.Зыза

1. Постановка задачи. Рассмотрим движение заряженного и намагниченного гиристора с неподвижной точкой в поле потенциальных и гироскопических сил. Потенциальные силы возникают при взаимодействии магнитов с постоянным магнитным полем, направление которого характеризуется единичным вектором ν , электрических зарядов с электрическим полем и ньютоновском притяжении масс. Центры ньютоновского и кулоновского притяжений лежат на оси, проходящей через неподвижную точку и параллельной вектору ν . Гироскопические силы определяются лоренцевым воздействием магнитного поля на движущиеся в пространстве электрические заряды и циклических движений роторов в теле-носителе. Уравнения движения рассматриваемой задачи запишем в векторном виде [5].

$$\begin{aligned} A\dot{\omega} &= (A\omega + \lambda) \times \omega + \omega \times B\nu + \nu \times (C\nu - s), \\ \dot{\nu} &= \nu \times \omega \end{aligned} \quad (1)$$

Они допускают три первых интеграла

$$\begin{aligned} A\omega \cdot \omega - 2(s \cdot \nu) + C\nu \cdot \nu &= 2E_0, \quad \nu \cdot \nu = 1, \\ (A\omega + \lambda)\nu - 1/2(B\nu \cdot \nu) &= k_0. \end{aligned} \quad (2)$$

В (1), (2) обозначено: ω – угловая скорость гиристора; ν – единичный вектор, характеризующий направление оси симметрии силовых полей; λ – гиристоратический момент; s – вектор обобщенного центра масс; A – тензор инерции гиристора, построенный в неподвижной точке; B и C – симметричные матрицы третьего порядка; точка над переменными обозначает отнесенную производную.

Пусть в (1), (2) матрицы A, B, C имеют диагональный вид,

$$\omega = (p, q, r), \quad \nu = (\nu_1, \nu_2, \nu_3), \quad s = (s, 0, 0), \quad \lambda = (\lambda, 0, 0). \quad (3)$$

Зададим решения уравнений (1), (2) в виде

$$\begin{aligned} q^2 &= Q(p) = \sum_{k=0}^n b_k p^k, \quad r^2 = R(p) = \sum_{i=0}^m c_i p^i, \quad \nu_1 = \varphi(p) \sum_{j=0}^l a_j p^j, \\ \nu_2 &= q\psi(p), \quad \nu_3 = r\varpi(p), \quad \psi(p) = \sum_{i=0}^{n_1} g_i p^i, \quad \varpi(p) = \sum_{j=0}^{m_1} f_j p^j \end{aligned} \quad (4)$$

где n, m, n_1, m_1, l – натуральные числа или нули, b_k, c_i, a_j, g_i, f_j – некоторые параметры, которые подлежат определению.

Известно, что в классической задаче о движении тяжелого твердого тела указанными классами можно описать решения Д.Н.Горячева, В.А.Стеклова, Н.Ковалевского [1-3].

Подставим (3) и (4) в (1) и (2).

$$\dot{p} = (\varphi'(p))^{-1}(\psi(p) - \mathfrak{x}(p))(Q(p)R(p))^{1/2}. \quad (5)$$

$$(Q(p)\psi^2(p))' = 2\varphi'(p)\psi(p)(p\mathfrak{x}(p) - \varphi(p))(\psi(p) - \mathfrak{x}(p))^{-1}, \quad (6)$$

$$(R(p)\mathfrak{x}^2(p))' = 2\varphi'(p)\mathfrak{x}(p)(\varphi(p) - p\psi(p))(\psi(p) - \mathfrak{x}(p))^{-1}.$$

$$\begin{aligned} A_1(\psi(p) - \mathfrak{x}(p)) &= \varphi'(p)[(C_3 - C_2)\psi(p)\mathfrak{x}(p) + B_3\mathfrak{x}(p) - \\ &- B_2\psi(p) + A_2 - A_3] \\ A_2Q'(p)(\psi(p) - \mathfrak{x}(p)) &= 2\varphi'(p)[(C_1 - C_3)\varphi(p)\mathfrak{x}(p) - \\ &- \mathfrak{x}(p)(B_3p + s) + B_1\varphi(p) + (A_3 - A_1)p - \lambda] \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} A_3R'(p)(\psi(p) - \mathfrak{x}(p)) &= 2\varphi'(p)[(C_2 - C_1)\varphi(p)\psi(p) + \\ &+ \psi(p)(B_2p + s) - B_1\varphi(p) + (A_1 - A_2)p + \lambda] \\ \varphi^2(p) + Q(p)\psi^2(p) + R(p)\mathfrak{x}^2(p) - 1 &= 0 \\ Q(p)(C_2\psi^2(p) + A_2) + R(p)(C_3\mathfrak{x}^2(p) + A_3) + C_1\varphi^2(p) - 2s\varphi(p) + \\ &+ A_1p^2 - 2E_0 = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} Q(p)\psi(p)(B_2\psi(p) - 2A_2) + R(p)\mathfrak{x}(p)(B_3\mathfrak{x}(p) - 2A_3) + B_1\varphi^2(p) - \\ - 2A_1p\varphi(p) - 2\varphi(p)\lambda + 2k_0 = 0. \end{aligned}$$

Штрихом обозначена производная по p . Уравнение (5) устанавливает зависимость p от t . Уравнения (5), (6) получены из кинематических уравнений, уравнения (7) – из динамических уравнений, соотношения (8) – из интегралов уравнений движения.

Основные результаты. Было рассмотрено четыре независимых между собой случая:

$$\psi(p) = g_0, \quad \mathfrak{x}(p) = f_0 \quad (n_1 = 0, m_1 = 0) \quad (9)$$

$$\psi(p) = g_0, \quad \mathfrak{x}(p) \neq const \quad (n_1 = 0, m_1 \neq 0) \quad (10)$$

$$l = 1, \quad n_1 \neq 0, \quad m_1 \neq 0, \quad m_1 \leq n_1 \quad (11)$$

$$l > 1, \quad m_1 \neq 0, \quad n_1 \neq 0. \quad (12)$$

Показано, что в обобщенной задаче уравнения движения допускают только четыре новых решения. При этом в случае (9) решение характеризуется равенствами $n_1 = m_1 = 0$, $n = m = 2$, $l = 1$. Условия на параметры таковы:

$$\begin{aligned} a_1 &= A_1(g_0 - f_0)[(C_3 - C_2)g_0f_0 + B_3f_0 - B_2g_0 + (A_2 - A_3)]^{-1}, \\ b_2 &= a_1(f_0 - a_1)g_0^{-1}(g_0 - f_0)^{-1}, \quad c_2 = a_1(a_1 - g_0)f_0^{-1}(g_0 - f_0)^{-1}, \\ b_1 &= 2a_1a_0g_0^{-1}(f_0 - g_0)^{-1}, \quad c_1 = 2a_1a_0f_0^{-1}(g_0 - f_0)^{-1}, \\ g_0(f_0s + \lambda) &= a_0[g_0f_0(C_1 - C_3) + A_2 + g_0B_1], \\ f_0(g_0s + \lambda) &= a_0[g_0f_0(C_1 - C_2) + A_3 + f_0B_1], \\ g_0f_0(C_3 - C_2)[A_2f_0 + g_0(A_1 - A_3) + g_0f_0B_3] - \\ &- g_0f_0A_1(C_1 - C_3)(g_0 - f_0) = A_1(g_0 - f_0)(A_2 + g_0B_1) - \\ &- (B_3f_0 - B_2g_0 + A_2 - A_3)[A_2f_0 + g_0(A_1 - A_3) + g_0f_0B_3] \\ g_0f_0(C_3 - C_2)[g_0(A_3 - A_1) - f_0(A_2 - 2A_1) + g_0f_0B_2] - \\ &- g_0f_0A_1(C_1 - C_3)(g_0 - f_0) = A_1(g_0 - f_0)(A_3 + f_0B_1) - \\ &- (B_3f_0 - B_2g_0 + A_2 - A_3)[A_3g_0 - f_0(A_2 - A_1) + g_0f_0B_2] \\ a_0^2 - 1 + b_0g_0^2 + c_0f_0^2 &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

При условиях (13) решение имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{p} &= (g_0 - f_0)a_1^{-1}[(b_2p^2 + b_1p + b_0)(c_2p^2 + c_1p + c_0)]^{1/2}, \\ q^2 &= b_2p^2 + b_1p + b_0, \quad r^2 = c_2p^2 + c_1p + c_0, \quad v_1 = a_1p + a_0, \\ v_2 &= g_0[b_2p^2 + b_1p + b_0]^{1/2}, \quad v_3 = f_0[c_2p^2 + c_1p + c_0]^{1/2}. \end{aligned} \quad (14)$$

Пример действительности решения (14) таков

$$C_1 = C_2 = C_3 \neq 0; \quad A_1 = a, \quad A_2 = 1.5a, \quad A_3 = 2a \quad (a > 0);$$

$$B_1 = b, \quad B_2 = \frac{2}{3}b, \quad B_3 = \frac{b}{2} \quad (b \neq 0); \quad a_0 = 1, \quad c_0 = -\frac{5b^2}{2a^2}.$$

В случае (10) имеем два решения. Первое $n_1 = 0$, $m_1 = 1$, $n = 3$, $m = l = 2$. Условия на параметры:

$$\begin{aligned}
A_2 + B_1 g_0 &= 0, \quad C_1 = C_3, \quad B_1 = B_3, \quad A_1 \neq A_3, \quad \mu_0 = A_1^{-1}(A_2 - A_3 - B_2 g_0), \\
f_1 &= (A_3 - A_1)s^{-1}, \quad f_0 = -\lambda s^{-1}, \quad a_2 = -f_1(2\mu_0)^{-1}, \quad a_1 = (g_0 - f_0)\mu_0^{-1}, \\
b_3 &= 2(f_1 - a_2)(3g_0\mu_0)^{-1}, \quad b_2 = (g_0\mu_0)^{-1}(f_0 - a_1), \quad b_1 = -2a_0(g_0\mu_0)^{-1}, \\
2c_2 f_1 &= a_2\mu_0^{-1}, \quad 3c_1 f_1^2 + 6c_2 f_1 f_0 = 2\mu_0^{-1}((a_1 - g_0)f_1 + a_2 f_0), \\
2c_0 f_1 f_0 + c_1 f_0^2 &= 2\mu_0^{-1}a_0 f_0, \\
a_0^2 - 1 + b_0 g_0^2 + c_0 f_0^2 &= 0, \\
B_2 &= B_1(2A_2)^{-1} \left[A_3 - 2A_2 + A_1 \pm (A_3^2 - A_3 A_1 + A_1^2)^{1/2} \right],
\end{aligned} \tag{15}$$

$$s = \lambda B_1(12\mu_0(A_3 - A_1) - 3A_3)A_2^{-1}(12\mu_0(A_3 - A_1) + 4A_3(\mu_0 - 1))^{-1}.$$

При условиях (15) решение имеет вид:

$$\begin{aligned}
\dot{p} &= \mu_0 \left[(b_3 p^3 + b_2 p^2 + b_1 p + b_0) (c_2 p^2 + c_1 p + c_0) \right]^{1/2}, \\
q^2 &= b_3 p^3 + b_2 p^2 + b_1 p + b_0, \quad r^2 = c_2 p^2 + c_1 p + c_0, \\
v_1 &= a_2 p^2 + a_1 p + a_0, \quad v_2 = g_0 [b_3 p^3 + b_2 p^2 + b_1 p + b_0]^{1/2}, \\
v_3 &= (f_1 p + f_0) [c_2 p^2 + c_1 p + c_0]^{1/2}.
\end{aligned} \tag{16}$$

Пример действительности решения (16) таков

$$A_1 = a, \quad A_2 = 1.5a, \quad A_3 = 2a, \quad B_1 = B_3 = \lambda\sqrt{3}, \quad (a > 0, \lambda > 0);$$

$$a_0 = 1.$$

Второе $n_1 = 0$, $m_1 = 1$, $n = m = l = 2$.

Условия на параметры:

$$\begin{aligned}
A_2 + B_1 g_0 &\neq 0, \quad C_1 = C_3, \quad B_1 = B_3, \quad A_1 = A_3, \\
c_2 &= -1, \quad c_1 = -2g_0 s(A_2 + B_1 g_0)^{-1}, \\
c_0 &= -[c_* g_0^2 s^2 (A_2 + B_1 g_0) + 8g_0(g_0 s + \lambda)](c_* (A_2 + B_1 g_0)^3)^{-1}, \\
f_1 &= a_2 = c_* 4^{-1} (A_2 + B_1 g_0)^2, \quad a_1 = c_* 2^{-1} g_0 s (A_2 + B_1 g_0) + 2g_0, \\
f_0 &= g_0 + 2^{-1} a_1, \quad a_0 = c_* 4^{-1} (g_0 s)^2 + g_0 (2g_0 s + \lambda)(A_2 + B_1 g_0)^{-1}, \\
b_2 &= 2g_0^{-1} (a_1 - f_0), \quad b_1 = 4g_0^{-1} a_0, \quad g_0 = (2A_2 - A_1)(2B_2)^{-1}, \\
a_0^2 - 1 + g_0^2 b_0 + f_0^2 c_0 &= 0, \quad \lambda = -g_0^2 s (B_2 + B_1)(A_2 + B_1 g_0)^{-1}.
\end{aligned} \tag{17}$$

При условиях (17) решение имеет вид

$$\begin{aligned}\dot{p} &= -2^{-1} \left[(b_2 p^2 + b_1 p + b_0) (c_2 p^2 + c_1 p + c_0) \right]^{1/2}, \\ q^2 &= b_2 p^2 + b_1 p + b_0, \quad r^2 = c_2 p^2 + c_1 p + c_0, \quad v_1 = a_2 p^2 + a_1 p + a_0, \\ v_2 &= g_0 [b_2 p^2 + b_1 p + b_0]^{1/2}, \quad v_3 = (f_1 p + f_0) [c_2 p^2 + c_1 p + c_0]^{1/2}.\end{aligned}\quad (18)$$

Пример действительности решения (18) таков:

$$\begin{aligned}A_1 = A_3 = a, \quad A_2 = 1.5a, \quad B_1 = B_2 = B_3 = b, \quad (a > 0, b > 0), \quad s = s > 0, \\ c_* = 4(25as)^{-1}, \quad 625b^4 = 1204(as)^2.\end{aligned}\quad (19)$$

Отметим, что решения, полученные в случае (10) не имеют соответствующего аналога в обобщенной задаче, если дополнительно принято условие изоконичности [4]. Показано, что случай (11) невозможен. И в случае (12) характеризуется равенствами $n_1 = m_1 = 1$, $n = m = l = 2$. Выпишем условия на параметры и само решение для случая (12), приняв условие $g_0 = f_0$.

$$\begin{aligned}a_2 &= f_1 B_3 B_1^{-1}, \quad a_1 = 0, \quad g_1 = B_3 f_1 B_2^{-1}, \quad \mu_0 = [(B_3 - B_2)g_0 + A_2 - A_3] A_1^{-1}, \\ B_1 &= 2\mu_0 B_2 B_3 (B_3 - B_2)^{-1}, \quad f_1 = [4\mu_0 B_3 (A_3 - A_1 - g_0 B_3) + \\ &+ A_2 (B_3 - (1 + 2\mu_0)B_2)] (4\mu_0 B_3 s)^{-1}, \\ b_2 &= [(1 + 2\mu_0)B_2 - B_3] (4\mu_0^2 B_3)^{-1}, \quad c_2 = [(1 - 2\mu_0)B_3 - B_2] (4\mu_0^2 B_2)^{-1}, \\ b_1 &= B_2 g_0 [(1 + 4\mu_0)B_3 - (1 + 2\mu_0)B_2] (6\mu_0^2 B_3^2 f_1)^{-1}, \\ b_0 &= -a_0 (\mu_0 g_1)^{-1} - b_1 g_0 (2g_1)^{-1}, \quad c_0 = a_0 (\mu_0 f_1)^{-1} - c_1 g_0 (2f_1)^{-1}. \\ 4\mu_0 B_3 (A_3 - A_1 - g_0 B_3) + A_2 (B_3 - (1 + 2\mu_0)B_2) &= \\ = 4\mu_0 B_2 (A_2 - A_1 - g_0 B_2) + A_3 ((1 - 2\mu_0)B_3 - B_2), \\ A_2 B_2^2 [(1 + 2\mu_0)B_2 - (1 + 4\mu_0)B_3] &= A_3 B_3^2 [(1 - 4\mu_0)B_2 + (2\mu_0 - 1)B_3], \\ \lambda &= \{12\mu_0 B_3^2 f_1 (a_0 B_1 - g_0 s) + A_2 B_2 g_0 [(1 + 2\mu_0)B_2 - \\ &- (1 + 2\mu_0)B_3]\} (12\mu_0 B_3^2 f_1)^{-1} \wedge\end{aligned}\quad (20)$$

При условиях (19), (20) решение имеет вид

$$\begin{aligned}\dot{p} &= (2a_2)^{-1} (g_1 - f_1) \left[(b_2 p^2 + b_1 p + b_0) (c_2 p^2 + c_1 p + c_0) \right]^{1/2}, \\ q^2 &= Q(p) = b_2 p^2 + b_1 p + b_0, \quad r^2 = R(p) = c_2 p^2 + c_1 p + c_0,\end{aligned}$$

$$v_1 = \varphi(p) = a_2 p^2 + a_0, \quad v_2 = (g_1 p + g_0)(b_2 p^2 + b_1 p + b_0)^{1/2},$$

$$v_3 = (f_1 p + f_0)(c_2 p^2 + c_1 p + c_0)^{1/2}.$$

Пример действительности решения таков

$$A_1 = \frac{115}{63}a, \quad A_2 = 2a, \quad A_3 = a, \quad C_1 = C_2 = C_3, \quad B_2 = \frac{b}{4}, \quad B_3 = b,$$

$$a_0 = 0, \quad s = s, \quad (a > 0, b \neq 0); \quad \text{при условии } 161(Sa)^2 = 162b^4.$$

РЕЗЮМЕ

Досліджуються умови існування поліноміальних розв'язків узагальненої задачі щодо руху гіростату з нерухомою точкою. Структура розв'язків має такий вигляд, як і структура розв'язків класичної задачі, які приведені у роботах Горячева [1], Стеклова [2], Ковалевського [3]. При цьому уникли умови ізоконічності, використаної у роботі [4]. Побудовано чотири нових розв'язки узагальненої задачі.

SUMMARY

This work is devoted to research condition of existence of polynomial's solutions in degeneralization problem about the motion of girostate with fixed point. The structure of solutions as one of integration classic problem, which direction by Goryachev [1], Steplov [2], Kovalevsky [3]. Besides used isoconicx property which received [4]. Find four new solutions of deneration problem.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горячев Д.Н. Новое частное решение задачи о движении тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки // Тр. Отд. физ. наук Об-ва люб. ест-ния. – 1899. – Т.10. – Вып.1. – С.23-24.
2. Стеклов В.А. Новое частное решение дифференциальных уравнений тяжелого твердого тела, имеющего неподвижную точку // Тр. Отд. физ. наук Об-ва люб. ест-ния. – 1899. – Т.10. – Вып.1. – С.1-3.
3. Kowalewski N. Eine nene partikulare Lösung der Differenzial Gleichungen der Bewegung eines schweren starren Körpers um einen festen Punkt // Math. Ann. 1908. – В.65. – S.528-537.
4. Верховод Е.В., Горр Г.В. Один класс изоконических движений в обобщенной задаче динамики твердого тела с неподвижной точкой // Прикл. математика и механика. – 1993. – Т.57. – Вып.5. – С.25-34.
5. Tehia H.M. On the motion of a rigid body acted upon by potential and gyroscopi forces. I. The equations and their transformation // T. theoretical and applied mechanics. – 1986. – 5, №5. – P.748-753.

Надійшла до редакції 03.11.1997 р.

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧЕ О ДВИЖЕНИИ ГИРОСТАТА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Н.Г.Суворова

Полиномиальные решения рассматриваемой структуры полностью изучены в классической задаче о движении тяжелого тела с неподвижной точкой [1-4] и частично исследованы в обобщенной задаче динамики твердого тела, которая описывается уравнениями Кирхгоффа [5].

Данная работа посвящена рассмотрению условий существования указанного класса полиномиальных решений в задаче о движении гиростата с неподвижной точкой в магнитном поле с учетом эффекта Барнетта-Лондона [6,7]. Указан новый случай интегрируемости уравнений движения, который может быть охарактеризован, в частности, свойством изоконичности.

Постановка задачи. Предполагая, что твердое тело представляет собой тяжелый гиростат, вращение которого подчиняется эффекту Лондона, запишем уравнения движения в векторной форме:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\omega}} &= (\bar{A}\bar{\omega} + \bar{\lambda}) \times \bar{\omega} + \bar{B}\bar{\omega} \times \bar{v} + \bar{S} \times \bar{v} + \bar{v} \times \bar{C}\bar{v}, \\ \dot{\bar{v}} &= \bar{v} \times \bar{\omega}. \end{aligned} \quad (1)$$

Эти уравнения допускают только два первых интеграла:

$$\begin{aligned} (\bar{A}\bar{\omega} + \bar{\lambda}) \cdot \bar{v} &= K, \\ \bar{v} \cdot \bar{v} &= 1. \end{aligned} \quad (2)$$

В (1) и (2) обозначено: $\bar{\omega}$ – угловая скорость гиростата; $\bar{v}$ – единичный вектор, характеризующий направление оси симметрии силовых полей; $\bar{\lambda}$ – гиросtatический момент; $\bar{S}$ – вектор обобщенного центра масс; $\bar{A}$ – тензор инерции гиростата, построенный в произвольной точке; $\bar{B}$ и $\bar{C}$ – симметрические матрицы третьего порядка; точки над переменными обозначают относительную производную.

Пусть в (1) и (2) матрицы $\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{C}$ имеют диагональный вид, $\bar{\omega} = (p; q; r)$, $\bar{v} = (v_1; v_2; v_3)$, $\bar{S} = (S; 0; 0)$, $\bar{\lambda} = (\lambda; 0; 0)$

Тогда уравнения (1) и (2) дают:

$$\begin{aligned} A_1 \dot{p} &= (A_2 - A_3)qr + B_2 v_3 q - B_3 r v_2 + (C_3 - C_2) v_2 v_3, \\ A_2 \dot{q} &= (A_3 - A_1)pr + B_3 r v_1 - B_1 p v_3 - \lambda r - S v_3 + (C_1 - C_3) v_3 v_1, \\ A_3 \dot{r} &= (A_1 - A_2)pq + B_1 p v_2 - B_2 q v_1 + \lambda q + S v_2 + (C_2 - C_1) v_1 v_2, \\ \dot{v}_1 &= v_2 r - v_3 q, \\ \dot{v}_2 &= v_3 p - v_1 r, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\dot{v}_3 = v_1 q - v_2 p, \quad (4)$$

$$v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 = 1, \quad (A_1 p + \lambda)v_1 + A_2 q v_2 + A_3 r v_3 = K. \quad (5)$$

Будем искать решение уравнений (3)-(5) в виде:

$$q^2 = Q(p) = \sum_{k=0}^n b_k p^k, \quad r^2 = R(p) = \sum_{i=0}^m c_i p^i, \quad v_1 = \varphi(p) = \sum_{j=0}^l a_j p^j, \\ v_2 = q\psi(p), \quad v_3 = r\eta(p), \quad \psi(p) = \sum_{k=0}^{n_1} g_k p^k, \quad \eta(p) = \sum_{i=0}^{m_1} f_i p^i. \quad (6)$$

Здесь n, m, n_1, m_1, l – натуральные числа или нули, которые обозначают максимальные степени указанных полиномов; b_k, c_i, a_j, g_k, f_i – некоторые параметры, подлежащие определению.

Отметим, что в классической задаче о движении тяжелого твердого тела к таким классам относятся решения Горячева [1], Стеклова [2] и Ковалевского [3].

Подставим (6) в уравнения (3), (4) и интегралы (5):

$$A_1(\psi(p) - \eta(p)) = \varphi'(p)[(A_2 - A_3) + B_2\eta(p) - B_3\psi(p) + (C_3 - C_2)\psi(p)\eta(p)] \quad (7)$$

$$A_2 Q'(p)(\psi(p) - \eta(p)) = 2\varphi'(p)[(A_3 - A_1)p + B_3\varphi(p) - B_1 p\eta(p) - \lambda - S\eta(p) + (C_1 - C_3)\varphi(p)\eta(p)] \quad (8)$$

$$A_3 R'(p)(\psi(p) - \eta(p)) = [(A_1 - A_2)p + B_1 p\psi(p) - B_2\varphi(p) + \lambda + S\psi(p) + (C_2 - C_1)\varphi(p)\psi(p)] \quad (9)$$

$$(Q(p)\psi^2(p))'(\psi(p) - \eta(p)) = 2\varphi'(p)\psi(p)(p\eta(p) - \varphi(p)) \quad (10)$$

$$(R(p)\eta^2(p))'(\psi(p) - \eta(p)) = 2\varphi'(p)\eta(p)(\varphi(p) - \psi(p)) \quad (11)$$

$$\dot{p} = \frac{(\psi(p) - \eta(p))\sqrt{Q(p)R(p)}}{\varphi'(p)} \quad (12)$$

$$\varphi^2(p) - 1 + Q(p)\psi^2(p) + R(p)\eta^2(p) = 0 \quad (13)$$

$$(A_1 p + \lambda)\varphi(p) + A_2 Q(p)\psi(p) + A_3 R(p)\eta(p) = 0 \quad (14)$$

В формулах (7)-(14) штрихом обозначена производная от соответствующей функции по независимой переменной p . Если $Q(p), R(p), \varphi(p), \psi(p)$ и $\eta(p)$ определены, то уравнение (12) позволяет установить зависимость p от времени. Следуя работе [5] будем считать, что в рамках решений (6) гиротат совершает изоконическое движение. Тогда должно выполняться дополнительное инвариантное соотношение:

$$p(\varphi(p) - \varepsilon) + Q(p)\psi(p) + R(p)\eta(p) = 0 \quad (15)$$

где ε принимает значения ± 1 .

Новые решения. При исследовании условий существования изоконических движений в классе функций (6) одной из основных задач является поиска максимальных степеней, входящих в (7)-(15) полиномов. На этом

пути возникает ряд особых случаев. В работе были рассмотрены следующие случаи:

1. Случай $\psi(p) = g_0$, $\eta(p) = f_0$.
2. Случай $\psi(p) \neq \text{const}$, $\eta(p) = \text{const}$.
3. Случай $\phi(p) = a_1 p + a_0$.
4. Случай $l \neq 1$, $\psi(p) \neq \text{const}$, $\eta(p) \neq \text{const}$.

Из вышеперечисленных случаев решения в классе функций (6) дали только первый и четвертый случаи. В оставшихся вариантах было доказано, что изоконических движений в классе (6) не существует.

Итак, случай $\psi(p) = g_0$, $\eta(p) = f_0$ в классе (6) дает следующее решение:

$$\begin{aligned} q^2 &= \frac{a_1 p}{g_0(g_0 - f_0)} [(f_0 - a_1)p - 2a_0], \\ r^2 &= \frac{a_1 p}{f_0(g_0 - f_0)} [(a_1 - g_0)p + 2a_0], \\ v_1 &= a_1 p + a_0, \quad v_2 = g_0 \sqrt{\frac{a_1 p}{g_0(g_0 - f_0)} [(f_0 - a_1)p - 2a_0]}, \\ v_3 &= f_0 \sqrt{\frac{a_1 p}{f_0(g_0 - f_0)} [(a_1 - g_0)p + 2a_0]}, \\ \dot{p} &= \frac{a_1 p}{g_0 - f_0} \sqrt{\frac{1}{g_0 - f_0} [(f_0 - a_1)p - 2a_0] [(a_1 - g_0)p + 2a_0]}, \end{aligned} \quad (16)$$

где параметры S , λ , $C_3 - C_2$, $C_1 - C_3$ удовлетворяют соотношениям:

$$\begin{aligned} g_0(\lambda + Sf_0) &= a_0 [g_0 f_0 (C_1 - C_3) + B_3 g_0 + A_2], \\ f_0(\lambda + Sg_0) &= a_0 [g_0 f_0 (C_1 - C_2) + B_2 f_0 + A_3], \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} &[A_2 f_0 + g_0(A_1 - A_3) + g_0 f_0 B_1] - \\ &[A_2 - A_3 + B_2 f_0 - B_3 g_0 + (C_3 - C_2)g_0 f_0] - \\ &- A_1(g_0 - f_0)[A_2 + g_0 B_3 + (C_1 - C_3)g_0 f_0] = 0 \\ &[A_2 - A_3 + B_2 f_0 - B_3 g_0 + (C_1 - C_3)g_0 f_0][A_3 g_0 + (A_1 - A_2)f_0 + g_0 f_0 B_1] - \\ &- A_1(g_0 - f_0)[A_3 + f_0 B_2 + (C_1 - C_2)g_0 f_0] = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

Полиномиальные коэффициенты выражаются через свободные параметры g_0 и f_0 следующим образом:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{A_1(g_0 - f_0)}{A_2 - A_3 + B_2 f_0 - B_3 g_0 + (C_3 - C_2)g_0 f_0}, \\ b_2 &= \frac{a_1(f_0 - a_1)}{g_0(g_0 - f_0)}, \quad b_1 = -\frac{2a_1 a_0}{g_0(g_0 - f_0)}, \\ c_2 &= \frac{a_1(a_1 - g_0)}{f_0(g_0 - f_0)}, \quad c_1 = \frac{2a_1 a_0}{f_0(g_0 - f_0)}. \end{aligned} \quad (19)$$

Общий случай ($l \neq 1$) дает новое решение уравнений (1) и (2):

$$\begin{aligned} q^2 &= Q(p) = b_2 p^2 + b_1 p + b_0, \quad r^2 = R(p) = c_2 p^2 + c_1 p + c_0, \\ v_1 &= \varphi(p) = a_2 p^2 + a_1 p + a_0, \quad v_2 = q\psi(p), \quad v_3 = r\eta(p), \\ \psi(p) &= g_1 p + g_0, \quad \eta(p) = f_1 p + f_0, \\ \dot{p} &= \mu \sqrt{Q(p)R(p)}, \quad \mu = \frac{B_2 - B_3}{2B_1}. \end{aligned} \quad (20)$$

Для описания значений коэффициентов полиномиальных решений вводим параметры:

$$\alpha = \frac{B_2}{B_1}, \quad \beta = \frac{B_3}{B_1}, \quad (21)$$

удовлетворяющие условию:

$$\beta^2 + \beta(\alpha - 1) + \alpha(\alpha - 1) = 0 \quad (22)$$

Кроме того введем параметры η_0 и η_1 следующим образом:

$$A_1 = \eta_0 + \eta_1 B_1, \quad A_2 = \eta_0 + \eta_1 B_2, \quad A_3 = \eta_0 + \eta_1 B_3, \quad (23)$$

которые, как показывают вычисления, связаны условием $3\eta_0 = \eta_1 B_1$. Таким образом, моменты инерции гиростата определены значениями:

$$A_1 = \frac{4\eta_1 B_1}{3}, \quad A_2 = \frac{\eta_1 (B_1 + 3B_2)}{3}, \quad A_3 = \frac{\eta_1 (B_1 + 3B_3)}{3} \quad (24)$$

а параметры S и λ таковы:

$$S = -\frac{3\epsilon\alpha\beta B_1}{\eta_1(\alpha + \beta)}, \quad \lambda = \frac{2}{3} S \eta_1. \quad (25)$$

Значения коэффициентов решения (20) выражаем через $\alpha, \beta, \eta_1, S, \lambda, B_1$:

$$\begin{aligned} b_2 &= -\frac{1-\beta}{\alpha(\alpha-\beta)}, \quad c_2 = \frac{1-\alpha}{\beta(\alpha-\beta)}, \quad a_2 = \frac{\eta_1 B_1 (1-\beta)(1-\alpha)}{2S\alpha\beta}, \\ b_1 &= -\frac{4S}{3\alpha B_1(\alpha-\beta)}, \quad c_1 = \frac{4S}{3\beta B_1(\alpha-\beta)}, \quad a_1 = \frac{2\eta_1(1-\alpha-\beta)}{3\alpha\beta}, \end{aligned} \quad (26)$$

где α и β связаны соотношениями:

$$3(\alpha - \beta) + 4 > 0, \quad 3(\alpha + \beta) - \alpha > 0, \quad 3(\beta - \alpha) + 5 > 0.$$

Таким образом, в работе доказано, что изоконические движения в рамках полиномиальных решений (6) существуют только в двух случаях:

1. $\psi(p) = g_0, \quad \eta(p) = f_0,$
2. $m = n = l = 2, \quad n_1 = m_1 = 1,$

которые дают новые решения уравнений (1) и (2).

РЕЗЮМЕ

У роботі розглянуто умови існування певного класу поліноміальних розв'язків у проблемі щодо руху гіростату з нерухомою точкою у магнітному полі з урахуванням ефекту Барнетта-Лондона. Визначено новий випадок інтегровності рівнянь руху, який може бути характеризований як властивість ізоконічності.

Бібл. – 7 назв.

SUMMARY

Present work devoted to consideration of condition of the specific class of polynomial solutions in the problem about the motion of girostate with the fixed point in magnetic field with regard of Barnett-London effect. The new class of integrability equation of motion, which may be describe, in particular, with isconicx property, was indicate.

Bibliography – 7 titles

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Верховод Е.В., Горр Г.В. Новые случаи изоконических движений в обобщенной задаче динамики твердого тела с неподвижной точкой // прикладная математика и механика. 1993. – Том 57. – Вып.5. – С.25-34.
2. Горячев Д.Н. Новое частное решение задачи о движении тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки // Труды Отд. физ. Наук о-ва любителей естествознания. – 1899. – Т.10. – Вып.1. – С.23-24.
3. Самсонов В.А. О вращении тела в магнитном поле // Механика твердого тела. – 1984. – №4. – С.32-34.
4. Стеклов В.А. Новое частное решение дифференциальных уравнений движения тяжелого твердого тела, имеющего неподвижную точку // Труды Отд. физ. Наук о-ва любителей естествознания. – 1899. – Т.10. – Вып.1. – С.1-3.
5. Козлов В.В. К задаче о вращении твердого тела в магнитном поле // Механика твердого тела. – 1985. – №6. – С.28-33.
6. Харламов П.В. Лекции по динамике твердого тела // Новосибирск, Изд-во Новосибирского ун-та, 1965. – 221с.
7. Kowalewski N. Eine neue particulare Losung der Differenzial Gleichungen der Bewegung eines schweren starren Korpers um eines festen Punkt // Math. ann. 1908. Bd.65. S.528-537

Надійшла до редакції 22.12.1997 р.

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ В ПРОСТРАНСТВАХ ХАРДИ H^p В ТРУБЧАТЫХ ОБЛАСТЯХ НАД ОТКРЫТЫМИ КОНУСАМИ ПРИ $p \in (0,1)$

А.В. Товстолис

Пространства Харди в трубчатых областях для любого $p > 0$ изучаются в монографии [1]. Простейший частный случай пространств Харди на полуплоскости (конус в основании – полупрямая) исследован достаточно полно. Для введения мультипликаторов, например, нужно определить преобразование Фурье функции из H^p . При $p \in [1,2]$ действует классическое определение, а при $p > 2$ преобразование Фурье вводится как обобщенная функция (см. там же). Преобразование Фурье при $p \in (0,1)$ в частном случае определено в [2].

Целью статьи является введение преобразования Фурье в общем случае пространств H^p в трубчатых областях в $\mathbb{C}^n$ над открытыми конусами при $p \in (0,1)$ и $n \in \mathbb{N}$. Изучение мультипликаторов в таких пространствах и их применение к теории приближений функций автор предполагает изложить в другой статье.

Пусть B – открытое множество в $\mathbb{R}^n$; $n \in \mathbb{N}$. *Трубчатой областью с основанием B* называется множество

$$T_B = \{z \in \mathbb{C}^n; z = x + iy; x \in \mathbb{R}^n, y \in B\}.$$

Будем предполагать, что B – открытый конус в $\mathbb{R}^n$.

Множество $\Gamma \subset \mathbb{R}^n$ называется *открытым конусом в $\mathbb{R}^n$* , если для него выполнены следующие условия:

- (i) Γ – открытое множество в $\mathbb{R}^n$; (ii) $\Gamma \neq \emptyset$; (iii) $0 \notin \Gamma$;
- (iv) $\forall x, y \in \Gamma, \alpha, \beta > 0 \quad \alpha \cdot x + \beta \cdot y \in \Gamma$.

Очевидно, что Γ – выпуклое множество.

Будем говорить, что голоморфная на T_B функция F принадлежит пространству $H^p(T_B)$, $p > 0$, если

$$\|F\|_{H^p} = \sup_{y \in B} \left(\int_{\mathbb{R}^n} |F(x + iy)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}} < \infty.$$

Пусть Γ – открытый конус. Для $\delta \in \Gamma$ положим $\Gamma_\delta = \{y + \delta, y \in \Gamma\}$.

В силу (iv) в определении открытого конуса $\Gamma_\delta \subset \Gamma$.

Для дальнейших рассуждений нам понадобится следующая величина:

$$D_{\delta, \Gamma} = \text{dist}(\Gamma_{\delta}, \mathbf{R}^n \setminus \Gamma) = \inf \{ |y_1 - y_2| : y_1 \in \Gamma_{\delta}, y_2 \notin \Gamma \}.$$

Несложно видеть, что $\text{dist}(\delta, \mathbf{R}^n \setminus \Gamma) = D_{\delta, \Gamma}$.

Лемма 1: Пусть Γ — открытый конус в $\mathbf{R}^n$. Тогда, если $F \in H^p(T_{\Gamma})$, $p > 0$, то $\forall \delta \in \Gamma$ функция $F_{\delta}(\cdot) = F(\cdot + i\delta)$ будет принадлежать всем $H^q(T_{\Gamma})$, $p \leq q \leq \infty$; при этом:

$$\|F_{\delta}\|_{H^q} \leq (\Omega(n, p))^{1-p/q} D_{\delta, \Gamma}^{-n(1/p-1/q)} \|F\|_{H^p},$$

где $\Omega(n, p) = (\Omega_n / \Omega_{2n})^{1/p}$ (здесь Ω_m — объем единичного шара в $\mathbf{R}^m$).

Доказательство. Из леммы 2.12 в [1], гл. III, §2, с. 115 и ее доказательства следует, что

$$\sup_{z \in T_{\Gamma\delta}} |F(z)| \leq \Omega(n, p) D_{\delta, \Gamma}^{-n/p} \|F\|_{H^p}, \text{ где } \Omega(n, p) = (\Omega_n / \Omega_{2n})^{1/p}.$$

В силу еще непрерывности F на $\bar{T}_{\Gamma\delta}$ это и есть искомое неравенство при $q = \infty$. При $q = p$ оно тривиально. Для $p < q < \infty$ имеем: $\forall t \in \Gamma$

$$\int_{\mathbf{R}^n} |F(x + it)|^q dx = \int_{\mathbf{R}^n} |F(x + it)|^p |F(x + it)|^{q-p} dx \leq (\Omega(n, p) D_{t, \Gamma}^{-n/p})^{q-p} \|F\|_{H^p}^q.$$

Очевидно, что если $F \in H^p(T_{\Gamma})$, то и $F_{\delta} \in H^p(T_{\Gamma})$ при $\delta \in \Gamma$. Поэтому, учитывая еще, что $F_{\delta}(x + it) = F_t(x + i\delta)$ и $\|F_t\|_{H^p} \leq \|F\|_{H^p}$, получаем:

$$\begin{aligned} \sup_{t \in \Gamma} \left(\int_{\mathbf{R}^n} |F_{\delta}(x + it)|^q dx \right)^{1/q} &\leq \sup_{t \in \Gamma} \left((\Omega(n, p) D_{\delta, \Gamma}^{-n/p})^{q-p} \|F_t\|_{H^p}^q \right)^{1/q} \leq \\ &\leq \sup_{t \in \Gamma} \left((\Omega(n, p) D_{\delta, \Gamma}^{-n/p})^{q-p} \|F\|_{H^p}^q \right)^{1/q} = (\Omega(n, p))^{1-p/q} D_{\delta, \Gamma}^{-n(1/p-1/q)} \|F\|_{H^p}. \end{aligned}$$

Лемма 1 доказана. $\square$

Из нее следует, в частности, что если $F \in H^p(T_{\Gamma})$; $(0 < p \leq 1)$; то $F_{\delta} \in H^1(T_{\Gamma}) \cap H^2(T_{\Gamma})$ при любом $\delta \in \Gamma$; поэтому мы можем говорить о преобразовании Фурье $F_{\delta}(x)$ в классическом смысле и о формуле обращения.

Пусть Γ — открытый конус. **Сопряженным конусом** к Γ называется множество: $\Gamma^* = \{x \in \mathbf{R}^n : (x, t) \geq 0, t \in \Gamma\}$. Γ^* — замкнутое множество. Если Γ^* имеет непустую внутренность, то его называют **замкнутым конусом**; в этом случае будем говорить, что Γ — **острый конус**.

Если $F \in L_1(\mathbf{R}^n)$, то под ее **преобразованием Фурье** понимается функция:

$$\hat{F}(y) = \int_{\mathbf{R}^n} F(t) e^{-2\pi i(y,t)} dt; \quad y \in \mathbf{R}^n. \quad (0)$$

Пусть Γ – острый открытый конус в $\mathbf{R}^n$;

$F \in H^1(T_\Gamma) \cap H^2(T_\Gamma) \cap C(T_\Gamma \cup \mathbf{R}^n)$. Тогда $F \in L_1(\mathbf{R}^n) \cap L_2(\mathbf{R}^n) \cap C(\mathbf{R}^n)$; поэтому $\hat{F}$ существует $\forall y \in \mathbf{R}^n$ и по формуле обращения $\forall t \in \mathbf{R}^n$

$$F(t) = \int_{\mathbf{R}^n} \hat{F}(y) e^{2\pi i(y,t)} dy \text{ – единственное представление.}$$

А в силу теоремы 3.1. в [1], гл. III, §3, с. 118 $\forall z \in T_\Gamma \cup \mathbf{R}^n$

$$F(z) = \int_{\Gamma^*} \hat{F}(y) e^{2\pi i(y,z)} dy \text{ и } \|F\|_{H^2} = \left(\int_{\Gamma^*} |\hat{F}(t)|^2 dt \right)^{1/2}.$$

Отсюда видно, что $H^2(T_\Gamma)$ содержит функции, не равные тождественно нулю, тогда и только тогда, когда Γ – острый конус.

Таким образом справедлива:

Лемма 2:

Пусть Γ – открытый конус; $F \in H^1(T_\Gamma) \cap H^2(T_\Gamma) \cap C(T_\Gamma \cup \mathbf{R}^n)$.

Тогда:

$$F(z) = \int_{\Gamma^*} \hat{F}(y) e^{2\pi i(y,z)} dy; \quad \forall z \in T_\Gamma \cup \mathbf{R}^n,$$

где $\hat{F}$ – преобразование Фурье функции F , определяемое формулой (0).

При этом $\hat{F}$ обладает следующими свойствами:

1) $\hat{F} \in C(\mathbf{R}^n)$; 2) $\text{supp } \hat{F} \subset \Gamma^*$; 3) $\hat{F} \in L_2(\Gamma^*)$;

$$4) \|F\|_{H^2} = \left(\int_{\Gamma^*} |\hat{F}(t)|^2 dt \right)^{1/2}.$$

Замечание:

Если $F \in H^p(T_\Gamma)$ при $0 < p \leq 1$, то, очевидно, при любом $\delta \in \Gamma$ функция F_δ удовлетворяет условиям леммы 2.

Теперь перейдем к самой функции F . Нам понадобятся обобщенные функции медленного роста (см., напр., [1], гл. I, §3).

Пространство $\mathcal{P}$ основных функций состоит из всех функций $\varphi \in C^\infty(\mathbf{R}^n)$, таких, что:

$$\sup_{x \in \mathbf{R}^n} |x^\alpha (D^\beta \varphi)(x)| < \infty$$

для всех мультииндексов $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ и $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_n)$.

Совокупность $\mathcal{S}'$ всех линейных непрерывных функционалов на $\mathcal{S}$ называется *пространством обобщенных функций медленного роста*.

Напомним, что если $G \in \mathcal{S}'$, то его преобразование Фурье вводится так: $\hat{G}(\varphi) = G(\hat{\varphi}) \quad \forall \varphi \in \mathcal{S}$ (здесь $\hat{\varphi}$ – обычное преобразование Фурье функции φ). Т.к. преобразование Фурье – изоморфизм $\mathcal{S}$ на $\mathcal{S}$, то корректным является и определение обратного преобразования Фурье: $\tilde{G}(\varphi) = G(\tilde{\varphi}) \quad \forall \varphi \in \mathcal{S}$ (здесь $\tilde{\varphi}$ – обратное преобразование Фурье функции φ).

Основным результатом настоящей статьи является следующее утверждение:

Теорема. Пусть Γ – открытый конус в $\mathbf{R}^n$; $F \in H^p(T_\Gamma)$, $0 < p \leq 1$. Тогда $\lim_{\substack{t \rightarrow 0 \\ t \in \Gamma}} F(x + it)$ существует в смысле теории обобщенных функций

медленного роста, т.е.:

$$\forall \varphi \in \mathcal{S} \quad \lim_{\substack{t \rightarrow 0 \\ t \in \Gamma}} \int F(x + it) \varphi(x) dx = L(\varphi), \text{ где } L \in \mathcal{S}'.$$

При этом $\hat{L}$ – регулярная обобщенная функция медленного роста, порождаемая обычной функцией, которая может быть вычислена по формуле (правая часть не зависит от $\delta \in \Gamma$):

$$\hat{F}_0(\xi) = e^{2\pi(\xi, \delta)} \hat{F}_\delta(\xi) \quad \forall \delta \in \Gamma; \quad \xi \in \mathbf{R}^n,$$

где $\hat{F}_\delta$ – классическое преобразование Фурье функции F_δ

(в случае $p = 1$ – это просто преобразование Фурье функции F).

Доказательство:

Если Γ не является острым конусом, то утверждение тривиально в силу леммы 2 (в этом случае $H^p(T_\Gamma)$ не содержит ненулевых функций), поэтому считаем далее, что Γ – острый открытый конус.

Пусть $\delta \in \Gamma$. Из леммы 1 при $q = 1$ получаем: $\sup_{t \in \Gamma} \int |F_\delta(x + it)| dx < \infty$.

В силу непрерывности $F_\delta(\cdot)$ на $\bar{T}_\Gamma$ получаем, что $\forall x \in \mathbf{R}^n$ существует $\lim_{\substack{t \rightarrow 0 \\ t \in \Gamma}} F_\delta(x + it) = F_\delta(x)$ и $F_\delta \in L_1(\mathbf{R}^n)$.

Возьмем произвольное $t \in \Gamma$. Для него $F_{\delta+it} \in L_1(\mathbf{R}^n)$. Т.к. еще $F_\delta \in L_1(\mathbf{R}^n)$, то можем говорить о преобразованиях Фурье и $\forall \xi \in \mathbf{R}^n$ имеем:

$$\hat{F}_{\delta+it}(\xi) = \hat{F}_\delta(\xi) e^{-2\pi(\xi, t)} = \hat{F}_{0, \delta}(\xi) e^{-2\pi(\xi, t+\delta)}, \quad (1)$$

где $\hat{F}_{0, \delta}(\xi) = \hat{F}_\delta(\xi) e^{2\pi(\xi, \delta)}$.

Используя свойство преобразования Фурье сдвига (см., напр., [1], с.10) легко показать, что $\hat{F}_{0,\delta}(\xi)$ не зависит от выбора $\delta \in \Gamma$; поэтому будем писать просто:

$$\hat{F}_0(\xi) = \hat{F}_\delta(\xi) e^{2\pi(\xi, \delta)}. \quad (2)$$

Т.к. $\hat{F}_\delta \in C(\mathbf{R}^n)$, то и $\hat{F}_0 \in C(\mathbf{R}^n)$.

С учетом (2) равенства (1) можно переписать в виде:

$$\hat{F}_{\delta+it}(\xi) = \hat{F}_0(\xi) e^{-2\pi(\xi, t+\delta)}, \quad \delta \in \Gamma. \quad (3)$$

Возьмем произвольное $t \in \Gamma$. Используя (2) с t вместо δ , получаем:

$$\hat{F}_0(\xi) e^{-2\pi(\xi, t)} = \hat{F}_t(\xi) = \int_{\mathbf{R}^n} F_t(x) e^{-2\pi i(\xi, x)} dx = \int_{\mathbf{R}^n} F(x+it) e^{-2\pi i(\xi, x)} dx.$$

Поэтому, $\forall \xi \in \mathbf{R}^n$, применяя еще лемму 1 с $q=1$, имеем:

$$\begin{aligned} \left| \hat{F}_0(\xi) e^{-2\pi(\xi, t)} \right| &= \left| \int_{\mathbf{R}^n} F(x+it) e^{-2\pi i(\xi, x)} dx \right| \leq \int_{\mathbf{R}^n} |F(x+it)| dx = \|F_t\|_1 = \\ &= \lim_{\substack{\xi \rightarrow 0 \\ \xi \in \Gamma}} F_t(x+i\xi) \leq \|F_t\|_{H^1} \leq (\Omega(n, p))^{1-p} D_{t, \Gamma}^{-n(1/p-1)} \|F\|_{H^p}. \end{aligned}$$

В силу произвольности $t \in \Gamma$ имеем: $\forall t \in \Gamma, \forall \xi \in \mathbf{R}^n$

$$\left| \hat{F}_0(\xi) \right| \leq (\Omega(n, p))^{1-p} D_{t, \Gamma}^{-n(1/p-1)} e^{2\pi(\xi, t)} \|F\|_{H^p}. \quad (4)$$

Левая часть неравенства (4) от t не зависит, поэтому можно оптимизировать правую часть, выбрав t подходящим образом.

В силу свойства 2) в лемме 2 нам нужно вести дальнейшую оценку лишь для $\xi \in \Gamma^* \setminus \partial\Gamma^*$; при других ξ мы имеем $\hat{F}_0(\xi) = 0$.

Возьмем произвольный вектор $t_0 \in \Gamma$: $|t_0| = 1$. В силу геометрии конуса, очевидно, что $\forall a > 0 \quad D_{a \cdot t_0, \Gamma} = a \cdot D_{t_0, \Gamma}$. Поэтому, при $\xi \in \Gamma^* \setminus \partial\Gamma^*$ можно взять в (4) в качестве t следующий вектор: $t = \frac{1}{|\xi|} \cdot t_0 \in \Gamma$. Для него

$e^{2\pi(\xi, t)} \leq e^{2\pi|\xi||t|} = e^{2\pi}$ и $D_{t, \Gamma} = \frac{1}{|\xi|} \cdot D_{t_0, \Gamma}$. В силу (4) имеем:

$$\left| \hat{F}_0(\xi) \right| \leq (\Omega(n, p))^{1-p} D_{t_0, \Gamma}^{-n(1/p-1)} e^{2\pi} \|F\|_{H^p} |\xi|^{n(1/p-1)}. \quad (5)$$

Обозначим $A(n, p, \Gamma) = (\Omega(n, p))^{1-p} D_{t_0, \Gamma}^{-n(1/p-1)} e^{2\pi}$. В силу произвольности ξ неравенство (5) переписывается в виде:

$$\left| \hat{F}_0(\xi) \right| \leq A(n, p, \Gamma) \|F\|_{H^p} |\xi|^{n(1/p-1)} \quad (\forall \xi \in \Gamma^*). \quad (5')$$

Т.к. $F_t \in L_1(\mathbf{R}^n)$ при любом $t \in \Gamma$, из (2) и формулы умножения (см., напр., теорему 1.15 в [1], гл. I, § 1, с. 15), с учетом еще свойства 2) в лемме 2, имеем $\forall \varphi \in \mathcal{S}$

$$\begin{aligned} \int_{\mathbf{R}^n} F(x+it)\varphi(x)dx &= \int_{\mathbf{R}^n} F_t(x)\varphi(x)dx = \int_{\mathbf{R}^n} \hat{F}_t(\xi)\tilde{\varphi}(\xi)d\xi = \\ &= \int_{\mathbf{R}^n} \hat{F}_0(\xi)e^{-2\pi(\xi,t)}\tilde{\varphi}(\xi)d\xi = \int_{\Gamma^*} \hat{F}_0(\xi)e^{-2\pi(\xi,t)}\tilde{\varphi}(\xi)d\xi. \end{aligned}$$

Итак, имеем: $\forall t \in \Gamma$, $\forall \varphi \in \mathcal{S}$

$$\int_{\mathbf{R}^n} F(x+it)\varphi(x)dx = \int_{\Gamma^*} \hat{F}_0(\xi)e^{-2\pi(\xi,t)}\tilde{\varphi}(\xi)d\xi. \quad (6)$$

Т.к. $\forall t \in \Gamma$ и $\forall \xi \in \Gamma^*$ $(\xi, t) \geq 0$, то, используя теорему Лебега о мажорируемой сходимости, $\forall \varphi \in \mathcal{S}$ имеем:

$$\begin{aligned} \lim_{\substack{t \rightarrow 0 \\ t \in \Gamma}} \int_{\mathbf{R}^n} F(x+it)\varphi(x)dx &= \lim_{\substack{t \rightarrow 0 \\ t \in \Gamma}} \int_{\Gamma^*} \hat{F}_0(\xi)e^{-2\pi(\xi,t)}\tilde{\varphi}(\xi)d\xi = \\ &= \int_{\Gamma^*} \lim_{\substack{t \rightarrow 0 \\ t \in \Gamma}} (\hat{F}_0(\xi)e^{-2\pi(\xi,t)}\tilde{\varphi}(\xi))d\xi = \int_{\Gamma^*} \hat{F}_0(\xi)\tilde{\varphi}(\xi)d\xi = \int_{\mathbf{R}^n} \hat{F}_0(\xi)\tilde{\varphi}(\xi)d\xi. \end{aligned}$$

Итак: $\forall \varphi \in \mathcal{S}$

$$\lim_{\substack{t \rightarrow 0 \\ t \in \Gamma}} \int_{\mathbf{R}^n} F(x+it)\varphi(x)dx = \int_{\mathbf{R}^n} \hat{F}_0(\xi)\tilde{\varphi}(\xi)d\xi = L(\varphi). \quad (7)$$

Из (5') ясно, что $L \in \mathcal{S}'$ и при этом $\hat{L}(\varphi) = L(\hat{\varphi}) = \int_{\mathbf{R}^n} \hat{F}_0(\xi)\varphi(\xi)d\xi$ – регу-

лярная обобщенная функция медленного роста, которую можно отождествить с $\hat{F}_0(\xi)$. Тем самым, доказательство теоремы закончено. $\square$

Отметим, что при $1 \leq p < \infty$ мы имеем сильную сходимость (см. теорему 5.6 из [1], гл. III, § 5, с. 137).

Теперь мы можем ввести преобразование Фурье функции из $H^p(T_\Gamma)$, $0 < p \leq 1$.

Определение 1. Пусть Γ – открытый конус в $\mathbf{R}^n$. Под преобразованием Фурье функции $F \in H^p(T_\Gamma)$, $0 < p \leq 1$ понимается функция:

$\hat{F}(\xi) = \hat{F}_0(\xi) = e^{2\pi(\xi, \delta)} \hat{F}_\delta(\xi)$, $\delta \in \Gamma$ выбирается произвольно, $\xi \in \mathbf{R}^n$ (в случае $p = 1$ – это классическое преобразование Фурье предельной функции – см. замечание после теоремы 1).

Отметим следующие свойства преобразования Фурье, которые несложно доказать, используя свойства преобразования Фурье при $p = 1$.

Сдвиг. Пусть τ_h – оператор сдвига, переводящий функцию $g(\cdot)$ в $g(\cdot - h)$, $h \in \mathbf{R}^n$; $F \in H^p(T_\Gamma)$, $0 < p \leq 1$. Тогда:

$$\left(e^{2\pi i(\cdot, h)} F(\cdot) \right)^\wedge(x) = (\tau_h \hat{F})(x); \quad x \in \mathbf{R}^n.$$

Подобие. Пусть $a > 0$, δ_a – оператор растяжения с коэффициентом a , переводящий функцию $g(\cdot)$ в $g(a \cdot)$; $F \in H^p(T_\Gamma)$, $0 < p \leq 1$. Тогда:

$$a^n (\delta_a F)^\wedge(x) = \hat{F}(a^{-1}x); \quad x \in \mathbf{R}^n.$$

Непрерывность. Если $F \in H^p(T_\Gamma)$, $0 < p \leq 1$, то $\hat{F} \in C(\mathbf{R}^n)$.

Из свойства 2) в лемме 2 имеем:

Носитель. Если $F \in H^p(T_\Gamma)$, $0 < p \leq 1$, то $\text{supp } \hat{F} \subset \Gamma^*$.

Из (5') следует:

Оценка роста. Если $F \in H^p(T_\Gamma)$, $0 < p \leq 1$, то

$$|\hat{F}(\xi)| \leq A(n, p, \Gamma) \|F\|_{H^p} |\xi|^{n(1/p-1)} \quad \forall \xi \in \Gamma^*.$$

Используя леммы 1 и 2, несложно показать, что имеет место

Формула обращения. Если $F \in H^p(T_\Gamma)$, $0 < p \leq 1$, то

$$F(z) = \int_{\Gamma^*} \hat{F}(t) e^{2\pi i(z, t)} dt \quad \forall z \in T_\Gamma.$$

РЕЗЮМЕ

Доводиться одна гранична теорема для просторів Харді H^p в трубчастих областях над відкритими конусами при $p \in (0, 1]$ в термінах узагальнених функцій повільного зростання та вводиться означення перетворення Фур'є функцій із цих просторів, що узгоджене з добре відомим означенням перетворення Фур'є в L_p при $p \geq 1$.

SUMMARY

It proves one boundary theorem for the Hardy spaces H^p in tube domains over opened cones for $p \in (0, 1]$ in the terms of tempered distributions. The definition of Fourier transform of function from this spaces is given. It agrees with well known definition of Fourier transform in L_p for $p \geq 1$.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. И.Стейн, Г.Вейс. Введение в гармонический анализ на евклидовых пространствах. – М.: Мир, 1974, – 336с.
2. C. Fefferman and E.M. Stein. H^p – spaces of several variables // Acta Mathematica 129, 1972. – pp.137-193.

Надійшла до редакції 01.02.1997 р.

УДК 539.3

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ АНИЗОТРОПНОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА С ЭЛЛИПТИЧЕСКИМИ ПОЛОСТЬЯМИ И ТРЕЩИНАМИ

Е.В. Авдюшина

Рассмотрим анизотропное полупространство с эллиптическими полостями, поперечным сечением которого является многосвязная нижняя полуплоскость S с прямолинейной границей L_0 и эллиптическими отверстиями с полуосями a_l , b_l и контурами L_l ($l = \overline{1, L}$) (рис.1). На конечной части плоской границы и на поверхностях полостей действуют распределенные нормальные и касательные усилия, причем их главный вектор на поверхности каждой из полостей равен нулю. На бесконечности отсутствует вращение и действуют усилия $\sigma_x^\infty = p$, $\tau_{xz}^\infty = 0$. В силу незагруженности на бесконечности плоской поверхности также имеют место равенства $\sigma_y^\infty = \tau_{yz}^\infty = \tau_{xy}^\infty = 0$.

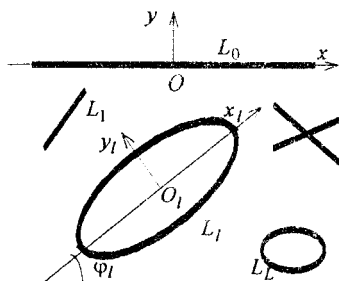


Рис. 1. Многосвязная анизотропная полуплоскость с отверстиями и трещинами

Определение напряженного состояния рассматриваемого полупространства сводится к нахождению комплексных потенциалов $\Phi_k(z_k)$ ($k = 1, 2, 3$) [1] из соответствующих граничных условий на прямолинейной границе L_0 и на контурах отверстий L_l .

Комплексные потенциалы $\Phi_k(z_k)$ определены в областях S_k , получаемых из заданной многосвязной нижней полуплоскости S аффинными преобразованиями $z_k = x + \mu_k y$. Области S_k являются нижними полуплоскостями, ограниченными эллипсами L_{kl} , соответствующими контурам L_l . В общем случае $\Phi_k(z_k)$ имеют вид [3]

$$\Phi_k(z_k) = \Gamma_k z_k + \Phi_{k0}(z_k) + \Phi_{kl}(z_k), \quad (1)$$

где Γ_k — известные постоянные; μ_k — корни известного характеристического уравнения [1]; $\Phi_{k0}(z_k)$ — функции, голоморфные в нижних полуплоскостях S_k ; $\Phi_{kl}(z_k)$ — функции, голоморфные вне отверстий L_{kl} .

Используя метод интегралов типа Коши, функции $\Phi_{k0}(z_k)$ будем находить из граничных условий на прямолинейной границе L_0 [4]

$$\begin{aligned}\Phi_3^-(t) = & -\tau_{yz}^0 + \lambda_{4j}\Phi_j^-(t) + \bar{\lambda}_{4j}\bar{\Phi}_j^+(t) + \lambda_{4j+1}\Phi_{j+1}^-(t) + \\ & + \bar{\lambda}_{4j+1}\bar{\Phi}_{j+1}^+(t) - \bar{\Phi}_3^+(t), \\ \Phi_j^-(t) + & \bar{r}_j\bar{\Phi}_j^+(t) + \bar{s}_{j+1}\bar{\Phi}_{j+1}^+(t) + \bar{e}_j\bar{\Phi}_3^+(t) = f_j(t).\end{aligned}\quad (2)$$

Здесь $\bar{r}_j, \bar{s}_j, \bar{e}_j$ – известные постоянные; $f_j(t)$ – функции, зависящие от загрузки плоской границы полупространства; j – индекс, принимающий значение 1, 2, причем при $j=2$ значение индекса $j+1$ формально полагается равным 1.

Отобразим конформно внешность единичного круга $|\zeta_{kl}(z_k)| \geq 1$ на внешности эллипсов L_{kl}

$$z_k - z_{k0} = R_{kl}(\zeta_{kl} + m_{kl}/\zeta_{kl}), \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned}z_{k0} &= x_{0l} + \mu_k y_{0l}, \\ R_{kl} &= [a_l(\cos \varphi_l + \mu_k \sin \varphi_l) + ib_l(\sin \varphi_l - \mu_k \cos \varphi_l)]/2, \\ m_{kl} &= [a_l(\cos \varphi_l + \mu_k \sin \varphi_l) - ib_l(\sin \varphi_l - \mu_k \cos \varphi_l)]/2R_{kl};\end{aligned}\quad (4)$$

x_{0l}, y_{0l} – координаты центра эллипса L_l в основной системе координат Oxy ; φ_l – угол между осями Ox и Ox_l основной и локальной систем координат, отсчитываемых от положительного направления Ox против часовой стрелки. Функции $\Phi_{kl}(z_k)$, голоморфные вне всех эллипсов L_{kl} , в отображенных областях $\zeta_{kl}(z_k)$ можно разложить в ряды Лорана. Учитывая это, подставляя функции (1) в граничные условия (2) и применяя метод интегралов типа Коши [4], окончательно для функций $\Phi'_k(z_k)$ найдем

$$\begin{aligned}\Phi'_k(z_k) = & \Gamma_k + \sum_{l=1}^L \sum_{n=1}^{\infty} \{ l_{k1n} \alpha_{k1n} - l_{k1} \bar{\Phi}_{1ln}(z_k) \bar{\alpha}_{1ln} - \\ & - l_{k2} \bar{\Phi}_{2ln}(z_k) \bar{\alpha}_{2ln} - l_{k3} \bar{\Phi}_{3ln}(z_k) \bar{\alpha}_{3ln} \},\end{aligned}\quad (5)$$

где

$$\begin{aligned}l_{11} = \bar{r}_1, l_{12} = \bar{s}_2, l_{13} = \bar{e}_1, l_{21} = \bar{s}_1, l_{22} = \bar{r}_2, l_{23} = \bar{e}_2, l_{31} = \bar{p}_1, l_{32} = \bar{p}_2, \\ l_{33} = \bar{p}_3, \bar{p}_j = -\bar{\lambda}_{4j} + \bar{r}_j \lambda_{4j} + \bar{s}_j \lambda_{4j+1} \quad (j=1,2), \bar{p}_3 = 1 + \bar{e}_1 \lambda_{41} + \bar{e}_2 \lambda_{42};\end{aligned}\quad (6)$$

$$\begin{aligned}\Phi_{k1n}(z_k) = & -\frac{n}{\zeta_{kl}^{n-1}(z_k) R_{kl} (\zeta_{kl}^2(z_k) - m_{kl})}, \\ \bar{\Phi}_{sln}(z_k) = & -\frac{n}{\bar{\zeta}_{sl}^{n-1}(z_k) \bar{R}_{sl} (\bar{\zeta}_{sl}^2(z_k) - \bar{m}_{sl})};\end{aligned}\quad (7)$$

$\bar{\zeta}_{sl}(z_k)$ – переменные, определяемые из неявных зависимостей

$$z_k - \bar{z}_{kl0} = \bar{R}_{kl}(\bar{\zeta}_{kl} + \bar{m}_{kl} / \bar{\zeta}_{kl}). \quad (8)$$

Подставляя функции (5) в граничные условия на контурах отверстий и, применяя метод наименьших квадратов [5], получим систему для определения неизвестных постоянных a_{kln} , входящих в комплексные потенциалы (5). После решения этой системы функции (5) станут известными, что позволит вычислить напряжения [1]

$$(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}) = 2 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^3 (\lambda_{1k}, \lambda_{2k}, \lambda_{4k}, \lambda_{5k}, \lambda_{6k}) \Phi'_k(z_k), \quad (9)$$

$$\sigma_z = -(a_{13}\sigma_x + a_{23}\sigma_y + a_{34}\tau_{yz} + a_{35}\tau_{xz} + a_{36}\tau_{xy}) / a_{33},$$

а в случае трещин и коэффициенты интенсивности напряжений (КИН) [5,6]

$$\begin{aligned} k_1 &= \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2r} (\sigma_x \sin^2 \varphi_l + \sigma_y \cos^2 \varphi_l - 2\tau_{xy} \cos \varphi_l \sin \varphi_l), \\ k_2 &= \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2r} ((\sigma_y - \sigma_x) \cos \varphi_l \sin \varphi_l + 2\tau_{xy} (\cos^2 \varphi_l - \sin^2 \varphi_l)), \\ k_3 &= \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2r} (\tau_{yz} \cos \varphi_l - \tau_{xz} \sin \varphi_l). \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь a_{ij} – коэффициенты деформации для материала тела, r – расстояние от заданной точки до конца трещины.

В полученном решении граничные условия на прямолинейной границе L_0 удовлетворяются точно, а на контурах отверстий – приближенно. Точность удовлетворения последним условиям зависит от количества членов ряда (5), оставляемых при численной реализации приведенного решения и количества точек, для которых составлялся функционал при использовании метода наименьших квадратов.

Проведены численные исследования распределения напряжений в растягиваемой на бесконечности усилиями $\sigma_x^\infty = p$ ортотропной полуплоскости с одним или двумя эллиптическими отверстиями, а также в полуплоскости с трещиной. Полученные результаты для полуплоскости с эллиптическими отверстиями совпали с известными [7]. При проведении численных исследований в разложении (5) оставлялось 10-40 членов, количество точек изменялось от 60 до 90. Количество членов разложения и точек увеличивались до тех пор, пока граничные условия на контурах отверстий не удовлетворялись с высокой степенью точности. Ниже приведены некоторые из результатов, полученных для полуплоскости с одним эллиптическим отверстием с полуосями a , b или трещиной длины $2b$. Полуплоскость считалась фанерной, для которой $\mu_1 = 0,344i$, $\mu_2 = 4,11i$ [1]. Все данные приведены с точностью до множителя p .

В табл.1 приведены значения напряжений в некоторых характерных точках полуплоскости с эллиптическим отверстием (рис. 2а), когда последнее растягивалось в разрез. При этом длина перемычки между отверстием и границей полуплоскости h считалась равной $0,5b$. Для случая полуплоско-

сти с разрезом, перпендикулярным прямолинейной границе (рис. 2б), в табл. 2 даны значения коэффициента интенсивности напряжений k_{IA} , k_{IC} для концов А и С в зависимости от расстояния h между вершиной трещины и границей полуплоскости.

Из табл. 1, 2 следует, что при уменьшении значения отношения полуосей a/b резко возрастает концентрация напряжений вблизи концов полуоси b . При $a/b < 0,01$ эллипс можно рассматривать прямолинейным разрезом. При сближении трещины с границей полуплоскости коэффициенты интенсивности напряжений растут. Этот рост особенно большой для ближайшей к полуплоскости вершины.

Таблица 1. Значения напряжений в характерных точках полуплоскости

Точки	Напряжения	a							
		10,0	5,0	2,0	1,0	0,1	0,01	0,001	0,000001
A	σ_x	1,58	2,09	3,56	5,95	48,79	480,00	4800,00	4700000
B	σ_y	-1,35	-1,30	-1,14	-1,02	-0,82	-0,79	-0,79	-0,79
C	σ_x	2,85	3,47	4,97	7,36	52,75	500,00	5000,00	5100000
D	σ_x	1,73	1,93	2,09	2,11	2,01	2,01	2,01	2,01
O	σ_x	0,67	0,66	0,59	0,53	0,77	0,97	1,00	1,00
E	σ_x	0,73	0,88	1,52	2,23	1,85	1,80	1,80	1,80
F	σ_x	0,88	1,38	2,39	1,81	1,49	1,47	1,47	1,47

Таблица 2. Значения коэффициента интенсивности напряжений для концов трещины

КИН	h					
	1,0	0,5	0,25	0,1	0,05	0,001
k_{IA}	1,036	1,066	1,104	1,156	1,192	1,259
k_{IC}	1,062	1,438	1,490	1,611	1,968	3,330

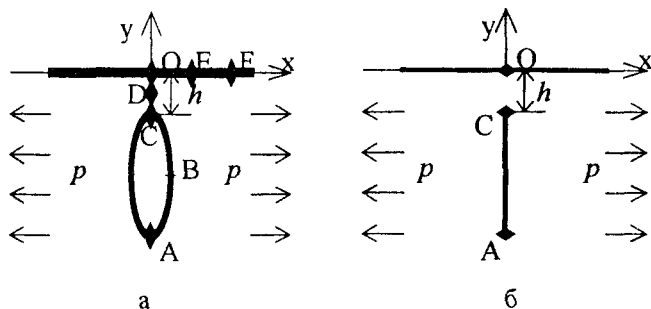


Рис. 2. Анизотропная полуплоскость с эллиптическим отверстием или трещиной: а – с отверстием, б – с трещиной

РЕЗЮМЕ

З використанням узагальнених комплексних потенціалів, методів інтегралів типу Коши та найменших квадратів розроблена методика рішення двовимірної задачі теорії пружності для анізотропного півпростору або півплощини з отворами та тріщинами. Наведено результати числових досліджень для півплощини з тріщиною.

SUMMARY

With use of generalized complex potentials, methods of Cauchy's integrals and least squares a technique of the decision of two-dimensional problem of the theory of elasticity for anisotropic half-space or a half-plane with holes and cracks is developed. Results of numerical researches for a half-plane with a crack are resulted.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. – М.: Наука, 1977. – 415 с.
2. Калоеров С.А. Двумерная задача теории упругости для многосвязного анизотропного тела с трещинами. – Теорет. и прикл. механика. – 1986. – Вып. 17. – С.32-41.
3. Калоеров С.А. Об основных соотношениях двумерной теории трещин анизотропного тела. – Теорет. и прикл. механика. – 1992. – Вып.23. – С.18-26.
4. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М., 1966. – 708 с.
5. Калоеров С.А., Горянская Е.С. Двумерное напряженное состояние многосвязного анизотропного тела с полостями и трещинами. – Теорет. и прикл. механика. – 1995. – Вып.25. – С.45-56.
6. Калоеров С.А. Приближенный метод определения коэффициентов интенсивности напряжений для многосвязных тел с прямолинейными трещинами. – Теорет. и прикл. механика. – 1993. – Вып.24. – С.13-18.
7. Калоеров С.А. Напряженное состояние анизотропной полуплоскости с конечным числом эллиптических отверстий. – Прикл. механика. – 1966. – Т.2, № 10. – С.75-82.

Надійшла до редакції 19.11.1997 р.

ВПЛИВ ДЕСТРУКЦІЇ ПОЛІМЕРІВ НА ЗНИЖЕННЯ ГІДРОДИНАМІЧНОГО ОПОРУ

Н.В.Биковська

Механічна деструкція є одним із основних факторів, які обмежують практичне застосування добавок високомолекулярних полімерів. Руйнування полімерних молекул під дією механічних напруг (в насосах, зсувному полі потоку і т.д.) приводить до зменшення молекулярної ваги полімера і, відповідно, до зниження гідродинамічної ефективності полімерних добавок.

Механічна деструкція полімерних молекул в турбулентному потоці вивчена досить детально. В роботі [1] показано, що чим менш концентрація розчину, тим швидше знижується здатність добавок полімерів зменшувати турбулентне тертя. В ламінарному потоці руйнування полімерних молекул відбувається, в основному, на ділянці входу в трубу, де напруга тертя максимальна, а в турбулентній течії воно спостерігається як на початковій ділянці, так і на ділянці стабілізованої течії [1]. В роботах [3, 4] детально досліджено вплив концентрації розчинів, молекулярної ваги розчинених полімерів, напруги тертя на стінці, температури і шорсткості труби на швидкість руйнування полімерних молекул і гідродинамічний опір. За даними експериментів побудовано кінетичне рівняння, яке зв'язує швидкість зміни молекулярної ваги поліетиленоксиду (ПЕО) з його актуальним значенням, концентрацією розчину і динамічною швидкістю. Автори роботи [5] на підставі дослідних даних з водними розчинами поліетиленоксиду підвищеної концентрації показали, що деструкція полімерних молекул визначається величиною питомої роботи, витраченої на подолання сил тертя. В роботі [6] встановлена аналогія процесів деструкції полімерних молекул в турбулентному потоці та радіоактивного розпаду ядер, одержані кінетичні рівняння деструкції, що дозволяють визначити числа кількості молекул різного сорту в довільний момент часу.

Перспективи практичного застосування полімерних добавок висувають задачу більш детального дослідження процесу деструкції полімерних молекул, в тому числі при великих зсувних напругах. В зв'язку з цим нами були проведені експерименти із слабкими водними розчинами двох типів поліетиленоксидів: WSR-301 і "коагулянт" із молекулярними вагами $6 \cdot 10^6$ і $8,5 \cdot 10^6$ відповідно. В дослідях визначалась гідродинамічна ефективність полімерних розчинів при багаторазовому їх протіканні по трубі діаметром 0,121 см. розчини деструктували при постійних в часі дотичних напругах $\tau_w = 55$ і 274 Н/м^2 . Час впливу зсувних напруг на полімерні молекули визначався шляхом послідовного підсумовування часів окремих прогонів.

Величина ефекту зниження гідродинамічного опору $\Delta\lambda/\lambda$ визначалась за формулою

$$\Delta\lambda/\lambda = (\lambda_1 - \lambda_2) / \lambda_1,$$

де λ_1 і λ_2 – коефіцієнти гідродинамічного опору розчинника (води) і полімерного розчину відповідно.

Результати експериментів з розчинами ПЕО “коагулянт” різної концентрації, виконаних при $\tau_w = 274 \text{ Н/м}^2$, подані на рис.1 і 2. Видно, що зумовлене деструкцією зниження величини ефекту $\Delta\lambda/\lambda$ відбувається досить швидко. Розчин концентрації $C = 10^{-6} \text{ г/см}^3$ після 13 прогону практично повністю втрачає свою гідродинамічну ефективність.

Досліди, проведені з розчинами ПЕО “коагулянт” при $\tau_w = 55 \text{ Н/м}^2$ показали, що із зменшенням дотичних напруг знижується темп деструкції полімерних молекул. При цьому була виявлена особливість в поведінці деструкційної кривої для концентрації $C = 3 \cdot 10^{-5} \text{ г/см}^3$, що перевищує оптимальну концентрацію $C_{\text{опт}}$ (як ілюстрація ця крива подана на рис.1). Видно, що в початковій стадії процесу деструкції (до 9 прогону) гідродинамічна ефективність полімерних добавок трохи зростає і тільки при подальших прогонах спостерігається зниження величини ефекту $\Delta\lambda/\lambda$. Аналогічний результат для розчину ПЕО WSR-301 концентрації $C = 10^{-6} \text{ г/см}^3$ при напругах зсуву $\tau_w = 65 \text{ Н/м}^2$ зафіксований в роботі [3]. Автори пояснюють відмічену особливість утворенням при $C > C_{\text{опт}}$ сплутаних клубків, тобто додаткових багаточисленних зв'язків між молекулами, які утруднюють розриви окремих молекулярних ланцюгів в початковій стадії процесу деструкції.

Проведені нами експерименти з водними розчинами ПЕО WSR-301 показали, що їх деструкційні криві аналогічні відповідним залежностям для розчинів ПЕО “коагулянт”.

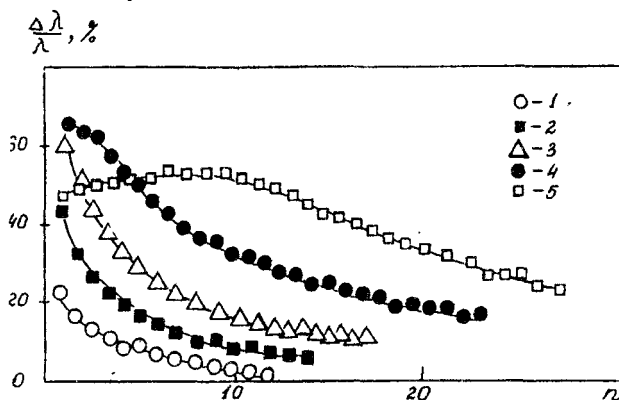


Рис. 1. Гидродинамическая эффективность растворов ПЭС “коагулянт” при последовательных пропусках по трубе: 1-4 – $C = 10^{-6}; 3 \cdot 10^{-6}; 10^{-5}; 3 \cdot 10^{-5} \text{ г/см}^3$; ($\tau_w = 274 \text{ Н/м}^2$); 5 – $C = 3 \cdot 10^{-5} \text{ г/см}^3$ ($\tau_w = 55 \text{ Н/м}^2$); $d = 0,121 \text{ см}$

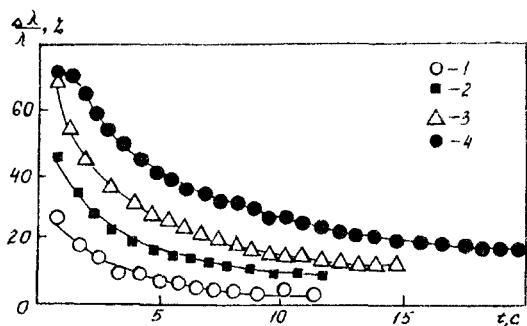


Рис.2. Уменьшение $\Delta\lambda/\lambda$ во времени вследствие деструкции макромолекул (обозначения те же, что и на рис.1)

РЕЗЮМЕ

В работе приводятся результаты экспериментального исследования деструкции молекул двух видов полиэтиленоксида в турбулентном потоке их растворов. Показано, что темп деструкции молекул зависит, в числе прочих причин, от концентрации полимера в растворе и напряжения трения на стенке канала. Полученные результаты могут быть использованы для прогнозирования гидродинамической эффективности растворов полиэтиленоксида в практических задачах.

SUMMARY

In work the results of an experimental research destruction of molecules of two kinds polyethylenoxid in turbulent flow of their solutions are resulted. Is shown, that the rate destruction of molecules depends, among the other reasons, on concentration of polymer in a solution and pressure of friction on a wall of the channel. The received results can be used for forecasting hydrodynamical efficiency of solutions polietilenoxid in practical tasks.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Meulen J.N. J. Van der. Friction reduction and degradation in turbulent flow of dilute polymer solutions. – Appl. Sci. Res., 1974, 29, № 3. – P. 161-174.
2. Culter J.D., Zakin J.L., Patterson G.K. Mechanical degradation of dilute solution of high polymer in capillary tube flow. – J. Appl. Polym. Sci., 1975, 19, № 12. – P. 3235-3240.
3. Васецкая Н.Г., Иоселевич В.А., Пилипенко В.Н. Механическая деструкция полимерных молекул в турбулентном потоке. В сб.: Некоторые вопросы механики сплошной среды. Новосибирск, 1978. – С. 55-69.
4. Седов Л.И., Васецкая Н.Г., Иоселевич В.А., Пилипенко В.Н. О снижении гидродинамического сопротивления добавками полимеров. В сб.: Механика турбулентных потоков. М.: Наука, 1980. – С. 7-28.
5. Анисимов И.А., Миронов Б.П. Зависимость деструкции водного раствора полиэтиленоксида от работ сил трения. В сб.: Турбулентные сдвиговые течения неньютоновских жидкостей. Новосибирск, 1981. С.14-38.
6. Ступин А.Б. Кинетическая теория деструкции полимерных молекул в турбулентном потоке / Вісник Донецького університету. Серія А. Природничі науки. – 1997, № 1. – С.120-127.

Надійшла до редакції 05.12.1997 р.

ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ОРТОТРОПНОГО ВОЛНОВОДА С ТОНКИМИ НЕРАСТЯЖИМЫМИ ПОКРЫТИЯМИ НА ДВУХ ГРАНЯХ

С.Б.Бутко

Спектр нормальных волн в прямоугольном призматическом теле бесконечной длины, на всех гранях которого имеются тонкие недеформируемые в плоскости покрытия, исследован в работе [1]. В данной статье рассматривается существенно более сложный для теоретического исследования вариант вышеуказанной задачи, когда две противоположные грани волновода свободны, а на оставшихся имеются тонкие нерастяжимые покрытия.

Рассматривается ортотропный призматический волновод, занимающий в прямоугольной декартовой системе координат $Ox_1x_2x_3$ область

$$V = \{ |x_1^*| \leq a^*, |x_2^*| \leq b^*, -\infty < x_3^* < \infty \}.$$

Считается, что координатные направления Ox_j ориентированы вдоль упруго-эквивалентных направлений материала волновода. Плоские грани $x_1^* = \pm a^*$ покрыты тонкими нерастяжимыми мембранами, то есть, на этих гранях отсутствуют касательные перемещения и нормальные напряжения. Грани $x_2^* = \pm b^*$ считаются свободными.

Краевая задача, описывающая спектр упругих волн в рассматриваемом волноводе, включает уравнения динамического деформирования ортотропной среды

$$\begin{aligned} & \left(c_{11}\partial_1^2 + c_{66}\partial_2^2 + c_{55}\partial_3^2 - \rho \frac{h_*^2}{c_*} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) u_1 + \\ & + (c_{12} + c_{66}) \partial_1 \partial_2 u_2 + (c_{13} + c_{55}) \partial_1 \partial_3 u_3 = 0; \\ & (c_{12} + c_{66}) \partial_1 \partial_2 u_1 + \\ & + \left(c_{66}\partial_1^2 + c_{22}\partial_2^2 + c_{44}\partial_3^2 - \rho \frac{h_*^2}{c_*} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) u_2 + (c_{23} + c_{44}) \partial_2 \partial_3 u_3 = 0; \\ & (c_{13} + c_{55}) \partial_1 \partial_3 u_1 + (c_{23} + c_{44}) \partial_2 \partial_3 u_2 + \\ & + \left(c_{55}\partial_1^2 + c_{44}\partial_2^2 + c_{33}\partial_3^2 - \rho \frac{h_*^2}{c_*} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) u_3 = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

и граничные условия на плоских гранях

$$(u_2)_{x_1=\pm a} = (u_3)_{x_1=\pm a} = (\sigma_{11})_{x_1=\pm a} = 0; \quad (2)$$

$$(\sigma_{22})_{x_2=\pm b} = (\sigma_{21})_{x_2=\pm b} = (\sigma_{23})_{x_2=\pm b} = 0. \quad (3)$$

В соотношениях (1)-(3) u_j, x_j – нормированные безразмерные компоненты вектора упругих перемещений $u_j = u_j^* / h_*$ и координатного вектора $x_j = x_j^* / h_*$; c_{ij}, σ_{ij} – нормированные безразмерные компоненты тензоров упругих постоянных $c_{ij} = c_{ij}^* / c_*$ и основных напряжений $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^* / c_*$. Здесь h_*, c_* – нормирующие параметры, имеющие соответственно размерности $[m]$ и $[H / m^2]$; ρ – плотность материала волновода. В формулах (1)-(3) также приняты обозначения $a = a^* / h_*, b = b^* / h_*, \partial_j = \partial / \partial x_j$.

Для комплексных функций упругих перемещений в исследуемых нормальных волнах вводятся исходные представления

$$u_j = g_j(x_1, x_2) e^{-i(\omega t - k x_3)} \quad (j = \overline{1, 3}), \quad (4)$$

в которых комплексные амплитудные функции $g_j(x_1, x_2)$ могут быть выбраны в одной из четырехформ, описывающих независимые семейства нормальных волн с различными типами симметрии упругих смещений относительно горизонтальной и вертикальной осей сечения и одновременно обеспечивающих удовлетворение краевым условиям (2). В данной работе реализуется анализ симметричных по x_1 и x_2 волновых движений, вводимых следующими исходными представлениями:

$$\begin{aligned} g_{1n}(x_1, x_2) &= A_{1n} \sin \delta_n x_1 \cos \eta_n x_2; \\ g_{2n}(x_1, x_2) &= A_{2n} \cos \delta_n x_1 \sin \eta_n x_2; \\ g_{3n}(x_1, x_2) &= A_{3n} \cos \delta_n x_1 \cos \eta_n x_2 \quad (n = \overline{1, \infty}), \end{aligned} \quad (5)$$

где $\delta_n = (2n - 1)\pi / 2a$; n – параметр, именуемый в дальнейшем поперечным волновым числом; η_n – подлежащий определению параметр разделения переменных; A_{jn} – произвольные постоянные.

Различным фиксированным значениям параметра n соответствуют не взаимодействующие семейства нормальных волн, которые могут быть исследованы отдельно.

Подстановка представлений (4), (5) при фиксированном n в уравнения движения (1) приводит к соотношениям, имеющим форму линейных алгебраических уравнений относительно постоянных A_{jn} .

Условие существования нетривиального решения данной системы порождает бикубическое характеристическое уравнение относительно значений параметра η_n :

$$\begin{aligned} & -\eta^6 a_2 b_2 c_2 + \eta^4 (a_1 b_2 c_2 + a_2 b_1 c_2 + a_2 b_2 c_1 - a_2 b_4 c_3 - a_3 b_3 c_2) + \\ & + \eta^2 (-a_1 b_2 c_1 - a_2 b_1 c_1 - a_4 b_3 c_3 - a_3 b_4 c_4 + a_4 b_2 c_4 + a_1 b_4 c_3 + a_3 b_3 c_1) + (6) \\ & + a_1 b_1 c_1 - a_4 b_1 c_4 = 0, \end{aligned}$$

где $a_1 = \Omega^2 - k^2 c_{55} - \left(\frac{2n-1}{2}\pi\right)^2 c_{11}$; $a_2 = c_{66}$; $a_3 = (c_{12} + c_{66})\left(-\frac{2n-1}{2}\pi\right)$;

$$a_4 = (c_{13} + c_{55})ik\left(-\frac{2n-1}{2}\pi\right); b_1 = \Omega^2 - k^2 c_{44} - \left(\frac{2n-1}{2}\pi\right)^2 c_{66}; b_2 = c_{22};$$

$$b_3 = (c_{12} + c_{66})\left(\frac{2n-1}{2}\pi\right); b_4 = (c_{23} + c_{44})ik; c_1 = \Omega^2 - k^2 c_{33} - \left(\frac{2n-1}{2}\pi\right)^2 c_{55};$$

$$c_2 = c_{44}; c_3 = (c_{23} + c_{44})ik; c_4 = (c_{13} + c_{55})ik\left(-\frac{2n-1}{2}\pi\right); \Omega^2 = \rho h_* \omega^2 / c_*.$$

Таким образом, после определения значений η_n и A_{jn} функции $g_{jn}(x_1, x_2)$ принимают вид

$$g_{1n}(x_1, x_2) = \sum_{p=1}^3 A_{3n}^{(p)} \alpha_{np} \sin \delta_n x_1 \cos \eta_{np} x_2;$$

$$g_{2n}(x_1, x_2) = \sum_{p=1}^3 A_{3n}^{(p)} \beta_{np} \cos \delta_n x_1 \sin \eta_{np} x_2; \quad (7)$$

$$g_{3n}(x_1, x_2) = \sum_{p=1}^3 A_{3n}^{(p)} \cos \delta_n x_1 \cos \eta_{np} x_2.$$

Здесь $\alpha_{np} = (\eta_{np}^2 b_4 a_3 + a_4 (b_1 - \eta_{np}^2 b_2)) / (\eta_{np}^2 a_3^2 - (b_1 - \eta_{np}^2 b_2)(a_1 - \eta_{np}^2 a_2))$,

$$\beta_{np} = (-\eta_{np} a_4 a_3 - \eta_{np} b_4 (a_1 - \eta_{np}^2 a_2)) / (\eta_{np}^2 a_3^2 - (b_1 - \eta_{np}^2 b_2)(a_1 - \eta_{np}^2 a_2))$$

В случае подстановки представлений (4), (7) при $k \neq 0$ в граничные условия (3), из этих условий следуют однородные системы линейных алгебраических уравнений относительно постоянных $A_{3n}^{(p)}$ ($p = \overline{1,3}$). Формулируя условия существования нетривиальных решений вышеназванных систем, получаем искомые дисперсионные уравнения для нормальных волн исследуемого типа:

$$F_n(\Omega, k) = \begin{vmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} \end{vmatrix} = 0, \quad (8)$$

$$\text{где } Q_{1j} = \sin \eta_{nj} b \left(\beta_{nj} \left(-\frac{2n-1}{2} \pi \right) - \alpha_{nj} \eta_{nj} \right);$$

$$Q_{2j} = \cos \eta_{nj} b \left(c_{12} \alpha_{nj} \frac{2n-1}{2} \pi + c_{22} \beta_{nj} \eta_{nj} + c_{32} i k \right);$$

$$Q_{3j} = \sin \eta_{nj} b (i k \beta_{nj} - \eta_{nj}) (j = \overline{1, 3}).$$

Этапом, предшествующим анализу дисперсионного уравнения (8), является определение множества критических частот для рассматриваемых нормальных волн.

При подстановке значения $k=0$ в представления (4), (5) из системы уравнений движения (1) следуют соотношения

$$\begin{aligned} A_{1n} [-c_{11} \delta_n^2 - \eta_n^2 c_{66} + \Omega^2] + A_{2n} [-\eta_n \delta_n (c_{12} + c_{66})] &= 0; \\ A_{1n} [-\eta_n \delta_n (c_{12} + c_{66})] + A_{2n} [-c_{66} \delta_n^2 - \eta_n^2 c_{22} + \Omega^2] &= 0; \\ A_{3n} [-c_{55} \delta_n^2 - \eta_n^2 c_{44} + \Omega^2] &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Решение системы уравнений (9) вида $A_{1n} \equiv A_{2n} \equiv 0, A_{3n} \neq 0$ соответствует случаю критических частот записания однопарциальных продольных волн. Эти критические частоты подлежат определению из уравнения, которое является следствием подстановки представлений $u_1 \equiv 0, u_2 \equiv 0, u_3 = A_{3n} \cos \delta_n x_1 \cos \left((\Omega^2 - c_{55} \delta_n^2) / c_{44} \right)^{1/2} x_2$ в краевые условия (3). Они имеют значения

$$\Omega_{mn}^{(3)} = (m^2 \pi^2 c_{44} / b^2 + c_{55} \delta_n^2)^{1/2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Второе множество критических частот, соответствующее волнам, которые при возникновении являются двухпарциальными сдвиговыми волнами с поляризацией в плоскости поперечного сечения призматического волновода, определяется из трансцендентного уравнения

$$\begin{aligned} (\delta_n \aleph_n^{(1)} + \eta_{n1}) (\delta_n c_{12} + \aleph_n^{(2)} \eta_{n2} c_{22}) \sin \eta_{n1} b \cos \eta_{n2} b - \\ - (\delta_n \aleph_n^{(2)} + \eta_{n2}) (\delta_n c_{12} + \aleph_n^{(1)} \eta_{n1} c_{22}) \sin \eta_{n2} b \cos \eta_{n1} b = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{где } \aleph_n^{(j)} = (\Omega^2 - \delta_n^2 c_{11} - \eta_{nj}^2 c_{66}) / ((c_{12} + c_{66}) \eta_{nj} \delta_n).$$

Полученные дисперсионные уравнения и уравнения относительно критических частот бегущих нормальных волн могут быть эффективно ис-

пользованы для расчета дисперсионных спектров прямоугольных призматических волноводов из прямолинейно-ортотропных материалов, часть плоских граней которых свободна, а на остальных заданы смешанные краевые условия, которые отражают наличие сверхтонких недеформируемых в плоскости покрытий.

РЕЗЮМЕ

Розглядається побудова дисперсійних рівнянь та рівнянь відносно критичних частот нормальних хвиль в ортотропному хвилеводі у вигляді призматичного тіла нескінченної довжини з прямокутним перерізом. Дві протилежні грані хвилеводу вільні, а на двох останніх задані змішані крайові умови, що відбивають наявність надтонких недеформівних в площині покриттів.

SUMMARY

The structure of dispersion equations and equations related to critical frequencies of normal waves in orthotropic waveguide in the form of prismatic body of infinite length with rectangular section is under consideration. Two opposite waveguide bounds are free, and mixed boundary conditions are given on the two other, those conditions reflect the existence of extrathin coverings non-deformed in plane.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бутко С.Б., Волобуева Т.В., Сторожев В.И. Нормальные волны в ортотропных пластинах и призматических телах с тонкими нерастяжимыми покрытиями граней // Теорет. и прикл. механика. – Донецк, 1995. – Вып.25. – С.90-97.
2. Космодамианский А.С., Сторожев В.И. Динамические задачи теории упругости для анизотропных сред. – К., 1985. – 176 с.
3. Космодамианский А.С., Сторожев В.И., Шпак В.А. Спектр симметричных нормальных волн в ортотропном слое // Теорет. и прикл. механика. – 1988. – Вып. 19. – С. 116-121.
4. Абрамова О.П., Сторожев В.И., Шпак В.А. Дисперсия нормальных волн в ортотропном слое с закрепленными границами // Акуст. журн. – 1995. 41, №6. – С.1-5.
5. Болкисев А.М., Ефимов Л.А., Шульга Н. А. Колебания пьезокерамического полого цилиндра при механическом нагружении // Прикл. механика. – 1985. – 21, № 9. – С. 109-112.

Надійшла до редакції 13.12.1997 р.

ЛАМІНАРНИЙ ТА ПЕРЕХІДНИЙ РЕЖИМИ ТЕЧІЇ РОЗЧИНІВ ПОВЕРХНЕВО-АКТИВНИХ РЕЧОВИН

В.М.Максимцов

Метою даної роботи було дослідження течії розчину міцелоутворюючих поверхнево-активних речовин (МПАР) при ламінарному та перехідному режимах течій. Розчини МПАР, так як і розбавлені розчини полімерів, володіють властивістю знижувати гідродинамічний опір тертя при турбулентному режимі течії. Для таких течій вивчені, хоча і недостатньо, основні закономірності як залежностей величини коефіцієнту тертя λ та величини ефекту зниження тертя від чисел Рейнольдса Re , напруги тертя на стінці τ_w , фізико-хімічних характеристик розчинів, так і турбулентні характеристики таких течій (профілі швидкості, розподіл компонентів пульсацій швидкості і т.ін.) [1]. Течії ж розчинів МПАР при ламінарному та, особливо, перехідному режимах досліджені недостатньо. Відомо, що розчини з добавками поверхнево-активних речовин та полімерів, знижуючих тертя в турбулентному режимі, при ламінарній течії навпаки, за рахунок своєї більшої ніж в розчинника в'язкості, збільшують тертя. При перехідному режимі течії більшість дослідників рахує, що добавки не впливають на залежність коефіцієнту тертя від числа Рейнольдса [2].

В даній роботі приведені результати дослідження течій розчину технічної пасти "метаупон" (в подальшому просто метаупон), яка містить в собі близько 52 % поверхнево-активної речовини β -[N-метил N-оленоіл] етилсульфокислоти натрієву сіль в трубці діаметром 2 мм гідродинамічної установки розіркненого типу. Принцип дії установки заснований на одночасній реєстрації часу витікання визначеного об'єму рідини з мірної ємкості та тиску повітря в ній, по яким обчислюються значення напруги тертя на стінці, коефіцієнт гідродинамічного опору тертя, швидкість витікання та число Рейнольдса, величина ефекту зниження опору при течії рідин з добавками. Дослідження проводилися з розчинами метаупону концентрацій 0,3, 0,516 та 0,76 %. Добавка метаупону дає змогу знижувати опір в присутності в розчині хлористого натрію, концентрація якого в даному випадку становила 7,5 %. Температура розчинів у всіх випадках рівнялась 20°C, pH середовища піддержувалася нейтральним.

Результати дослідження залежностей коефіцієнту тертя від чисел Рейнольдсу, розрахованих по в'язкості розчинника (води), показані на рис. 1. При дослідженні ефекту зниження опору тертя за допомогою добавок можливі два підходи при побудові графіків $\lambda = f(Re)$. Принципова різниця між цими підходами виявляється в виборі в'язкості в числі Рейнольдсу. Добавки полімерів та поверхнево-активних речовин вводять в потік для

зменшення опору тертя. Звідсіля, при визначенні величини ефекту зниження тертя в трубах, в першу чергу, доцільно розглядувати величину відносного зменшення перепаду тиску при однакових швидкостях розчинника і розчину. Звідсіля однозначно витікає визначення величини ефекту зниження гідродинамічного опору $\Delta = [(\lambda_1 - \lambda_0) / \lambda_0] \cdot 100$, де λ_1 і λ_0 — коефіцієнти тертя відповідно при течії розчину і води. В відповідності з таким визначенням наочне уявлення про величину дійсного ("технічного") ефекту зниження тертя, одержаного в результаті введення добавок, дають графіки залежності $\lambda = f(Re)$, побудовані на базі чисел Рейнольдсу, заснованих на в'язкості розчинника. Результати дослідів, представлених в

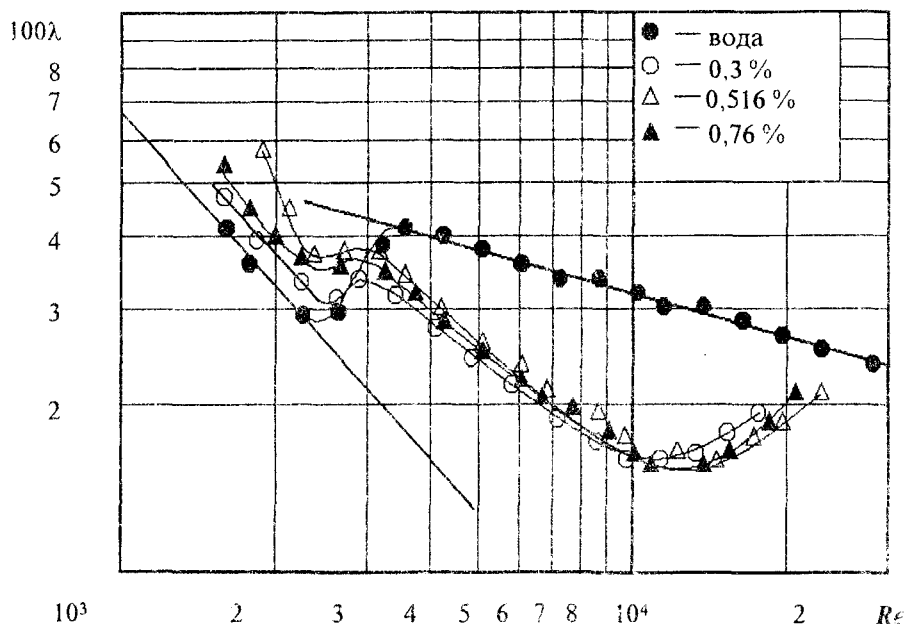


Рис. 1. Залежність коефіцієнтів гідродинамічного опору тертя λ від чисел Рейнольдсу Re при течії розчинів метасуфону різної концентрації

залежності від чисел Рейнольдсу, які враховують в'язкість розчинів та їх неньютонівські властивості, мають за мету підкреслити фізичну сторону цього явища.

На рисунку видно, що при розвинутій ламінарній стаціонарній течії розчинів МПАР зниження тертя не спостерігається, а за рахунок більш високої ніж в розчинника (води) в'язкості опір тертя збільшується при однакових швидкостях течії розчину і самого розчинника. При цьому для

розчину концентрації 0,3 % (крива 2) ця залежність розташована майже паралельно кривій для ламінарної течії розчинника. Це вказує на те, що в'язкість такого розчину в діапазоні чисел Рейнольдсу, що відповідають ламінарній течії, близька до постійного значення. З урахуванням в'язкості такого розчину його коефіцієнт тертя відповідає закону Пуазейля для ламінарної течії $\lambda=64/Re'$, де Re' розраховується по в'язкості розчину. Для двох інших концентрацій метаупону криві таких залежностей міняються значно крутіше ніж для ламінарної течії розчинника. Цей результат свідчить про залежність в'язкості таких розчинів від швидкості зсуву на стінці труби в діапазоні чисел Рейнольдсу при яких проводилися дослідження. Такі рідини відносяться до неньютоновських рідин, навідріз від ньютоновських рідин для яких в'язкість не залежить від величини швидкості зсуву. Постійна в'язкість розчину концентрації 0,3 % при швидкостях зсуву, що відповідають цьому діапазону чисел Re , не може бути доказом ньютоновської поведінки даного розчину. Як показують інші автори [3], залежність в'язкості від швидкості зсуву не носить монотонний характер і за межами діапазону чисел Re , при яких проводилися наші досліди, в'язкість може зростати при менших швидкостях зсуву і зменшуватися майже до в'язкості розчинника при великих швидкостях зсуву, що зв'язане з взаємодією окремих міцел поверхнево-активних речовин між собою та з гідродинамічним полем течії.

Вважається, що добавки полімерів не впливають на коефіцієнт тертя при перехідному режимі течії. В більшості ж випадків дослідження зниження опору тертя за допомогою добавок МПАР перехідний режим, на відміну від течії розчинів полімерів, відсутній [1, 2]. При цьому криві $\lambda = f(Re)$, за рахунок значно більшої в'язкості, розташовані паралельно такій же кривій для ламінарної течії ньютоновських рідин до чисел Рейнольдсу, по в'язкості розчинника, які відповідають турбулентному режиму. При деякому пороговому значенні $Re_{пор}$ (в залежності від конкретного ПАР, його концентрації та інших фізико-хімічних характеристик розчину це число Рейнольдсу може досягати 6000-8000 [2]), крива для розчину перетинає залежність $\lambda = f(Re)$ для турбулентного режиму течії розчинника і в подальшому значення коефіцієнту гідродинамічного тертя при течії розчину є меншим ніж для течії розчинника.

Наші ж досліди показують (рис.1), що в перехідному, від ламінарного до турбулентного, режимі течії розчинів з добавками метаупону криві залежностей коефіцієнтів опору тертя від чисел Рейнольдсу подібні до кривих при течії розчинника – в деякому діапазоні чисел Re значення λ різко збільшуються, досягають максимального значення, а потім зменшуються. Це свідчить про те, що при течії розчинів поверхнево-активних речовин в тонкій трубці можливий також і “класичний” перехідний, від ламінарного до турбулентного, режим течії. Але на відміну від добавок

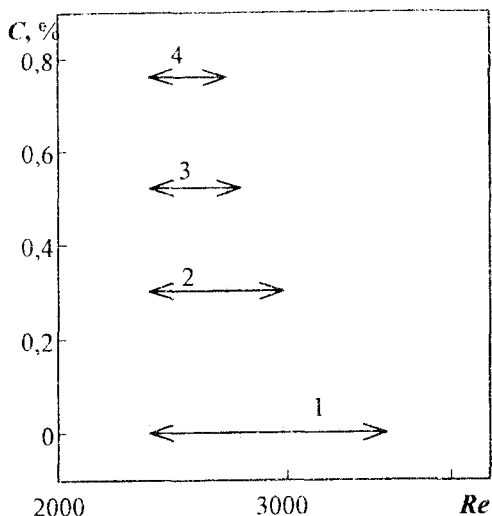


Рис. 2. Залежність діапазону чисел Рейнольдсу перехідного режиму від концентрації метаемульсону

полімерів нами одержано, що добавки МПАР також впливають і на течію в перехідному режимі. Перехідний режим при течії ньютонівських рідин, як відомо, починається при числах Рейнольдсу близько 2400 і, в залежності від властивостей експериментальної установки, може мати різну верхню межу. Для використовуємої нами установки ця верхня межа досягає значенню числа Рейнольдса близько 3700. При течії розчинів метаемульсону різної концентрації нами одержані такі результати (рис.2). Початок перехідного режиму у всіх трьох випадках течії розчину починається при числі Рей-

нольдсу $Re = 2400$, тобто співпадає з початком перехідного режиму для течії розчинника (ньютонової рідини). Закінчення діапазону чисел Рейнольдсу, при яких існує перехідний режим, залежить від концентрації розчину. Чим більша концентрація метаемульсону, тим раніше закінчується перехідний і починається турбулентний режим течії. Таке явище більш раннього початку турбулентного режиму, певно можна пояснити швидшою втратою потоком стійкості при течії розчинів МПАР, на що вказують автори роботи [3], із-за взаємодії гідродинамічного поля з міцелами поверхнево-активних речовин. Число $Re_{пор}$, що відповідає початку ефекту зниження опору, в наших дослідках знаходиться в діапазоні відповідних перехідному режиму чисел Рейнольдсу.

При турбулентному режимі наші дослідження показали, що добавка метаемульсону знижує опір, а характер залежностей коефіцієнту тертя від чисел Рейнольдса має традиційний характер [1] — із збільшенням чисел Re коефіцієнт тертя зменшується, а величина ефекту зниження тертя збільшується. При числах Рейнольдса більших за Re_{min} , коли ефект зниження максимальний, за рахунок деструкції міцел значення коефіцієнтів тертя починають збільшуватися, а значення величини ефекту, відповідно, зменшуються і прямують до нуля. Значення Re_{min} залежить від концентрації розчину — чим вона більше, тим більше Re_{min} .

Таким чином, добавки міцелотворюючих поверхнево-активних речовин впливають на значення коефіцієнту гідродинамічного тертя не

тільки при турбулентному течії, але й, в залежності від умов течії, перехідному режимі. При цьому величина ефекту зниження тертя на початку перехідного режиму менше нуля, тобто коефіцієнт тертя для розчину більший ніж для розчинника. Число Рейнольдсу, при якому починається проявлятися ефект зниження опору знаходиться в межах перехідного режиму, і, відповідно, при числах $Re > Re_{пор}$ коефіцієнт тертя для розчину менший ніж для розчинника.

РЕЗЮМЕ

В работе приведены результаты экспериментального исследования течения снижающих сопротивление трения растворов поверхностно-активных веществ при ламинарном и переходном режимах в тонкой трубке. Показано, что поверхностно-активные вещества, в отличие от добавок полимеров, в зависимости от условий течения воздействуют также и на трение при переходном режиме течения. При этом диапазон чисел Рейнольдса, который соответствует переходному режиму, при течении растворов уменьшается по сравнению с течением растворителя и зависит от концентрации добавки.

SUMMARE

In work the results of an experimental research of current lowering resistance of friction of solutions of superficial – active substances are given with laminar and transitive modes in thin tube. Is shown, that the superficial – active substances, as against the additives of polymers, depending on conditions of current influence as well friction with a transitive mode of current. Thus a range of numbers Reynolds, which corresponds to a transitive mode, with current of solutions decreases in comparison with current of a solvent and depends on concentration of the additive.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Особенности турбулентных течений растворов мицеллообразующих поверхностно-активных веществ / Повх И.Л., Ступин А.Б., Максютенко С.Н. и др. // Механика турбулентных потоков. – М.: Наука, 1980. С.44-69.
2. Пилипенко В.Н. Влияние добавок на пристенные турбулентные течения // Итоги науки и техники. ВИНТИ АН СССР. Сер.: Механика жидкости и газа, 1980. – Т. 15. С.156-257.
3. Bewersdorff H.-W., Berman N.S. The influence of flow-induced non-Newtonian fluid properties on turbulent drag reduction // Reologica Acta., 1988. – vol. 27. – № 2. – P.130-136.

Надійшла до редакції 28.11.1997 р.

КРУЧЕНИЕ ПОЛЫХ АНИЗОТРОПНЫХ СТЕРЖНЕЙ ПРОИЗВОЛЬНОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

Р.Н.Нескородов

Введение. В настоящее время широкое распространение получили численные методы решения краевых задач механики деформируемого тела, основанные на использовании фундаментальных решений рассматриваемых дифференциальных операторов. В данной статье предлагается искать решение задачи о напряженно-деформированном состоянии полых анизотропных стержней с произвольным поперечным сечением при их закручивании в виде разложения в ряды по определенным образом построенной системе фундаментальных решений соответствующего дифференциального оператора. В качестве примера рассмотрено кручение призматического стержня квадратного сечения с центральным квадратным отверстием, а также прямоугольного сечения с двумя круговыми вырезами.

Постановка задачи. Рассмотрим упругий призматический или цилиндрический стержень с поперечным сечением произвольной формы. Поперечное сечение представляет собой многосвязную область S , то есть, стержень имеет продольные цилиндрические полости. Контур L , ограничивающий поперечное сечение стержня, будет состоять из нескольких замкнутых контуров $L_1, L_2, \dots, L_N$, охваченных внешним контуром L_0 . На рис.1 они показаны сплошными линиями.

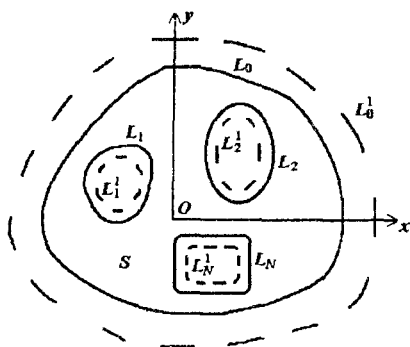


Рис. 1

Пусть внешняя боковая поверхность стержня и поверхности полостей свободны от внешних усилий, а к торцам его приложены силы, статически эквивалентные крутящему моменту M .

Предполагается, что в каждой точке стержня имеется плоскость упругой симметрии, нормальная к образующей. Примем плоскость торцевого сечения за плоскость xu и направим ось z параллельно образующей боковой поверхности стержня.

Определение напряженного состояния рассматриваемого стержня сводится к интегрированию дифференциального уравнения [1]:

$$a_{44} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} - 2a_{45} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial y} + a_{55} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = -2 \quad (1)$$

при заданном граничном условии

$$l\Psi(x, y)|_L = 0. \quad (2)$$

Здесь a_{ik} – коэффициенты деформации материала стержня;

$l = \frac{\partial}{\partial x} \cos(n, y) - \frac{\partial}{\partial y} \cos(n, x)$ – граничный оператор; n – внешняя нормаль к боковой поверхности.

Напряжения τ_{xz} и τ_{yz} , возникающие в стержне, выражаются через функцию $\Psi(x, y)$ по формулам:

$$\tau_{xz} = \vartheta \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad \tau_{yz} = -\vartheta \frac{\partial \Psi}{\partial x}. \quad (3)$$

Постоянная ϑ представляет собой угол поворота сечений на единицу длины стержня или относительный угол закручивания (называемый иногда “круткой”).

Общее решение уравнения (1) представим в виде

$$\Psi(x, y) = \Psi_0(x, y) + \Psi^*(x, y), \quad (4)$$

где $\Psi^*(x, y)$ – частное решение уравнения (1). Решение однородного уравнения $\Psi_0(x, y)$ на контуре L удовлетворяет граничному условию

$$l\Psi_0(x, y)|_L = -l\Psi^*(s), \quad s \in L. \quad (5)$$

Используя функцию комплексной переменной, введенную С.Г. Лехницким в случае кручения анизотропных стержней, можно проинтегрировать уравнение (1) в общем виде. Функция $\Psi_0(x, y)$, удовлетворяющая однородному уравнению (1), выражается через произвольную аналитическую функцию $\Phi_3(z_3)$:

$$\Psi_0 = 2 \operatorname{Re}[\Phi_3(z_3)]. \quad (6)$$

Здесь z_3 – обобщенная комплексная переменная, имеющая вид $z_3 = x + \mu_3 y$, где $\mu_3 = \alpha_3 + i\beta_3$ – корень характеристического уравнения

$$a_{55}\mu^2 - 2a_{45}\mu + a_{44} = 0.$$

На контуре поперечного сечения функция $\Phi_3(z_3)$ должна удовлетворять условию

$$2 \operatorname{Re}[(\mu_3 \cos(n, x) - \cos(n, y))\Phi'_3(z_3)] = -l\Psi^*(s). \quad (7)$$

Определив из этого условия функцию $\Phi_3(z_3)$, на основании формул (6), (4) и (3) получаем

$$\begin{aligned} \tau_{xz} &= \vartheta \left\{ 2 \operatorname{Re}[\mu \Phi'_3(z_3)] + \frac{\partial \Psi^*}{\partial y} \right\}, \\ \tau_{yz} &= -\vartheta \left\{ 2 \operatorname{Re}[\Phi'_3(z_3)] + \frac{\partial \Psi^*}{\partial x} \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

Через основные напряжения можно выразить напряжения на площадках с нормалью n и касательной S :

$$\begin{aligned}\tau_{nz} &= \tau_{xz} \cos(n, x) + \tau_{yz} \cos(n, y), \\ \tau_{sz} &= \tau_{yz} \cos(n, x) - \tau_{xz} \cos(n, y).\end{aligned}\quad (9)$$

Функция $\Phi_3(z_3)$ определена в области S_3 , получаемой из заданной области S при помощи аффинных преобразований вида [1]:

$$x_3 = x + \alpha_3 y, \quad y_3 = \beta_3 y.$$

При этом граничные контуры L_i перейдут в контуры L_{3i} .

Таким образом, задачу об определении напряженного состояния скручиваемого анизотропного стержня с продольными полостями можно рассматривать как задачу о нахождении функции $\Phi_3(z_3)$ из граничного условия (7). После определения функции $\Phi_3(z_3)$ напряжения, возникающие в стержне, определяются по формулам (8) и (9).

Построение численного решения. Основной особенностью методов исследования напряженно-деформированного состояния многосвязных сред является предварительное построение функций, конформно отображающих внешность или внутренность единичного круга на рассматриваемые области. Построение таких функций представляет собой достаточно сложную задачу. При рассмотрении анизотропных сред возникают трудности, обусловленные необходимостью рассмотрения дополнительной области S_3 . В этой области вместо заданных контуров получаются другие. Это приводит к необходимости строить отображающие функции, соответствующие контурам в области S_3 , что существенно усложняет процедуру численных исследований.

В данной статье предлагается искать решение задачи о напряженно-деформированном состоянии полых анизотропных стержней при их закручивании в виде разложения по системе фундаментальных решений однородного дифференциального уравнения, соответствующего уравнению (1) [2]. При таком построении решения отпадает необходимость использования конформных отображений круга на рассматриваемые области, что даст возможность рассматривать стержни с произвольным поперечным сечением.

Идея получения приближенного решения заключается в следующем [3]. Пусть $\{\Psi_k(x, y)\}_{k=1}^{\infty}$ — система функций, удовлетворяющая следующим условиям.

1. Каждая функция $\Psi_k(x, y)$ удовлетворяет в области S однородному уравнению, соответствующего уравнению (1).

2. Для каждой функции $\Psi_k(x, y)$ на границе L определена новая функция $l\Psi_k(x, y)$, где l — оператор, фигурирующий в граничном условии (2).

3. Система функций $\{\Psi_k(x, y)\}_{k=1}^{\infty}$ является линейно независимой и полной в пространстве $L_2(L)$ интегрируемых в квадрате функций на L .

Найдем коэффициенты a_k наилучшего (в смысле метрики $L_2(L)$) разложения функции $\omega(x, y) = -I\Psi^*(s)$, находящейся в правой части граничного условия (5), по первым n функциям системы $\{I\Psi_k(x, y)\}_{k=1}^\infty$

$$\omega(x, y) \approx \sum_{k=1}^n a_k^{(n)} I\Psi_k(x, y), \quad x, y \in L.$$

Тогда $\Psi^{(n)}(x, y) = \sum_{k=1}^n a_k^{(n)} \Psi_k(x, y) + \Psi^*(x, y)$ при $n \rightarrow \infty$ доставляет разумное приближение для решения граничной задачи (1)-(2).

Перечисленным выше условиям, как показано в работах [4; 5], удовлетворяет определенным образом построенная система фундаментальных решений однородного уравнения (1). Для построения такой системы рассмотрим в области $\bar{S} = R^2 \setminus S$ замкнутую линию L^1 , целиком охватывающую L и не имеющую с ней общих точек. Если граница состоит из отдельных замкнутых линий $L = L_0 \cup \dots \cup L_N$, то и L^1 состоит из такого же числа замкнутых линий, т.е. $L^1 = L_0^1 \cup \dots \cup L_N^1$ (на рис.1 они показаны штриховыми линиями). Пусть $\{z_k = x_k + i \cdot y_k\}_{k=1}^\infty \in L^1$ всюду плотное множество точек, т.е. сколь угодно малый участок линии L^1 содержит по крайней мере одну точку множества $\{z_k\}_{k=1}^\infty$. В области S_3 определения функции $\Phi_3(z_3)$ этим точкам будут соответствовать точки $z_{3k} = x_k + \mu_3 y_k$.

Фундаментальные решения однородного уравнения (1) даются формулой

$$\Psi_k(x, y) = \ln r_a(z_k, Q) \quad (10)$$

$$\text{где } r_a(z_k, Q) = \sqrt{(x - x_k)^2 + \frac{2a_{45}}{a_{55}}(x - x_k)(y - y_k) + \frac{a_{44}}{a_{55}}(y - y_k)^2}.$$

Для любой точки $Q(x, y)$, лежащей вне контура L^1 , функции (10) непрерывны, удовлетворяют однородному уравнению (1) и имеют логарифмическую особенность при приближении точки $Q(x, y)$ к точке z_k . Представим функцию $\Psi_0(x, y)$ в виде суммы функций (10):

$$\Psi_0(x, y) = \sum_{k=1}^\infty a_k \Psi_k(x, y).$$

Здесь a_k — неизвестные постоянные, подлежащие определению.

Переходя к обобщенной комплексной переменной z_3 с учетом того, что $\Psi_k = \operatorname{Re}[\ln(z_3 - z_{3k})]$, получим представление для функции $\Phi_3(z_3)$:

$$\Phi_3(z_3) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^\infty a_k \ln(z_3 - z_{3k}).$$

Граничное условие (7) запишем в виде невязки

$$R = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} a_k \left[\frac{b}{t_3 - z_{3k}} + \frac{\bar{b}}{t_3 - \bar{z}_{3k}} \right] - P(t_3, \bar{t}_3) = 0, \quad (11)$$

где $b = \mu_3 n_1 - n_2$, $n_1 = \cos(n, x)$, $n_2 = \cos(n, y)$,

$P(t_3, \bar{t}_3) = -\frac{(n_1 \bar{\mu}_3 - n_2) t_3 + (n_1 \mu_3 - n_2) \bar{t}_3}{a_{44} - a_{45}(\mu_3 + \bar{\mu}_3) + a_{55} \mu_3 \bar{\mu}_3}$, t_3 — аффикс точки на граничном контуре области S_3 .

Здесь в качестве частного решения уравнения (1) с правой частью выбиралось выражение в виде

$$\Psi_0(x + \mu_3 y) = \Psi_0(z_3, \bar{z}_3) = -\frac{z_3 \bar{z}_3}{a_{44} - a_{45}(\mu_3 + \bar{\mu}_3) + a_{55} \mu_3 \bar{\mu}_3}.$$

Для решения поставленной задачи необходимо определить коэффициенты a_k из граничного условия (11). Сведение этой задачи к системе линейных алгебраических уравнений осуществим дискретным методом наименьших квадратов. Для этого составим функционал

$$J = \sum_m R^2(t_{3m}, \bar{t}_{3m}), \quad (12)$$

где t_{3m} — система точек, заданная на границе области S_3 .

Удовлетворяя условиям $\partial J / \partial a_k = 0$ ($k = 1, 2, \dots$) которые отражают минимум функционала (12), получим систему линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов a_k :

$$\sum_m \sum_{k=1}^{\infty} A_{mk} A_{mn} a_k = \sum_m A_{mn} P_m, \quad (13)$$

Здесь $n = 1, 2, \dots$; $A_{mn} = \operatorname{Re}[b_m / (t_{3m} - z_{3n})]$; $P_m = P_m(t_{3m}, \bar{t}_{3m})$.

Индекс m , которым помечены величины b и t_3 означает зависимость их от системы точек на границе области S_3 .

После нахождения коэффициентов a_k из системы (13) становится известной функция $\Phi_3(z_3)$. Напряжения τ_{xz} и τ_{yz} , возникающие в стержне, определяются из соотношений (8), которые можно представить в виде

$$\tau_{xz} = 9 \left\{ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} a_k \left[\frac{\mu_3}{z_3 - z_{3k}} + \frac{\bar{\mu}_3}{z_3 - \bar{z}_{3k}} \right] - \frac{\bar{\mu}_3 z_3 + \mu_3 \bar{z}_3}{a_{44} - a_{45}(\mu_3 + \bar{\mu}_3) + a_{55} \mu_3 \bar{\mu}_3} \right\},$$

$$\tau_{yz} = 9 \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} a_k \left[\frac{1}{z_3 - z_{3k}} + \frac{1}{z_3 - \bar{z}_{3k}} \right] + \frac{z_3 + \bar{z}_3}{a_{44} - a_{45}(\mu_3 + \bar{\mu}_3) + a_{55} \mu_3 \bar{\mu}_3} \right\}.$$

Описанный здесь метод можно обосновать таким образом, что вопрос о выборе вспомогательного контура L^1 остается открытым, т.е. приближенный метод сходится для любого достаточно гладкого контура L [6].

Численные исследования. Результаты, полученные данным методом сравнивались с известными результатами, приведенными в работах [1] и [7], как для сплошных, так и для полых стержней.

В качестве примера рассмотрим кручение ортотропного ($a_{45} = 0$) стержня квадратного сечения с центральным квадратным отверстием (рис.2). Напряжения вычислялись по всему контуру области. В таблице 1 приведены значения напряжений $\tau_{sz} \cdot a_{55} / 9b$ в некоторых характерных точках сечения для разных значений параметров $g = a_{44} / a_{55}$ и $\beta = b / d$.

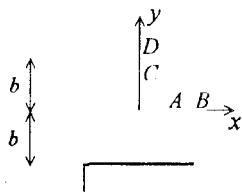


Рис.2

Данные исследований показывают, что при уменьшении параметра d , т.е. уменьшении стенки стержня, максимальные касательные напряжения, возникающие на серединах внешних сторон убывают как для изотропных стержней, так и для ортотропных. На серединах внутренних сторон напряжения постепенно растут, приближаясь к напряжениям на внешней стороне, но при этом всегда остаются меньшими. Вблизи угловой точки внутреннего контура P заметна концентрация напряжений. При вычислениях там делалось закругление. В таблице 1 приведены значения напряжений в точке P , когда кривизна в этой точке равна $K = 20 / (b - d)$.

Рассматривалось также кручение стержня, сечение которого представляет собой прямоугольник с двумя симметрично расположенными круговыми вырезами радиуса r (рис.3). Меньшую сторону прямоугольника обозначим через $2b$, а большую сторону возьмем в два раза длиннее. Расстояние между центрами вырезов выбиралось равным $2b$. В таблице 2 приводятся значения напряжений τ_{sz} для некоторых характерных точек сечения внешнего и внутреннего контуров в зависимости от параметров g и $\alpha = r / b$.

Таблица 1

β	Точки	$\tau_{sz} \cdot a_{55} / 9b$				
		$g = 0.1$	$g = 0.5$	$g = 1$	$g = 2$	$g = 10$
1	2	3	4	5	6	7
1	B	4.690	2.047	1.351	0.826	0.198
	D	1.977	1.652	1.351	1.023	0.469
2	A	-1.729	-0.268	-0.378	-0.321	-0.111
	B	4.498	1.998	1.322	0.813	0.211
	C	-1.110	-0.642	-0.378	-0.134	-0.179
	D	2.111	1.626	1.322	0.999	0.449
	P	-1.342	-1.068	-0.956	-0.534	-0.134
	A	-1.122	-0.742	-0.784	-0.628	-0.161
	B	2.771	1.554	1.188	0.834	0.201

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4	5	6	7
5	C	-1.610	-1.259	-0.784	-0.371	-0.112
	D	2.010	1.662	1.188	0.772	0.277
	P	-1.990	-1.712	-1.448	-0.856	-0.199
10	A	-0.638	-1.024	-0.910	-0.692	-0.182
	B	2.623	1.426	1.111	0.792	0.202
	C	-1.821	-1.384	-0.910	-0.512	-0.064
	D	2.021	1.584	1.111	0.713	0.262
	P	-1.722	-1.684	-1.308	-0.842	-0.172

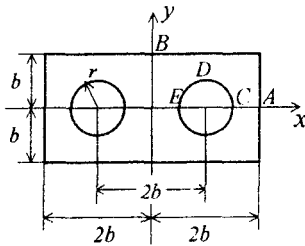


Рис. 3

Данные таблицы 2 показывают, что в случае $g \geq 1$ при увеличении радиуса внутренних вырезов максимальное напряжение возникает на середине меньшей стороны внешнего прямоугольного сечения, в то время как при кручении сплошного призматического стержня и призматического стержня с полостями малого радиуса максимальные напряжения возникают в средней точке большей стороны. В случаях $g = 0.1$ и $g = 0.5$ максимальные напряжения

возникают на середине меньшей стороны (точка A) при любом радиусе внутренних вырезов. На внутренних контурах при увеличении радиуса отверстия также происходит перераспределение концентрации напряжений, но эти напряжения не превосходят максимальных напряжений, возникающих на внешнем контуре.

Таблица 2

β	Точки	$\tau_{sz} \cdot a_{55} / 9b$				
		$g = 0.1$	$g = 0.5$	$g = 1$	$g = 2$	$g = 10$
1	2	3	4	5	6	7
0	A	4.695	2.099	1.479	1.023	0.346
	B	2.000	1.962	1.860	1.652	0.925
0.5	A	4.689	2.193	1.626	1.168	0.402
	B	1.991	1.821	1.672	1.456	0.857
	C	-0.066	-0.995	-1.019	-0.846	-0.318
	D	-1.156	-1.097	-0.965	-0.762	-0.131
	E	0.520	0.981	0.711	0.469	0.110
0.75	A	4.303	2.336	1.834	1.351	0.465
	B	1.739	1.481	1.353	1.180	0.683
	C	-0.513	-1.766	-1.551	-1.193	-0.422

Продолжение таблицы 2

1	2	3	4	5	6	7
	<i>D</i>	-2.070	-1.807	-1.549	-1.207	-0.312
	<i>E</i>	2.530	0.984	0.548	0.282	0.051
0.9	<i>A</i>	3.469	2.845	2.344	1.757	0.637
	<i>B</i>	1.265	1.094	1.002	0.876	0.468
	<i>C</i>	-1.818	-2.721	-2.266	-1.704	-0.619
	<i>D</i>	-3.225	-2.697	-2.272	-1.742	-0.385
	<i>E</i>	2.237	0.490	0.226	0.106	0.013

РЕЗЮМЕ

Розглядається пружно-деформований стан порожніх анізотропних стрижнів з довільним поперечним перерізом при їх закрученні. Чисельне рішення пропонується шукати у вигляді розкладу в ряди по певним чином побудованій системі фундаментальних рішень відповідного диференціального рівняння. В якості прикладу розглянуто кручення призматичного стрижня квадратного перерізу з центральним квадратним отвором, а також прямокутного перерізу з двома круговими вирізами.

SUMMARY

Stress – strain state of hollow anisotropic rods with arbitrary cross section at their torsion is considered. It is offered to search the numerical solution as decomposition in numbers on certain constructed system of fundamental solutions of the appropriate differential operator. As an example the torsion of a prismatic rod of a square cut with a central square orifice, and also rectangular cut with two circular excisions is considered.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Лехницький С.Г. Кручение анизотропных и неоднородных стержней. М., 1971. 240 с.
2. Космодамианский А.С., Нескородев Н.М. Метод суперпозиции комплексных решений в двумерных задачах теории упругости для многосвязных анизотропных тел // Доп. НАН Украины. 1995. № 10. С.52-55.
3. Алексидзе М.А. Фундаментальные функции в приближенных решениях граничных задач. М., 1991. 352 с.
4. Купрадзе В.Д., Алексидзе М.А. Об одном приближенном методе решения граничных задач // Сообщ. АН ГССР. 1963. т.30. №5. С.529-536.
5. Купрадзе В.Д., Алексидзе М.А. Метод функциональных уравнений для приближенного решения некоторых граничных задач // ЖВМ и ВМ. 1964. т.4. №4. С.683-715.
6. Алексидзе М.А. О полноте некоторых систем функций // Диффер. уравнения. 1967. т.3. №10.
7. Арутюнян Н.Х., Абрамян Б.Л. Кручение упругих тел. М., 1963. 686 с.

Надійшла до редакції 05.11.1997 р.

ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ГИДРОДИНАМИКИ И ТЕЛОМАССОПЕРЕНОСА В СЛИТКЕ В УСЛОВИЯХ ПУЛЬСАЦИОННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Г.А.Редько

Одним из средств улучшения качества продукции и, следовательно, сбережения ресурсов в металлургическом производстве является использование методов внешнего воздействия на кристаллизующийся слиток. Методов управления качеством слитков существует много. К ним относятся: выбор геометрии слитка, теплового режима кристаллизации, использование различных химических добавок и т.п. Особое место занимают способы перемешивания жидкого металла в процессе его затвердевания. Перемешивание способствует выравниванию поля температур, равномерному распределению элементов сплава и примесей, удалению газообразных примесей (азота, кислорода, водорода). Кроме того, оно способствует измельчению дендритной структуры и уменьшению длины зоны столбчатых дендритов. Все это установлено в ходе экспериментов и промышленных исследований [1].

В настоящее время используются следующие методы перемешивания: перемешивание падающей струей или в ходе технологических переливов, перемешивание механическими мешалками, барботажное перемешивание (с помощью газовой струи), электромагнитное перемешивание (ASEA-SKF), вакуумирование, перемешивание в вибрирующих ковшах, пульсационное перемешивание. Все эти методы имеют свои преимущества и недостатки. С помощью их эффективного сочетания можно добиться оптимизации процесса изготовления качественных литых изделий.

Описанные методы внепечной обработки расплавленного металла, направленные на повышение качества металла, в значительной степени позволяют обеспечить решение ряда задач, направленных на экономию сырья и ресурсов. Успешное решение этих задач, в конечном счете, определяет себестоимость обработки. К таким задачам относятся:

- снижение потребления энергии (за счет улучшения использования энергии, т.к. часто оказывается достаточным интенсивное перемешивание реагентов с отдельными порциями расплава);
- снижение потерь тепла на обработку (за счет уменьшения длительности обработки, применения ферросплавов и т.д.);
- снижение расхода огнеупоров (при уменьшении футерованных поверхностей, контактирующих с жидким металлом);
- экономия загружаемых материалов (за счет повышения степени усвоения вводимых реагентов, использование слитковых и кусковых материалов, правильный выбор последовательности технологических операций);

- снижение стоимости загружаемых материалов (использование материалов вторичной и цветной металлургии, замена материалов более дешевыми).

Темой исследований был процесс пульсационной обработки затвердевающих стальных слитков. На рис.1 приведена принципиальная схема пульсационного агрегата [2]. Основными его частями являются: пульсационная камера, сопловый аппарат и распределительный клапан. Сущность пульсационной обработки заключается в периодическом засасывании металла и последующем его выталкивании через огнеупорный металлопровод в полость отливки или ковша. В начальный момент открывается вакуумный клапан и металл засасывается внутрь трубы.

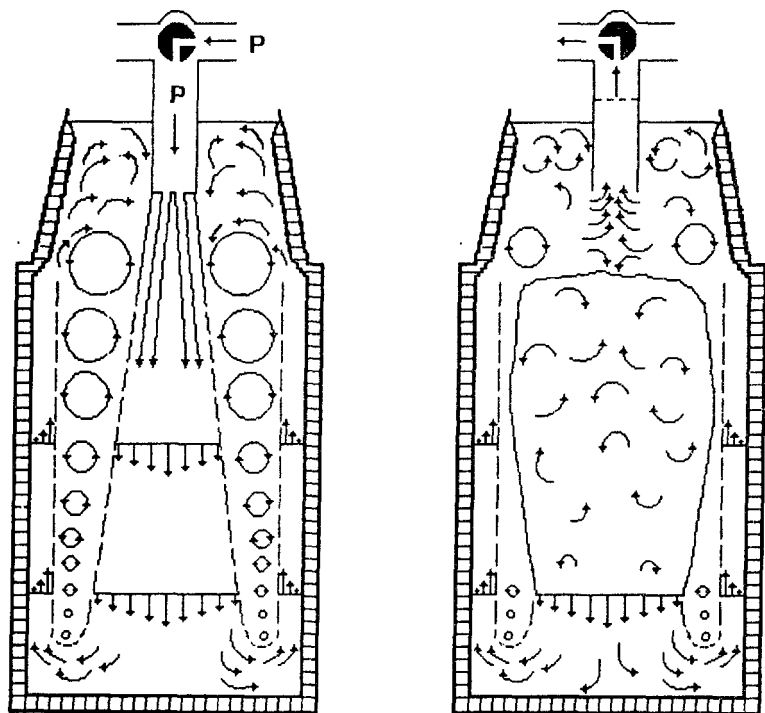


Рис.1. Схема пульсационной обработки слитка

Когда уровень металла в трубе достигает определенной высоты, вакуумный клапан перекрывается и открывается клапан для подачи давления. После выталкивания столба металла с большой скоростью внутри обрабатываемого объема металла происходит мощное развитие вихрей, интенсивно перемешивающих расплав. Известно, что при выходе импульсной струи жидкости в окружающую неподвижную среду той же плотности, в переднем перемешивающемся поперечном сечении струи образуется вих-

ревой тор, который затем на боковых границах струи переходит в кольцевые вихри. Практически на стационарное течение затопленной струи накладывается бегущее потенциальное поле крупных вихрей, которые обычно перемещаются по краям зон смещения затопленных струй [3].

Использование пульсирующих струй позволило достичь большей интенсивности перемешивания по сравнению со стационарными струями. Выполненные за последние 20 лет исследования по влиянию пульсационного перемешивания на множество технологических процессов, протекающие в системе жидкость-жидкость и жидкость-твердая фаза, показали почти неограниченные возможности многоцелевой пульсационной аппаратуры большой единичной мощности. Кроме того, испытания аппаратов для систем жидкость-жидкость и газ-твердая фаза свидетельствуют о перспективности этого направления. Применение пульсационного перемешивания позволяет повысить производительность труда на 30-50%, резко снизить капитальные затраты.

Изучение процесса внепечной обработки металлургических расплавов в ходе пульсационного перемешивания необходимо рассматривать в неразрывной связи с задачами, стоящими перед внепечной обработкой в целом. Обеспечение высокой интенсивности перемешивания без применения окисленного шлака, увеличение времени пребывания вводимых реагентов (раскислителей, легирующих и рафинирующих добавок) в металле и повышение степени их усвоения, возможность использования рафинирующих материалов сравнительно крупных фракций (вместо взрывоопасных порошковых материалов) – эти и другие достоинства могут оказаться решающими при проведении внепечной обработки металла пульсационными колоннами.

При этом необходимы предварительные исследования гидродинамических и теплофизических процессов, происходящих во время пульсационной обработки, которые должны способствовать выработке практических рекомендаций по выбору оптимальных режимов воздействия. В этой области проведен ряд экспериментальных исследований, как на промышленных образцах, так и на физических моделях (где в качестве рабочего вещества использовался гипосульфит и другие материалы). Однако эти эксперименты не могут дать полной картины процесса, поэтому необходимы также теоретические исследования с привлечением методов математического моделирования.

Для исследования особенностей кристаллизации слитка в условиях пульсационного воздействия была сформулирована математическая модель, включающая уравнение движения несжимаемой вязкой жидкости (уравнение Навье-Стокса), уравнение неразрывности и уравнение теплопереноса:

$$\partial \vec{V} / \partial t + (\vec{V} \nabla) \vec{V} = -\nabla P / \rho + \Delta \vec{V} - \beta_T \Delta T \vec{g}; \quad (1)$$

$$\nabla \vec{V} = 0; \quad (2)$$

$$\partial T / \partial t + (\vec{V} \nabla) T = a_T \Delta T. \quad (3)$$

Задача решалась в приближении цилиндрической симметрии. Гравитационные волны на поверхности жидкости не учитывались.

Исходная система уравнений дополнена следующими граничными условиями (рис.2):

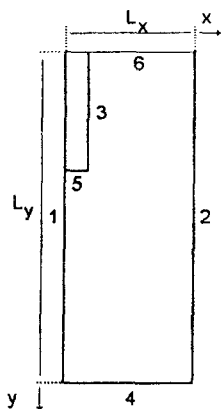


Рис.2. Схема расчетной области

На оси симметрии:

$$1) u = 0; \frac{\partial v}{\partial x} = 0;$$

На твердых границах использованы условия непроницаемости и прилипания:

$$2) u = 0; v = 0; 3) u = 0; v = 0; 4) u = 0; v = 0;$$

На поверхности расплава в трубе:

$$5) u = 0; v = -V_m = V_0 \left(-1 + \sum_{k=1}^5 \frac{\sin(k w t)}{k} \right),$$

где закон изменения скорости в трубе V_m выбран с учетом экспериментальных исследований.

На свободной поверхности:

$$6) u = 0; v = \frac{V_m R}{L_x - R},$$

где R — радиус патрубков пульсационной колонны, а условие для v получено из требования равенства расхода жидкости в обеих частях системы.

Для численного решения поставленной задачи использовался двухполосный метод (вихрь — функция тока). При этом уравнения (1), (2) были преобразованы к виду:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial (u\omega)}{\partial x} + \frac{\partial (v\omega)}{\partial y} = \text{Pr} \left[\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right] + \text{Pr}^2 Gr \frac{\partial \theta}{\partial x}; \quad (4)$$

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = - \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right), \quad (5)$$

что способствовало уменьшению числа переменных и уравнений. Конечно — разностная аппроксимация уравнений (4), (5) и граничных условий осуществлялась с помощью интегро-интерполяционной процедуры и метода переменных направлений. Полученные линейные уравнения решались на ЭВМ методом трехдиагональной матрицы.

В связи с ограничениями на шаг по времени, накладываемыми условием устойчивости разностной схемы, численный эксперимент проводился для слитка массой 178 тонны. При выборе значений параметров воздействия соблюдались условия подобия, что позволило аппроксимировать полученные результаты на слитки более крупных размеров.

В результате численного эксперимента получены поля скоростей, температур, доли твердой фазы на различных этапах затвердевания слитка

в условиях пульсационного перемешивания. Аналогичные численные исследования были проведены для затвердевания слитка с такими же геометрическими и теплофизическими параметрами, который кристаллизуется в условиях естественной конвекции (математическая модель и разностная схема описаны в работе [4]). Полученные результаты использовались для сравнения процессов гидродинамики и тепломассопереноса при наличии принудительного перемешивания и без него.

Анализ поля скоростей позволил выделить некоторые особенности перемешивания жидкой ванны. Так, на этапе вытеснения жидкости из внутренней полости погружаемой трубы отмечалось интенсивное вихревое движение в верхней части слитка. Особенно ярко это проявлялось в зоне, которая непосредственно прилегает к нижнему срезу погружаемой трубы. Характерной чертой вихревых потоков в жидкой ванне при пульсационной обработке является их образование в процессе каждой пульсации. При этом вихрь, образовавшийся в ходе предыдущей пульсации, продолжает двигаться вдоль направления движения пульсирующей струи. По существу, это обеспечивает интенсивное перемешивание осевой зоны слитка и препятствует развитию различного рода ликвационных процессов.

Поля температур и доли твердой фазы использовались для сравнения кинетики затвердевания слитков с воздействием и без воздействия. На рис. 3 приведены кривые распределения температуры на высоте 0.556 м (уровень нижнего края пульсационной колонны). Кривые с индексом 0 получены для слитка в условиях естественной конвекции, 1 – в условиях пульсационного перемешивания. Из графиков видно, что остывание расплава при наличии пульсационного воздействия происходит быстрее. Сравнение данных для моментов 5 мин (при активном воздействии в обрабатываемом слитке) и 10 мин (после снятия воздействия) показывает, что после отключения пульсационного воздействия разница между температурами в расплаве сохраняется, хотя и уменьшается. Так на первом графике разность температур составляла более 35 градусов, а на втором – около 30, и в дальнейшем разность продолжала убывать. Аналогичные результаты получены и для других горизонтов слитка.

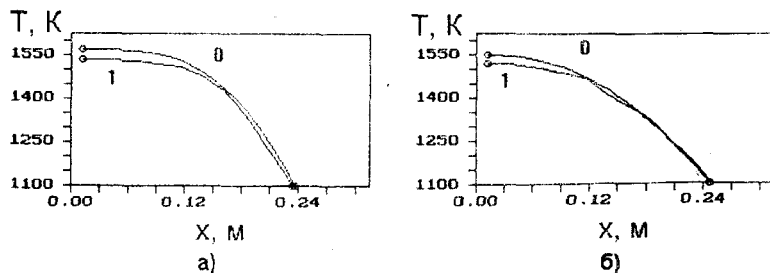


Рис.3. Распределения температуры на горизонте 0.556 м для моментов времени 5 мин (а) и 10 мин (б)

На рис. 4 приведены кинетические кривые, полученные для двух горизонтов (а – на уровне нижнего края пульсационной колонны, б – на середине высоты изложницы). Сравнение кривых показало, что продвижение фронта затвердевания для слитка с воздействием происходит быстрее.

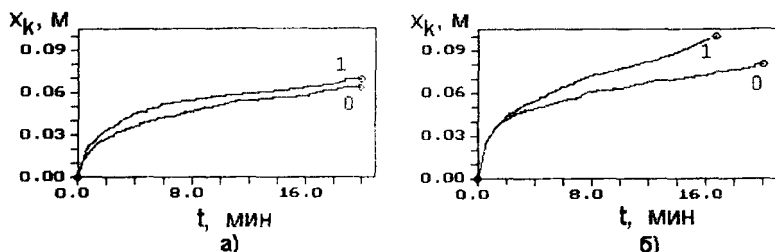


Рис. 4. Кинетические кривые для горизонтов 0.556м(а) и 1.1м(б).

На рис. 5 приведены распределения доли твердой фазы для обоих слитков через 23 мин от начала затвердевания, из которых видно, что слиток, подвергающийся пульсационному воздействию (рис. 5, а), затвердевает в вертикальном направлении быстрее, чем слиток без воздействия (рис. 5, б). Повидимому, в области активного воздействия струи изменяется направление вихревой структуры: нижележащие охлажденные простеночные слои поднимаются вверх, отбирая тепло у области расплава, прилегающей к фронту затвердевания. Это способствует более быстрому снятию перегрева в расплаве, и тем самым – ускорению кристаллизации. В то же время в области нижнего края пульсационной колонны наблюдается участок незатвердевшего расплава. Возможно, его наличие объясняется эффектом локального подогрева, вследствие повышенной концентрации равноосных дендритов в этой области, наблюдавшейся в опытах на физических моделях [1].

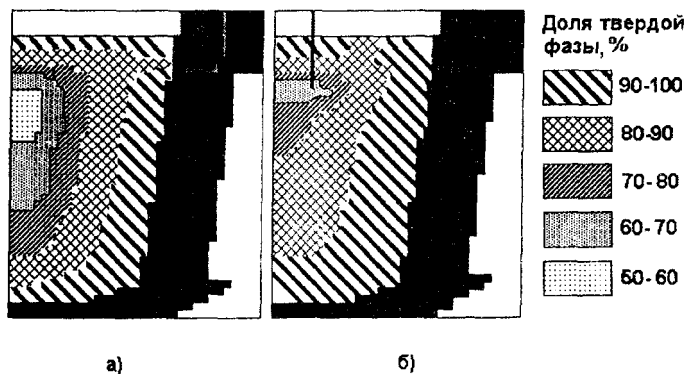


Рис. 5. Распределение доли твердой фазы при $t = 23$ мин для слитка, затвердевавшего в условиях естественной конвекции (а) и при наложении пульсационного воздействия (б).

Полученные результаты могут быть использованы для выбора оптимальных режимов пульсационного воздействия на кристаллизующийся расплав, а также для исследований поведения кристаллических частиц твердой фазы в расплаве в условиях внешних воздействий.

РЕЗЮМЕ

Сформульовано математичну модель та виконані чисельні дослідження гідродинамічних та теплофізичних процесів у зливку, який кристалізується в умовах пульсаційного впливу. Одержано поля швидкостей, температур, частки твердої фази на різних етапах твердіння зливку. Проведено порівняння результатів з даними для зливку, який твердне в умовах натуральної конвекції. Отримані результати сприятимуть оптимізації технології пульсаційної обробки зливоків, і, як наслідок, виконанню завдань щодо покращення якості металу та зменшення виробничих витрат.

SUMMARY

Mathematical model is developed and numerical researches were conducted for hydrodynamic and thermal processes in ingot solidified in conditions of pulsation mixing. Fields of speeds, temperatures, solid fraction at various stages of solidification are obtained. The results were compared with those for an ingot, solidified in conditions of a natural convection. The obtained results will be used for optimization of pulsation treatment of ingots, and consequently, for implementation of the tasks, directed on improving of metal quality and lowering of industrial expenditures.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Ефименко С.П., Пилюшенко В.А., Смирнов А.Н. Пульсационное перемешивание металлургических расплавов. – М.: Металлургия. – 1989. – 168 с.
2. L.Nedeljkovic, V.L.Pilyushenko, A.N. Smirnov Effect of pulsating stirring of liquid core on solidification of large steel ingots// Ironmaking and Steelmaking. – 1990. – Vol.17, No.6. – P. 414-423.
3. Ефимов В.А. Влияние внешних воздействий на жидкий и кристаллизующийся металл// Изв. Вузов. Черная металлургия. – 1988. – № 4. – С.21-27.
4. Огурцов А.П., Недопекин Ф.В., Белоусов В.В. Процессы формирования стального слитка: Математическое моделирование заполнения и затвердевания. – Днепропетровск: ДГТУ. – 1994. – 180 с.

Надійшла до редакції 16.12.1997 г.

ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ ПЛОСКОЙ БЕЗЫМПУЛЬСНОЙ СТРУИ В СТРАТИФИЦИРОВАННОМ ПОТОКЕ

С.В.Салеев

В гидроаэродинамике окружающей среды исключительно важную роль играют турбулентные течения при наличии градиента плотности (стратификации), учет влияния которого необходим при оставлении прогнозов погоды, расчете возможного распространения загрязнений, а также при решении ряда прикладных задач.

К числу сложных и еще практически мало изученных стратифицированных течений относится безымппульсное течение за плоским телом, представляющее собой один из простейших примеров свободного сдвигового потока с многочисленными приложениями.

Как известно, фундаментальной характеристикой плоских свободных турбулентных течений является интеграл количества движения

$$M = \rho \int_0^{\infty} [U_1(U - U_1) + \bar{u}_1^2 - \bar{u}_2^2] dx_2, \quad (1)$$

где M – избыточный импульс источника, создающего спутную струю; U_1 – осредненная продольная скорость в струе; U – скорость набегающего потока; u_1 и u_2 – продольная и поперечная пульсации скорости соответственно; x_2 – поперечная координата.

Для чисто струйного течения и течения в следе за препятствием $M \neq 0$. Случай $M = 0$ соответствует течению, представляющему собой суперпозицию двух приведенных выше течений, причем такому, в котором сила со стороны струи в точности равна сопротивлению тела.

Схема такого течения представлена на рис. 1.

В работе [1] достаточно подробно описано поле скорости импульсных турбулентных течений, для анализа которых в (1) можно пренебречь вкладом нормальных турбулентных напряжений в значение избыточного импульса. Вводя автомодельные переменные[2]:

$$\begin{aligned} U_1 &= U + u_0(x_1)f(\eta) \\ E &= u_0^2(x_1)g(\eta) \\ l_u &= \delta_{u0}(x_1)\Lambda_u(\eta) \end{aligned} \quad (2)$$

где l_u – масштаб длины пульсаций скорости; Λ_u – интегральный масштаб турбулентности; $u_0(x_1)$ – характерный масштаб скорости; $\delta_{u0}(x_1)$ – характерный масштаб длины (ширина турбулентной зоны), из (1) при $M \neq 0$ получаем инвариант

$$u_0 \delta_{u0} = const, \quad (3)$$

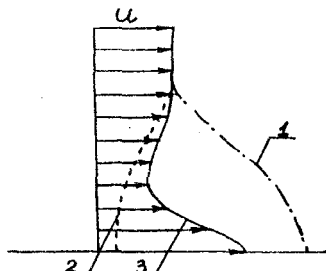


Рис. 1. Схема течения:
1 – струйное течение; 2 – следное течение; 3 – течение с нулевым избыточным импульсом

показывающий, что степень вырождения масштаба скорости и нарастания масштаба длины одинакова. Таким образом, для импульсных течений ($M \neq 0$) турбулентное число Рейнольдса остается неизменным вниз по потоку:

$$R_{l0} = \sqrt{E_0} l_{u0} / \nu = \text{const} \quad (4)$$

При этом турбулентность струи или следа является незатухающей.

В работе [2] также указывается, что в предположении автомодельности поля скорости при $M=0$, вводя как

в (2) масштаб скорости $u_0(x_1)$, из интегрального соотношения (1), в котором уже нельзя пренебрегать вкладом нормальных напряжений, следует

$$u_0(x_1) \approx U \quad (5)$$

Поэтому, для анализа случая $M=0$ предполагается использовать автомодельные переменные в виде [2]:

$$\begin{aligned} U_l &= U + u_0(x_1) f(\eta); \\ E &= e_0^2(x_1) g(\eta); \\ \overline{u_l^2} &= e_0^2(x_1) g_1(\eta); \end{aligned} \quad (6)$$

$$l_{u0} = \Lambda_{u0} \Lambda_u(\eta); \quad \eta = x_2 / \delta_{u0};$$

где $e_0(x_1)$ – масштаб пульсаций скорости; $\Lambda_{u0}(x_1)$ – масштаб длины турбулентного вихря.

В переменных (6) условие (1) принимает вид

$$u_0/U = 1/\beta (e_0/U)^2, \quad (7)$$

где $\beta = -\int_0^\infty f \, d\eta / \int_0^\infty (g_1 - \varepsilon g) \, d\eta$, указывающий на то, что в случае $M=0$ степень вырождения поля средней скорости в 2 раза превосходит степень вырождения поля пульсаций скорости, т.е. на некотором расстоянии вниз по потоку сдвиг средней скорости не подпитывает энергию турбулентности и, таким образом, она должна уменьшаться с ростом x_1 :

$$\lim_{x_1 \rightarrow \infty} R_l \rightarrow 0 \quad (8)$$

Данное условие выражает принципиальное отличие безимпульсных течений от импульсных, для которых имеет место равенство (4). Такая характерная особенность дает основания полагать, что, строго говоря, поле скорости турбулентного безимпульсного течения является неавтомодельным.

Информация о динамике турбулентности при наличии неавтомодельной области является принципиально важной для решения ряда приклад-

ных задач. В такой ситуации большое значение приобретает экспериментальная проверка асимптотических законов вырождающейся сдвиговой турбулентности.

В качестве генератора плоского безимпульсного следа была изготовлена модель, схема которой представлена на рис.2. По пилонам (1) вода подается в форкамеру (2) с поворотными лопатками (3).

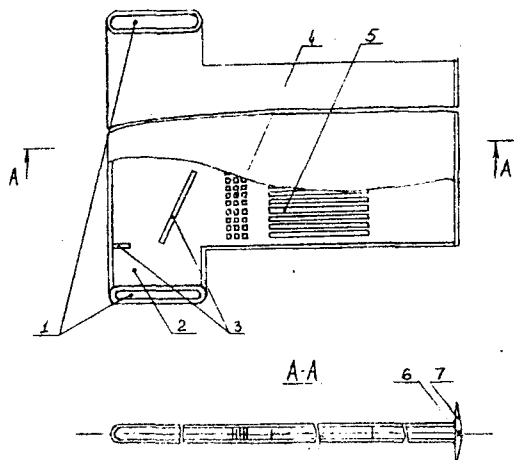


Рис.2. Модель, генерирующая плоский безимпульсный след. 1 – пилоны; 2 – форкамера; 3 – поворотные лопатки; 4 – трехрядная решетка; 5 – хонейкомб; 6 – щель; 7 – хвостовая часть

Поток разворачивается вдоль главной оси и становится квазиоднородным по скорости. Дальнейшее выравнивание профиля скорости осуществляется трехрядной решеткой (4) с размером ячеек $2 \times 2 \text{ мм}^2$. Далее, масштаб пульсаций и степень турбулентности потока уменьшаются хонейкомбом (5) с относительным удлинением 25, который разбивает крупные вихри на более мелкие. Полученный поток вытекает из модели в окружающий объем через щель (6) в хвостовой части (7) с поджатием по вертикали 2:1.

Испытания модели и отдельных ее модулей проводились на воздухе. В качестве измерительной аппаратуры применялся разработанный в СКТБ "Турбулентность" автономный измеритель скорости и температуры "АИСТ-3П". Ввиду малости толщины потока за величину скорости в исследуемой точке выбиралось максимальное значение при перемещении датчика прибора по вертикали.

На рис. 3 представлены профили скорости на расстоянии 50 мм от модели при различных модификациях форкамеры. В качестве сравнения изображено распределение скорости непосредственно после форкамеры. Для сглаживания профиля использовались вставки с углом раскрытия от 90° до 150° и поворотные лопатки с разными длинами и ориентацией, а также их комбинации. Было замечено, что и вставки и лопатки относительно хорошо выравнивают поток в центральной части, а последние при определенном положении еще распределяют поток и по боковым участкам модели. На схеме модели (рис.2) изображено оптимальное расположение поворотных лопаток. Подобие профилей скорости наблюдалось уже при $x/H=3$, где H – высота хвостовой части модели.

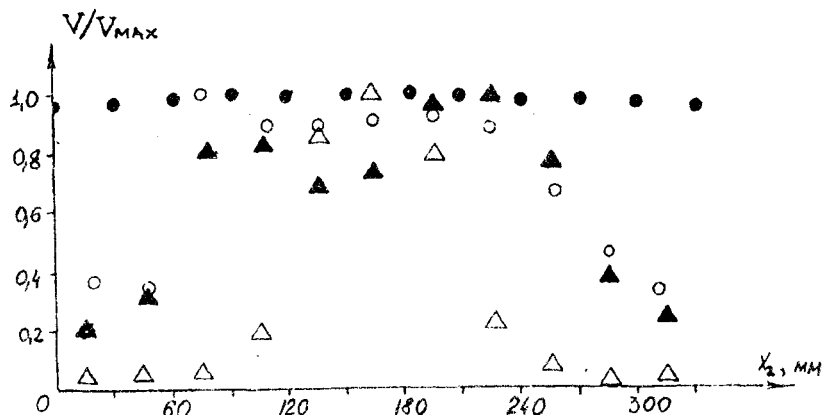


Рис. 3. профили скорости на выходе из форкамеры и на удалении от модели: Δ – форкамера; $\circ$ – модель со вставкой с углом раскрытия 90° ; $\blacktriangle$ – модель с поворотными лопатками; $\bullet$ – оптимальный вариант размещения повторных лопаток (рис.2)

Расчет хвостовой части осуществлялся применительно к гидродинамическому стенду со стратифицированным потоком, описанном в [3]. Толщина пограничного слоя на поверхности модели перед хвостовой частью должна быть меньше чем $H/2$. Это требование обусловлено тем, что след за хвостовой частью должен быть развитым в динамическом смысле. С другой стороны, этот след не должен выходить за пределы области с заданным распределением температуры. Таким образом, на максимальный размер также накладывается ограничение, оценка которого была взята из [4]. Учитывая эти требования, высота хвостовой части модели была выбрана равной 16 мм.

Изготовленная модель устанавливается на гидродинамические весы, которые расположены в начале рабочего участка гидродинамического стенда,

так, чтобы боковые пилоны модели находились выше по потоку, чем устройства отсоса пограничного слоя на стенках бассейна. Уравновешиванием силы реакции истекающей струи подбирается необходимый расход, который в дальнейшем контролируется индукционным расходомером.

Выводы

1. Приведенный автомодельный анализ показывает о наличии динамически вырождающейся турбулентности в безимпульсном потоке.

2. Предложена модель, позволяющая генерировать плоский безимпульсный след в течении за телом.

РЕЗЮМЕ

Розглянуті автомодельні змінні для імпульсних та безімпульсних течій. Описана модель для генерації безімпульсного двовимірного сліду. Показано, що модель може бути використана для дослідження динамічно виродженого турбулентного режиму у стратифікованому середовищі.

SUMMARY

The automodel variables for impulse and non-impulse flows are reconsidered. The model for non-impulse two-dimensional wake generation is described. It is shown, that the model can be used for an investigation of dynamically degenerate turbulent regime in a stratified media.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Таунсенд А.А. Структура турбулентного потока с поперечным сдвигом. – М.: Изд-во иностр. лит., 1959. – 399 с.
2. Коловандин Б.А. Моделирование теплопереноса при неоднородной турбулентности. – Минск: Наука и техника, 1980. – 184 с.
3. Болонов Н.И., Лобачев В.Г., Пригода Н.А., Салеев С.В. Лабораторный комплекс для исследования процессов перемешивания в стратифицированных средах // II-ая Республиканская научно-техническая конференция "Гидромеханика в инженерной практике": Тезисы доклада. – Киев-Черкассы, 1997. С.57-58.
4. Gordon E. Merrit. Wake growth and collapse in stratified flow, AIAA Paper. No. 73-108, 1973.

Надійшла до редакції 17.11.1997 р.

УДК 517.997.56:669.18.046.5:536.42

ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕПЛОВОГО РЕЖИМА ЗАТВЕРДЕВАНИЯ НЕПРЕРЫВНОГО СЛИТКА ПО КРИТЕРИЮ МИНИМАЛЬНОСТИ ТЕРМИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ

Н.А.Володин

Проблема получения качественных непрерывных слитков при затвердевании металлических расплавов является актуальной. Качество слитка, в основном, определяется термическими напряжениями (ТН) в затвердевшей части, поскольку они приводят к образованию механических дефектов в слитке. Термонапряжения, в первую очередь, зависят от величины градиентов температур, поэтому для получения высококачественных слитков с минимальными ТН необходимо определять оптимальные режимы охлаждения.

Рассмотрим установившуюся вертикальную разливку цилиндрического слитка (рис.1). Жидкий металл заливается сверху в кристаллизатор, где в слитке формируется твердая корочка, обозначенная белыми точками на рис.1. Во вторичном охладителе слиток затвердевает по всему объему (черные точки). При движении слитка от кристаллизатора ко вторичному охладителю внутри слитка остается жидкая лунка (мелкие точки на рис. 1), которая по мере продвижения вниз затвердевает, проходя двухфазное жидкокристаллическое состояние, обозначенное штриховкой.

Распределение температур в слитке описывается нелинейным эллиптическим уравнением:

$$C\rho V \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0, \text{ на } \Sigma = \{r, z : 0 < r < R, 0 < z < Z\} \quad (1)$$

где $T(r, z)$ – температура слитка, V – скорость литья (скорость вытягивания слитка), $\rho(T)$ – плотность слитка, $C(T)$ и $\lambda(T)$ – эффективные теплоемкость и теплопроводность, которые в жидкой, двухфазной и твердой зонах равны [1]:

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_l(1 - \xi) + \rho_s \xi; \quad \lambda = \lambda_l(1 - \xi) + \lambda_s \xi; \\ C &= \begin{cases} C_l, & T \geq T_l; \\ C_l(1 - \xi) + C_s \xi - W \frac{\partial \xi}{\partial T}, & T_s < T < T_l; \\ C_s, & T \leq T_s. \end{cases} \end{aligned}$$

Здесь индексы l и s обозначают известные табличные значения параметров, соответственно, для жидкого и твердого состояния слитка, T_s и T_l –

температуры солидуса и ликвидуса, W – скрытая теплота кристаллизации. Переменная ξ – доля твердой фазы, определяемая по уравнению для не-равновесного рычага:

$$\xi = 1 - \left(\frac{T_0 - T}{T_0 - T_l} \right)^{\frac{1}{1-k}},$$

где k – равновесный коэффициент распределения примеси.



Рис.1. Схема непрерывной разливки стали

Граничные условия имеют вид:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad T|_{\substack{0 \leq r \leq R \\ z=0}} = T_0, \quad \lambda_s \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R} = -\gamma(T - T_-),$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_S = u, S = \{r, z : r = R, z_c < z < Z\}, \quad (2)$$

где T_0 – температура заливки металла в кристаллизатор, z_c – нижняя граница кристаллизатора (рис. 1), T_c – температура воды в кристаллизаторе, γ – коэффициент теплопередачи в зоне кристаллизатора, $u(z)$ – поток тепла в зоне вторичного охлаждения.

Согласно работе [2], для снижения ТН и предотвращения образования трещин, необходимо уменьшать значение радиальной компоненты градиента температур в твердой фазе слитка S' , т.е. необходимо минимизировать следующий функционал:

$$J_0 = \int_0^R \int_0^Z \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 \Theta(r - r_s) \Theta(z - z_c) r dr dz, \quad (3)$$

где Θ – функция Хевисайда, r_s – радиус границы твердой фазы.

Задача минимизации ТН формулируется следующим образом. Необходимо найти оптимальный поток тепла $u(z)$, в граничном условии (2), который минимизирует ТН в форме функционала (3).

Очевидно, что минимум функционала (3) достигается при $\partial T / \partial r = 0$. Поскольку краевым условием для этого дифференциального соотношения для каждого z от начала зоны вторичного охлаждения и до завершения жидкой лунки является температура $T(r_s, z) = T_s$, то минимизация функционала (3) обеспечит оптимальный теплоотвод $u(z)$, при котором исчезает твердая фаза (жидкая лунка распространяется на весь слиток). Следовательно, целевой функционал J_0 должен минимизироваться при некоторых дополнительных ограничениях. Заметим, что до настоящего времени данный вопрос в литературе не обсуждался, в связи с тем, что задачи оптимизации полей температур непрерывного слитка традиционно подменялись задачами подбора рациональных режимов охлаждения [2,3].

Впервые на необходимость введения ограничений при минимизации функционалов типа (3) обратили внимание авторы работ [4,5], в которых приведена новая корректная формулировка задачи оптимизации полей температур непрерывного слитка. В этих работах задача решена с ограничением на температуру слитка при выходе из зоны вторичного охлаждения.

Результаты исследований непрерывных слитков указывают на то, что пористость слитка возрастает при уменьшении интенсивности отвода тепла (т.е. при уменьшении ТН) в зоне вторичного охлаждения [2,3], поскольку при этом происходит рост протяженности переходной зоны и растягивающие усилия, действующие на металлы, становятся более значительными. Поэтому, для уменьшения пористости и вероятности прорыва твердой корочки при выходе из кристаллизатора необходимо определить такой поток $u(z)$, чтобы протяженность двухфазной зоны была минимальной. Очевидно, что объем жидкой лунки, зависит от объема двухфазной зоны. Таким образом, ограничение может быть реализовано в требовании минимальности объема жидкой лунки [2,3].

Объем жидкой лунки определяется функционалом:

$$J_1(u) = \int_0^R \int_0^Z \Theta(T - T_s) \Theta(z - z_c) r dr dz. \quad (4)$$

Задача оптимизации формулируется следующим образом. Необходимо найти оптимальный поток тепла $u(z)$, в граничном условии (2), который минимизирует ТН при ограничении на объем жидкой лунки в виде функционала:

$$J(u) = J_0(u) + \chi J_1(u), \quad (5)$$

где χ – весовой коэффициент.

Для поиска оптимального значения потока $u(z)$ применялся прямой итерационный экстремальный метод [5]:

$$u^{k+1} = u^k - \beta^k \nabla J^k, \text{ на } S, \quad (6)$$

где β^k – параметр регулирования направления минимизации [5,6] относительно градиента:

$$\nabla J = -f, \quad (7)$$

где $f(r, z)$ удовлетворяет сопряженной задаче на $\{r, z: 0 < r < R, z_c < z < Z\}$:

$$C_p V \frac{\partial f}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda \frac{\partial f}{\partial r} \right) - \frac{\partial \lambda}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial r} \frac{\partial f}{\partial r} - V \frac{\partial C_p}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} f + 2 \left[\left(r \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\partial T}{\partial r} \right) \Theta(r - r_s) + r \frac{\partial T}{\partial r} \delta(r - r_s) - \chi \delta(T - T_s) \right] \Theta(z - z_c) = 0 \quad (8)$$

$$\left. \frac{\partial f}{\partial r} \right|_{r=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial f}{\partial r} \right|_{r=R} = -2 \frac{\partial T}{\partial r}; \quad \left. f \right|_{0 \leq r \leq R, z=Z} = 0. \quad (9)$$

Алгоритм поиска оптимального управления следующий. Задается начальное приближение u^0 и в результате решения задачи (1), (2) находится поле температур слитка $T(r, z)$. После решения сопряженной задачи (8), (9) по формуле (7) находится градиент целевого функционала (5), на основе которого по алгоритму (6) осуществляется итерационная коррекция управления $u(z)$.

На рис. 2 представлен полученный оптимальный поток в зоне вторичного охлаждения для слитка диаметром 20 см из стали СТ3, с коэффициентом теплопередачи в кристаллизаторе $\gamma = 1100$ Вт/(м² К) и температурой перегрева $T_0 - T_l = 15$ К. Начальное приближение $u^0(z) = 50$ кДж/(м² с). Алгоритм (6) сошелся за 20 итераций. При этом ТН, представленные функционалом J_0 , уменьшились в 6,6 раз, а общий критерий J в 2,7 раза.

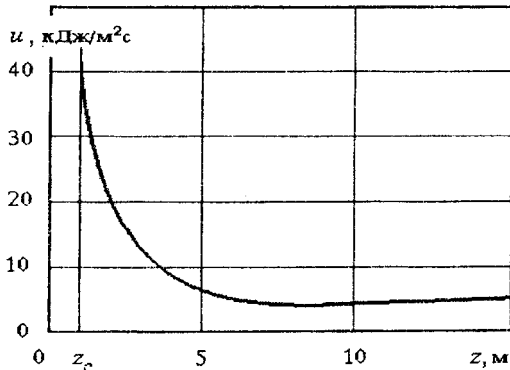


Рис.2. Оптимальный тепловой поток в зоне вторичного охлаждения

Объем жидкой лунки определяется теплоотводом в области от начала вторичного охлаждения до завершения жидкой лунки, т.е. в области

$z_c < z < z_s$. При уменьшении теплоотвода объем лунки возрастает, а при возрастании – убывает. Поскольку минимизация ТН осуществляется при ограничении на объем жидкой лунки, то поток имеет максимальное значение в области $z_c < z < z_s$, т.к. при возрастании теплоотвода объем лунки уменьшается. В этой области слитка ТН будут высокими, т. к. при увеличении потока возрастают градиенты температур, от величины которых и зависят ТН. В области $z_s < z < Z$ минимизация ТН осуществляется без ограничения, поэтому поток в данной области имеет меньшее значение, чем в области $z_c < z < z_s$, поскольку при уменьшении потока уменьшаются градиенты температур.

Полученный результат подтверждает целесообразность и эффективность применения прямого экстремального подхода к задачам оптимизации процессов затвердевания непрерывных слитков.

Автор выражает глубокую признательность научным руководителям профессору Недопекину Ф.В. и доценту Толстых В.К. за плодотворные обсуждения данной работы.

РЕЗЮМЕ

Розглядається задача оптимізації теплового режиму твердіння неперервного зливку циліндричного перерізу по критерію мінімальності термічних напружень. Для вирішення застосовується прямий ітераційний екстремальний підхід. Одержаний результат підтверджує доцільність та ефективність застосування прямого екстремального підходу до задач оптимізації процесів твердіння неперервних зливоків.

SUMMARY

The optimal control problem of the cooling in the continuous casting steel by criterion of minimum thermal stresses is considered. The direct extreme method is used for foundation of software, which allows to define the optimal cooling regime.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Недопекин Ф.В. Математическое моделирование гидродинамики и тепло-массопереноса в слитках. –Ижевск: Изд-во Удмуртского ун-та. 1994. –236 с.
2. Соболев В.В., Трефилов П.М. Процессы тепло-массопереноса при затвердевании непрерывного слитка. – Красноярск, 1984. – 544 с.
3. Соболев В.В., Трефилов П.М. Теплофизика затвердевания металла при непрерывном литье. – М.: Металлургия, 1988. – 161 с.
4. Tolstykh V.K., Volodin N.A. Optimal control by heat flow in continuous casting steel // Operations Research, Proc. – Braunschweig – Germany: Springer. – 1996. – P.480-483.
5. Толстых В.К. Прямой экстремальный подход для оптимизации систем с распределенными параметрами. – Донецк: Изд-во «Юго-Востоку», 1997. – 177 с.
6. Толстых В.К. О применении градиентного метода к задачам оптимизации систем с распределенными параметрами// Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 1986. – Т.26. – С.137-140.

Надійшла до редакції 11.11.97 р.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАЗВИТИЯ РЕЛЬЕФА ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ИОННОЙ БОМБОРДИРОВКЕ

А.М. Гасенко

Процессы физического и химического распыления твердых тел с применением ионов инертных и химически активных газов приводят к развитию сложного геометрического рельефа поверхности с образованием ступеней, террас, а в некоторых случаях – макроскопических геометрических фигур в виде конусов, пирамид, цилиндров и т.д. [1].

Изучению эволюции поверхности при различных условиях бомбардировки, для различных материалов, посвящено множество работ. В обзоре Вилсона [2] приведены различные экспериментальные данные, которые свидетельствуют о том, что в зависимости от угла бомбардировки, материала мишени, качества обработки исследуемой поверхности и пр., изменяется как форма наблюдаемого рельефа, так и его измеряемые характеристики. В [1] приведены также теоретические модели, позволяющие предсказать наличие того или иного рельефа при различных условиях бомбардировки.

Картер, Катаржиев и др. [3-5] рассматривали процесс движения поверхности как аналогичный продвижению волнового фронта. В работе [5] Катаржиев представил двумерный алгоритм расчета эволюции поверхности (трехмерный алгоритм может быть получен прямой экстраполяцией двумерных расчетов) и показал, что с помощью этого алгоритма может быть прослежена эволюция поверхности любой формы: для поверхностей, не имеющих изначально угловых неоднородностей, расчет с помощью принципа Гюйгенса дает результаты, аналогичные результатам расчета с помощью метода Монте-Карло.

На образование и развитие рельефа поверхности весьма неоднозначно влияют вторичные эффекты, такие как: переосаждение распыленных атомов, отражение падающих ионов, поверхностная и объемная диффузия и др. Подобного рода эффекты могут быть описаны с помощью уравнения баланса [6], которое позволяет учитывать влияние диффузии на рельефность бомбардируемой поверхности. В работе [7] на основании принципа Гюйгенса проведено моделирование распыления и переосаждения при обработке поверхности сфокусированным пучком ионов, с использованием закона косинусоидального распределения распыленных атомов.

При производстве микросхем важную роль играет информация об эволюции системы маска-подложка. В работе [8] обсуждались теоретические, геометрические и расчетные приближения для гомогенных, гетерогенных и переменных во времени систем маска-подложка. Полученные результаты в основном позволяют проследить эволюцию поверхности подобных систем без учета вторичных процессов.

Поскольку в процессе ионной бомбардировки рельефность поверхности может как увеличиваться, так и уменьшаться [1], Картером и др. [9] была предложена теория полирования ионным пучком, основанная на методе характеристик.

В ранее приведенных работах имеются экспериментальные данные, а также теоретические модели, позволяющие изучать развитие рельефа макроскопической величины (от 10 нм до нескольких микрометров). Однако, очевидно, что начальные стадии формирования рельефа во многом определяют макроскопическую рельефность исследуемого образца. Теория образования ямок травления атомного масштаба приведена в работе [10]. Теория весьма идеализирована, однако с некоторыми приближениями позволяет описывать этот эффект.

Василюсом и Пранявичусом [11] был проведен анализ кинетики развития микрорельефа поверхности на основе анализа вероятностного содержания самого процесса распыления. Однако связи между механизмами развития микро- и макрорельефа установлено не было.

При изучении эволюции поверхности наибольший интерес представляет моделирование зависимости коэффициента распыления от угла падения ионов на поверхность. Зигмундом (Zigmund) [12] была получена теоретическая зависимость коэффициента распыления от угла бомбардировки для углов, близких к нормальному.

В работах [13,14] Ямамуры на основании анализа большого объема экспериментальных данных было предложено модельное выражение для коэффициента распыления в зависимости от угла бомбардировки, пороговой энергии распыления и поверхностной энергии связи.

Эксперименты показывают, что распылительная эрозия является функцией угла бомбардировки (т.е. угла между потоком ионов и нормалью к поверхности). Подобная связь возникает за счет угловой зависимости коэффициента распыления. Однако коэффициент распыления определяется не только углом бомбардировки, но и сортом бомбардирующих частиц и атомов мишени, энергией связи атомов мишени, энергией бомбардирующих частиц. Таким образом, логически обоснованной является задача описания развития рельефа поверхности в зависимости от вышеперечисленных параметров.

В предлагаемой работе рассматривается эволюция изначально рельефной поверхности с неоднородностями макроскопического масштаба (100-10 000 Å) в виде ямок, бомбардируемой по нормали к плоской поверхности образца (рис.1):

Уравнение, описывающее эволюцию поверхности, может быть записано в виде [2]

$$\frac{dy}{dt} = -J \frac{S(\Theta, E)}{N} \cos \Theta,$$

где y – функция, задающая форму рельефа поверхности в каждый определенный момент времени; J – плотность потока ионов, N – поверхностная

плотность образца, $S(\Theta, E)$ – коэффициент распыления, Θ – угол падения ионов на поверхность твердого тела, E – энергия бомбардирующих частиц.

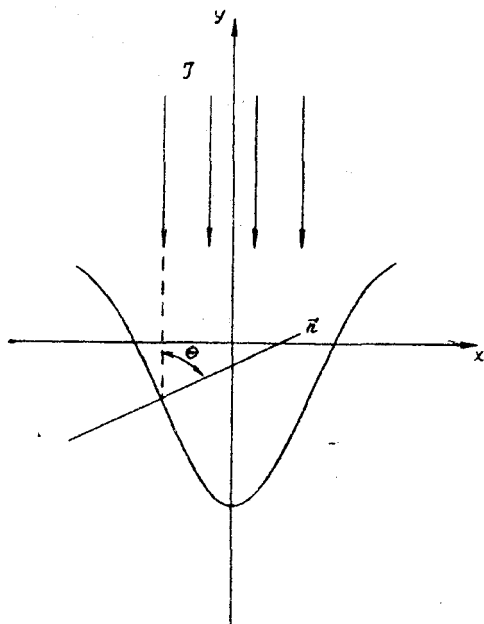


Рис. 1

Подобная формула применима в том случае, если не учитываются вторичные эффекты (преимущественное распыление, поверхностная и объемная диффузии, перепыливание и пр.). Чтобы избежать учета подобного рода явлений, рассматривается рельеф макроскопического масштаба. Это позволяет считать, что распыление вещества происходит из некоторого локального поверхностного слоя, размеры которого достаточно малы по сравнению с размерами неровности.

Как утверждает ряд авторов [12,15,16] и на основании экспериментальных данных, зависимость коэффициента распыления от угла бомбардировки на участке от 0^0 до $\Theta_{\max}$ достаточно хорошо описывается функцией $1/\cos^n \Theta$, где n изменяется от 1 до 2 в зависимости от комбинации ион-твердое тело. От $\Theta_{\max}$ до 90^0 коэффициент распыления плавно спадает, почти до нуля, что позволяет (на основании работ Зигмунда [12] и Ямамуры [13,14]) описать его поведение с помощью функции

$$S(\Theta, E) = \frac{A_1}{\cos^{1.4} \Theta} \left(1 - \frac{A_2}{\cos^{3.5} \Theta} \right)^{11.2}, \quad A_1 = 0.42 \cdot 10^{15} \beta \frac{QS_n}{U_S(1 + U_S s_e)},$$

$$A_2 = \frac{E_{th}}{E}, \quad \beta = 0.08 + 0.164 \left(\frac{M_1}{M_b} \right)^{0.4} + 0.0145 \left(\frac{M_1}{M_b} \right)^{1.29},$$

где M_1, M_b – массы бомбардирующих ионов и атомов мишени соответственно, S_n – сечение ядерного торможения, s_e – приведенное сечение элек-

тронного торможения, U_s – энергия сублимации, E_{th} – пороговая энергия, E – энергия бомбардирующих частиц, Q – подгоночный параметр. Однако, даже функция подобного рода не позволяет достаточно хорошо описать поведение $S(\Theta, E)$ вблизи угла 90° , в то время, как для всех остальных значений Θ (от 0° до 80°) теоретические значения коэффициента распыления почти полностью совпадают с экспериментальными [17,18] (см. рис.2,3).

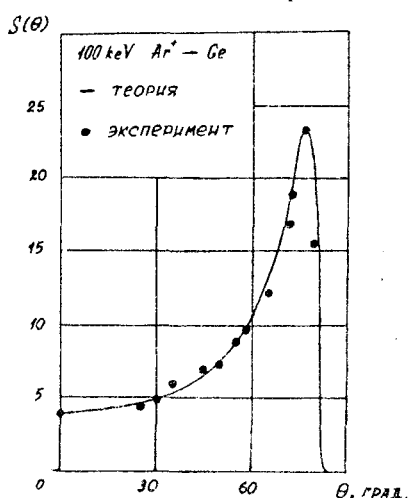


Рис. 2

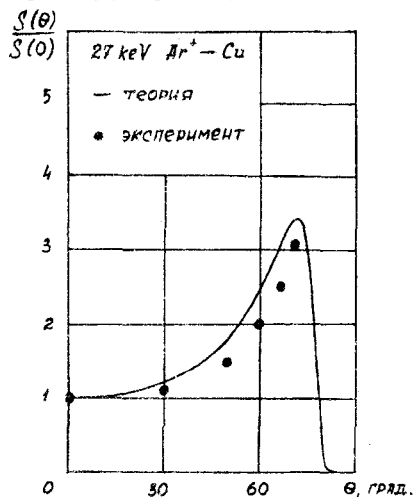


Рис. 3

На основании изложенной выше модели был проведен расчет эволюции поверхности. С помощью компьютерного моделирования на поверхности исследуемого образца поточечно задавался изначально рельефный профиль в форме распределения Гаусса (ямка или выступ). Для расчета формы рельефа на очередном временном шаге была использована предиктор-коллекторная схема. В каждой точке разбиения рассчитывалась величина через заданный промежуток времени (предиктор) и через два одинаковых промежутка (коллектор). За истинное значение на заданном временном промежутке принимались средняя между предиктором и коллектором величина.

При помощи изменения параметров бомбардировки образца ионами были получены результаты, показанные на рис.4 и рис.5. Результаты расчета эволюции поверхности меди, бомбардируемой ионами аргона с энергией 27 кеV, представлены на рис.4. Подобное происходит при бомбардировке поверхности германия ионами аргона с энергией 100 кеV (рис.5). Сравнивая рисунки 4 и 5 нетрудно заметить, что форма рельефа поверхности зависит не только от углового распределения коэффициента распыления $S(\Theta, E)$, но и от сорта бомбардирующих частиц, их энергии, а также от сорта атомов исследуемого образца. Имеется ряд экспериментальных исследований [2,3,18], ко-

торые показывают, что на бомбардируемой ионами поверхности сначала возникают ямки, а затем на дне ямок появляются конические структуры, которые при дальнейшей бомбардировке вырастают не выше плоской поверхности образца. Результаты расчетов показывают (см. рис.4 и рис.5), что при бомбардировке образцов из германия и меди ионами по нормали к плоской поверхности образца, на дне ямки возникает пик, который растет с течением времени.

27 keV $Ar^+ - Cu$

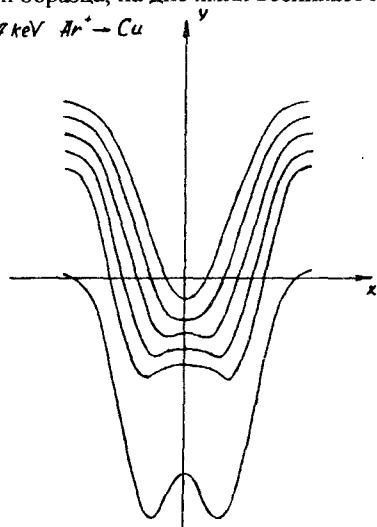


Рис. 4

100 keV $Ar^+ - Ge$

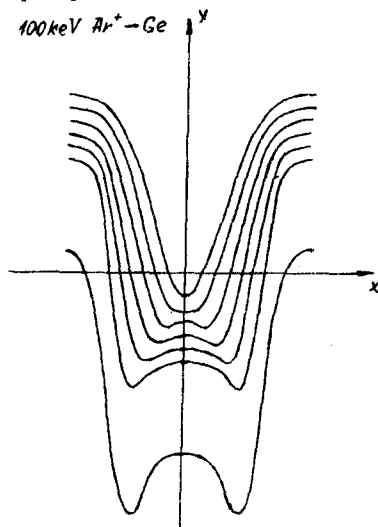


Рис. 5

Заметим, что во время ионной бомбардировки на исследуемой поверхности возникают структуры в виде ямок, пирамид и т.п. [1,2,19]. Из рис.4 и рис.5 видно, что возникновение подобного рода структур вполне возможно при дальнейшей бомбардировке поверхности ионным пучком.

В работе была сделана попытка в рамках предложенной модели проследить эволюцию рельефной поверхности без учета вторичных процессов. Полученные результаты позволяют судить о том, что форма рельефа поверхности изменяется в зависимости от сорта и энергии бомбардирующих частиц, состава материала мишени, углового распределения коэффициента распыления. Исходя из полученных результатов, можно предположить, что в зависимости от этих параметров за счет неровности краев ямки, а также за счет появления на дне ямки пиков, будет изменяться не только форма рельефа бомбардируемой поверхности, но и некоторые измеряемые характеристики (например, распределение примесей по глубине в исследуемом образце), необходимые как для качественного, так и для количественного анализа состава исследуемого вещества.

РЕЗЮМЕ

Запропонована модель, яка описує еволюцію поверхні під впливом іонного бомбардування зразка з початково заданим рельєфом. Побудовано рівняння, яке дозволяє розрахувати еволюцію поверхні в залежності від кутового розподілу коефіцієнту розпилення, сорту та енергії частин, які падають. Чисельним методом одержано рішення цього рівняння.

SUMMARY

The model which describe surface evolution during ion bombardment with initially relief was proposition. Equation which allow calculate the surface evolution independence of angle distribution of the sputtering yield, sort and energy ions was built. With the help of numerical method the solution was obtained.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Распыление твердых тел ионной бомбардировкой: Пер. с англ. / Под ред. Р.Бериша. – М.: Мир, 1984.
2. Распыление твердых тел ионной бомбардировкой. Вып.2. Пер. с англ. / Под ред. Р.Бериша, – М.: Мир, 1986.
3. Ian H.Wilson. The topography of ion bombarded surfaces.
4. Katardjiev, G Carte and M.J.Nobes. Simulations of erosion induced surface evolution in temporally and spatial dependent system. / Vacuum. Vol.38, №.11, 1988, pp.999-1004.
5. R.Smith, G.Carter, M.J. Nobes. Ion-beam-induced Topography in Depth Profiling. / Pros. R. Soc. Lond. A, 407(1986)405.
6. I.V.Katarjiev. Simulation of surface evolution during ion bombardment / J. Vac. Sci. Tehnol. A, Vol.6, №4, Jul-Aug, 1988.
7. Carter and M.J. Nobes. Ion-beam-induced Topography and Compositional Changes in Depth Profiling. / Surface and Interface Analysis, Vol. 19, №1- 12, 1992.
8. Thoru Ishitsni and Tsuoshi Ohrishi. Modeling of sputtering and redeposition in foused-ion- beam trench milling. / J. Vac. Sci. Technol. A 9(6), Nov/Dec, 1991.
9. I.V. Katarjiev, G.Carter and M.J. Nobes. Presition modeling of the mask – substrate evolution during ion etching. / J. Vac. Sci. Technol. A 6(4), Jul/Aug, 1988.
10. G. Carter and M.J.Nobes. The theory of ion beam polishing and machining. / Vacuum, Vol.44, №3/4, 1993, pp.303-309.
11. G.Carter, M.J.Nobes and I.V.Katarjiev. The effect of Atomic-scale Etch Pit Formation on Depth Resolution in Sputter Profiling / Surf. and Interface Analysis, Vol. 15, №7, 1990, pp. 447-450.
12. Василіос І.І., Пранявичюс Л.І. Развитие рельефа поверхности на начальных стадиях ионного распыления. – Поверхность. – №6, 1991.
13. P. Sigmund. Mechanisms and theory of physical sputtering by particle impact. / Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B27(1987) 1-20.
14. Y.Yamamura. Threhold energies of light-ion sputtering and heavy-ion sput-

tering as function of angl of incidence. / Nuclear Instr. and Meth. In Phys. Research D2(1984)627.

15. Y. Yamamura. Angular distributions of sputtering atoms from ion-bombarded surfaces. / Rad. Eff. 105(1987).
16. Методы анализа поверхностей / Под. Ред. А.Зандерны – М.: Мир, 1979.
17. Ian H. Wilson. Atomic Bullets, Silicon Chips and Semiconductor Surfaces. / Professional Inaugural Lecture Series 16, 1993.
18. I.M. Fayazov and V.N. Socolov. Study of ion-bombardment-induced surface topography of silver by stereophotogrammetric method / Radiation Effects and Defects in Solids, Vol. 124, 1992, pp. 181-186.
19. Сотников В.М. Угловые распределения вторичных частиц, эмитированных с рельефной поверхности в случае ионно-электронной эмиссии. – ВИНТИ, №2594–B88, 1988.

Надійшла до редакції 18.12.1997 р.

УДК 623.685.4

СВЧ РАЗОГРЕВ ДВУХСЛОИСТОГО ФЕРРИТОВОГО ПОКРЫТИЯ

В.В.Демехин

Требование увеличения дальности и надежности радиотехнической аппаратуры привело к созданию приборов СВЧ, позволяющих получать импульсную мощность в десятки мегаватт при средней мощности в десятки кВт.

В связи с этим стал актуальным вопрос взаимодействия сильного электромагнитного излучения со слоистой средой.

СВЧ разогрев одной неограниченной ферритовой пластины с источниками энергии рассматривался в [1].

В данной работе выполнен расчет распределения температуры двухслойного ферритового покрытия также с источниками энергии при варьируемой падающей мощности, а также определена мощность тепловых источников для каждого слоя в зависимости от величины падающей СВЧ энергии, толщины слоев и характеристик комплексных диэлектрической и магнитной проницаемостей.

Рассмотрим два слоя ферритового материала с толщинами l_1 и l_2 , различающихся по своим термическим свойствам и находящихся в тесном тепловом контакте друг с другом. Внутри слоев в начальный момент времени начинают непрерывно действовать вызванные электромагнитными потерями источники тепла, удельная мощность которых P_{f1} и P_{f2} (Вт/м³) вначале предполагается постоянной и не зависит от температуры. Кроме того, мы будем считать, что коэффициенты теплопроводности λ_1 и λ_2 не зависят ни от температуры, ни от координаты z (материал однороден).

Будем рассматривать нормальное падение СВЧ волны на образец. Уравнения теплопроводности для такой задачи имеют вид:

$$\frac{\partial T_1(z,t)}{\partial t} = \frac{\lambda_1}{c_1 \rho_1} \frac{\partial^2 T_1(z,t)}{\partial z^2} + \frac{P_{f1}}{c_1 \rho_1}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial T_2(z,t)}{\partial t} = \frac{\lambda_2}{c_2 \rho_2} \frac{\partial^2 T_2(z,t)}{\partial z^2} + \frac{P_{f2}}{c_2 \rho_2}; \quad (2)$$

где $\lambda_{1,2}$ – теплопроводность; $c_{1,2}$ – теплоемкость; $\rho_{1,2}$ – плотность соответственно первого и второго слоя.

Обозначим: $a^2 = \lambda_1 / (c_1 \rho_1)$ – коэффициент температуропроводности первого слоя, $a'^2 = \lambda_2 / (c_2 \rho_2)$ – для второго слоя; $P_{f1} / (c_1 \rho_1) = b_1$, $P_{f2} / (c_2 \rho_2) = b_2$.

Тогда уравнения (1) и (2) перепишем в виде:

$$T_{1zz} = \frac{T_{1t}}{a^2} - \frac{b_1}{a^2}, \quad T_{2zz} = \frac{T_{2t}}{a'^2} - \frac{b_2}{a'^2}.$$

На границе раздела феррит-металл из-за большой теплопроводности металла граничное условие имеет вид:

$$T_1(-l_1, t) = T_0 = \text{const}. \quad (3)$$

На границе раздела феррит-воздух, также как в [1], будем считать, что теплообмен с внешней средой происходит по закону Ньютона:

$$\frac{\partial T_2(l_2, t)}{\partial z} = -\frac{h_2}{\lambda_2} [T_2(l_2, t) - \theta] \quad (4)$$

где h_2 – коэффициент теплоотдачи; θ – температура среды.

На поверхности раздела двух слоев необходимо записать условие непрерывности теплового потока:

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1(0, t)}{\partial z} = \lambda_2 \frac{\partial T_2(0, t)}{\partial z}. \quad (5)$$

Согласно предположению, что на поверхности раздела $z = 0$ контактное тепловое сопротивление отсутствует:

$$T_1(0, t) = T_2(0, t). \quad (6)$$

Начальные условия:

$$T_1(z, 0) = T_0 + \frac{\theta - T_0}{l_1 + l_2} l_1 + \frac{\theta - T_0}{l_1 + l_2} z, \quad (7)$$

$$T_2(z, 0) = T_0 + \frac{\theta - T_0}{l_1 + l_2} l_1 + \frac{z}{l_2} \left[\frac{\theta l_2 + T_0 l_1}{l_1 + l_2} - T_0 \right], \quad (8)$$

Легко видеть, что начальные условия отвечают линейному распределению температуры:

при $z = 0$: $T_1(0,0) = T_2(0,0) = T_0 + \frac{\theta - T_0}{l_1 + l_2} l_1$;

при $z = -l_1$: $T_1(-l_1,0) = T_0$;

при $z = l_2$: $T_2(l_2,0) = \theta$.

Решение краевой задачи (1-8) ищем в виде:

$$T_1(z,t) = u_1(z) + w_1(z,t), \quad T_2(z,t) = u_2(z) + w_2(z,t),$$

где $u_{1,2}(z)$ – стационарные режимы; $w_{1,2}(z,t)$ – отклонения от них.

Тогда общая краевая задача (1)-(8) распадается на две. Определяя константы из граничных условий и вводя безразмерный параметр, так называемый критерий БИО $B1 = (h_2 l_2) / \lambda_2$, получим:

$$U_1(z) = -\frac{b_1 z^2}{2a^2} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} Gz + \frac{b_1 l_1^2}{2a^2} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} G l_1 + T_0, \quad (9)$$

$$U_2(z) = -\frac{b_2 z^2}{2a'^2} + Gz + \frac{b_1 l_1^2}{2a^2} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} G l_1 + T_0, \quad (10)$$

$$\text{где } G = \left[\frac{b_2 l_2^2}{a'^2} \left(1 + \frac{B1}{2} \right) + \frac{B1}{l_2} \left(\theta - T_0 - \frac{b_1 l_1^2}{2a^2} \right) \right] / \left[1 + B1 \left(1 + \frac{l_1 \lambda_1}{l_2 \lambda_2} \right) \right].$$

Применяя стандартную процедуру разделения переменных для $w_1(z,t)$ и $w_2(z,t)$ получим:

$$w_1(z,t) = \frac{2}{l_1} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{2f_1}{\pi(2n+1)} - P_1 \frac{2l_1}{\pi(2n+1)} \left(1 + \frac{2}{(2n+1)\pi} \right) + \frac{b_1 l_1^2}{a^2} \times \right. \\ \left. \times \left(1 + \frac{2}{(2n+1)\pi} - \frac{8}{(2n+1)^3 \pi^3} \right) \right] \cos \left[\frac{(2n+1)\pi}{2l_1} z \right] \theta^t \left[-a^2(2n+1)^2 \pi^2 / 4l_1^2 \right], \quad (11)$$

$$w_2(z,t) = \frac{2}{l_2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{1 + \sin \mu_k / \mu_k} \left[\frac{f_1}{\mu_k} \sin \mu_k + P_2 \left(\frac{l_2^2}{\mu_k^2} \sin \mu_k + \frac{l_2 \cos \mu_k}{\mu_k^2} - \frac{l_2^2}{\mu_k^2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{b_2}{2a'^2} \left(\frac{l_2^3}{\mu_k^3} \sin \mu_k + \frac{2l_2^3 \cos \mu_k}{\mu_k^2} - \frac{2l_2^3 \sin \mu_k}{\mu_k^3} \right) \right] \cos(\sqrt{\alpha_k} z) \theta^{-\mu_k F_0}, \quad (12)$$

где $\mu_k = \sqrt{\alpha_k} l_2$, значение μ_k определяем из решения трансцендентного уравнения $\operatorname{tg} \mu_k = B_i / \mu_k$ [2], $F_0 = (a'^2 t) / l_2^2$ – критерий Фурье,

$$P_1 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} G - \frac{\theta - T_0}{l_1 + l_2}, \quad P_2 = \left[T_0 + \frac{\theta l_2 - T_0 l_1}{l_1 + l_2} \right] / (l_2 - G);$$

$$f = \frac{l_1(\theta - T_0)}{l_1 + l_2} - \frac{b_1 l_1^2}{2a^2} - l_1 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} G.$$

Коэффициенты c_n и c_k найдены таким образом, что $w_1(z,0)$ и $w_2(z,0)$ удовлетворяют начальным условиям.

Мощности тепловых источников P_{f1} и P_{f2} зависят, согласно модели нашей задачи, лишь от мощности падающего излучения P_0 и коэффициентов отражения. То есть, при заданной падающей мощности P_0 и установившейся температуре мощность тепловых источников считается постоянной в пределах каждого слоя. Чтобы определить величины этих постоянных для каждого слоя воспользуемся выражением для потерь электромагнитного поля для волн типа ТЕМ [3]:

$$P_1 = P_0 \theta^{-\alpha i}, \quad (13)$$

где P_1 – мощность высокочастотного поля, прошедшего первый слой и падающая на вторую пластину; α – коэффициент затухания электромагнитного поля для волн типа ТЕМ. Найдем α :

$$\gamma = i\omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}\dot{\epsilon}\dot{\mu} = \alpha + i\beta, \quad (14)$$

где γ – постоянная распространения, $\dot{\epsilon} = \epsilon' - i\epsilon''$; $\dot{\mu} = \mu' - i\mu''$.

Выделим действительную и мнимую части γ :

$$\gamma = ic_k\sqrt{\epsilon_0\mu_0}\sqrt{|\dot{\epsilon}||\dot{\mu}|}\theta^{-i(\delta_\epsilon+\delta_\mu)/2},$$

откуда

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{|\epsilon||\mu|}\sin\frac{\delta_\epsilon+\delta_\mu}{2}, \quad (15)$$

где $\delta_\epsilon = \arctg \epsilon''/\epsilon'$; $\delta_\mu = \arctg \mu''/\mu'$, $\sin\frac{\delta_\epsilon+\delta_\mu}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{|\mu||\epsilon| - (\epsilon'\mu' - \epsilon''\mu'')}{|\epsilon||\mu|}\right)^{1/2}$.

Подставляем в (15):

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}\pi}{\lambda}\sqrt{|\mu||\epsilon| - (\epsilon'\mu' - \epsilon''\mu'')}, \quad (16)$$

аналогично находим β : $\beta = \frac{\sqrt{2}\pi}{\lambda}\sqrt{|\mu||\epsilon| - (\epsilon'\mu' - \epsilon''\mu'')}$.

Для многих ферритов температурные зависимости ϵ' , ϵ'' , μ' , μ'' хорошо известны. Следовательно, зная спектры $\epsilon'(\lambda)$, $\epsilon''(\lambda)$, $\mu'(\lambda)$, $\mu''(\lambda)$ и их температурные зависимости, пользуясь (16), получим зависимость $\alpha(\lambda, u)$. Учитывая многократные отражения, найдем мощности тепловых источников P_{f1} и P_{f2} :

$$P_{f1} = P_0(1 - \Gamma_1)(1 - \Gamma_2)\theta^{-2\alpha_2 i_2}\left(1 + \theta^{-2\alpha_1 i_1}\right)\theta^{-2\alpha_2 i_2} \frac{\Gamma_2\theta^{-2\alpha_1 i_1}}{1 - \Gamma_2\theta^{-2\alpha_1 i_1}}; \quad (17)$$

$$P_{f2} = P_0(1 - \Gamma_1)\left(1 - \theta^{-2\alpha_2 i_2}\right)\left[1 + \frac{\theta^{-4\alpha_2 i_2}}{1 - \Gamma_1\Gamma_2\theta^{-2\alpha_2 i_2}}\right], \quad (18)$$

где Γ_1 и Γ_2 – коэффициенты отражения на границе феррит-воздух и феррит-феррит соответственно.

Обозначим $P_{f1} = P_0 \Phi_1$, $P_{f2} = P_0 \Phi_2$,

где $\Phi_1 = (1 - \Gamma_1)(1 - \Gamma_2)\theta^{-2\alpha_{2/2}}(1 + \theta^{-2\alpha_{1/1}})\theta^{-2\alpha_{2/2}} \frac{\Gamma_2\theta^{-2\alpha_{1/1}}}{1 - \Gamma_2\theta^{-2\alpha_{1/1}}}$;

$$\Phi_2 = (1 - \Gamma_1)\left(1 - \theta^{-2\alpha_{2/2}}\right)\left[1 + \frac{\theta^{-4\alpha_{2/2}}}{1 - \Gamma_1\Gamma_2\theta^{-2\alpha_{2/2}}}\right].$$

Зная P_0 и полученные экспериментально значения $\epsilon(\lambda, u)$ и $\mu(\lambda, u)$ можно получить u в любой точке и в любом слое.

Полагая, что в начальный момент времени слои однородны и значения ϵ и μ равны их экспериментальным значениям при температуре окружающей среды на длине волны падающего излучения, найдем среднюю температуру в каждом слое. Затем, в выражение (16) подставим значения ϵ и μ при средней температуре и определим новые значения P_{f1} и P_{f2} . Найдем новую среднюю температуру и новые значения P_{f1} и P_{f2} при этой температуре. Повторяя эту процедуру до тех пор, пока значения P_{f1} и P_{f2} не станут близки значениям P_{f1} и P_{f2} при предыдущей средней температуре, найдем P_{f1} и P_{f2} при установившейся температуре.

Результаты работы могут быть использованы при создании надежных и долговечных согласованных нагрузок и эквивалентов антенн, способных поглощать и рассеивать высокую мощность.

РЕЗЮМЕ

Для двухшарового феритового покрытия отримані аналітичні вирази, що до характеру розподілу температури в шарах при високому рівні потужності НВЧ випромінювання, що падає. Це, зокрема, дозволяє встановити пов'язаний з ним розподіл діелектричних і магнітних проникностей, необхідний при розрахунках коефіцієнтів відбивання розглянутого покриття.

SUMMARY

The analytic expressions are obtained for two-layer ferrite cover, allowing to define the character of temperature distribution in layers at high power of falling microwave radiation. It gives the information about distribution of dielectric and magnetic permeabilities of ferrite layers that is necessary at calculation of reflection coefficients for chosen cover.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Богданов Г.Б. Основы теории и применение ферритов в технике измерений и контроле. – М.: Советское радио, 1967. – 399с.
2. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. – М.: Наука, 1964. – 487 с.
3. Лебедев И.В. Приборы и техника СВЧ. – М.: Высшая школа, 1970. – 439 с.

Надійшла до редакції 03.12.1997 р.

ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ И ТЕМПЕРАТУРЫ ПЛЕНКИ НА КОЛЬЦЕОБРАЗНЫЕ И ГАНТЕЛЕВИДНЫЕ ДОМЕНЫ

Е.Н.Сойка

Настоящая работа посвящена экспериментальному исследованию эффекта вращения кольцеобразных и гантелевидных доменов (ГД), наблюдаемых в тонких феррит-гранатовых пленках при определенных внешних воздействиях.

Впервые вращение изолированного гантелевидного домена (dumbbell) в осциллирующем магнитном поле в присутствии поля смещения наблюдалось в [1]. В работе [2] под действием последовательности монополярных импульсов изолированные ГД приходили во вращение, а у страйп-доменов, образующих решетку, происходило закручивание концов. Причиной вращения [1] и закручивания концов доменов [2] авторы считают распределенные гиротропные силы. Влияние температуры на вращение не изучалось.

Целью настоящей работы явилось исследование влияния температуры, характеристик импульсного поля (формы импульса, амплитуды, длительности), поля смещения на поведение гантелевидных, разомкнутых кольцевых (кольцеобразных) и страйповых S-образных доменов. Способ формирования доменной структуры (ДС) отличен от способа, используемого в [1,2].

Экспериментальные исследования были выполнены на магнитооптической установке, в которой предусмотрена возможность изменения температуры от комнатной до точки Нееля и выше. ДС наблюдались благодаря эффекту фарадеевского вращения. Объектом исследования являлась тонкая феррит-гранатовая пленка, выращенная методом жидкофазной эпитаксии на подложке гадолиний-галлиевого граната. Ось легкой намагниченности пленки совпадает с кристаллографическим направлением (111) и направлена перпендикулярно ее поверхности, что дает возможность формирования ДС, содержащих цилиндрические магнитные домены (ЦМД) и их производные – гантелевидные домены. Исследуемая пленка состава $(TmBi)_3(FeGa)_5O_{12}$ имела следующие параметры: толщина $h=8,2$ мкм, точка Нееля $T_N=176^\circ\text{C}$, намагниченность насыщения $4\pi M_s=161$ Гс, характеристическая длина $l=0,8$ мкм, поле коллапса решетки ЦМД $H_K=160$ Э при комнатной температуре.

Вращающиеся и неподвижные ГД и домены в виде кольца с разрезом – кольцеобразные домены – (рис.1, рис.2.) получались из спиральных доменов (рис.1) в результате воздействия на структуру внешнего поля и/или температуры. Спиральные домены (СД), окруженные гексагональной решеткой ЦМД (РЦД), формировались монополярным положительным импульсным магнитным полем в присутствии небольшого положительного

поля смещения ($H_{см}=10Э$). Импульсы прямоугольной формы (Рис.3,д) имели частоту следования $f=400$ Гц и длительность $\tau=1.2-5.6$ мкс. Амплитуда поля изменялась от 3 до 125 Э.

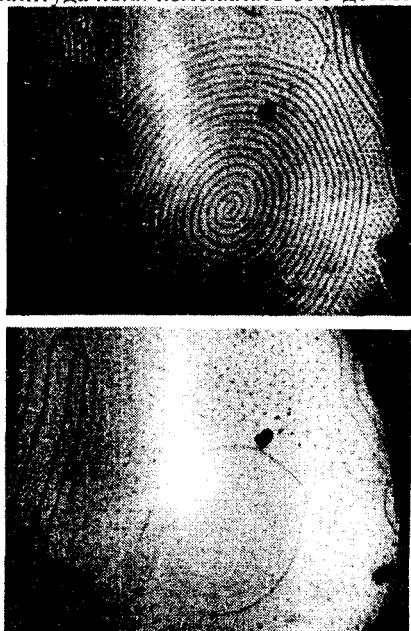


Рис.1. Фотографии СД и кольцеобразного домена, полученного из спирального домена, при $H_{см}, Э$:

а – 112.5; б – 123

Следует отметить, что при данном способе формирования вращающихся доменов важную роль играет окружение спирали и ее форма. Так, при воздействии на пленку полем с формой импульса, представленной на рис.3,д, спираль имеет вид двух вложенных друг в друга спиралей с несвободными концами. При увеличении поля смещения спираль такого вида раскручивается в страйп конечной длины (с закрепленными концами). К отсутствию как вращения, так и трансляции домена ведет и такое окружение, как сотовая решетка.

На созданные при комнатной температуре СД воздействовали положительным полем смещения в присутствии импульсного поля с амплитудой 3 Э, вследствие чего длина страйпа, закрученного в спираль, сокращалась, и получались вращающиеся (неподвижные) разомкнутые кольцевые домены

или ГД. Иллюстрацией этого процесса являются представленные на Рис.1,а,б, соответственно, фотографии СД в поле смещения 112,5 Э и вращающегося кольцеобразного домена, образовавшегося из данной спирали, в постоянном поле 123 Э и импульсном поле с амплитудой 3 Э. С ростом поля смещения внешний конец спирали укорачивается, а ЦМД в области внешнего «хвоста» СД перегруппировываются, занимая освобожденное спиральным доменом пространство. При этом происходит перераспределение плотности РЦД: чем дальше от спирали, тем плотность больше. Такая ситуация реализуется тогда, когда площадь, занимаемая спиральным доменом, меньше или сравнима с площадью окружающей его РЦД. Если же площадь РЦД меньше площади спирали, то при увеличении напряженности поля смещения СД будет отделен от прежнего окружения (ЦМД) все более толстым кольцом монодоменности.

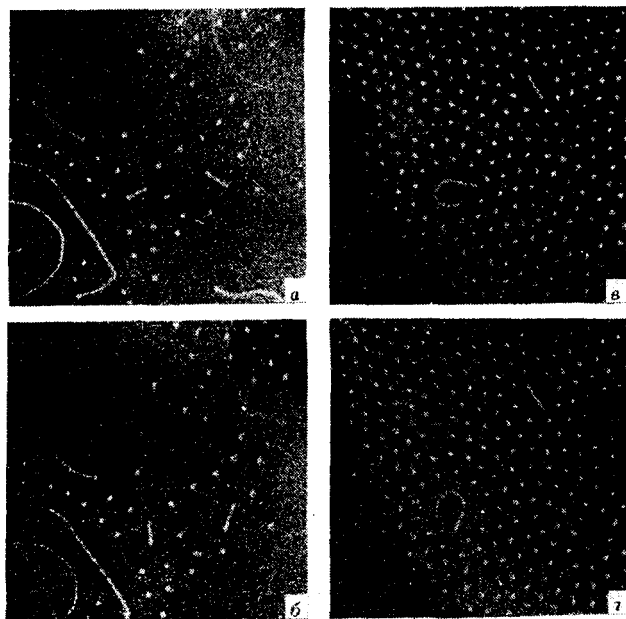


Рис.2. Фотографии вращающихся гантелевидных (а,б) и кольцеобразного (в,г) доменов в импульсном магнитном поле с амплитудой 3 Э и поле смещения H_{cm} : а,б – 112 Э; в,г– 109 Э.

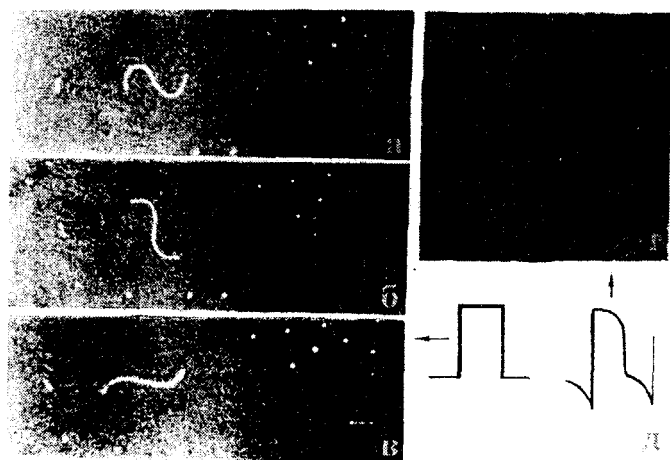


Рис.3. Фотографии структур, получаемых при воздействии на пленку импульсами различной формы, схематично изображенных внизу справа (г): а-в – вращающиеся ГД и S-образные домены; г– вложенные друг в друга спирали с несвободными концами

Из рис.2,г-е видно, что кольцо вращается как единое целое. Направление вращения домена соответствует направлению закручивания витков спирали. Исследования показали, что частота вращения кольца $\nu \sim L^{-1}$, где L – линейный размер (длина окружности, радиус), $\nu \sim T$, $\nu \sim H_{см}$. С увеличением как поля смещения, так и температуры пленки происходит уменьшение L . При данном способе формирования радиус кольца равен радиусу внутреннего витка спирали, из которой оно было получено. В целом, вращение кольцеобразного домена в окружении ЦМД напоминает движение тела в вязкой жидкости: вращаясь, оно взаимодействует с ЦМД, заставляя их совершать вынужденные колебания в узлах решетки. До полной остановки кольцо успевает сделать много полных оборотов с периодом 5-10 сек. В момент проникновения ЦМД в кольцо через разрез домен останавливается. Зависимость угловой частоты вращения кольца от температуры показана кривой 3 на рис.4.

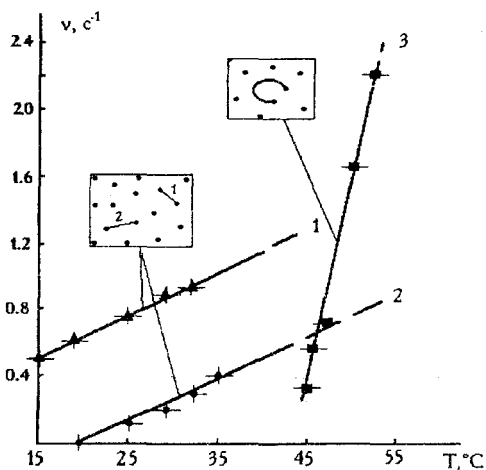


Рис.4. Экспериментальная зависимость угловой частоты вращения от температуры: 1 – для ГД, начавшего вращаться в момент его образования; 2 – для ГД, включившегося во вращение; 3 – для кольцеобразного домена.

Поведение S-образного домена, образовавшегося из спирального (кольцевого) домена при изменении внешних условий (температура, поле смещения) аналогично поведению колец с разрезом. Скорость его вращения также является функцией линейного размера $\nu \sim L^{-1}$. Фотографии вращающегося S-образного домена представлены на рис.3,а-в. Видно, что он представляет собой систему двух ЦМД и их соединяющего искривленного страйпа. В пределе (когда ЦМД «соединены» жестким не искривленным страйпом) получаем гантелевидные домены, положение одного из которых в некоторые моменты запечатлено на этих же фотографиях. Направление вращения ГД определяется направлением движения того из «хвостов» раскручивающегося спирального

домена, который обладал большей скоростью. Если окружение вращающихся гантелевидных и S-образных доменов составляет РЦД, они взаимодействуют с ней так же, как и кольцевые домены. Несколько отличное поведение ГД наблюдается в случае, когда его окружением является область монодоменности. Эта ситуация возникает тогда, когда первоначально СД сосуществует с РЦД, занимающей меньшую площадь по сравнению с его собственной. При увеличении поля смещения (температуры) такая решетка лишь немного изменяет свою плотность: некоторые ЦМД занимают узкое пространство, освобожденное спиралью (возникает кластер – решетка переменной плотности), а широкую область занимает монодоменность. Возникший из спирали ГД способен не только вращаться, но и совершать трансляционное движение вглубь области монодоменности в сторону, противоположную той, где находится кластер РЦД. Перемещение гантелевидного домена, сопровождающееся вращением, осуществляется на расстояние, измеряемое в нескольких периодах разреженной РЦД. При этом даже ближайшие к области монодоменности ЦМД не «чувствуют» влияния ГД, что отличается от случая вращения кольцообразного, S-образного домена или же дамбелла в окружении плотной решетки ЦМД.

Экспериментально был обнаружен новый интересный эффект – последовательное вовлечение во вращение неподвижных ГД при увеличении температуры пленки (при фиксированном поле смещения и малой амплитуде импульсного поля (до 5 Э)). Частота вращения ν является линейной функцией температуры (рис.4.). Кривая 1 соответствует изменению частоты вращения ГД, который начал вращаться в момент его образования из спирали, кривая 2 – для гантелевидного домена, неподвижного в момент образования и включившегося во вращение при увеличении температуры пленки.

График зависимости частоты вращения ГД от его длины, выраженной в диаметрах ЦМД, показан на рис.5,а. Точка А отвечает частоте вращения дамбелла в момент образования. С увеличением поля размер гантелевидного домена уменьшается по гиперболическому закону (рис.5,б), и этому изменению соответствует увеличение угловой скорости вплоть до точки В, которая на кривой $l = f(H_{см})$ рисунка 5,б примерно отвечает точке перегиба. Далее процесс вращения может происходить двумя путями: ВСД и ВЕ. Первый является обратимым на участке ВС и необратимым на отрезке CD, отвечающем критическому полю полного подавления «жестких» ЦМД. В области полей ВС длина ГД уменьшается до диаметра ЦМД, (две трети ЦМД разреженной решетки при этом поле коллапсируют – «мягкие» ЦМД), а его скорость падает до нуля. Далее ЦМД сжимается, становясь меньше величины оптического разрешения микроскопа, но при уменьшении поля смещения он возникает в том же месте пленки, вытягивается в дамбелл, который начинает вращаться в первоначальном направлении. При дальнейшем увеличении $H_{см}$ ЦМД коллапсирует, и с уменьшением поля возникает полосовая структура. Участок ВЕ соответствует необратимому процессу уменьшения и коллапса ГД в момент его вращения с максимальной скоростью.

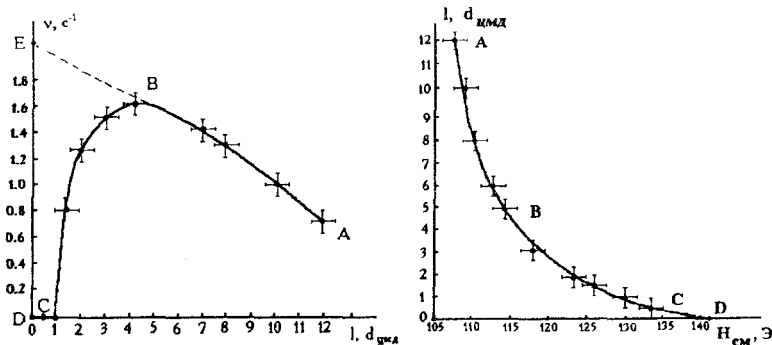


Рис. 5. а – зависимость частоты вращения ГД от его длины, выраженной в диаметрах ЦМД; б – зависимость длины ГД от величины поля смещения.

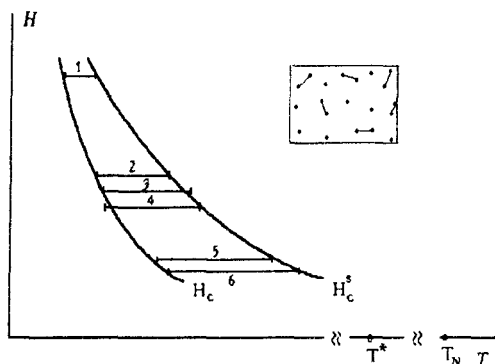


Рис. 6. Схематическая зависимость поля начала и конца вращения ГД как функция температуры пленки. Номер, указанный над отрезком – интервал температурного гистерезиса – порядковый номер домена, включившегося во вращение.

Отметим еще одно новое явление – температурный гистерезис, сопровождающий вышеописанный эффект вовлечения во вращения неподвижных ГД. Если, например при 10°C вращается один ГД, то при 35°C уже вращаются все 6 дамбеллов, находящихся в поле зрения. Если пленку нагреть до некоторой температуры T^* , меньшей точки Нееля ($T^* \approx 90^{\circ}\text{C}$), то все до этого несколлапсировавшие в ЦМД вращающиеся дамбеллы скачком превратятся в ЦМД, которые немедленно сколлапсируют. Если же пленку начать охлаждать, когда все шесть дамбеллов вращаются, то ГД прекращают вращаться в обратной последовательности, при этом разность температур начала и конца вращения составляет температурный гистерезис: $\Delta T = T_1 - T_2$. Кривой H_c^+ схематически изображено на рис.6 поле начала вращения, а кривой H_c^- – поле прекращения вращения. Из рисунка видно, что с увеличением температуры пленки величина температурного гистерезиса

возрастает. При температуре T_2 ГД останавливается и становится нестабильным: его длина увеличивается в несколько раз – образуется неподвижный страйп. При увеличении температуры данный страйп превращается в дамбелл, который опять начинает вращаться при температуре T_1 .

Итак, была создана методика формирования гантелевидных и кольцеобразных доменов из спиральных доменов. Показано, что угловая скорость вращения таких доменов является линейной функцией температуры пленки и имеет более сложную зависимость от амплитуды импульсного и поля смещения. Впервые наблюдалось явление вовлечения неподвижных ГД во вращение при увеличении температуры, сопровождающееся температурным гистерезисом, величина которого возрастает с ростом температуры.

Автор выражает благодарность Мамалуй Юлии Александровне за весьма полезное обсуждение ряда вопросов по данной статье. Работа была частично поддержана Международной Соросовской программой поддержки образования в области точных наук (ISSEP), грант №PSU062102.

РЕЗЮМЕ

Експериментально досліджено поведінку динамічних доменних структур- гантеле- та кільцеподібних магнітних доменів, які спостерігаються у тонких плівках феритів - гранатів. Виявлено новий ефект послідовного залучення до обертання нерухомих гантелеподібних доменів при нагріванні зразка; цей процес супроводжується температурним гистерезисом. З'ясовано, що кутова швидкість обертання динамічних доменів лінійно залежить від температури плівки та має більш складну залежність від амплітуди імпульсного поля та величини поля зміщення.

SUMMARY

The behavior of dynamic domain structures (dumbbell – like and ring – shaped magnetic domains) observed in a thin ferrite – garnet films was investigated experimentally. It was elucidated that the angular velocity of dynamic domains rotation linearly depends on film temperature and has more difficult dependence from pulse field amplitude and bias field strength. The new effect of successive involving dumbbells in rotation has found when the film is being heated. On cooling the film the dumbbell ceased to rotate with a small temperature hysteresis.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Slonczewski J.C., Malozemoff A.P., Voegeli O. AIP Conf.Proc. 10 (1972) 458-477
2. Лисовский Ф.В., Мансветова Е.Г., Пак Ч.М. ЖЭТФ (1995) 108, 1031-1034.

Надійшла до редакції 22.12.1997 р.

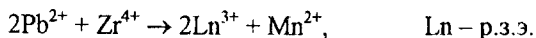
УДК 546.831'821'815'654-669'711:537.226.227.33

ВЛИЯНИЕ ДОБАВОК РЕДКОЗЕМЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И МАРГАНЦА НА СВОЙСТВА КЕРАМИКИ ЦИРКОНАТА-ТИТАНАТА СВИНЦА

Е.И. Гетьман, Л.В. Пасечник

Сегнетоэлектрическая керамика на основе цирконата-титаната свинца (ЦТС) ромбоэдрической структуры с низким содержанием титана является перспективным пьезоэлектрическим материалом [1] и может применяться в качестве мишенной пироконов, детекторов инфракрасного излучения и др. [2]. Пироактивность и качество материала можно повысить, модифицируя его различными добавками. Известны материалы с добавками лантана [3], гадолиния [4], церия в сочетании с марганцем [5], имеющие низкую диэлектрическую проницаемость (ϵ). Большинство исследований по модифицированию ЦТС добавками редкоземельных элементов (р.з.э.) проводилось для пьезоэлектрических материалов на составах, прилегающих к морфотропному переходу из тетрагональной модификации в ромбоэдрическую. Область же морфотропного перехода из ромбоэдрической в ромбическую модификацию (сегнетоэлектрик - антисегнетоэлектрик) изучена в значительно меньшей степени, причем, использовались, как правило, добавки, состоящие из оксида одного элемента. Между тем, керамика ЦТС, состав которой близок к границе второго перехода, обладает наименьшей диэлектрической проницаемостью, что является преимуществом при ее применении в пьезоэлектрических преобразователях. Для выбора модифицирующих добавок, повышающих пироактивность керамики, нами изучено влияние редкоземельных элементов и марганца на свойства ЦТС состава $\text{Pb}(\text{Ti}_{0,1}\text{Zr}_{0,9})\text{O}_3$.

Синтез твердых растворов осуществляли по керамической технологии [6]. Предполагалась схема гетеровалентного замещения:



В качестве исходных компонентов использовали оксиды PbO "ос.ч.", TiO_2 "ч.д.а.", а также ZrO_2 , полученный термическим разложением гидроксида циркония, Mn_2O_3 , полученный из карбоната марганца, оксиды р.з.э. с содержанием не менее 99,5% основного вещества. Спекание керамики проводили в силитовой печи при 1200°C . Параллельно синтезировали и спекали образцы без добавок и с добавкой только оксида марганца. Подготовку и исследование образцов осуществляли по методике, описанной в

[7]. Энергию активации примесной проводимости (ΔE) рассчитывали по данным температурной зависимости удельного электросопротивления (ρ). Величину пирозлектрической э.д.с. (V) измеряли динамическим методом [8]. Все измерения пиро-э.д.с. проводили при одинаковом тепловом потоке, что позволяло сравнивать пирозлектрические свойства изучаемых образцов. Частота модуляции теплового потока равнялась 30 Гц. Все измерения пиро-э.д.с. проводили при одинаковом тепловом потоке, что позволяло сравнивать пирозлектрические свойства изучаемых образцов. Рентгенофазовый анализ проводили на рентгеновских дифрактометрах УРС-50 ИМ и ДРОН-2 с использованием отфильтрованного $\text{Cu K}\alpha$ -излучения.

На рис.1 показаны изменения свойств керамики ЦТС, состава $\text{Pb}_{0,98}\text{Ln}_{0,02}(\text{Ti}_{0,1}\text{Zr}_{0,89}\text{Mn}_{0,01})\text{O}_3$, модифицированной двойными добавками р.з.э. (Ln) и марганца в зависимости от порядкового номера р.з.э. Иттрий расположен в соответствии с его ионным радиусом между гольмием и эрбием. Для сравнения приведены свойства немодифицированного ЦТС, а также ЦТС, модифицированного только марганцем.

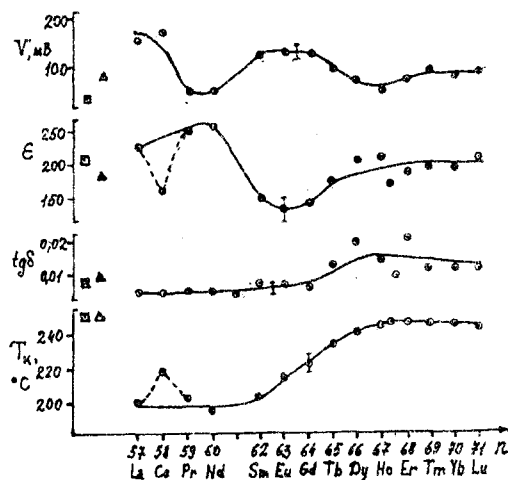


Рис.1. Свойства керамики $\text{Pb}_{0,98}\text{Ln}_{0,02}(\text{Ti}_{0,1}\text{Zr}_{0,89}\text{Mn}_{0,01})\text{O}_3$, n – порядковый номер р.з.э.;

T_K – температура Кюри; $\text{tg}\delta$ – тангенс угла диэлектрических потерь;

ϵ – диэлектрическая проницаемость; V – пирозлектрическая э.д.с.;

□ – свойства $\text{Pb}(\text{Ti}_{0,1}\text{Zr}_{0,9})\text{O}_3$ без добавки; Δ – свойства ЦТС + $0,005\text{Mn}_2\text{O}_3$.

Поскольку материалы пирозлектрических преобразователей должны характеризоваться малыми диэлектрическими потерями ($\text{tg}\delta$), низкой диэлектрической проницаемостью, высокой пирозлектрической активностью, проанализируем полученные данные с точки зрения этих требований. Диэлектрические потери с введением добавок, содержащих р.з.э. цериевой подгруппы,

несколько уменьшаются по сравнению с контрольными образцами, а иттриевой – возрастают (см. рис.1). Величина сигнала пьезоэлектрического отклика (V) и диэлектрической проницаемости (ϵ) изменяются по нелинейной зависимости. Максимальные значения пьезо-э.д.с. имеют образцы, легированные La, Ce, Sm, Eu, Gd, а из них наименьшие значения ϵ имеют образцы с Ce и Sm – Gd. Температура Кюри в большей степени понижается с введением добавок цериевой подгруппы, но это изменение невелико (20%).

В зависимости свойств модифицированного ЦТС от порядкового номера добавки р.з.э. церий занимает особое положение. По величине диэлектрической проницаемости и температуры фазового перехода его образцы сходны с ЦТС, модифицированным европием и гадолинием. Если бы церий был трехвалентным ($R_{\text{III}} = 1,48E$), то, замещая Pb^{2+} , он по свойствам занимал бы место после лантана ($R_{\text{III}} = 1,50E$). Ионные радиусы приведены по данным R.D.Shannon [9] для координационных чисел, указанных в индексе. Четырехвалентный церий ($R_{\text{IV}} = 1,01E$), с большей вероятностью замещал бы позицию В в структуре перовскита ABO_3 и находился бы по свойствам после тулия ($R_{\text{VI}} = 1,020E$). Очевидно, добавка с церием в ряду р.з.э. занимает промежуточное положение. Добавка одного оксида церия действует как сегнетомягкий модификатор [5]. Церий, вводимый вместе с марганцем действует как сегнетожесткий модификатор, понижая ϵ [10]. Возможно, что, проявляя различные степени окисления, церий может замещать как позицию А в структуре ABO_3 , так и позицию В, создавая при этом разные виды дефектов.

Как следует из вышеприведенного, лучшими пьезоэлектрическими свойствами обладает керамика ЦТС, модифицированная Mn и Ce, Sm-Gd. С целью определения оптимального количества вводимой добавки были исследованы свойства керамики состава $Pb_{1-x}Ln_x(Ti_{0,1}Zr_{0,9-x/2}Mn_{x/2})O_3$, где Ln – Ce или Gd, значения x изменяли от 0 до 0,1.

Методом рентгенофазового анализа во всем исследованном интервале составов с добавками Ce и Mn обнаружена только одна фаза со структурой ромбоэдрического перовскита, объем элементарной ячейки которой (рис.2) с увеличением количества добавки сначала возрастает (при $0 < x \leq 0,01$), затем падает ($0,01 < x \leq 0,1$). Температура Кюри плавно уменьшается в интервале составов $0 < x \leq 0,06$. Улучшение пьезоэлектрических характеристик наблюдается в составах с $0 < x \leq 0,01$ $tg\delta$ уменьшается от 0,01 до 0,005, пьезо-э.д.с. возрастает от 40 до 180 мВ, диэлектрическая проницаемость падает от 340 до 190, а после поляризации керамики – до 125 (см.: рис.2). При дальнейшем увеличении концентрации добавок происходит ухудшение всех пьезоэлектрических характеристик.

В системе $Pb_{1-x}Gd_x(Ti_{0,1}Zr_{0,9-x/2}Mn_{x/2})O_3$ при возрастании количества вводимой добавки происходят аналогичные изменения свойств. По данным рентгенофазового анализа все образцы также однофазны, а объем элементарной

ячейки сначала увеличивается в интервале $0 < x < 0,005$, затем уменьшается до $x = 0,06$, после чего практически не изменяется (рис.3). Температура Кюри монотонно уменьшается в интервале $0 < x \leq 0,06$. Основные пьезоэлектрические характеристики так же, как и в ЦТС с добавкой Mn и Se, улучшаются в интервале составов $0 < x \leq 0,01$: $\text{tg} \delta$ уменьшается с 0,01 до 0,005, пиро-э.д.с. возрастает от 40 до 160 мВ, диэлектрическая проницаемость уменьшается от 340 до 200, а после поляризации – до ~ 150. При большем количестве добавки пьезоэлектрические характеристики ухудшаются.

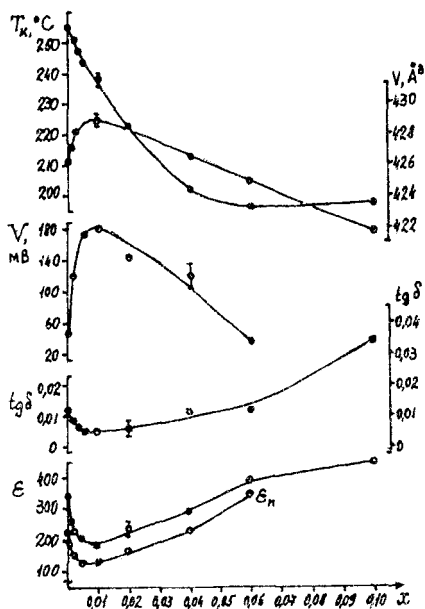


Рис.2. Свойства керамики $\text{Pb}_{1-x}\text{Ce}_x(\text{Ti}_{0.1}\text{Zr}_{0.9-x/2}\text{Mn}_{x/2})\text{O}_3$. ϵ , ϵ_n – диэлектрическая проницаемость до и после поляризации; $\text{tg} \delta$ – тангенс угла диэлектрических потерь; V – пиро-э.д.с.; T_K – температура Кюри

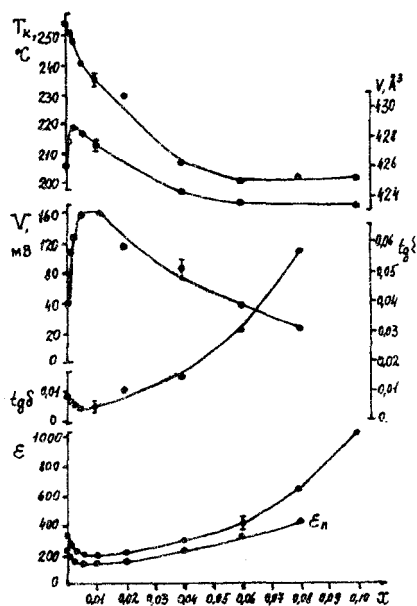


Рис.3. Свойства керамики $\text{Pb}_{1-x}\text{Gd}_x(\text{Ti}_{0.1}\text{Zr}_{0.9-x/2}\text{Mn}_{x/2})\text{O}_3$. ϵ , ϵ_n – диэлектрическая проницаемость до и после поляризации; $\text{tg} \delta$ – тангенс угла диэлектрических потерь; V – пиро-э.д.с.; T_K – температура Кюри

Необходимо отметить, что, хотя твердые растворы в системе и образуются в области $0 < x \leq 0,06$, а в случае введения церия возможно до $x = 0,1$, однако, вышеуказанная схема изоморфного замещения не описывает полностью происходящее явление. Неожиданное увеличение объема элементарной ячейки при возрастании x от 0 до 0,01, а также изменение направления хода кривых для пиро-э.д.с., диэлектрической проницаемости и диэлектрических потерь при $x = 0,01$ позволяют предположить, что при малых количествах добавки схема замещения иная. Возможно, первоначаль-

но, при $0 < x \leq 0,01$, происходит взаимодействие вводимых добавок с дефектами структуры, а лишь затем ($x > 0,01$) – гетеровалентное замещение по приведенной схеме. В пользу этого предположения свидетельствуют также и перегибы на кривых зависимости удельного электросопротивления и энергии активации проводимости от состава (рис.4).

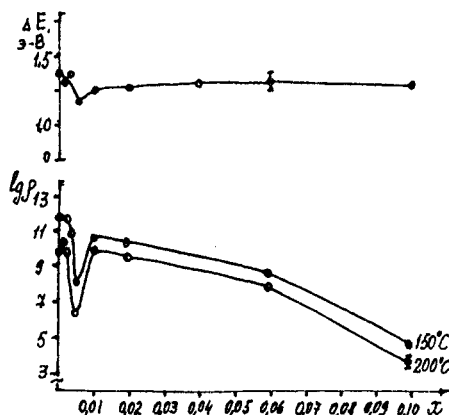


Рис.4. Зависимость энергии активации (ΔE) и логарифма удельного электросопротивления ($lg\rho$) от концентрации добавки в $Pb_{1-x}Ce_x(Ti_{0.1}Zr_{0.9-x/2}Mn_{x/2})O_3$.

Таким образом, введение добавок Mn с Ce или Gd приводит к практически одинаковым результатам – оптимальными пироэлектрическими свойствами обладает керамика состава $Pb_{1-x}Ce_x(Gd)_x(Ti_{0.1}Zr_{0.9-x/2}Mn_{x/2})O_3$ при значении $0,005 \leq x \leq 0,01$.

РЕЗЮМЕ

Досліджено вплив добавок Ln (La – Lu) й Mn на діелектричні та піроелектричні властивості кераміки $Pb(Ti_{0.1}Zr_{0.9})O_3$. Твердий розчин модифікованого ЦТС синтезували за звичайною керамічною технологією і спікали при $1200^\circ C$. Високі піроелектричні властивості були досягнуті в ЦТС, модифікованому добавками Mn та Ce, Sm, Eu, Gd. Кераміка складу $Pb_{1-x}Ce_x(Gd)_x(Ti_{0.1}Zr_{0.9-x/2}Mn_{x/2})O_3$, де $0,005 \leq x \leq 0,01$ оптимальна за піроелектричними властивостями і може бути використана у детекторах інфрачервоного випромінювання.

SUMMARY

The influence of doping Ln (La – Lu) and Mn on the dielectric and pyroelectric properties of $Pb(Ti_{0.1}Zr_{0.9})O_3$ ceramics have been investigated. The

solid solution of doped PZT were prepared by usual ceramic technique and firing at 1200°C. High pyroelectric properties were achieved in PZT doped with Mn and Ce, Sm, Eu, Gd. The ceramics with compositions $Pb_{1-x}Ce(Gd)_x (Ti_{0.1}Zr_{0.9-x/2}Mn_{x/2})O_3$, where $0,005 \leq x \leq 0,01$, are optimum pyroelectric materials which could be useful in infrared detectors.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Данцигер А.Я., Разумовская О.Н., Резниченко Л.А. и др. Новые высокоэффективные пьезокерамические материалы // Неорган. материалы. – 1993. – Т.29. №9. – С.1288-1290.
2. Косоротов В.Ф., Кременчукский Л.С., Самойлов В.Б., Щедрина Л.В. Пироэлектрический эффект и его применение. – Киев: Наукова думка. – 1989. – 223 с.
3. Liu S.T., Kyonka I. Further study of the pyroelectric properties of lanthanum-modified PZT ferroelectric ceramics // Ferroelectrics. – 1974. – V.7. №1-4. – P. 167-170.
4. Гетьман Е.И., Лобода С.Н., Притыкин В.В. О взаимодействии цирконата-титаната свинца с оксидами некоторых р.з.э. / VIII Всес. совещ. по кинетике и механизму химических реакций в твердом теле: Тез. докл. – Черноголовка, 1982. – С.101-102.
5. Дидковская О.С., Савенкова Г.Е., Морозова Н.С. и др. Пьезокерамика на основе цирконата-титаната свинца с церийсодержащими добавками // Изв. АН СССР. – Неорган. материалы. – 1977. – Т.13. № 12. – С. 2202-2205.
6. Окадзаки К. Технология керамических диэлектриков. – М.: Энергия. – 1976. – 260 с.
7. Гетьман Е.И., Пасечник Л.В., Леон Л.А. Электрофизические свойства цирконата-титаната свинца // Изв. АН СССР. Неорган. материалы. – 1986. – Т.2. – № 7. – С.1142.
8. Кременчукский Л.С. Сегнетоэлектрические приемники излучения. – Киев: Наукова думка. – 1971. – С.196.
9. Shannon R.D. Resired effective ionic radii and systematic studies of interatomic distances in halides and chalcogenides // Acta crystallogr. – 1976. – V.A32. – №5. – P.751-767.
10. Дидковская О.С., Савенкова Г.Е., Климов В.В. Особенности влияния сложных добавок на свойства цирконата-титаната свинца / Получение и применение сегнето- и пьезоматериалов в народном хозяйстве. – М.: МДНТП. – 1984. – С.94-98.

Надійшла до редакції 06.12.1997 р.

ВОЗМОЖНЫЕ ПУТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ОСТАТОЧНЫХ БУРЫХ УГЛЕЙ В РАСТЕНИЕВОДСТВЕ

И.А.Рыктор

Создание экологически чистого, безотходного производства жидкого буроугольного гумата аммония сопровождается получением остаточных бурых углей (ОБУ). В связи с этим возникает проблема их утилизации. Один из путей утилизации – применение ОБУ в качестве сорбентов [1]; другой – применение ОБУ в растениеводстве: лесном хозяйстве, зеленном строительстве. В этом плане технология получения гумата аммония имеет преимущества перед технологиями получения гуматов натрия и калия [2,3]. Высокощелочные остаточные угли нельзя применять в растениеводстве, остаточные угли, содержащие аммонийный катион, можно использовать в качестве органоминеральных добавок, например, в зеленом строительстве.

В связи с вышеизложенным, объектом исследований избрали остаточный бурый уголь – твердые отходы после экстракции аммиаком при получении гумата аммония из бурых углей г.Александрии. цель настоящей работы – поиск оптимальных режимов использования ОБУ на растительных объектах в лабораторных условиях. Исследовано влияние различных доз вносимого в торфо-песчаную почву ОБУ и влияние условий хранения ОБУ на биологические и биохимические показатели растений.

Перед внесением в почву ОБУ измельчали. В качестве биотеста для получения результатов за короткое время на первом этапе работы использовали ячмень Зерноградский. Физиологическое влияние ОБУ на растения учитывали по сумме показателей: высота проростков, зеленая биомасса, активность свободной пероксидазы. Для установления оптимальных соотношений ОБУ и почвы в первой серии опытов варьировали их дозу. Проросшие семена ячменя высаживали в увлажненную почву. Освещение обеспечивали лампами дневного света, температуру поддерживали в пределах 18-20° С. высоту проростков измеряли через 5, 10, 20 дней, пероксидазную активность определяли – на 7, 15 дни, зеленую биомассу взвешивали на 20 день (табл.1).

При анализе полученных данных выяснилось, что для соотношений ОБУ и почвы в интервале 1:1 – 1:8 проявляется угнетение роста и развития растений. При соотношении 1:15 – 1:18 отрицательный эффект исчезает, и на

фоне близких к контрольным показателям высоты проростков и зеленой биомассы в опытных образцах наблюдается более развитая корневая система.

Таблица 1. Зависимость физиологических показателей ячменя от содержания остаточного угля в смеси с почвой

Соотношение остаточный уголь : почва, части	Активность пероксидазы на 15-й день, усл.ед. на 1г сырого вещества	Высота побегов, мм	Сыровая биомасса побегов, мг
1 : 1	6.7±0.3	137±8	120.7±3.9
1 : 2	6.1±0.2	148±7	129.3±13.2
1 : 3	7.8±0.4	153±6	193.8±7.4
1 : 5	7.8±0.3	165±9	221.6±6.3
1 : 8	9.2±0.2	173±5	243.3±7.2
1 : 10	14.4±0.3	183±7	290.1±5.7
1 : 12	15.2±0.4	181±9	322.7±7.4
1 : 15	15.7±0.2	187±5	409.3±9.7
1 : 17	14.8±0.4	192±8	415.6±12.3
1 : 18	13.1±0.4	202±6	410.0±11.1
1 : 19	14.0±0.2	199±9	418.7±13.1
1 : 20	13.6±0.3	206±10	423.2±11.7
1 : 21	12.9±0.3	211±5	436.6±12.0
1 : 22	13.1±0.4	217±8	451.2±12.7
1 : 23	13.3±0.4	215±11	448.7±11.5
1 : 24	12.8±0.2	213±6	450.3±14.3
1 : 25	13.2±0.4	212±7	432.5±12.9
1 : 26	13.5±0.3	210±10	441.0±13.0
1 : 27	13.3±0.4	207±6	429.0±12.1
1 : 28	13.7±0.3	209±8	433.6±11.6
1 : 29	12.9±0.2	206±5	425.0±12.7
Контроль (почва)	13.2±0.4	208±9	400.5±12.5

При использовании соотношений ОБУ и почвы в интервале 1:19 – 1:30 отмечается активация ростовых процессов ячменя. Особенно показательно увеличение сырой зеленой биомассы и массы корней. Представляло интерес изменение активности свободной пероксидазы в растениях (см. табл.1). при самых высоких дозах ОБУ в почвенной смеси активность фермента пероксидазы была существенно угнетена, что, вероятно объясняется угнетением всех функциональных систем организма, в том числе и

синтеза белков – ферментов. При снижении содержания ОБУ в почвенной смеси ферментная активность свободной пероксидазы становится несколько выше контрольных показателей, что, вероятно обусловлено защитной функцией пероксидазы – ее способностью реагировать на неблагоприятные факторы активности. При дальнейшем снижении дозы ОБУ в почвенной смеси (мене 1:17) активность свободной пероксидазы опытных растений существенно не отличалась от контрольных показателей.

Также изучена зависимость влияния ОБУ на ростовые показатели ячменя от условий хранения в закрытых емкостях с сохранением влаги и в открытых, где влага испарялась. На основе предыдущего эксперимента был выбран интервал соотношений ОБУ и почвы 1:15 – 1:29. Для приготовления таких смесей использовали ОБУ, хранящиеся в закрытом эксикаторе (ОБУ-1) и в открытой емкости (ОБУ-2). Влажность ОБУ-1 и ОБУ-2 уравнивали добавлением к ОБУ-2 воды. Опыт проводили на ячмене в течение 15 дней (табл.2).

Таблица 2. Зависимость физиологических показателей ячменя сорта Зерноградский от условий хранения остаточных бурых углей

Соотношение остаточного угля к поч- ве, части	Активность пероксидазы, усл.ед. на 1г сырого вещества		Длина побегов, мм		Сыровая Биомасса, мг	
	I	II	I	II	I	II
Номер опыта						
1 : 15	11.1±0.3	8.8±0.4	164±5	158±12	342.2±13.2	320.6±17.1
1 : 17	10.9±0.4	9.0±0.7	169±7	159±8	360.1±12.9	331.7±19.0
1 : 19	11.3±0.5	8.9±0.5	177±4	163±10	365.8±14.7	342.1±18.3
1 : 21	11.4±0.4	10.2±0.6	175±6	161±8	379.2±14.0	340.0±17.7
1 : 22	11.1±0.4	9.7±0.6	187±7	165±9	391.3±12.3	340.2±18.1
1 : 23	11.3±0.5	9.2±0.4	183±8	162±5	401.8±15.0	345.9±16.7
1 : 24	11.0±0.3	10.2±0.5	190±4	167±6	392.1±12.1	350.1±15.3
1 : 25	10.8±0.5	11.0±0.7	189±5	159±7	412.9±14.0	351.4±17.0
1 : 26	11.2±0.4	10.8±0.4	191±7	169±8	389.3±13.5	340.9±18.5
1 : 28	11.1±0.5	10.6±0.5	187±4	171±7	371.2±14.7	350.7±17.5
1 : 29	10.9±0.4	10.7±0.5	184±6	168±5	375.4±13.6	352.4±16.2
Контроль (почва)	10.9±0.4		186±6		330.3±12.9	

Следует отметить, что хранение остаточного бурого угля в открытой емкости понижает положительный физиологический эффект их воздействия на растения. Вероятно, во влажном состоянии, когда аммиак не испаряется, в твердой массе остаточного угля гуматы сохраняются в растворенной, легкодоступной для усвоения растениям форме. При высыхании на воздухе, оче-

видно, гуматы теряют свою подвижность, инактивируются, связываются прочно с твердой основой угля или же переходят в нерастворимую форму за счет образования внутримолекулярных мостиков и молекул с жесткой структурой. Выявлено, что при использовании ОБУ-2 проростки были гетероморфными по высоте и массе. Это снизило достоверность результатов, полученных при статистической обработке опытных данных.

В лабораторных опытах с использованием в качестве растительного материала газонной травы также получен положительный результат по сумме биометрических показателей в интервале соотношений ОБУ и почва 1:17–1:25.

Таким образом, на основании экспериментального материала признаю целесообразным проверить действие ОБУ на декоративные культуры в лесном хозяйстве и озеленении терриконов. Для проведения промышленных опытов рекомендуются оптимальные соотношения остаточного угля и почвы в интервале 1:17 – 1:25 частей.

РЕЗЮМЕ

Предметом дослідження є вплив залишкового бурого вугілля (відходи від одержання гумату амонію) на фізіологічні показники рослинних об'єктів. Проведено аналіз змінення пероксидазної активності від вмісту залишкового бурого вугілля (ЗБВ) у сумішах з ґрунтом. На підставі дослідних даних, встановлені оптимальні співвідношення ЗБВ з ґрунтом і подані рекомендації для застосування у рослинництві.

Ключові слова: залишкове буре вугілля, гумат амонію, пероксидазна активність.

SUMMARY

The subject of the research is the influence of residual brown coals (the residue of the receipt of ammonium humates) upon physiological significant of vegetable objects. The changes of the peroxidase activity of plants are analyzed according to the contents of residual brown coals (RBC) mixed with soil. The optimum correlations RBC with soil are established from experimental data. Some recommendations are given for utilization in the plantgrjwing.

Key words: residual brown coals, ammonium humate, peroxidase activity.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Патент №10303, Україна, МКІ ВО1 j 20/30. Засіб одержання вуглецевомінерального сорбенту / І.Зубкова, Л.Шараніна (Україна); заявл. 18.11.94; опубл. 25.12.96; пріоритет 18.11.94.
2. Орлов Д.С., Иванушкина К.Б. Гуминовые вещества в биосфере, народнохозяйственное значение и экологическая роль // Почвоведение. – 1991. – №2. – С.152-156.
3. Патент РФ №2015951 от 15.07.94. Способ получения безбалластного гумата аммония /Бутюгин А.В., Иванов А.С., Зубкова Ю.Н. Бюл. №13.

Надійшла до редакції 15.11.1997 р.

РОЗДІЛЕННЯ І КОНЦЕНТРУВАННЯ МЕТАЛІВ У ВОДНО-СПИРТОВИХ СИСТЕМАХ З НИЗЬКО- І ВИСОКОЗАРЯДНИМИ АЦИДОКОМПЛЕКСАМИ

І.О.Шевчук, В.В.Пахно, Т.М.Симонова

Концентровані сольові розчини в технічному відношенні мають переваги перед розбавленими розчинами. При концентруванні і розділенні елементів із цих розчинів можливе зниження небезпечності органічних розчинників. В цьому випадку застосування водорозчинних спиртів, які добре гідратуються, зменшується леткість розчинників при утворенні двофазних водних систем. В концентрованих розчинах катіони металів утворюють координаційно насичені сполуки з певною величиною заряду на аніонах. Знання зарядів дозволяє прогнозувати вибір раціональних систем для розділення і концентрування металів. Ці питання вивчені нами на прикладі роданідних, сульфатних, фосфатних і інших систем з використанням етилового та ізопропілового спиртів.

В 10 моль/дм³ водному розчині KSCN залізо (III) утворює комплекс, який екстрагується простими ефірами, вищими спиртами та ін., які є леткими і токсичними речовинами. Для визначення зменшення леткості нами вивчений як екстрагент в розчинах, які розшаровуються, етиловий спирт. При цьому в водно-органічну фазу переходить забарвлена сполука роданіду заліза з максимумом поглинання 495 нм, що відповідає складу $\text{Fe}(\text{SCN})_4^-$. Додання в систему аскорбінової кислоти приводить до відновлення Fe(III) до Fe(II). В цих умовах роданідний комплекс заліза не утворюється і сполуки заліза залишаються у водній фазі. В органічну фазу переходять роданідні комплекси титану (IV), кобальту (II), урану (VI) та інші. Кобальт (II) в цих умовах екстрагується у вигляді $\text{Co}(\text{SCN})_4^{2-}$ з максимумом поглинання $\lambda = 620$ нм, уран (VI) екстрагується у вигляді $\text{UO}_2(\text{SCN})_3^-$ з $\lambda = 350$ нм. Видно, що із роданідних розчинів екстрагуються низькозарядні ацидокомплекси (табл.1).

Таблиця 1. Екстракція роданідних комплексів металів в водно-спиртових системах

Іон	Склад комплексів	Ступінь екстракції, %
Fe^{3+}	$\text{Fe}(\text{SCN})_4^-$	95-100
Co^{2+}	$\text{Co}(\text{SCN})_4^{2-}$	100
Mo (V)	$\text{MoO}(\text{SCN})_5^{2-}$	100
Ti (IV)	$\text{Ti}(\text{SCN})_4$	100
V (IV)	$\text{VO}(\text{SCN})_4^{2-}$	95
Pd^{2+}	$\text{Pd}(\text{SCN})_4^{2-}$	95-100
Nb (V)	$\text{NbO}(\text{SCN})_5^{2-}$	100
U (VI)	$\text{UO}_2(\text{SCN})_3^-$	100
Ni^{2+}		не екстрагується

Нами вивчена можливість відділення низькозарядних комплексних аніонів в водно-спиртових системах від високозарядних. Для зміни заряду ацидо-

комплексу зручно вводити в розчин інші комплексоутворювачі в невеликих кількостях. Так, введення в роданідну систему фторид-іонів приводить до того, що залізо (III) утворює високозарядний ацидокомплекс FeF_6^{3-} і не екстрагується. Це є основою для вибіркового виділення в присутності заліза (III) іонів металів, які утворюють низькозарядні роданідні і не утворюють фторидні комплекси, наприклад $\text{Pd}(\text{SCN})_4^{2-}$ та ін. Можна чекати, що в цих системах не будуть екстрагуватись високозарядні сульфатні, фосфатні та інші ацидокомплекси [1]. Так, в сульфатних розчинах утворюються високозарядні ацидокомплекси $\text{Fe}(\text{SO}_4)_3^{3-}$, $\text{Sc}(\text{SO}_4)_3^{3-}$, $\text{Zr}(\text{SO}_4)_4^{4-}$, $\text{Ce}(\text{SO}_4)_4^{4-}$ та ін., які не екстрагуються водорозчинними спиртами із 2М розчину сульфату амонію. В розглянутій вище системі не екстрагується фосфатний комплекс хром (III) – $\text{Cr}(\text{PO}_4)_2^{3-}$ і пірофосфатний комплекс $\text{Mn}(\text{P}_2\text{O}_7)_2^{5-}$. Це дозволяє відділяти ці комплекси від низькозарядних, які добре екстрагуються у фазу спирту MnO_4^- , ReO_4^- , $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$, CrO_4^{2-} , що є основою для розділення Cr (III) і Cr (VI), Mn (II) і Mn (VII). Різна стійкість бромідних комплексів металів дає можливість у сульфатній системі вибірково кількісно виділяти золото (III) у вигляді AuBr_4^- , з максимумом поглинання сольвата при $\lambda = 380$ нм в присутності заліза (III). Водно-спиртові системи використані нами для розділення рідкісних металів в 10 М розчині роданіду калію в присутності аскорбінової кислоти. На цій основі нами показана можливість відділення урану (VI) від заліза, титану, молибдену; молибдену (V) від вольфраму і ванадію.

Треба підкреслити, що при використанні як екстрагентів водорозчинних спиртів в присутності що присолювачів, забезпечується більш повне виділення роданідних комплексів кобальту, урану, молибдену та інших в порівнянні з ефірами, кетонами. Застосування водорозчинних спиртів дозволяє легко очистити роданідні розчини в порівнянні з іншими системами.

РЕЗЮМЕ

Изучено распределение редких и цветных металлов с разнорядными ацидокомплексами в расслаивающихся водно-спиртовых системах. Показана возможность отделения малозарядных комплексных анионов от высокозарядных в концентрированных роданидных, сульфатных растворах с использованием водорастворимых спиртов. Определены условия концентрирования и отделения урана (VI) от вольфрама и ванадия, золота (III) от железа и других элементов в этих системах.

SUMMARY

Distribution of rare and nonferrous metals with different charged anion complexes in two-phase aqueous-alcoholics systems was studied. The possibility of low-charge anion complexes separation from high-charge complexes in concentrated thiocyanate, sulphate solutions with the help of water-soluble alcohol was showed. The conditions of preconcentration and separation of uranium (VI) from iron, titanium (IV) and molibdenium (V) from tungsten and vanadium, gold (III) from iron et al. in this systems were determined.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

Шевчук И.А. Экстракция органическими основаниями: – Киев: Вища школа, 1978. – 172 с.

Надійшла до редакції 19.11.1997 р.

УДК 582.284:577.156

ХАРАКТЕРИСТИКА МОЛОКОЗСІДАЛЬНОЇ АКТИВНОСТІ ТА НАКОПИЧЕННЯ БІОМАСИ ШТАМАМИ ГРИБА *IRPEx LACTEUS*

С.М. Бойко

З розвитком ензімології одержало широке розповсюдження і використання ферментних препаратів у різних галузях легкої, харчової промисловостях для прискорення технологічних процесів, покращення якості виробів та утилізації рослинних відходів (Петрова, 1976).

При промисловому одержанні протеолітичних ферментів використовують головним чином різні бактерії, у меншій мірі – плісневі гриби та незначне число актиноміцетів.

Гострий дефіцит протеолітичних ферментів у всьому світі стимулює розгорнуті дослідження у пошуку нових продуцентів протеїназ серед рослинних організмів. Дефіцит тваринної сировини і недосконалість мікробних препаратів стимулює інтерес до базидіальних грибів, як можливих продуцентів протеїназ молокозсідальної дії (Денисова, 1984; Федотов, 1995; Бойко, 1996).

Для відділення молочної сироватки і одержання щільного сгустку використовують “сичуг” – сичужний фермент, який є екстрактом з передньої частки шлунку молочних телят. Пізніше із нього почали виділяти сичужний фермент – ренін, яким користуються сиророби для виробництва твердих сирів. В останній час відзначився дефіцит цього препарату, для одержання якого треба приносити у жертву молочних телят і ягнят. У зв’язку з збільшенням виробки сирів збільшився інтерес до заміни тваринного сичуга ферментами рослинного, бактеріального та грибного походження (Федорова, Шиврина, 1974).

Штами сапрофітних дереворуйнівних грибів з високою молокозсідальною активністю є перспективними продуцентами для одержання ферментів та використання їх у сировиробництві. Ці штами грибів можуть бути відносно дешевшими продуцентами протеїназ молокозсідальної дії, ніж одержання реніна із шлунку молочних телят та ягнят (Соломко, Дудка, 1985; Денисова, 1982, 1991; Негруцкий, Бойко, Федотов, Полях, 1991, 1993; Бойко, Федотов, Негруцкий, АнтимONOва, 1995).

У зв’язку з цим нами проведені дослідження по пошуку нових штамів сапротрофних дереворуйнівних грибів, які виявляють молокозсідальну активність.

Об'єктами досліджень були штами сапротрофного дереворуйнівного гриба *Irpex lacteus* (Fr.), одержані нами з плодових тіл, які зростали на сухих гілках абрикосу (штам ВА-94) та вишні (штам СДВ-94).

Посівним матеріалом була 10-15 добова культура гриба, що зростала на агаризованому пивному суслі, розбавленому дистильованою водою у співвідношенні 1:4.

Культивування штамів здійснювали на живильному середовищі такого складу: пивне сусло – 250,0 мл, пептон – 3 г, дистильована вода до 1 л. Кислотність середовищ доводили до необхідного рівня рН за допомогою 10 % розчину HCl. Живильні середовища в кількості 50 мл, що містились у конічних колбах на 250 мл, стерилізували у автоклаві АГ-1 при 1 атм. протягом 45 хвилин. Після остигання живильне середовище інокулювали шматочками міцелію гриба.

Молокозсідальну активність (МЗА) культуральних фільтратів штамів визначали за методом Каваї та Мукаї (Kawai, Mukai, 1970), накопичення біомаси ваговим методом (Петербургский, 1968).

Статистичну обробку одержаних цифрових даних здійснювали за допомогою дисперсійного аналізу (Лакін, 1980) та методу множинного порівняння середніх арифметичних величин (Негрукский, Фильчаков, 1984).

Одержані нові штами СДВ-94 та ВА-94 *Irpex lacteus* порівнювали зі штамом Г-93, як найбільш активним, з групи штамів раніше досліджуваних (Бойко, 1996).

Дані, які характеризують молокозсідальну активність штамів у залежності від їх віку, подані в таблиці 1.

Таблиця 1. Залежність МЗА від штамів та їх віку

Штами	F Фішера	Штам фактор А	Вік фактор В	Взаємодія факторів АВ
Г-93, ВА-94,	Fst 0,5	2,51	3,55	2,93
СДВ-94	Fi	2,86	1,91	2,85

З таблиці бачимо, що фактор А – штам має суттєву роль і впливає на зміну МЗА ($F_i > F_{st}$), чого не можна сказати про фактор В – вік штамів ($F_i < F_{st}$) та взаємодію цих факторів АВ.

Молокозсідальна активність штамів СДВ-94, ВА-94 і Г-93 на 5-ту добу дорівнювала відповідно 7,51, 10,25 та 8,68 хв. Гадана на перший погляд різниця у значеннях не була доказана статистичною обробкою даних, як для 5-ти, так і для 10-ти та 15-ти добового віку грибів. На малюнку 1 подан висновок про рівність МЗА у досліджених штамів на основі обчислення за методом Шеффе.

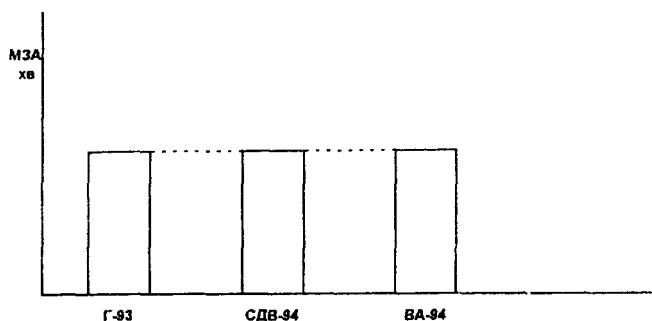


Рис. 1. Середні арифметичні значення МЗА за віком досліджуваних штамів.

Штами СДВ-94 та ВА-94 за активністю молокозсідальних протеїназ знаходяться на одному рівні зі штамом Г-93.

Порівняння накопичення біомаси штамами СДВ-94, ВА-94 здійснювали зі штамом Г-93. Дані, які характеризують вплив різних факторів на накопичення біомаси, наведені в таблиці 2.

Таблиця 2. Вплив факторів та їх взаємозв'язок на накопичення біомаси штамами СДВ-94 та ВА-94

Познач. фактора	Назва фактора	Fi	Fst 0,5
A	штам	0,67	3,55
B	вік	22,20	3,55
AB	штам і вік	4,60	2,93

Вплив фактору А (штам) на накопичення біомаси не доказан, але за те вік виявляє пряму дію на утворення біомаси. Взаємодія двох факторів – штам та вік, також впливає на ріст міцелію досліджуваних штамів *I. lacteus*.

Після обробки одержаних даних методом множинного порівняння середніх арифметичних величин встановлено, що штам Г-93 накопичує біомасу в основному за 10 діб. Вірогідний різниці у накопиченні біомаси штамом Г-93 у 10-ти та 15-ти добовому віці не знайдено. Аналогічні висновки стосуються і штама СДВ-94 (біомаса на 5-ту добу 0,1825 г, 10-ту – 0,2772 г, 15-ту – 0,2564). Проте штам ВА-94 має відмінності. Накопичення біомаси цим штамом до 10 доби йде повільно, так як вірогідної різниці між біомасою на 5-ту (0,1610 г) та 10-ту (0,1854 г) добу не виявлено. Однак на 15-ту добу кількість біомаси (0,3092 г) значно зростає.

Кількість накопиченої біомаси на 5-ту добу досліджуваних штамів знаходиться на одному рівні.

На 10-ту добу виявлені незначні відмінності у накопиченні біомаси. Штам Г-93 утворює більшу кількість біомаси, ніж штам ВА-94. Штам СДВ-94 займає проміжне положення.

На 15-ту добу росту суттєвої відмінності у накопиченні біомаси не знайдено.

Порівняння штамів між собою по біомасі за 15 діб виявило відсутність вірогідної різниці, тобто кількість біомаси знаходилось на одному рівні.

Таким чином, штами ВА-94, СДВ-94 які виявили досить високу молокосідальну активність – є перспективними продуцентами і підлягають подальшому дослідженню.

РЕЗЮМЕ

Дефицит сычужного фермента животного происхождения стимулирует поиск среди базидиальных дереворазрушающих грибов активных продуцентов протеиназ молокосвертывающего действия. Штаммы сапрофитных дереворазрушающих грибов с высокой МСА являются перспективными для биотехнологического получения ферментных препаратов. Данная работа посвящена изучению новых штаммов *Irpex lacteus* – как перспективных продуцентов молокосвертывающих ферментов.

SUMMARY

Deficit of the rennin animal an origin stimulates search among basidiomycetes wood-destroy of fungus active production proteinase milk clotting of action. Strains saprotrof wood-destroy of fungus with high MCA are perspectiv for biotechnological reception enzymes of preparations. Given work is devoted to study new strains *Irpex lacteus* – as perspectiv production milk clotting enzymes.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бойко М. І. Фізіолого-біохімічні особливості системи *Pinus sylvestris* L. – *Heterobasidion annosum* (Fr.) Bref і перспективи практичного використання екзометаболітів деяких дереворуйнівних грибів. Дис. докт. біол. наук. – Київ, 1996. – 51с.
2. Бойко М.І., Федотов О.В., Негруцкий С.Ф., Антимонova В.С. Базидиальные грибы как возможные продуценты протеиназ молокосвертывающего действия // Интродукция и акклиматизация растений на Украине. – Киев: Наук. думка, 1995. – С.86–98

3. Бойко С. Вплив рН середовища на активність молокозгортаючого ферменту й утворення біомаси *Игrex lacteus* // Матеріали тижня студентської науки. Київ, НаУКМА, 1996. – С.92–93.
4. Денисова Н.П. Протеолитическая активность культур высших грибов // Микол. и фитопатол. – 1982. – 16, 5, С.458-466
5. Денисова Н.П. Протеолитическая активность культур высших грибов // Микол. и фитопатол. – 1984. – 18, 2. – С.116-121.
6. Денисова Н.П. Протеолитические ферменты базидиальных грибов, таксономические и экологические аспекты их изучения: Авто-реф. дис. д-ра биол. наук. – Ленинград, 1991. – 31с.
7. Лакин Г.Ф. Биометрия. – М.: Высшая школа, 1980. – 293 с.
8. Негруцкий С.Ф., Бойко М.И., Федотов О.В., Полях В.А. Дереворазрушающий гриб *Hirschiopogon laricinus* – продуцент молокосвертывающего фермента // Проблемы лесной фитопатологии и микологии: Тез. докл. Междун. конф. – Москва – Каунас, 1991. –с.45.
9. Негруцкий С.Ф., Бойко М.И., Федотов О.В., Полях В.А. Ксилотрофы лесных биоценозов – продуценты БАВ // Промышленная ботаника: состояние и перспективы развития: Тез. докл. Межд. науч. конф. – Донецк, 1993. – С.127.
10. Петербургский А.В. Практикум по агрономической химии.– М.: Колос, 1968. – 496 с.
11. Петрова И.С. Протеолитические ферменты актиномицетов. – М.: Наука, 1976.–60 с.
12. Соломко Э.Ф., Дудка И.А. Перспектива использования высших базидиомицетов в микробиологической промышленности // ВНИИСЭНТИ, Обзорная информация, сер.3.М.: – 1985. – 48 с.
13. Федорова Л.Н., Шиврина А.Н. Протеазы "сычужного" действия в культурах высших грибов // Микол. и фитопатол. – 1974. – 8, 1. – С.22-25.
14. Федотов О.В. Активные продуценты молокосвертывающих ферментов среди гименомицетов, их биологические особенности и перспективы применения. Дис. канд. биол. наук. – Киев, 1995. – 250 с. – Машинопис.
15. Kawai M., Mukai N. Studies on milk clotting enzymes prodused by Basidiomycetes. I. Screening test of Basidiomycetes for the production of milk clotting enzymes. – Agr. Biol. Chem. – 1970, v.34, N2, p.159-163.

Надійшла до редакції 30.11.1997 р.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ГРУППИРОВОК ВЫСШИХ ВОДНЫХ РАСТЕНИЙ В ВОДОХРАНИЛИЩЕ-ОХЛАДИТЕЛЕ КУРАХОВСКОЙ ГРЭС

С.Н.Голубничая

В настоящее время почти вся электроэнергия в мире вырабатывается на тепловых и атомных электростанциях, которые, являясь крупными водопотребителями, рассеивают огромное количество тепла в окружающую среду в основном с подогретыми циркуляционными водами, поступающими в водоемы-охладители или естественные водоемы комплексного назначения. В связи с тем, что водообеспеченность Донбасса в расчете на одного жителя в 10-12 раз ниже, чем в других районах Украины, проблема антропогенного влияния гидросооружений на экосистемы водоемов особенно актуальна в нашем регионе.

Исследованиями достаточно точно установлено влияние тепловых сбросов на зоопланктон и зообентос, фитопланктон, некоторые стороны микробиологических процессов. Влияние техногенных условий водоемов-охладителей электростанций на высшие водные растения изучено еще недостаточно [1,2].

При чрезмерном зарастании водохранилищ-охладителей нарушается нормальное водоснабжение электростанций [3]. В то же время высшая водная растительность имеет большое значение в процессах самоочищения водоемов, что особенно важно для тех из них, в которые попадают бытовые и шахтные стоки, а также в регулировании в них биологических процессов. В связи с этим в 1996 г. нами изучалась растительность водохранилища-охладителя Кураховской ГРЭС. Изучение растительности проводится нами по общепринятым методикам В.М.Катанской и А.П.Белавской [5,6].

Водохранилище-охладитель Кураховской ГРЭС озерно-речного типа расположено на реке Волчье. Площадь его водного зеркала составляет 15,2 км, длина 8 км, объем 62,4 млн м. Вода водохранилища принадлежит к сульфатному классу, группе натриевых вод [4]. Водохранилище разделено дамбой на два отсека: Ильинский и Терновский.

Акватории Терновского и Ильинского отсеков Кураховского водохранилища заняты высшей водной растительностью неравномерно. В Ильинском отсеке растительностью покрыто в западной части приблизительно 2-5%, в восточной - 30-35% площади. Отрог по притоку зарастает почти целиком. Растительность в отсеке сосредоточена главным образом у левого мелководного берега. По левому берегу в западной части отсека, от разделяющей дамбы до конца залива тянется неширокая полоса группировки *Phragmites australis* (Cav.) Trin ex Steud (рис.1).

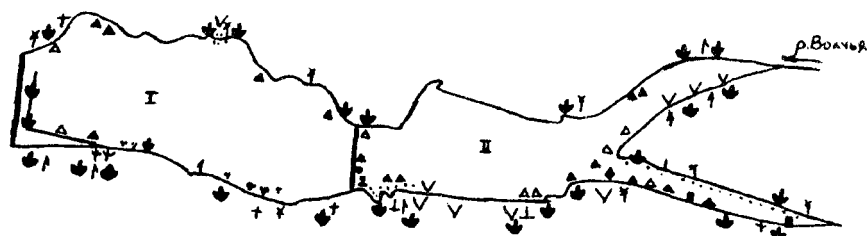


Рис. 1. Карта-схема расположения группировок высших водных растений в водохранилище-охладителе Кураховской ГРЭС

I	Терновский отсек	II	Ильинский отсек
1	водозабор	2	водопыпуск
☙	<i>Phragmites australis</i>	•	<i>Lemna minor</i>
⊥	<i>Typha angustifolia</i>	∴	<i>L. trisulca</i>
Υ	<i>Butomus umbellatus</i>	♀	<i>Carex</i> sp.
✕	<i>Alisma plantago-aquatica</i>	▲	<i>Potamogeton crispus</i>
†	<i>A. lanceolatum</i>	△	<i>P. lucens</i>
+	<i>Scirpus lacustris</i>	△	<i>P. perfoliatus</i>
∨	<i>S. tabernaemontani</i>	△	<i>P. pectinatus</i>
⊕	<i>Zannichellia palustris</i>	↑	<i>Bolboschoenus maritimus</i>
▣	<i>Ceratophyllum demersum</i>	⊗	<i>Utricularia vulgaris</i>
↑	<i>Sagittaria sagittifolia</i>		

Среди тростника также встречаются отдельные экземпляры и группы *Typha angustifolia* L., *Scirpus lacustris* L., *S. tabernaemontani* C. G. Gmel., *Bolboschoenus maritimus* (L.) Palla, а также гигрофильное раз-нотравье, представленное *Bidens tripartita* L., *Mentha aquatica* L. В конце залива имеется сообщество *Typha angustifolia*. В некоторых местах у уреза воды поло-са побережья шириной около 3 метров устлана отмершими и отмирающи-ми особями *Potamogeton perfoliatus* L. и *P. pectinatus* L., особенно хорошо это видно на берегу у дамбы. В воде у этого берега имеются сообщества рдестов, которые распространяются до глубины 1,5 метра, но в большинст-ве случаев они располагаются на глубинах 0,7 – 0,8 м. В районе железно-дорожной дамбы развиты сообщества рдестов – *Potamogeton perfoliatus*, *P. pectinatus*, *P. lucens* L.

Они распределены здесь отдельными участками вблизи берега. Далее вдоль берега до конца залива группировки рдеста гребенчатого почти вы-падают. На некоторых участках группировки рдеста стеблеобъемлющего перемежаются с группировками рдеста блестящего, а ближе к заливу и в заливе остаются только группировки первого. В заливе у берега они обра-зуют широкую хорошо выраженную полосу, а отдельные их фрагменты

имеются и посередине залива. У правого берега этой части отсека произрастает *Phragmites australis*, образующий довольно большие группировки вблизи дамбы. Среди них встречаются отдельные особи *Alisma plantago-aquatica* L. и *A. lanceolatum* L., а также *Lemna minor* L.

В восточной части Ильинского отсека у левого берега почти сплошная широкая полоса растительности сложена сообществами подводных и погруженных растений. Наибольшей ширины – почти 250 м она достигает в средней его части, где находится большой массив зарослей. В нем от коренного берега по направлению к центру отсека растительные сообщества располагаются в следующем порядке.

Наиболее рано обсохшие места занимает разнотравно-тростниковая группировка (ширина полосы 100 м), за ней следует группировка рогоза узколистного с куртинами камышей. У края рогозовой группировки полосу около 35 м шириной занимает группировка рдеста стеблеобъемлющего. Далее, ближе к центру, располагается группировка рдеста блестящего.

Подобное чередование растительных сообществ характерно для всего левого берега этой части отсека. Широкая полоса зарослей начинается недалеко от железнодорожной насыпи и идет вдоль берега почти до отрога по левобережному притоку. Близ отрога она заметно суживается. Рдестовые сообщества здесь уже не образуют сплошной полосы, а встречаются только небольшими участками. Кроме группировок указанных видов рдестов, изредка встречаются группы рдеста гребенчатого. Группировки рдеста блестящего островного характера имеются в некоторых местах на большом расстоянии от берега, почти посередине водоема.

У правого берега растительность не образует сплошной полосы, а на некоторых участках отсутствует. На узкой обнажившейся от воды полосе побережья обычно встречаются куртины клубникамышья, отдельных побегов тростника, частухи и особей влаголюбивых наземных видов. В воде близ уреза неширокими отдельными полосами и группами встречается рдест стеблеобъемлющий. Местами у берега в воде есть куртины тростника.

В отроге по левобережному притоку обширную площадь занимают сообщества *Potamogeton crispus*, представлены здесь также сообщества *P. perfoliatus*, *P. pectinatus*, *P. lucens* L., *Ceratophyllum demersum* L., местами много *Lemna minor*. Берега окаймлены тростниковыми и рогозовыми зарослями, последние распространены и на середине водоема. Среди этих зарослей встречается *Sagittaria sagittifolia* L.

Акватория Терновского отсека занята растительностью в меньшем объеме. В литературе, относящейся к 1979 году, сообщается, что в этом отсеке отсутствуют погруженные растения, а из надводных встречаются только *Phragmites australis*, *Bolboschoenus maritimus* [4]. В настоящее время *Phragmites australis* произрастает вдоль всего берега. В группировках тростника обыкновенного, которые достигают на некоторых участках ширины 100 метров, встречаются *Typha angustifolia*, *Scirpus lacustris*, *Bolboschoenus maritimus*.

На участке левого берега в двух километрах от Ильинской плотины нами обнаружены два вида, которые не указывались в литературе для данного водохранилища, это *Utricularia vulgaris* L. и *Lemna trisulca* L. Эти два вида растут вместе на участке в 250 метров, занимая мелководье, которое ограничено от остального водохранилища небольшими островками, с произрастающей на нем чисто тростниковой группировкой. Кроме этого участка пузырчатка обыкновенная не встречается нигде, а *Lemna trisulca* занимает свободную воду в ассоциациях тростника обыкновенного.

Струераспределительная дамба покрыта *Phragmites australis* с отдельными куртинами рогоза узколистного, камыша озерного и клубнекамыша морского. По берегам подводящего канала обнаружены ассоциации *Buto-mus umbellatus*. Неширокое распространение сусака зонтичного объясняется тем, что он вытесняется ценотипически более сильными видами, в частности рогозом узколистным.

Из плавающих растений у левого берега в большом количестве произрастают *Potamogeton crispus*, *P.perfoliatus*, *P.pectinatus*, *Zannichellia palustris*, *Ceratophyllum demersum*. Заросли рдестов, довольно мощные, занимают участки шириной в 2-9 метров. Иногда эти участки отделены от берега тростниковыми ассоциациями, а иногда начинаются от самого берега. *Zannichellia palustris* и роголистник погруженный не образуют мощных зарослей. Группировки погруженных растений большей частью одновидовые и одноярусные, хотя в рдестовых сообществах встречаются цанникеллия болотная и роголистник погруженный, а ближе к берегу и *Lemna trisulca*, *L.minor*.

У правого берега территория, занятая высшими водными растениями, гораздо меньше, чем у левого. Это связано с тем, что правый берег более крутой и обрывистый и с тем, что на этом берегу созданы базы отдыха. На участках берега, занятых базами отдыха, отмечаются только отдельные куртины *Phragmites australis*, *Scirpus lacustris*, *Typha angustifolia*, *Carex* sp. и отдельные особи погруженных растений *Potamogeton crispus*, *P.perfoliatus*.

В восточной части Терновского отсека хорошо развита тростниково-разнотравная группировка. В средней части правого берега отсека, где нет баз отдыха, так же хорошо развиты тростниковые группировки с разнотравьем.

Берега сбросного канала свободны от высшей водной растительности, так как проводятся периодические чистки. Влияние подогретых вод в основном сказываются в Терновском отсеке. Флористический состав растительных группировок отсеков существенных отличий не имеет, подогретые воды вызывают более раннее наступление фенологических фаз.

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы:

1. В формировании растительности водохранилища-охладителя Кураховской ГРЭС наибольший вклад принадлежит сообществам *Phragmites*

australis. Широко представлены также *Typha angustifolia* из прибрежно-водных и *Potamogeton perfoliatus*, *P. crispus* из погруженных растений.

2. Растительные сообщества водохранилища-охладителя в основном являются одновидовыми и одноярусными, что характерно для всех водных экосистем.

3. Растительность сосредоточена главным образом у левого берега в связи с тем, что правый берег более обрывистый, кроме того, повышенная рекреационная нагрузка способствует обеднению растительности.

РЕЗЮМЕ

Вивчався стан рослинності водосховища-охолоджувача Кураховської ДРЕС. Виявлено переважання в складі рослинності *Phragmites australis*, *Typha angustifolia* з прибережно-водних та *Potamogeton crispus*, *P. perfoliatus* з занурених рослин.

SUMMARY

The condition of vegetation of cooling reservoir of Kurakhov Power Station have been studied. There were exposed the domination within the river-side water vegetation components of *Phragmites australis*, *Typha angustifolia* within the components of submerged plants there were exposed *Potamogeton crispus* and *P. perfoliatus*.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гидробиология водоемов-охладителей тепловых и атомных электростанций Украины / А.А.Протасов. – Киев: Наук. думка, 1991. – 190 с.
2. Корелякова И. Л. Растительность Кременчугского водохранилища. – Киев: Наук. думка, 1977. – 200 с.
3. Афанасьев С.А. Биологические помехи в водоснабжении тепловых и атомных электростанций // Гидробиол. журн. – 1995. – Т.31 – N 2. – С.13-14.
4. Катанская В.М. Растительность водохранилищ-охладителей тепловых электростанций Советского Союза. – Л.: Наука, 1979. – 279 с.
5. Катанская В.М. Методика исследований высшей водной растительности // Жизнь пресных вод СССР. – М.Л.: Изд-во АН СССР, 1956. – С.160-183.
6. Белавская А.П. К методике изучения водной растительности // Ботан. журн. – 1979. – Т.64 – N1. – С.32-40.

Надійшла до редакції 02.12.1997 р.

ОПТИМИЗАЦИЯ СВЕТОВОГО РЕЖИМА КУЛЬТИВИРОВАНИЯ *PENIOPHORA GIGANTEA* (FR.) MASS.

С.И Демченко

Поражение хвойных насаждений грибом *Heterobasidion annosum* (Fr.) Bref. (корневая губка) носит характер эпифитотии и причиняет значительный ущерб лесному хозяйству Украины и многих других стран [1]. Биологический метод борьбы с этим патогеном имеет существенное преимущество перед другими способами защиты. Он предусматривает локализацию инфекционного начала *H. annosum* путем искусственного заселения пней грибами, конкурирующими с корневой губкой за древесный субстрат питания. Кроме того, интенсифицируется процесс биодеструкции древесины пней, что способствует формированию лесных почв [2]. Среди известных видов грибов, которые могут быть использованы для обработки пней, выделяется *Peniophora gigantea* (Fr.) Mass. (пениофора гигантская). Высокие показатели антагонистической активности этого гриба доказаны исследованиями, проведенными во многих странах мира [3]. На кафедре физиологии растений Донецкого госуниверситета разработана технология производства биопрепарата “Пениофорин”, основу которого составляет споровый материал (оидии) пениофоры гигантской [4]. Производительность процесса получения препарата зависит от количества образующихся в ходе культивирования гриба оидий. На величину спорообразования (вегетативную репродуктивность) влияют штаммовые особенности *P. gigantea*, условия культивирования и состав питательного субстрата [5]. Один из факторов, оказывающий существенное влияние на процесс развития грибов является световой режим. Литературные данные указывают, что чередование освещения и темноты стимулирует спорообразование многих грибов [6]. Поэтому нами исследовалось влияние двухфазного периода культивирования на вегетативную репродуктивность *P. gigantea*.

Для определения оптимальной продолжительности темновой и световой фаз культивирования было проведено два эксперимента. В первом эксперименте гриб выращивали на питательной среде [7] в колбах Эрленмейера на 250 мл в термостате при температуре 24°C на протяжении 5-9-ти суток (темновая фаза). Во время световой фазы колбы с культурами *P. gigantea* находились под лампами дневного света (освещенность 1200 люкс, температура 23-24°C) на протяжении соответственно 5-1-х суток. Таким образом, общая продолжительность культивирования гриба составляла 10 суток. Контрольная партия колб была защищена от действия света. Образовавшиеся оидии смывали с поверхности среды 100 мл воды (двумя рав-

ными порциями) и подсчитывали их количество с помощью камеры Горяева. В качестве показателя споруляции использовали среднее количество оидий в 100 мл суспензии (т.е. в расчете на одну колбу). Повторность опыта – трехкратная. Второй эксперимент проводили по аналогичной методике. Дополнительно изучали влияние фотопериода световой фазы культивирования, который для каждого варианта опыта составлял 3, 6, 9, 12, 18 и 24 часа. Статистическая обработка проводилась по методам дисперсионного анализа для одно- и двухфакторных комплексов, множественного сравнения средних по критериям Даннета и Ньюмана-Кейлса [8, 9].

Анализ полученных результатов в первом эксперименте (см. рис.1) свидетельствует, что стимулирующее действие на вегетативную репродуктивность *P. gigantea* оказывает 5-суточное темновое и 5-суточное световое культивирование гриба (5+5). При этом величина спорообразования увеличивается по сравнению с контролем на 55% и по сравнению с вариантами 8-9-суточного темнового и соответственно 2-1-суточного светового культивирования (8+9; 9+1) на 39%. Увеличение интенсивности споруляции при 6-7-суточном темновом и соответственно 4-3-суточном световом культивировании (6+4; 7+3) не достоверно ($D=1.5 \times 10^7$ штук оидий). Наблюдается снижение вегетативной репродуктивности гриба относительно контроля (на 28%) в вариантах (8+2; 9+1).

Штук оидий $\times 10^7$

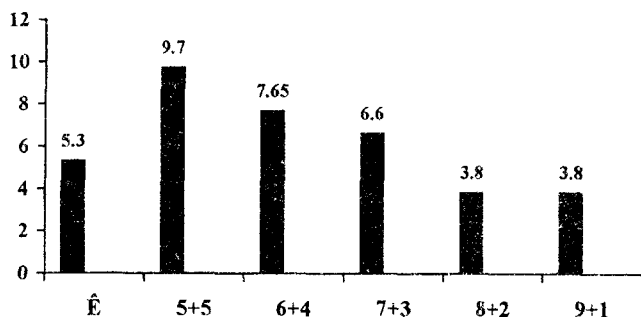


Рис.1. Влияние продолжительности темновой и световой фаз культивирования на интенсивность споруляции *P. gigantea*: К – контроль; 5+5, 6+4, 7+3, 8+2, 9+1 – 5-9-суточное темновое и, соответственно 5-1-суточное световое культивирование гриба

Данные о влиянии фотопериода световой фазы культивирования на вегетативную репродуктивность *P. gigantea* приведены в таблице.

Из таблицы следует, что различная продолжительность светового дня второй фазы культивирования оказывает достоверное влияние на интенсивность споруляции пениифоры гигантской. Исключение составляет 5-

суточное темновое и 5-суточное световое культивирование, в котором отсутствуют достоверные различия между вариантами экспонирования культур гриба-антагониста на свету ($D^H=1.3-2.0$ штук оидий $\times 10^7$).

Таблица. Влияние фотопериода световой фазы культивирования на вегетативную репродуктивность *P. gigantea*

Продолжительность фаз культивирования, сут.		Показатели спорообразования, штук оидий $\times 10^7$						
		конт-роль	варианты фотопериода, час.					
			3	6	9	12	18	24
тем-но-вая	све-то-вая							
5	5	4.8 $\pm$ 0.3	6.8 $\pm$ 0.5	5.6 $\pm$ 0.3	6.2 $\pm$ 0.6	6.4 $\pm$ 0.7	6.8 $\pm$ 0.3	7.4 $\pm$ 0.2
6	4	4.9 $\pm$ 0.8	6.1 $\pm$ 0.6	7.3 $\pm$ 0.6	9.1 $\pm$ 0.4	9.4 $\pm$ 0.3	5.5 $\pm$ 0.3	4.1 $\pm$ 0.7
7	3	4.4 $\pm$ 0.3	6.4 $\pm$ 0.1	9.6 $\pm$ 0.7	9.5 $\pm$ 0.7	8.4 $\pm$ 0.3	9.9 $\pm$ 0.2	6.0 $\pm$ 0.4

Вегетативная репродуктивность *P. gigantea* не коррелирует с продолжительностью фотопериода. Высокие показатели споруляции характерны при 6-18-часовом фотопериоде в варианте (7+3) и 9-12-часовом фотопериоде в варианте (6+4). Увеличение вегетативной репродуктивности относительно контроля составляет 48-52%, относительно других вариантов опыта - 24-52%. 24-часовая экспозиция на свету увеличивает спорообразование *P. gigantea* по сравнению с контролем лишь в варианте (5+5), что совпадает с результатами первого эксперимента. Однако эта величина на 12-26% ниже по сравнению с высокими показателями вегетативной репродуктивности в вариантах (6+4) и (7+3), отмеченными ранее. В остальных вариантах опыта интенсивность споруляции достоверно не отличается от контроля ($D=2.5 \times 10^7$ штук оидий).

Как показывают наши исследования уровень спорообразования пениофоры гигантской выше при чередовании темноты и освещения, чем только в темноте. Следовательно свет оказывает стимулирующий эффект на вегетативную репродуктивность *P. gigantea*. В связи с этим, полученные результаты позволяют рекомендовать двухфазный период культивирования *P. gigantea* для увеличения выхода оидий: 6-7-суточное выращивание гриба в темноте при температуре 24°C и 6-18-часовая экспозиция на свету в течение 4-х суток или 9-12-часовая экспозиция на свету в течение 3-х суток при температуре 23-24°C и освещенности 1200 люкс.

РЕЗЮМЕ

Вивчено вплив двофазового періоду культивування на вегетативну репродуктивність *Peniophora gigantea* - антагоніста *Heterobasidion annosum*. Визначено оптимальну тривалість темної та світлової фаз культивування гриба.

SUMMARY

There have been studied the influence of the two-phase period of cultivation upon vegetative reproduction of *Peniophora gigantea* - antagonist of *Heterobasidion annosum*. There was determined the optimal duration of the dark and light phase of cultivation of the fungus.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Негруцкий С.Ф., Фильчаков Л.П., Сычев П.А., Бойко М.И. Эпифитотии корневой губки в лесных биоценозах // Проблема лесной фитопатологии и микологии: Тез. докл. – Москва, 1994. – С. 58-60.
2. Негруцкий С.Ф. Корневая губка. – М.: Агропромиздат, 1986. – 196 с.
3. Рипачек В. И. Биология дереворазрушающих грибов. – М., 1967. – 275с.
4. А. с. СССР 1550658, МПК⁵ С 12 № 1/14; А 01 № 63/00. Штамм соматических структур макроскопического гриба *Peniophora gigantea* (Fr.) Mass. для получения препарата против корневой губки хвойных деревьев / Донецкий госуниверситет, авт. изобр. Негруцкий С.Ф., Фильчаков Л.П., Ветрова Е.В. и др. (СССР). – № 4199323; заяв. 24.02.87; опубл. 15.03.90.
5. Федоров Н.И., Полещук Ю.М., Стайченко Н.И. К вопросу получения биопрепарата на основе пениофоры гигантской // Защита хвойных насаждений от корневых гнилей: Тез. докл. зональной научно-производственной конф. Беларуси и республик Прибалтики, 9-10 сентября, 1981. – Минск, 1981. – С.79-81.
6. Беккер З.Э. Физиология грибов и их практическое использование. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1963. – 215 с.
7. А.с. СССР 1490954, МПК⁵ С 12 № 1/14; А 01 № 63/00. Питательные среды для выращивания пениофоры гигантской / Донецкий госуниверситет, авт. изобр. Негруцкий С.Ф., Фильчаков Л.П., Сычев П.А. (СССР). – № 4228751; заяв. 30.02.87; опубл. 30.06.89.
8. Фильчаков Л.П. Методические указания к применению дисперсионного анализа для статистической обработки экспериментальных данных. – Донецк: ДонГУ, 1992. – 70 с.
9. Фильчаков Л.П., Негруцкий С.Ф. Методические указания к математической обработке результатов по физиологии растений. – Донецк: ДонГУ, 1984. – 12 с.

Надійшла до редакції 27.11.1997 р.

**ФАУНА ПЛАСТИНЧАТОУСЫХ ЖУКОВ
(COLEOPTERA, SCARABAEOIDEA)
СТАНИЧНО-ЛУГАНСКОГО ЗАПОВЕДНИКА**

В.В.Мартынов

Станично-Луганское отделение Луганского государственного заповедника расположено на левом берегу р.Северский Донец, в 30 км к северу от Луганска и 7 км севернее станции Кондрашевская Новая. Территория заповедника занимает пойму и часть первой надлуговой террасы. Общая площадь заповедника составляет 496га [1]. Для ландшафта Станично-Луганского отделения характерно сочетание лиственных лесов с луговыми полянами, старицами и озерами. На песчаной террасе господствуют культуры сосны обыкновенной, перемежающиеся небольшими фрагментами псаммофитных степей.

Основной задачей заповедника является сохранение уникального флористического и фаунистического комплекса поймы Северского Донца.

Целью настоящей работы является выяснение видового состава пластинчатоусых жуков (Scarabaeoidea) этого участка, сведения о котором в литературе фрагментарны [2] и не дают полного представления о фауне.

Сбор материала для настоящей работы проводился в весенне-летний период 1996 года экспедиционным методом по общепринятым методикам: маршрутный сбор, лов на свет, почвенные раскопки, обследование пастбищ [3].

В результате исследований было выявлено 73 вида Scarabaeoidea относящихся к 31 роду и 5 семействам [4]. Список видов и краткие сведения по биологии и численности приводится ниже.

Lucanus cervus (L.) – обычен в пойменных дубравах. Летний. Фитофаг. 31.05.1996

Dorcus parallelipedus (L.) – обычен в лиственных лесах. Фитофаг. 2.06.1996

Geotrupes spiniger Marsch. – массовый. Полисезонный. Кoproфаг. ПХГ. 9.08.1996

G. stercorosus Scriba. – редок. Кoproфаг. ПХГ. 10.08.1996 (2 экз.)

Lethrus apterus (Laxm.) – массовый. Избегает песчаных почв. Весенне-летний. Фитофаг. 27.04.1996

Trox hispidus (Pontopp.) – редок. Космополит. Полисезонный. Кератофаг. 28.04.1996

Copris lunaris (L.) – массовый. Полисезонный. Кoproфаг. ПХГ. 27.04-12.08.1996

Onthophagus taurus (Schr.) – массовый. Полисезонный. Кoproфаг. ПХГ. 27.04-9.08.1996

- Ont. illuricus* (Scop.) – массовый. Полисезонный. Копрофаг. ПХГ. 27.04-12.08.1996
- Ont. gibbulus* (Pall.) – массовый. Позднелетний. Копрофаг. ПХГ. 9.08.1996
- Ont. vacca* (L.) – обычен. Полисезонный. Копрофаг. 27.04 – 9.08.1996
- Ont. nuchicornis* (L.) – обычен. Полисезонный. Копрофаг. 27.04-2.06.1996
- Ont. furcatus* (F.) – массовый. Весенне-летний. Копрофаг. 27.04-9.08.1996
- Ont. ovatus* (L.) – массовый. Полисезонный. Копрофаг-некрофаг-сапрофаг. ПХГ. 27.04-9.08.1996
- Ont. verticicornis* Laich. – редок. Копрофаг. 27.04, 1.06.1996 навоз КРС.
- Ont. fracticornis* (Prey.) – массовый. Полисезонный. Копрофаг. 27.04-2.06.1996
- Ont. semicornis* (Panz.) – редок. Копрофаг. 28.04.1996 (2 экз.) навоз КРС
- Ont. coenobita* (Herbst.) – массовый. Весенне-летний. Копрофаг. Мезо-фил. 28.04.1996
- Saccobius schreberi* (L.) – массовый. Весенне-летний. Копрофаг. ПХГ. 27.04-9.08.1996
- Euoniticellus fulvus* (Goeze.) – массовый. Полисезонный. Копрофаг. ПХГ. 27.04-11.08.1996
- Psammodius* (*Rhyssesus*) *germanus* (L.) – редок. Весенне-летний. Сапрофаг. Отмечен на песках у корней под навозом КРС. 28.04.1996 (1 экз.)
- Heptaulacus sus* (Herbst.) – массовый. Летне-осенний. Копрофаг. 10.08.1996
- H. testudinarius* (F.) – редок. Отмечен у корней растений на песках под сухим навозом. 28.04.1996
- Pleurophorus caesus* (Cr.) – массовый. Полисезонный. Сапрофаг-копрофаг. 2.06.1996
- Aphodius* (*Colobopterus*) *erraticus* (L.) – массовый. Полисезонный. Копрофаг. ПХГ. 27.04-9.08.1996
- A. (Eupleurus) subterraneus* (L.) – обычен. Весенне-летний. Копрофаг. ПХГ. 27.04-30.04.1996
- A. (Teuchestes) fossor* (L.) – массовый. Весенне-летний. Копрофаг. ПХГ. 1.06-9.08.1996
- A. (Otophorus) haemorrhoidalis* (L.) – массовый. Полисезонный. Копрофаг. ПХГ. 31.05-12.08.1996
- A. (Ammonoecius) brevis* Er. – обычен в сухом навозе травоядных. Весенне-летний. 27.04.1996
- A. (Bodilus) immundus* Cr. – массовый. Весенне-летний. Копрофаг. ПХГ. 1.06-12.08.1996

- A. (*Bodilus*) *scybalarius* (F.) – обычен. Летне-осенний. Копрофаг. 9.08.1996
- A. (*Bodilus*) *sordidus* (F.) – обычен. Полисезонный. Копрофаг. 12.08.1996
- A. (*Bodilus*) *ictericus* (Laich.) – обычен. Позднелетний. Копрофаг. 12.08.1996
- A. (*Bodilus*) *lugens* Cr. – обычен. Летне-осенний. Копрофаг. ПХГ. 12.08.1996
- A. (*Plagiogonus*) *putridus* (Fourcroy) – обычный. Позднелетне-осенний. Копрофаг. 12.08.1996
- A. *arenarius* Oliv. – обычен. Весенне-летний. Копрофаг. 28.04.1996
- A. (*Acrossus*) *rufipes* (L.) – массовый. Летне-осенний. Мезофил. Копрофаг. ПХГ. 12.08.1996
- A. (*Acrossus*) *luridus* (F.) – обычен. Весенний. Копрофаг. ПХГ. 28.04.1996
- A. (*Chilothorax*) *melanostictus* W.Schm. – массовый. Полисезонный. Копрофаг-некрофаг-сапрофаг. ПХГ. 27.04-12.08.1996
- A. *distinctus* (Mull.) – массовый. Полисезонный. Копрофаг-некрофаг. 27.04-10.08.1996
- A. *sticticus* (Panz.) – обычен. Весенне-летний. Мезофил. Копрофаг. 27.04-10.08.1996
- A. (*Prodromus*) *prodromus* (Bhm.) – массовый. Весенне-осенний. Мезофил. Копрофаг. 27.04-2.06.1996
- A. (*Orodalus*) *pusillus* (Herbst) – обычен. Полисезонный. Копрофаг. ПХГ. 27.04-2.06.1996
- A. (*Orodalus*) *tristis* Zenk. – обычен. Весенне-летний. Копрофаг. 27.04-2.06.1996
- A. (*Eudolus*) *quadriguttatus* (Herbst) – обычен. Весенне-летний. Копрофаг. 27.04-2.06.1996
- A. (s.str.) *fimetarius* (L.) – массовый. Полисезонный. Копрофаг. ПХГ. 27.04-12.08.1996
- A. (s.str.) *foetens* (F.) – редок. Полисезонный. Копрофаг. 12.08.1996 (1 экз.)
- A. (*Liothorax*) *sturmi* Har. – массовый. Летне-осенний. Копрофаг. 1.06.1996
- A. (*Liothorax*) *varians* Duft. – обычен. Весенне-летний. Копрофаг-сапрофаг. 31.05-12.08.1996
- A. (*Calamosternus*) *granarius* (L.) – массовый. Космополит. Копрофаг-сапрофаг. ПХГ. 27.04-2.06.1996
- A. (*Birus*) *satellitatus* (Herbst) – редок. Весенне-летний. Копрофаг. 27.04.1996 (1 экз.)
- Oxyomus silvestris* (Scop.) – редок. Полисезонный. Сапрофаг. 1.06.1996 (7 экз.)
- Oryctes nasicornis* (L.) – обычен. Полисезонный. Промежуточный хозя-

ин скребней. 31.05.1996

Pentodon idiota (Herbst.) – обычен в сельхозугодьях. Полисезонный. Фитофаг, вредит СХ. 1.06.1996

Melolonta hippocastani (F.) – массовый. Весенне-летний. Фитофаг, вредит ЛХ. Промежуточный хозяин скребней. 27-30.04.1996

Polyphylla fullo (L.) – массовый. Летний. Фитофаг. Личинка вредит ЛХ.

Rhizotrogus aestivus (O.) – массовый. Весенний. Афаг. Личинка вредит ЛХ. 27.04.1996

Rh. solstitialis solstitialis (L.) – массовый. летний. Афаг. Личинка вредит ЛХ. ПХГ.

Holochelus vernus (Gr.) – массовый. Весенний. Афаг. Личинка вредит ЛХ. 27.04.1996

Maladera holosericea (Scop.) – обычен. Полисезонный. Фитофаг. Вредит СХ, ЛХ. 1.06.1996

Anomala cernans (F.) – массовый вид на псаммофитных степных участках. Афаг.

Anisoplia segetum (Herbst.) – массовый. Весенне-летний. Вредит СХ. 31.05-3.06.1996

A. austriaca (Herbst.) – массовый в прилежащих сельхозугодьях. Вредит СХ. 3.06.1996

A. deserticola (F.-W.) – массовый на степных участках. Весенне-летний. Фитофаг. 31.05-3.06.1996

Phyllopertha horticola (L.) – массовый. летний. Фитофаг. Вредит СХ, ЛХ. ПХГ. 1.06.1996

Monotropus nordmanni Blanch. – массовый. летний. Афаг. Личинка вредит ЛХ. 2.06.1996

Hoplia parvula Kryn. – массовый на степных и луговых участках. Фитофаг. 31.05-3.06.1996

Epicometis hirta (Poda.) – массовый. Весенне-летний. Вредитель садов. 27.04-3.06.1996

Oxythrea funesta (Poda.) – массовый. Весенне-летний. Фитофаг. Вредит СХ. 31.05-3.06.1996

Cetonia aurata (L.) – массовый. Полисезонный. Фитофаг. Промежуточный хозяин скребней и гельминтов. 2.06-12.08.1996

Potosia metallica (Herbst) – обычен. Полисезонный. Фитофаг. Иногда вредит СХ. 31.05-10.08.1996

Potosia affinis (Andersch) – обычен. Весенне-летний. Фитофаг. 31.05-3.06.1996

Valgus hemipterus (L.) – обычен. Весенне-летний. Фитофаг. 31.05.1996

(Список сокращений: СХ – сельское хозяйство, ЛХ – лесное хозяйство, ПХГ – промежуточный хозяин гельминтов, КРС – крупный рогатый скот).

Как видно из списка, основу фауны Scarabaeoidea заповедника составля-

ют массовые, широкораспространенные виды с транспалеарктическим, европейско-сибирским, средиземноморским и степным типами ареалов. В то же время только на территории заповедника в фауне Юго-Восточной Украины отмечены такие виды: *Oxyomus silvestris*, *Onthophagus verticicornis*, *Heptaulacus testudinarius*, *Aphodius satellitus*. В этом регионе проходит крайняя южная граница ареала на Украине таких лесных видов, как *Potosia affinis*, *Melolontha melolontha*, *Monotropus nordmanni*, *Hoplia parvula*, *Phyllopertha horticola*. С песками поймы связаны среднеазиатские пустынные виды *Anisoplia deserticola*, *Anomala eptans*, глубоко проникающие в лесостепную зону Украины по пескам рек. Не обнаружен целый ряд типично лесных видов, проникающих вдоль пойменных лесов в степную зоны и находящиеся здесь на крайней южной границе ареала: *Playcerus caraboides*, *Gnorimus octopunctatus*, *Osmoderma eremita*, *Potosia aeruginosa*, *P. fieberi*. А также ряд широко распространенных степных видов, обычных на территории целинных степных участков юго-восточной Украины и находящихся здесь вблизи крайней северной границы распространения: *Bolboceras armiger*, *Sisyphus schaefferi*, *Gymnopleurus mopsus*, *Potosia hungarica*, *Amphicoma vulpes*. Вышеперечисленные виды могут быть использованы в качестве индикаторов степени сохранности пойменных биocenozов Придонцовья и необходимо внести в списки охраняемых насекомых Донецкой и Луганской области.

РЕЗЮМЕ

Під час ентомологічних досліджень фауни пластинчатовусих жуків Станічно-Луганського заповідника було виявлено 73 види *Scarabaeoidea* з 31 роду та 5 родин. Тільки на території заповідника зареєстровані: *Oxyomus silvestris*, *Onthophagus verticicornis*, *Heptaulacus testudinarius*, *Aphodius satellitus*. Такі види як *Playcerus caraboides*, *Gnorimus octopunctatus*, *Osmoderma eremita*, *Potosia aeruginosa*, *P. fieberi*, *Bolboceras armiger*, *Sisyphus schaefferi*, *Gymnopleurus mopsus*, *Potosia hungarica*, *Amphicoma vulpes* запропоновано використовувати як індикаційні для виявлення ступіні непошкодженості біocenozів пойми Сіверського Дінця.

SUMMARY

As a result of research undertaken on territory of the Stanichno-Lugansk Natural Reserve 73 species of *Scarabaeoidea* (31 genera, 5 families) were found. Only in the reserve we noted: *Oxyomus silvestris*, *Onthophagus verticicornis*, *Heptaulacus testudinarius*, *Aphodius satellitus*. We offer to use *Playcerus caraboides*, *Gnorimus octopunctatus*, *Osmoderma eremita*, *Potosia aeruginosa*, *P. fieberi*, *Bolboceras armiger*, *Sisyphus schaefferi*, *Gymnopleurus mopsus*, *Potosia hungarica*, *Amphicoma vulpes* as indicators of state of coastal biocenoses of Seversky Donets river.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кондратюк Е.Н., Бурда Р.И., Чуприна Т.Т., Хомяков М.Т. Луганский государственный заповедник. Растительный мир / АН УССР. Донецк. бот. сад. – Киев: Наук. думка, 1988. – 188 с.
2. Савченко Е.М. Матеріали до фауни УРСР. Пластинчатовусі жуки (Coleoptera, Scarabaeidae). – Київ: Вид-во АН УРСР, 1938. – 208 с.
3. Фасулати К.К. Полевое изучение наземных беспозвоночных. – 2-е изд., доп. и перераб. – М.: Высш. шк., 1971. – 424 с.
4. Медведев С.И. Сем. Scarabaeidae – пластинчатоусые // Определитель насекомых европейской части СССР: Жесткокрылые и веерокрылые. – М.: Л.: Наука, 1965. – С.163-208.

Надійшла до редакції 08.12.1997 р.

УДК 582, 287; 577, 156

ВЛИЯНИЕ ФИТОГОРМОНОВ НА МОЛОКОСВЕРТЫВАЮЩУЮ АКТИВНОСТЬ И РОСТ *HIRSCHIORPUS LARICINUS*

О.А. Никитина

Влияние фитогормонов на различные физиологические процессы у высших растений изучено довольно глубоко [1,3,7,9-10,11,13], но данные о роли ауксина и гиббереллина в регуляции роста и развития у грибов невелики и достаточно противоречивы, хотя эта проблема имеет теоритическое и практическое значение. Влияние одного и того же вещества зависит от принадлежности изучаемого гриба к той или иной экологической группе. Большинство работ, связанных с воздействием регуляторов роста на развитие базидиомицетов, проведено с *Agaricus bisporus*. Все они в основном связаны с получением плодовых тел шампиньона двуспорового в стерильных условиях [8].

При изучении действия ауксина на рост и размножение гриба *Dipoclascopsis uninucleota* была отмечена стимуляция роста вегетативных органов гриба, а также ветвления мицелия на 20%. Однако, гибберелловая кислота в концентрациях 10^{-2} М существенно снижала количество боковых гиф [15]. Концентрация гиббереллина 10^{-4} М не стимулировала ни рост мицелия, ни прорастание спор, а также не оказывала влияние на биосинтез протеолитических ферментов у *Penicillium roqueforti* [16].

В последнее время отмечается перспективность использования базидиомицетов, как продуцентов ферментов, в пищевой и легкой промышленности, для получения различных биологически активных веществ [4-6,14].

Hirschiorpus laricinus – новый активный продуцент протеиназ молокосвертывающего действия [2]. Возможность повышения молокосвертывающей активности данного продуцента с помощью различных индукторов

определяет исследование действия фитогормонов, что небезинтересно и в плане изучения ферментных систем базидиомицетов. В связи с этим нами были проведены исследования по влиянию гибберелловой кислоты на рост и молокосвертывающую активность этого гриба.

При изучении влияния гибберелловой кислоты и ауксина на молокосвертывающую активность (МСА) и биомассу, *H. laricinus* выращиваем на средах следующего состава (в г/л): глюкоза – 18,7, пептон – 5,0, KH_2PO_4 – 1, K_2HPO_4 – 0,7, MgSO_4 – 0,8, CaCl_2 – 0,08, ZnSO_4 – 0,0137, дистиллированная вода до 1 л. Гиббереллин добавляем в концентрации 2,5 и 4 мг/л, ауксин – 4 мг/л. Контролем служит глюкозопептонная среда без гиббереллина и ауксина. Среда подкисляем с помощью 10% соляной кислоты до pH 3,5. Посевным материалом служит культура гриба, которая произрастала на агаризированном пивном сусле. Перед посевом среды стерилизуем 45 минут при 0,9-1,0 атм.

Гриб *H. laricinus* произрастает в колбах емкостью 250 мл, содержащих по 50 мл питательной среды, при температуре 32°C. МСА культурального фильтрата (КФ), накопление биомассы регистрируем в возрасте 10-ти и 20-ти суток.

МСА КФ определяем методом Каваи и Мукаи [17], накопление биомассы – весовым методом. Субстратом для определения МСА служит свежее, натуральное молоко с добавлением 1 мл 15% раствора $\text{CaCl}_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ на 100 мл молока. С помощью 10% раствора HCl кислотность субстрата доводим до 6,0-6,1 pH. Расчет МСА проводим в условных единицах [12]. За единицу МСА принимаем такое количество фермента, какое створаживает 100 мл молока с 1 мл культурального фильтрата за 40 мин. при 35°C. Соотношение фермент-субстрат 1:10.

Опыт выполнялся в 4 повторностях. Математическую обработку данных проводим с помощью дисперсионного анализа с использованием критерия Ньюмана-Кейса.

Таблица 1. Изменение молокосвертывающей активности и биомассы *Hirschioporus laricinus* в присутствии фитогормонов.

Возраст в сут.	Контроль		Концентрация фитогормонов					
			Гиббереллин				Ауксин	
			2,5 мг/л		4 мг/л		4 мг/л	
	МСА	Био- масса, г	МСА	Био- масса, г	МСА	Био- масса, г	МСА	Био- масса, г
10	300,1	0,1138	614,124	0,1743	800,000	0,1582	29,448	0,0266
20	412,539	0,1473	569,337	0,1867	960,000	0,1806	372,857	0,2347

Анализ данных, представленных в таблице 1, свидетельствует о том, что в возрасте 10 суток добавление гиббереллина в среду стимулирует активность молокосвертывающего фермента, причем при концентрации гиб-

береллина 4 мг/л активность несколько выше, чем при 2,5 мг/л. В отношении биомассы следует отметить, что она также выше контрольной при обеих концентрациях гиббереллина, однако повышение количества гиббереллина ведет к частичному падению биомассы. Вероятно, концентрация 4 мг/л является сверхоптимальной для роста гриба, что влечет за собой его частичное угнетение.

Добавление ауксина в среду в количестве 4 мг/л приводит к ингибированию фермента, что снижает МСА КФ. Одновременно происходит и угнетение роста, что влечет падение биомассы. Однако при дальнейшем культивировании в возрасте 20 суток наблюдается резкое повышение МСА. Возможно, ауксин действует не на синтез ферментов, а связывается с ферментом, выделенным грибом в культуральный фильтрат, образуя неактивные комплексы, поэтому дальнейшее увеличение концентрации фермента в среде ведет к стабилизации значений МСА до уровня контроля. Интересно, что в этом возрасте на среде с ауксином накапливается самое большое количество биомассы, это, вероятно, является следствием уменьшения его концентрации в окружающей среде, в результате связывания с молекулами фермента. Следовательно, более низкие концентрации ауксина вызывают стимуляцию роста *H.laricinus*.

Аналогичная картина наблюдается и при добавлении гиббереллина, только связывание его с молекулами фермента ведет к их активации. Уменьшение количества гиббереллина в среде при начальной концентрации 2,5 мг/л ведет к падению МСА в возрасте 20 суток до уровня контроля. Среднее значение МСА на среде с 4 мг/л гиббереллина в возрасте 20 суток несколько выше, чем в 10 суточном, однако достоверно от него не отличается. Уровень МСА здесь достоверно выше контроля. Причем значения биомассы с падением концентрации гиббереллина в этой среде повышаются до уровня среды с 2,5 мг/л гиббереллина и остаются выше контроля.

В заключение можно сказать, для поддержания высоких значений МСА КФ *H.laricinus* необходимо наличие стабильного уровня как ауксина, так и гиббереллина в окружающей среде. Для гиббереллина предпочтительнее использовать концентрацию 4 мг/л.

С целью повышения биомассы лучше использовать концентрацию гиббереллина 2,5 мг/л.

В случае с ауксином необходимо исследование влияния более низких концентраций.

РЕЗЮМЕ

Досліджувався вплив фітогормонів на молокозідальну активність та накопичення біомаси *Hirschioporus laricinus*. На основі експерименту було зроблено припущення о верогідності зв'язку фітогормонів з молекулами молокозідального ферменту. Дібрано оптимальну концентрацію гібереліну.

SUMMARY

Effects of the use of phytohormones as applied to milk-setting activity and biomass *Hirschioporus laricinus* accretion were studied. The tests indicated that phytohormones may bind with molecules of milk-setting ferment. Optimum gibberellin concentration was identified in accordance with requirements of the tests.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баскаков Ю.А., Шаповалов А.А. Регуляторы растений. – М.: Знание, 1982. – 64 с.
2. Бойко М.И., Негруцкий С.Ф., Мирошниченко Т.В., Бондаренко Г.И. // Микол. и фитопатол. – 1986. – 20, №3. – С.191-193.
3. Гамбург К.З. Биохимия ауксина и его действие на клетки растений. – Новосибирск.: Наука, 1976. – 272 с.
4. Григонский А.Г., Бухало А.С. Рід *Agaricus* L.: Fr. emend Karst. в чистій культурі // Укр. ботан. журн. – 1994. – С.178-189.
5. Дудка И.А., Вассер С.А., Бухало А.С. и др. Промышленное культивирование съедобных грибов. – К.: Наук. думка, 1978. – 261 с.
6. Егоров А.М. Аналитическое применение ферментов // Биотехнология. – М., 1984. – С.149-154.
7. Кирели В.И. Природные ингибиторы роста и фитогормоны. – М.: Наука, 1974. – 253 с.
8. Краснопольская Л.М., Носогубова Л.А. и др. Влияние регуляторов роста на рост и развитие некоторых шляпочных базидиомицетов.
9. Полевой В.В. Фитогормоны. – Л.: Изд-во Ленинградского ун-та. 1982. – 248 с.
10. Полевой В.В. Роль ауксина в системах регуляции у растений. – Л.: Наука, 1988. – 80 с.
11. Регуляторы роста растений / Под редакцией Шевелухи. – М.: Агропромиздат. – 1990. – 185 с.
12. Типограф Д.А. Петине Т.А. Условия культивирования гриба *Aspergillus candidus* штамм П и его ферментативный комплекс // Прикл. биохим. и микробиол. – 1966. – 2, № 4. – С.417-424.
13. Шиврина А.Н. Биологически активные вещества высших грибов. – Л.: Наука. – 1965. – 198 с.
14. Aretz Werner, Koller Klaus P., Riess Gunther. Proteolytic enzymes from recombinant *Strep. bombyces lividans* TK 24 // FEMS Microbiol. – Left. – 1989. – 65 № 1-2. – P.31-35.
15. Elwy Esmat Elwy Aly. Effect of Plant growth regulators on growth and reproduction in the fungus *Dipodascopsis uninucleata* // Can. J. Bot. – 1989. – 67, № 8. – P.2425-2428.
16. Katarzyna S., Zbegniew G. Wplyw kwasu giberelinowego na wzrost grzyba *Penicillium roqueforti* i syntese enzymow proteolitycznych // Pr. nauk. A.E. wrochawiu. – 1992. – № 626. – С.49-56.
17. Kawai M., Mukai N. Studies on milk clotting enzymes produces by Basidiomycetes / Screening test of milk clotting enzymes // Agr. Biol. Chem. – 1970. – 34, № 2. – P.164-169.

Надійшла до редакції 04.11.1997 р.

**РЕЗУЛЬТАТЫ СБОРА ПАУКОВ ПОЧВЕННЫМИ ЛОВУШКАМИ
БАРЬЕРА НА ПОРОДНОМ ОТВАЛЕ ШАХТЫ №9 «КРАСНАЯ»***Е.В.Прокопенко*

Как уже неоднократно отмечалось, не территории Донецкой области большую роль играют формы рельефа, созданные деятельностью человека. Среди них наиболее крупными формами, растущими и в настоящее время, являются терриконы – отвалы пустой породы. Они приобрели печальную славу «фабрик пыли» и источников сернистого газа. Ибо более 50% породных отвалов горят, распространяя свое влияние на значительные расстояния. Породы, слагающие терриконы, имеют грубый механический состав, токсичны, в связи с этим условия развития и жизни животных на них экстремальны [1]. Поэтому несомненный интерес представляет выявление видов, способных приспособиться к таким условиям среды.

Фауна пауков породных и шлаковых отвалов исследуется нами на протяжении последних двух лет [2]-[5].

Материалом данной работы послужили сборы, сделанные в полевой сезон 1996 года на породном отвале шахты №9 «Красная» и любезно переданные нам студенткой Донецкого государственного университета Матюштной Н.В. Сбор пауков проводился на склонах породного отвала и у его подножия. Выборка материала производилась один раз в десять дней. Вышеупомянутый породный отвал шахты №9 «Красная» был в прошлом рекультивирован путем посадки древесной растительности. В настоящее время преобладают робиния ложноакация и тополь черный с сорными травянистыми растениями в подлеске. Мощность листового опада незначительна. У подножия породного отвала распространена разнотравная растительность с преобладанием рудерального элемента.

В результате обработки полученных данных нами установлено, что на исследованной территории обитает 20 видов пауков, принадлежащие к 14 семействам. Нами учитывались все беспозвоночные животные, попадавшие в почвенные ловушки, чьи размеры превышали 1,5 миллиметра. Пауки составили 24,7% всего материала. Представители отряда Coleoptera составили 31, 5%, Isopoda – 27,1%, отряда Hymenoptera 10,1%. В таблице 1 показаны процентные соотношения представителей различных таксонов беспозвоночных, собранных в ходе исследований. Из пауков доминировали *Pardosa agrestis* (Westr.) – 15%, *Xerolycosa miniata* (C.L.Koch) – 12%, *Drassodes lapidosus* (Walck.), *Xysticus kochi* Thor. – 9,5%, *Harpactea rubicunda* (C.L.Koch), *Theridion pictum* (Walck.) – 5,4%, всех пойманных пауков. Следует отметить, что применяя метод почвенных ловушек мы в основном собирали пауков герпетобия, активно движущихся по поверхности почвы. По-

этому находки некоторых видов, например, *Araneus diadematus* Cl., единичны. Для получения полной информации о беспозвоночном населении породного отвала необходимо дополнить данное исследование комплексными сборами материала. На склонах террикона зарегистрировано 10 видов пауков, у подножия – 14 видов. Общими для этих биотопов были 4 вида: *Pardosa agrestis*, *Xerolycosa miniata*, *Harpactea rubicunda*, *Drassodes lapidosus*. Наибольшее видовое разнообразие и обилие особей показало семейство *Lycosidae*, виды которого относятся к экологической группе охотников на поверхности почвы. К этой экологической группе, однозначно доминирующей на склонах террикона и у его подножия, относятся также семейства *Dysderidae* и *Gnaphosidae*. Кроме того, у подножия террикона обильно представлена группа тенетников растительного яруса (*Theridion pictum*) и засадников растительного яруса (*Xysticus kochi*). Закономерным представляется вывод, что подножие террикона является переходной зоной между собственно породным отвалом и окружающей его разнотравной растительностью. И в основном через эту переходную зону происходит заселение террикона пауками.

Таблица 1. Процентные соотношения встречаемости беспозвоночных животных, пойманных в почвенные ловушки

Название отряда	Процентные соотношения
Coleoptera	31,5%
Isopoda	27,1%
Aranei	24,7%
Hymenoptera	10,1%
Homoptera	2,0%
Hemiptera	1,3%
Orthoptera	1,0%
Diptera	1,0%
Diplopoda	0,3%
Opiliones	0,3%
Личинки Coleoptera	0,3%

Таблица 2. Видовой состав и встречаемость пауков породного отвала шахты №9 «КРАСНАЯ»

Название вида	Встречаемость
<i>Pardosa agrestis</i> (Westr.)	+++
<i>P. agricola</i> (Thor.)	+
<i>P. lugubris</i> (Walck.)	+
<i>Xerolycosa miniata</i> (C.L.K.)	+++
<i>Pholcus opilionoides</i> (Shrank)	++
<i>Asagena phalerata</i> (Panz.)	+

<i>Theridion pictum</i> (Walck.)	++
<i>Teutana castanea</i> (Cl.)	+
<i>Agelena labyrinthica</i> (Cl.)	++
<i>Tegenaria domestica</i> (Cl.)	+
<i>Araneus diadematus</i> (Cl.)	+
<i>Harpactea rubicunda</i> (C.L.K.)	++
<i>Drassodes lapidosus</i> (Walck.)	++
<i>Dysdera crocata</i> C.L.K.	+
<i>Titanoeca veteranica</i> Herm.	+
<i>Xysticus kochi</i> Thor.	+++
<i>Chiracanthium punctorium</i> (Vill.)	+
<i>Philodromus histrio</i> (Latr.)	+
<i>Phlegra fuscipes</i> Kulcz.	+
<i>Maso sundevalli</i> (Westr.)	+

+++ массовый, часто встречающийся вид

++ распространенный вид

+ редкий вид

РЕЗЮМЕ

Досліджується фауна павуків породного відвалу шахти №9 «Красная», який росташований в Пролетарському районі міста Донецьк. Матеріал збирали за допомогою ґрунтових пасток Барбера. Надається список з 20 видів павуків. Досліджено процентні відношення між павуками та найбільш розповсюдженими безхребетними тваринами інших таксонів. Приводяться домінуючі види павуків породного відвалу. Крім цього, порівнюється видовий склад павуків підніжжя терикону та його схилів.

SUMMARY

In 1996 20 species of were investigate in 2 biotops of one coil main of Proletarsk district of Donetsk. The material is assembled with the help of snares on a standard technique. Dominant species and their percentage shares in taxes are adduced. Besides percentage parities and the most widespread in invertebrate animals are shown. The data are shown in 2 tables. The bibliography includes 5 literary sources.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лысенко Т.П., Шапоренко О.И., Гришина А.В. Исследование состояния нарушенных земель Донецкой области с точки зрения их влияния на окружающую среду // Охрана окружающей среды и рациональное использование природных ресурсов: Тез.докл. на 5 Всеукраинской студенческой научной конференции 18-20 апреля 1995 г. Донецк, 1995. – С.163.

2. Ярошенко Н.Н., Рудникова Е.В. Пауки породных отвалов угольных шахт Донецка // Известия Харьковского энтомологического общества. – 1994. – Т.2. – вып.1. – С.150.
3. Сарвар Шах Саид, Ярошенко Н.Н., Рудникова Е.В. Пауки (Aranei) шлаковых отвалов г.Донецка // Охрана окружающей среды и рациональное использование природных ресурсов. Тез.докл. на 5 Всеукраинской студенческой научной конференции 18-20 апреля 1995 г.Донецк, 1995. – С.156.
4. Рудникова Е.В. К фауне пауков (Aranei) породных отвалов г.Донецка // Вопросы экологии и фауны Донбасса. /Сб.1/. – Деп. №2504-Ук95, 29.11.95. – С.49-52.
5. Матюшина Н., Прокопенко О. Павуки (Aranei) породних відвалів шахти №9 «Красная» // Матеріали Тижня студентської науки. – Київ: НаукМА. – 1996. – С.125-126.

Надійшла до редакції 11.12.1997 р.

УДК 581:575.224

АНТИМУТАГЕННЫЕ СВОЙСТВА *Ginkgo biloba* L

Т.В.Пржегорлинская, Л.А.Сергеева

Ginkgo biloba L. (гинкго двулопастный) представляет интерес не только как высокодекоративная культура, используемая в зелёном строительстве, но и как источник лекарственного сырья. В последние годы множество исследований было посвящено изучению полезных свойств экстракта листьев *G. biloba*. Некоторыми работами показан антикластогенный [1] и антиоксидантный [2;3] эффекты *G. biloba*. Созданные на его основе лекарственные препараты («Танакан», «Гинкор») и биологически активные добавки к пище («*Ginkgo biloba* GPH», «*Ginkgo phitosome*», «*Circulation Ginkgo GPH*») влияют на реологические свойства крови, оказывают сосудорегулирующее действие, улучшают основной энергетический обмен и процессы обмена веществ в клетках. В психиатрии применяется влияние *G. biloba* на рецепторы при расстройстве внимания и памяти, зрения и слуха, артериитах. При панкреатитах используют его влияние на протеолитические ферменты и электрическую активность В-клеток [4]. Многие свойства *G. biloba* вызваны, по-видимому, тем, что он в значительной степени препятствует образованию свободных радикалов и перекисному окислению клеточных мембран.

Целью наших исследований явилось изучение антимутагенной активности экстракта листьев *G. biloba*, произрастающего в условиях города Донецка.

На модели индуцированного мутагенеза определяли наличие модифицирующих свойств различных веществ экзогенной и эндогенной природы по методике Литвинова С.К. [5]. Опыты проводили на самцах белых беспородных крыс массой 250-300г и самках весом 180-200г. В качестве мута-

гена использовали циклофосфан (ЦФ). Изучаемый препарат и мутаген вводили одновременно в разные бёдра животного в течение 5 дней. Крыс забивали под гексеналовым наркозом через 24 часа после последнего введения тестируемых агентов. Костный мозг выделяли из задней бедренной кости, метафазные пластинки для анализа хромосомных нарушений готовили согласно общепринятым методам. Анализ хромосомных aberrаций проводили на зашифрованных препаратах. Учитывали хромосомные и хроматидные перестройки. Пробелы в качестве aberrаций не учитывали.

Статистический анализ проводили с помощью непараметрического критерия Вилкоксона-Манна-Уитни [6].

Экстракт *G. biloba* вводили в виде спиртового раствора, разведённого до 26, на фоне индуцированного ЦФ (в дозе 2мг/100г веса тела крыс) мутагенеза в количестве 2 мл внутривенно в течение 5 дней.

Процент хромосомных aberrаций в контроле (на фоне мутагена) и в опыте (мутаген +экстракт *G. biloba*) был практически одинаковым: 37,5±0,2 и 34,7±0,8 соответственно. В костном мозге крыс количество индуцированных мутаций на одну aberrантную клетку было больше в опыте – 1,91±0,02, по сравнению с контролем – 1,49±0,06. Однако процент сложных мутаций был ниже в опыте, чем в контроле (32,3% и 45,45% соответственно). В спиртовом экстракте *G. biloba* отсутствовала какая-либо антиокислительная активность, в водном растворе она равнялась 92,9% [7]. Поэтому нами были поставлены опыты по определению модифицирующих мутагенез свойств водного экстракта *G. biloba*.

Первой серии экспериментальных животных вводили исследуемый водный экстракт *G. biloba* однократно, второй – двукратно, третьей – трёхкратно на фоне такого же введения ЦФ (2,0мг/100г; 4,0мг/100г; 6,0мг/100г). Контрольные серии состояли из введения одного мутагена. Данные, представленные в таблице 1, свидетельствуют о том, что процент метафаз с хромосомными аномалиями в серии введения экстракта на фоне мутагена достоверно снижался при двукратном и трёхкратном введениях. В таблице 2 показано, что изменения частоты aberrаций хромосом на 1 аномальную пластинку практически не происходит ни в одной серии эксперимента.

Таблица 1. Влияние водного экстракта *Ginkgo biloba* L. на индуцированный мутагенез (% хромосомных aberrаций в клетках костного мозга крыс)

Кратность введения экстракта	Кратность введения циклофосфана в дозе 2,0 мг/100г			
	0	1	2	3
0	1,6	16,7	30	39
1	–	17,7	–	–
2	–	–	16,7*	–
3	–	–	–	30,7*

Примечание * – достоверность различий по отношению к контролю (введение мутагена с той же кратностью).

Таблица 2. Влияние *Ginkgo biloba* L. на изменение уровней мутаций, вызванных циклофосфаном в костном мозге крыс

№ серии эксперимента	Содержание серии	Количество просмотренных метафаз	Количество клеток с абберациями	Процент клеток с АХ	Частота АХ на 1 абберантную клетку
1	2	3	4	5	6
1	<i>G.biloba</i> +ЦФ однократно	100	16	17,7	2,56
2		100	17		2,29
3		100	20		1,90
4	<i>G.biloba</i> +ЦФ двукратно	100	16	16,7*	1,50
5		100	22		1,18
6		100	12		1,42
7	<i>G.biloba</i> +ЦФ трехкратно	100	31	30,7*	1,91
8		100	32		1,50
9		100	26		1,62
10	ЦФ-1	100	18	16,7	1,56
11		100	17		3,24
12		100	18		2,80
13	ЦФ-2	100	28	30,0	1,75
14		100	32		1,94
15		100	30		1,06
16	ЦФ-3	100	37	39,0	1,48
17		100	42		1,59
18		100	38		1,08

Примечание: * – достоверность разницы с соответствующим контролем (введение мутагена в той же кратности). $P < 0,05$

В таблице 3 предлагается структура аббераций хромосом в экспериментальных группах. Таблица показывает, что повышение процента сложных мутаций достоверно на малых дозах мутагена и исследуемого экстракта при однократном и двукратном их введении, что свидетельствует о появлении сильных мутагенов в первые и вторые сутки эксперимента. В течение последующего времени эффект *G. biloba* нарастал, вероятно, за счёт влияния на ферментативную систему дезактивации и метаболизма ксенобиотиков. То есть, несмотря на высокие антиоксидантные свойства водного экстракта исследуемого растения, положительный эффект его влияния на репарацию хромосомных перестроек и разрывов отмечался при увеличении дозы и времени воздействия.

Таблица 3. Изменение структуры хромосомных aberrаций
в эксперименте: *Ginkgo biloba* L. на фоне мутагена

Серия эксперимента	Общее количество АХ	Типы aberrаций, % и количество			
		хроматидный тип	хромосомный тип	сложные мутации	коэффициент защиты+ или усиления -
G.b.1+ЦФ	118	102	16	60,7*	-1,33
G.b.2+ЦФ	67	47	20	53,3*	-2,22
G.b.3+ЦФ	155	106	49	32,7*	+1,45
ЦФ1	125	59	66	45,7	
ЦФ2	143	83	60	24,0	
ЦФ3	163	111	52	47,3	

Таким образом, *G. biloba*, являясь сильным антиоксидантом, при его введении в организм животных на фоне мутагена (ЦФ), проявляет защитные свойства.

РЕЗЮМЕ

На моделі викликаного мутагенезу визначали наявність модифікуючих мутагенез властивостей водяного екстракту *Ginkgo biloba* L. Результати досліджуваль показали, що екстракт *G.biloba*, при його уведенні в організм тварин, проявляє захисні властивості.

SUMMARY

In the model mutagenesis it determines the availability of modified quality of mutagenesis a liquid extract of *Ginkgo biloba* L. In the final analysis of our study it came out that when this liquid is introduced into the organism of an animal under the basis of mutagenesis it displays a protective quality.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Emerit I, Oganesian N, Sarkisian T. Clastogenic factors in the plasma of Chernobyl accident recovery workers : anticlastogenic effect of *Ginkgo biloba* extract. Paris. Radiat Res, 1995 Nov, 144:2, 198-205.
2. Корюк R.K. et al. Lipid peroxidation in experimental spinal cord injury. Comparison of treatment with *Ginkgo biloba*, TRH and methylprednisolone. (Res Exp Med (Berl) 1995, Abstract available)
3. Oyama I, Chikachisa L, Uecha T. *Ginkgo biloba* extract protects brain neurons against oxidative stress induced by hydrogen peroxide. Brain Res, 1996 Mar 18, 712:2, 349-352.
4. Vasseur M. et al. Effects of repeated treatments with an extract of *Ginkgo biloba* (EGB 761), bilobalide and ginkgolide B on the electrical activity of pancreatic beta cells of normal or alloxandibetic mice: an ex vivo study with intracellular microelectrodes. (Gen Pharmacol 1994 Jan, Abstract available).

5. Литвинов С.К. Методические рекомендации по экспериментальному выявлению химических модификаторов мутагенеза и канцерогенеза. – М.: Медицина, 1986. – 19 с.
6. Гублер Е.В. Вычислительные методы анализа и распознавания патологических процессов. – М.: Медицина, 1978. – 293с.
7. Сергеева Л.А., Пржегорлинская Т.В., Сумская А.Н., Швыдкий О.В., Коваленко Е.Г. Антиоксидантная активность экстрактов *Ginkgo biloba* L. И влияние на индуцированный циклофосфамидом мутагенез в клетках костного мозга // Актуальные проблемы медицины Донбасса: – Донецк: ДГМУ, 1997. – С.65-66.

Надійшла до редакції 19.12.1997 р.

УДК 612.821: 616 – 008.6: 796 – 052.63

КОРРЕКЦИЯ ПСИХОФИЗИОЛОГИЧЕСКИХ РАССТРОЙСТВ У СТУДЕНТОВ, ЗАНИМАЮЩИХСЯ СПОРТОМ КОРРЕКЦИЯ ФУНКЦИИ ПАМЯТИ И ЕЕ ЭФФЕКТИВНОСТЬ

Л.А.Токарева, О.С.Горецкий, В.И.Проконен

Психофизиологическая нагрузка на человека определяется балансом между предъявляемой информацией (объем, скорость, сложность) и состоянием высших психофизиологических функций (внимание, память, принятие решений, эмоциональная устойчивость) конкретного индивидуума. Вследствие низкого уровня состояния психофизиологических функций, являющихся, с одной стороны, причиной, а с другой – симптомом психофизиологических расстройств (дисфункции), происходит нарастание психосоматической дезинтеграции и ухудшение всех видов деятельности человека [1-2].

Устранение таких донозологических расстройств у практически здоровых людей молодого возраста имеет большое значение в предотвращении возникновения заболеваний, снижение физиологической устойчивости к вредным воздействиям, ухудшение общей, и особенно, специализированной, умственной и физической работоспособности.

Специальными исследованиями [3] было показано, что определенные режимы физической тренировки способствуют улучшению психофизиологических функций. Однако остался открытым обратный вопрос. Способно ли упражнение (тренировка) психофизиологических функций, наряду с их совершенствованием, привести к улучшению показателей учебной и спортивной деятельности, а также общего функционального состояния.

Учитывая вышеизложенное, была поставлена цель – изучить влияние коррекции психофизиологических расстройств на различные виды деятельности студентов, занимающихся спортом.

Исследования проведены при участии студентов, занимающихся различными видами спорта и имеющими различную спортивную квалификацию (от первого разряда до мастеров спорта). Все студенты были обследованы известными психофизиологическими методиками [4-6] и методами экспертной оценки учебной и спортивной деятельности.

На основании результатов психофизиологического обследования были выделены группы студентов с низким уровнем развития функций внимания, памяти и принятия решений. Каждая из этих групп в дальнейшем проходила курс коррекционных психофизиологических упражнений, направленных на улучшение состояния вышеуказанных функций.

Для коррекции сниженных высших психофизиологических функций были использованы способы, направленные на одновременное включение всех механизмов, обеспечивающих эти функции и основанные на использовании оригинального технического решения [7] в модифицированном компьютерном исполнении.

Программно-компьютерный вариант позволяет осуществлять оценку и коррекцию перечисленных функций с одновременной обработкой, накоплением и распечаткой полученных результатов, при соблюдении принципов стандартизации, унификации и адекватности.

Для определения физиологической цены достижения результата корригирующей процедуры до, во время и после ее проведения регистрировали артериальное давление и электрокардиограмму, по которой определяли частоту сердечных сокращений.

До проведения каждой процедуры оценивали исходное состояние корригуемой функции при одной и той же нагрузке в течение одной минуты. В зависимости от исходного состояния, задавали продолжительность корригирующей процедуры и объем нагрузок.

Для оценки текущего состояния любой из корригуемых функций проводили расчет продуктивности и эффективности тренировочных упражнений по [8].

В данном сообщении представлены результаты коррекции функции памяти у студентов-спортсменов. Методика коррекции сниженной функции памяти включала определение исходного состояния памяти на числа, слова и геометрические фигуры и ее коррекцию. Обследуемому на экране монитора, в случайном выборе ячеек табло, в течение 30 секунд предъявляли 12 двухзначных чисел, не имеющих смысловой связи 12 слов или 12 геометрических фигур равной степени сложности, например, многоугольники с разной длиной сторон и величиной углов. Затем информацию, которую необходимо было запомнить, предъявляли для опознания в других,

случайно выбранных ячейках табло, среди не предъявлявшейся для запоминания информации. Обследуемый в течение 30 секунд с помощью клавиатуры находил и выделял запомнившуюся информацию. При этом автоматически фиксировалась точность опознания и затраченное на это время. Коррекцию сниженной функции памяти проводили в условиях дефицита времени на запоминание различного вида информации.

Для коррекции функции памяти была отобрана группа студентов (8 человек), имевших пониженный ее уровень на различные виды запоминаемого материала.

Результаты влияния применявшихся корректирующих процедур на функцию памяти приведены в таблице 1.

Таблица 1. Изменение психофизиологических показателей в результате коррекции функции памяти ($x \pm$)

Показатели	До коррекции	После коррекции	Величина изменения	Достоверность
Продуктивность памяти, усл.ед.				
словесная	$0,92 \pm 0,17$	$2,35 \pm 0,27$	$1,43 \pm 0,26$	p 0,01 p 0,05
цифровая	$0,59 \pm 0,14$	$1,62 \pm 0,35$	$1,03 \pm 0,22$	
образная	$0,49 \pm 0,14$	$0,83 \pm 0,18$	$0,34 \pm 0,14$	
Объем памяти, %				
Словесная	$54,4 \pm 6,96$	$80,2 \pm 2,32$	$25,8 \pm 5,05$	p 0,02
цифровая	$45,4 \pm 5,34$	$53,2 \pm 4,72$	$7,8 \pm 3,43$	
образная	$34,8 \pm 5,09$	$45,4 \pm 3,97$	$10,6 \pm 2,98$	

Приведенные данные свидетельствуют о том, что улучшились наиболее – словесная, а наименее образная память. В результате 5-тидневного совершенствования различных видов памяти ее продуктивность увеличилась для словесной на 115%, цифровой на 174% и образной на 69%. Объем словесной памяти увеличился на 47%, цифровой на 17% и образной на 30%. При этом уменьшилось в среднем время правильных действий при воспроизведении запомнившихся слов на 22% и чисел на 30%. Однако, в целом наибольший эффект тренировки был получен при коррекции образной памяти – ее показатель увеличился в среднем на 532%, а словесной и цифровой соответственно на 508% и 460%.

Изменение динамики показателей, регистрировавшихся в процессе коррекции памяти, позволило установить индивидуальные различия в зависимости от вида запоминающегося материала. В среднем по группе испытуемых наибольшее увеличение продуктивности словесной памяти происходило на 3-4 день, цифровой на 3-й день, а образной на 2-й день тренировок.

Объем памяти на слова максимально увеличился на 5-й день тренировок, на числа на 4-й, а на геометрические фигуры на 2-й. Колеблемость этих показателей в динамике совершенствования функций памяти оставалась высокой, что свидетельствует об индивидуальных различиях.

Результаты проведенных исследований показали, что во время проведения процедуры совершенствования функции памяти происходила активация сердечной функции. Имевший место уровень функционального напряжения сердечно-сосудистой системы по данным [9-10] является достаточным для активации мнемической деятельности. Это способствовало улучшению функции памяти при проведении каждого тренировочного упражнения.

Результаты индивидуальной тренировки различных видов памяти свидетельствовали о совершенствовании ее уровня у большинства студентов.

Сохранность достигнутого тренировочного уровня функции памяти зависела от вида запоминавшегося материала. Так, через 6 месяцев показатель продуктивности словесной памяти превысил на 31% и его прирост, достигнутый тренировкой. Эффект, достигнутый тренировкой цифровой памяти, практически не сохранился. Показатель продуктивности образной памяти, определявшийся через 6 месяцев после тренировки, увеличился и вдвое превышал его прирост, достигнутый в процессе тренировок.

Анализ учебной и спортивной успеваемости студентов до и после коррекции функции памяти показал, что в результате проведения индивидуального курса психофизиологических упражнений происходило достоверное повышение уровня успеваемости в среднем на 25% ($p < 0.01$).

Таким образом, индивидуальные тренировочные занятия по совершенствованию функции памяти на все виды предъявляемого материала повысили продуктивность памяти и скорость правильного воспроизведения запоминавшегося материала. Общий положительный эффект коррекции заключается в нормализации состояния других систем организма, улучшении показателей учебы и спортивной деятельности.

РЕЗЮМЕ

Індивідуальні психофізіологічні корегуючі вправи вірогідно поліпшували функцію пам'яті у студентів-спортсменів. Загальний позитивний ефект корекції складається у нормалізації стану інших систем організму, поліпшенні показників учбової та спортивної діяльності.

SUMMARY

Individual psychophiziological correcting exercises reliabli improve function of memory at the student-sportsmen. Positive effect of the correction is in normalization of a condition of other systems of human organism and improvement of parameters of study and sporting activities level.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тополянский В.Д., Струковская М.В. Психосоматические расстройства. – М.: Медицина, 1986. – 384 с.
2. Завьялов А.В. Соотношение функций организма (экспериментальный и клинико-физиологический аспекты). – М.: Медицина, 1990. – 160 с.
3. Романенко В.А. Фізіологічне обґрунтування професійно орієнтованої фізичної підготовки. Автореф. дис. докт. біол. наук. – Київ, 1994. – 51 с.
4. Методическое руководство по применению психофизиологических методов профессионального отбора и адаптации оперативного персонала энергопредприятий / Министерство энергетики и электрификации УССР. Горловка. – 1982. – 127 с.
5. Макаренко Н.В., Пухов В.А., Кольченко Н.В. и др. Основы психофизиологического отбора. – К.: Наук. думка, 1987. – 244 с.
6. Физиологические и психофизиологические методы профотбора работников в ведущие профессии угольных шахт: Методические рекомендации / Минздрав УССР. Донецкий НИИ гигиены труда и профзаболеваний. – Донецк. – 1986. – 29 с.
7. А.с. № 1171010 /СССР/. Устройство для психологических исследований / Про-копец В.И., Гаркавый Е.Я., Гордиенко В.А., Максимович В.А., Кудинова Т.В., Верченко Н.В., Миценко Ю.А. – Оpubл. в Б.И. – 1985. – С. 7.
8. Зинченко Т.П. Опознание и кодирование. Л.: Изд-во ЛГУ. – 1981. – 183 с.
9. Макаренко Н.В. Психофизиологические функции человека и операторский труд. – Киев : Наук. думка. – 1991. – 216 с.
10. Сидоренко Г.И., Борисова Г.С., Агеенкова Е.К. Психофизиологические аспекты кардиологических исследований. – Минск : Беларусь, 1982. – 142 с.

Надійшла до редакції 05.12.1997 р.

УДК 582.288-1

ОЧИСТКА ПРОМЫШЛЕННЫХ СТОЧНЫХ ВОД ОТ НЕФТЕПРОДУКТОВ С ПОМОЩЬЮ АКТИВНОЙ МИКРОФЛОРЫ

М.В.Бескровная

В последнее время все большее значение приобретают биологические способы очистки сточных вод как наиболее экологически безвредные. Современные достижения микробиологии, гидробиологии и биотехнологии создают все объективные условия для практического применения этих методов.

В результате многолетних исследований микробиологов окончательно доказано, что нет такого органического вещества, не только природного, но и синтетического, которое нельзя было бы разложить (минерализовать) с помощью микроорганизмов. А это, в свою очередь, означает, что нет таких сточных вод, которые нельзя было бы обезвредить биологически.

Исследования последних лет со сточными водами нефтехимических комплексов, муниципальными стоками промышленных городов и многих сел в Украине свидетельствуют о возможности доведения традиционно биологически очищенных сточных вод до такого состояния качества воды, которое является лучшим, чем вода в поверхностных водоемах.

Существенную роль в биологической очистке сточных вод играют микроорганизмы. Следует отметить, что они обладают высокой скоростью роста, что обеспечивает успешное применение их в условиях проточной культуры. Кроме того, бактерии составляют постоянный компонент различных биоценозов во всех их цепочках, а в частности в круговороте веществ в природе.

Экологические исследования в последнее время проводятся для определения видового состава биогеоценозов, установления среди них доминирующих видов, изучения характера и причин формирования консортивных связей и физиолого-биохимических основ этих процессов. Поэтому одна из проблем есть поиск бактерий - активных деструкторов органических компонентов промстоков.

Подбор штаммов микроорганизмов для очистки промышленных сточных вод нуждается в экологическом подходе. Подразумевается необходимость направленного отбора штаммов бактерий, адаптированных к данному субстрату, постоянно встречающихся на нем и обладающих высокой физиолого-биохимической активностью в конкретных условиях данного экотопа.

Проведен мониторинг отстойника Донецкого металлургического завода ДМЗ в осенний (ноябрь), зимний (февраль), весенний (апрель) периоды 1996 – 1997 гг. В результате было выявлено 7 родов бактерий, 3 из которых являются наиболее представленными. Для их идентификации [1,2] были изучены морфологические и тинкториальные свойства.

Результаты анализа сточных вод Донецкого металлургического завода приведены в следующей таблице:

Таблица 1

Показатели состава сточных вод	Предельно-допустимые концентрации, мг/л		
	рыбохозяйственная	коммунально-бытовая	состав воды реки Бахмутки
Взвешенные вещества	11,75	12,25	20,0
Сухой остаток	1500	1500	1622
БПК полное, мг/л	3,0	6,0	12,3
Азот аммонийный	0,39	1,0	1,5
Азот нитратный	9,1	10,0	10,0
Хлориды	300,0	350,0	330,0
Сульфаты	100,0	500,0	549
Железо (общее)	0,1	0,3	0,4
Нефтепродукты	0,05	0,03	0,37
Фенол	0,001	0,001	следы

Фактически остаточное содержание в выводимой из брызгального бассейна в окружающую среду сточной воде нефтепродуктов во время проводимых экспериментов характеризовалось в среднем величиной 0,7 мг/л. При этом возможны значительные колебания указанной концентрации, в том числе в сторону ее увеличения (так, в феврале концентрация составляла 3 мг/л). В наших исследованиях концентрацию нефтепродуктов определяли спектрофотометрическим методом (ИК-спектрометрия).

В результате скрининга были отобраны три штамма бактерий – активных деструкторов нефти и нефтепродуктов: р. *Bacillus* (A1), р. *Micrococcus* (A3), р. *Pseudomonas* (A4) и ассоциация этих трёх штаммов – смешанная культура (A2).

Разложение нефти исследовали свободными и иммобилизованными клетками, а также в среде, содержащей ионы Na^+ , Cl^- . Для иммобилизации клеток применяли в качестве носителя вспученный вермикулит.

Данные результатов эксперимента показаны на рисунке 1.

За 15 дней ферментации в динамических условиях содержание нефтепродуктов снижалось на 40 – 90 %. Учитывая сложный многокомпонентный состав нефти, биodeградацию ее осуществляли как чистыми культурами, так и

ассоциациями культур. Проведенные опыты по разложению свободными клетками через 15 дней ферментации показали высокую эффективность. Наиболее эффективным оказался штамм АЗ – р. *Micrococcus* – 87 %.

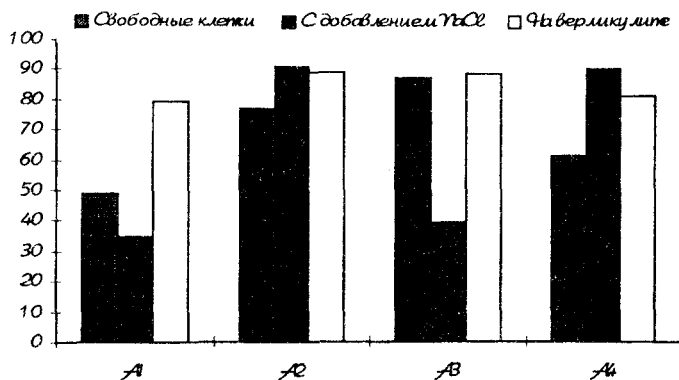


Рис.1. Процент очистки сточных вод от нефтепродуктов различными штаммами бактерий

Учитывая, что активные штаммы-деструкторы планируется использовать для очистки сточной воды в природных условиях, загрязненных нефтью, параллельно со свободными клетками использовали и “биопрепараты” на инертном носителе с иммобилизованными на нем штаммами-деструкторами или их ассоциациями.

Полученные “биопрепараты” имели высокий клеточный титр – 10^7 - 10^8 клеток на грамм вермикулита, клетки сохраняли жизнеспособность без ухудшения деструктивных свойств в течении 6 месяцев. Деструкция нефти “биопрепаратами” становится визуально заметной на 6-е сутки. В опытных вариантах сплошная пленка нефти разрушается, превращаясь во взвесь мельчайших частиц.

Лучшие деструктурирующие свойства бактерий штамма А1 (р. *Bacillus*) проявляются при их иммобилизации на вермикулите. При этом содержание нефтепродуктов снижается на 79 %. Бактерии штамма А2 (смешанная культура) и А4 (р. *Pseudomonas*) наиболее активны в присутствии ионов Na^+ и Cl^- . Снижается содержание нефтепродуктов на 90 % по сравнению с контрольным образцом. Бактерии штамма АЗ (р. *Micrococcus*) проявляют максимальную эффективность при внесении их в среду в виде свободных клеток. Содержание нефтепродуктов снижается на 87 %.

Таким образом, исследуемые штаммы бактерий активно потребляли компоненты нефти при различных условиях. По-видимому, это связано с био-

логической неоднородностью различных штаммов бактерий. Однако в ряде случаев, особенно в природных условиях, предпочтительнее использовать культуру, иммобилизованную на вермикулите, а не свободные клетки.

РЕЗЮМЕ

Із експериментального за умовами існування екоотопу (відстійника Донецького металургійного заводу) були виділені види бактерій – активних деструкторів органічних сполук. Показано, що штучно створена група бактерій може бути застосована для очистки стічних вод даного підприємства.

SUMMARY

The species of bacteria that destroy actively the organic combination singled out of the ecotype with extreme conditions of its existense (the sattler metallurgical plant). It is shown that artificially created bacteria can be used for the waste waters purification at this enterprise.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Черкес Ф. К. Руководство к практическим занятиям по микробиологическим исследованиям. М.: Медицина, 1980. – 307 с.
2. Бергер М. О. Справочник по микробиологическим и вирусологическим методам исследования. М.: Медицина, 1982. – 462 с.

Надійшла до редакції 17.11.1997 г.

УДК 628.33:622.51

ОЧИСТКА ШАХТНЫХ ВОД ОТ ВЗВЕШЕННЫХ ВЕЩЕСТВ С ПОМОЩЬЮ КОАГУЛЯНТОВ И ФЛОКУЛЯНТОВ

А.Ю.Собко

Необходимость использования шахтных вод для хозяйственных и технических нужд заставляет искать пути и способы эффективной очистки шахтных вод от взвешенных веществ. Трудность решения задачи состоит в том, что взвешенные вещества, содержащиеся в шахтных водах, представлены в большинстве случаев мелкодисперсной взвесью, которая не выпадает при простом отстаивании. Существующие очистные сооружения, как правило, не обеспечивают очистку шахтных вод от твердых взвешенных веществ до установленного ПДС норматива (не более 20 мг/л) вследствие дисперсного состава и неблагоприятных гидродинамических свойств взвешенных частиц. Для очистки шахтных вод до требований ПДС необходима третья ступень доочистки с применением неорганических коагулянтов и высокомолекулярных флокулянтов. Эти реагенты способствуют сущест-

венному ускорению процесса осаждения взвеси за счет агрегирования взвешенных частиц в крупные и легкооседающие хлопья.

На процесс коагуляции влияют различные факторы: температура и кислотность воды, общее солесодержание, дисперсный состав взвеси и др. [1]. Совместное влияние этих факторов недостаточно изучено, поэтому выбор наиболее эффективного реагента и оптимальной его дозы производится на основании лабораторных исследований.

Цель данной работы – выбор наиболее эффективного реагента, оптимальной дозы и параметров смешения реагентов с загрязненной водой для обеспечения наиболее полной очистки шахтной воды от взвешенных веществ.

Исследования проводились на образцах вод шахты им. Горького. Количество взвешенных веществ в воде, выкачиваемой из шахты, в среднем составляет 900-950 мг/л, гранулометрический состав твердых взвешенных частиц представлен мелкодисперсными фракциями, основная часть которых находится в интервале (60-20) мкм. Температура исследуемой воды колебалась в пределах (7-10)°C, РН = 8,1 единиц.

В ходе эксперимента использовались коагулянты: сернокислый алюминий ($\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$), хлорное железо (FeCl_3) и высокомолекулярные флокулянты: полиакриламид (ПАА), полиэтиленоксид (ПЭО) и модифицированный катионактивный полиакриламид (МПАА), получаемый из технического ПАА с помощью полимераналогичных преобразований, включающих последовательные процессы оксиметилирования, диметиламинирования водного раствора полиакриламида и подкисление прореагировавшего продукта [2]. Получаемый таким образом флокулянт представляет собой (2-4) %-й раствор, сохраняющий свои свойства в течение 5-6 месяцев.

Работы проводились в два этапа. Вначале определялись оптимальные дозы реагентов, время и интенсивность перемешивания растворов реагентов с шахтной водой. При этом процесс перемешивания моделировался с помощью лабораторной мешалки МИ-2 с регулируемым числом оборотов. Интенсивность перемешивания выражалась средним градиентом скорости G , вычисляемым по формуле

$$G = \sqrt{W/\eta Q t},$$

где W – работа, затрачиваемая на перемешивание; Q – перемешиваемый объем; η – вязкость воды; t – время перемешивания [3].

Степень осветления определялась с помощью спектрофотометра SHIMADZU UV-1200 в сравнении с чистой водопроводной водой после отстаивания 30 мин.

На втором этапе выполнялись исследования по выбору реагента. Эффективность очистки определялась по результатам содержания взвешенных частиц до обработки проб шахтной воды реагентами и после обработки. Количество взвешенных частиц определялось весовым методом [4]. Отбор проб производился в течение 2,5 ч через каждые 30 мин.

Эффективность очистки определялась по формуле

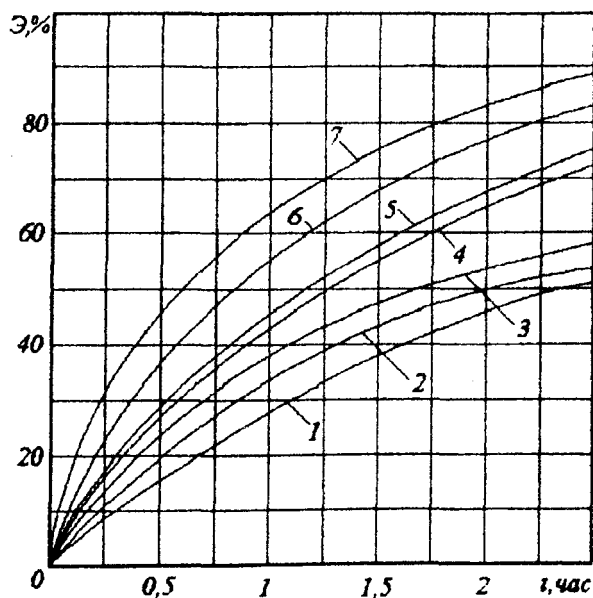
$$\mathcal{E}_{\%} = (a_1 - a_2) / a_1 \cdot 100,$$

где a_1 – количество взвешенных частиц в шахтной воде до очистки; a_2 – количество взвешенных веществ после очистки.

Результаты исследований представлены в таблице и на рисунке.

Таблица

№	Реагент	Оптимальное время перемешивания, сек	Интенсивность перемешивания, G, c^{-1}	Оптимальная доза, мг/л	Степень осветления, %
1	$Al_2(SO_4)_3$	150-200	40-50	135-150	50-55
2	$FeCl_3$	130-180	40-50	125-140	55-60
3	ПЭО	30-35	80-90	1-1,5	20-25
4	ПАА	25-30	95-115	2-2,5	35-40
5	Коагулянт и ПАА	150+20	45-55	120+2,5	70-75
6	МПАА	30-40	85-100	8-10	65-70



Зависимость эффективности очистки от времени отстаивания:

1 – для шахтной воды без реагента; 2 – с флокулянт ПЭО; 3 – с флокулянт ПАА; 4 – с коагулянт $Al_2(SO_4)_3$; 5 – с коагулянт $FeCl_3$; 6 – с флокулянт МПАА; 7 – коагулянт и ПАА.

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы:

1. Применение в качестве коагулянтов солей железа и алюминия приводит к образованию крупных хлопьев, заметно ускоряет процесс осветления воды, но при этом образуется рыхлый и малопрочный осадок.

2. Обработка воды ПАА сопровождается образованием сравнительно мелких хлопьев, процесс оседания взвеси протекает медленнее и остаточное содержание взвеси несколько выше, чем при применении солей железа и алюминия.

3. При введении в воду полиэтиленоксида не наблюдается интенсивного хлопьеобразования. Процесс осаждения взвеси под его влиянием протекает медленно, а содержание взвеси после двухчасового отстаивания снижается незначительно.

4. Совместное использование коагулянтов и ПАА дало наиболее удовлетворительные результаты по очистке шахтной воды (эффективность очистки после 2,5 ч отстаивания – 90%). Процесс осаждения взвеси протекал интенсивно. При этом осажденные флоккулы имеют больший размер, повышенные прочность и плотность, чем хлопья, образующиеся при обработке воды коагулянтами.

5. Использование МПАА дало хорошие результаты по очистке воды от взвешенных частиц (эффективность – 83%), а образующийся осадок является наиболее плотным и прочным, что представляет особый интерес при утилизации шахтного шлама.

РЕЗЮМЕ

Досліджується реагентне очищення шахтних вод від завислих речовин коагулянтами та флокулянтами. Визначено найбільш ефективний реагент та оптимальні умови очищення.

SUMMARY

It is researched the reagent clearing of mine waters from solid particles by coagulators and flocculators. The most efficient reagent and optimal conditions of clearing are defined.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Монгайт И.Л., Текиниди К.Д., Николадзе Г.И. Очистка шахтных вод.– М.: Недра, 1978
2. Рекомендации по получению и применению флокулянтов типа ОКФ.– М.: ОНТИ АКХ, 1983
3. Вейцер Ю.И., Минц Д.М. Высокомолекулярные флокулянты в процессах очистки природных и сточных вод.– М.: Стройиздат, 1984
4. Унифицированные методы анализа вод.– М.: Химия, 1971

Надійшла до редакції 21.11.1997 р.

АУТОГЕННЫЕ АСПЕКТЫ ВОЗДЕЙСТВИЯ ТЕХНОГЕННОЙ СРЕДЫ НА МОРФОГЕНЕЗ ВЫСШИХ РАСТЕНИЙ

В.А.Стасенко, С.П.Швиндлерман, И.Н.Остапко

Воздействие внешних условий и, в частности, техногенных эмиссий на морфогенез высших растений наиболее ярко выражено в старопромышленных регионах. Эти воздействия могут обуславливать аномальные изменения в росте и развитии растений. Поэтому целью наших исследований было изучение влияния техногенных факторов на морфогенез высших растений в условиях промышленной площадки Краматорского металлургического завода.

Исследования проводились в вегетационные периоды 1995-1997 гг. Особое внимание привлекли четыре вида деревьев: *Acer negundo* L., *Morus alba* L., *Fraxinus americana* L., *Robinia pseudoacacia* L. и один вид кустарника – *Ligustrum vulgare* L., у которых были отмечены тератные формы листьев. (ботанические названия в соответствии со сводкой С.К. Черепанова [1] и “Конспектом флоры юго-востока Украины” [2]). Сделаны описания различных морфологических отклонений, среди которых наиболее распространенными можно назвать гигантизм и карликовость листьев, пестролистность, различные фасциации, характеризующиеся спонтанным смещением листорасположения и нарушением размещения вегетативных и генеративных органов. Это, как правило, является результатом воздействия техногенной среды со всей совокупностью химических элементов, поступающих из различных источников, оседающих, в конечном итоге, в виде пылевых частиц на поверхности почвы и листьях высших растений. Последние различаются между собой по выносливости к определенному техногенному воздействию, и избыток какого-либо элемента вызывает у них различные морфологические изменения.

Для выяснения основной причины возникновения аномалий проводились исследования химического состава почвы, листьев, а также анализ промышленных выбросов. Содержание микроэлементов определяли в воздушно-сухом материале на приборе “Спектроскоп АН” рентгенофлюорисцентным методом [3,4]. Пробы почвы для анализа отбирали непосредственно под деревьями с тератными листьями, которые произрастают в пределах 200 м к востоку от основного источника выбросов (доменной печи), а в качестве контроля рассматривали почву из условно экологически чистой парковой зоны г.Краматорска. Аналогичным образом отбирались и пробы листьев. Сведения о промышленных выбросах были предоставлены заводской экологической лабораторией. Статистическая обработка данных проведена с помощью персонального компьютера IBM pc/at [5].

Результаты почвенного анализа образцов почвы представлены на рисунках 1 и 2, из которых видно, что в условиях металлургического производства происходит изменение баланса марганца, железа и кальция, тогда как соотношения других элементов существенно не отличаются.

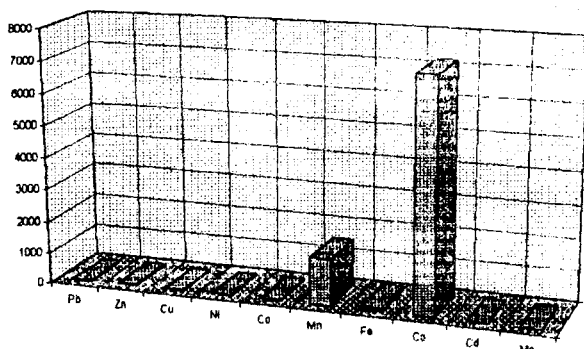


Рис.1. Накопление металлов в почве на территории Краматорского металлургического завода. По оси абсцисс – металлы; по оси ординат – содержание металлов, мг/кг сухой массы

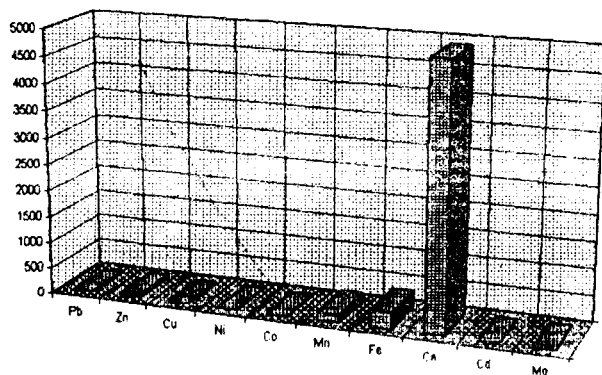


Рис.2. Накопление металлов в почве парковой зоны г.Краматорска. По оси абсцисс – металлы; по оси ординат – содержание металлов, мг/кг сухой массы

Следует отметить, что одним из видов продукции, выпускаемой Краматорским металлургическим заводом, является ферромарганец. При этом доменный цех выбрасывает в воздушный бассейн помимо оксида азота и диоксида углерода еще и пыль с повышенным содержанием окислов железа, марганца и кальция. Концентрация этих ингредиентов в среднем составляет (мг/м³): оксида железа (MnO) – 83,9; оксида марганца (Fe₂O₃) – 0,75; оксида кальция (CaO) – 2,35. В

целом выбросы не превышают допустимые нормы (ПДК) [6], но способствуют формированию специфических условий, в которых химические элементы, попадая в воздушный бассейн, оседают на поверхности почвы или же захватываются растениями в виде пылевых частиц.

Это подтверждает и химический анализ сухой массы листьев, результаты которого представлены в таблице 1. Растения, произрастающие в условиях металлургического производства, накапливают, преимущественно, марганец и кальций, а баланс железа у них может изменяться либо в сторону увеличения, как у *Robinia pseudoacacia*, либо в сторону уменьшения, как у *Morus alba*, *Populus nigra* и *Fraxinus americana*. Содержание железа в растениях является наиболее изменчивым признаком. Самые большие коэффициенты вариации отмечены у тератных форм.

Сравнивая полученные данные с результатами почвенного анализа (рис.1,2), можно предположить, что именно марганец, кальций и железо определенным образом влияют на формирование у отдельных видов растений аномальных структур.

Следует отметить, что именно у *Robinia pseudoacacia* на протяжении трех лет наблюдений появлялись тератные образования, тогда как у других видов аномалии возникали в первый и третий годы, а следовательно нестабильно. Это уже приводит к мысли о том, что тератные формы у этих древесных и кустарниковых пород возникают вследствие кратковременного воздействия сильного стрессового фактора, каковым являются интенсивные промышленные выбросы, что согласуется с данными литературы [7,8,9]. Из таблицы 1 видно, что в тех случаях, когда растение интенсивно накапливает марганец, происходит изменение баланса железа и кальция.

Нами также был проведен анализ химического состава молодых листьев *Robinia pseudoacacia* на стадии роста. Результаты представлены в таблице 2.

В молодых растениях содержание марганца, железа и кальция превышает их концентрацию в сформированных тератных листьях, что может отразиться на процессе вегетации. Тератные изменения обусловлены тем, что на ранних стадиях формирования листа происходит воздействие токсичных соединений металлургического производства.

Для определения степени воздействия того или иного химического элемента на возникновение аномалий у изучаемых высших растений, построены графики корреляционной зависимости между содержанием металлов в тератных листьях и их содержанием в почве (рис.3). У растений существуют механизмы, препятствующие поступлению в них химических элементов. Положительная корреляция свидетельствует об отсутствии механизмов защиты против поступления последних. Так, из графика I видно, что положительные корреляции у *Robinia pseudoacacia* отмечены для свинца и марганца. Это говорит о неустойчивости данного вида и может служить причиной возникновения тератных форм.

Таблица 1. Содержание металлов в листьях разных видов древесных растений, мг/кг сухой массы

Эле- мент	Содержание металлов															
	Robinia pseudoacacia L.				Morus alba L.				Populus nigra L.				Fraxinus americana L.			
	аномальные x±M _к	C _н , %	нормальные x±M _к	C _н , %	аномальные x±M _к	C _н , %	нормальные x±M _к	C _н , %	аномальные x±M _к	C _н , %	нормальные x±M _к	C _н , %	аномальные x±M _к	C _н , %	нормальные x±M _к	C _н , %
Pb	1,51 ±0,04	8,32	1,81 ±0,02	2,24	1,96 ±0,06	6,52	1,84 ±0,05	2,30	1,62 ±0,06	7,92	1,58 ±0,05	1,97	1,62 ±0,05	6,74	1,77 ±0,04	3,21
Zn	41,41 ±1,41	2,43	49,42 ±0,59	2,37	53,86 ±2,52	3,45	53,85 ±2,50	3,12	54,29 ±2,17	8,00	54,19 ±3,11	2,14	49,32 ±1,87	7,59	49,04 ±1,58	3,50
Cu	3,13 ±0,14	1,32	3,60 ±0,01	1,10	4,08 ±0,15	5,42	4,00 ±0,12	4,27	3,33 ±0,12	7,26	3,30 ±0,10	5,44	3,60 ±0,13	7,41	3,65 ±0,10	2,45
Ni	0,84 ±0,04	8,80	0,96 ±0,01	1,20	1,00 ±0,03	7,50	0,93 ±0,03	1,15	0,89 ±0,03	6,02	0,86 ±0,03	1,10	0,81 ±0,01	2,388	0,94 ±0,01	1,05
Co	0,07 ±0,00	0,00	0,08 ±0,00	0,00	0,08 ±0,00	0,00	0,07 ±0,00	0,00	0,08 ±0,00	6,45	0,07 ±0,00	10,0	0,07 ±0,00	8,88	0,08 ±0,00	3,03
Mn	151,89 ±4,71	6,20	138,49 ±0,64	0,93	155,76 ±5,17	5,37	141,16 ±6,17	1,00	162,81 ±4,59	5,64	162,84 ±5,34	0,55	127,63 ±0,46	0,73	137,48 ±0,54	0,42
FE	504,64 ±15,31	12,34	306,43 ±5,70	3,72	434,02 ±17,02	10,19	506,09 ±14,10	2,17	465,69 ±15,54	6,68	480,13 ±14,87	2,77	370,77 ±4,91	2,65	350,70 ±5,28	0,98
Ca	9586,9 ±287,5	12,02	11900,3 ±115,7	1,94	11214,8 ±675,1	10,11	11370,9 ±305,8	1,54	9711,9 ±513,5	9,57	10112,4 ±681,1	1,53	6064,1 ±581,1	1,15	11046,1 ±675,1	0,45
Cd	0,39 ±0,02	9,60	0,42 ±0,00	1,39	0,43 ±0,01	8,37	0,42 ±0,02	1,10	0,40 ±0,01	5,19	0,40 ±0,01	1,12	0,43 ±0,01	4,00	0,42 ±0,01	2,15
Mo	3,12 ±0,09	4,01	3,51 ±0,07	3,95	3,79 ±0,14	4,32	3,69 ±0,09	2,57	3,22 ±0,15	9,47	3,22 ±0,13	5,35	3,71 ±0,16	8,79	±	3,47

Таблица 2. Содержание металлов в молодых листьях *Robinia pseudoacacia* L.,
мг/кг сухой массы

Элемент	$\bar{x} \pm M_x$	$C_v, \%$
Pb	$1,67 \pm 0,05$	10,02
Zn	$54,97 \pm 1,34$	8,72
Cu	$3,75 \pm 0,11$	7,95
Ni	$1,07 \pm 0,03$	7,84
Co	$0,09 \pm 0,002$	2,13
Mn	$155,19 \pm 7,59$	9,78
Fe	$389,20 \pm 11,24$	9,37
Ca	$23359,02 \pm 213,80$	10,85
Cd	$0,39 \pm 0,01$	9,47
Mo	$3,03 \pm 0,09$	7,56

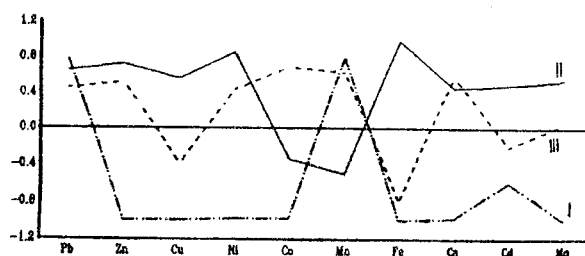


Рис. 3. Корреляционные зависимости между содержанием металлов в тератных листьях древесных растений и их содержанием в почве Краматорского металлургического завода. По оси абсцисс – металлы; по оси ординат – коэффициенты корреляции. Условные обозначения: I – *Robinia pseudoacacia* L., II – *Populus nigra* L., III – *Fraxinus americana* L.

На морфогенез *Fraxinus americana* из изученных элементов наибольшее воздействие оказывает железо и никель, меньше – цинк, и не оказывают никакого влияния кобальт и марганец. Кроме того, способность *Fraxinus americana* активно поглощать никель из почвы (при его умеренных концентрациях) можно рассматривать как видовой признак.

На тератогенез *Populus nigra* наибольшее влияние оказывают кобальт и марганец при большой концентрации кальция. Наиболее устойчивым данный вид является по отношению к железу и меди. Большая корреляционная зависимость *Populus nigra* по отношению к кобальту (при его концентрациях в почве, не превышающих норму) можно рассматривать как отличительный признак данного вида.

В заключение можно сделать следующие выводы:

- под техногенным воздействием в почве промышленных площадок металлургических заводов наблюдается увеличение концентрации металлов: марганца на 1344,85 (мг/кг), железа – на 10462,30 (мг/кг), кальция – на 2282,33 (мг/кг);
- в результате техногенных эмиссий происходит аккумуляирование металлов листьями исследуемых растений. По степени накопления марганца можно построить следующий вариационный ряд: *Morus alba* L. (концентрация увеличилась на 14,5 мг/ кг) – *Robinia pseudoacacia* L. (увеличилась на 12,4 мг/кг) – *Fraxinus americana* L. (увеличилась на 9,85 мг/кг). У *Populus nigra* L. наблюдается уменьшение содержания марганца в пределах 0,03 мг/кг;
- по степени накопления железа в листьях наибольшую активность проявляют: *Robinia pseudoacacia* L. (содержание увеличилась на 298,21 мг/кг) и *Populus nigra* L. (содержание увеличилось на 85,00 мг/кг), тогда как у *Morus alba* L. и *Fraxinus americana* L. концентрация уменьшилась на 72,07 и 20,98 мг/кг соответственно;
- содержание кальция увеличивается в тератных листьях *Robinia pseudoacacia* L., *Populus nigra* L. и *Fraxinus americana* L. на 3941,46; 1395,96 и 382,0 мг/кг соответственно, тогда как у *Morus alba* L. происходит уменьшение концентрации накопленного элемента на 156,1 мг/кг;
- способность исследуемых видов древесных растений накапливать химические элементы из отходов металлургического производства и реагировать на них образованием аномальных форм – терат, позволяет использовать их в качестве фитоиндикаторов на загрязнение окружающей природной среды металлургическим производством.
- не вдаваясь в механизмы защиты или их отсутствие, основываясь на фактическом материале (результаты анализа и корреляции) можно сделать вывод, что свинец и марганец обуславливают морфогенез у *Robinia pseudoacacia* L., железо и никель – у *Fraxinus americana* L., а кобальт и марганец – у *Populus nigra* L.
- на почвах, где наблюдается техногенное загрязнение железом (промышленные площадки металлургических заводов и т.д.) предпочтительно высаживать *Fraxinus americana* и *Robinia pseudoacacia*; территории, почвы которых отмечены высоким содержанием марганца, рекомендуется озеленять *Populus nigra*.

РЕЗЮМЕ

У статті Стасенко В.А., Швіндлермана С.П., Остапко І.М. “Аутогенні аспекти впливу техногенного середовища на морфогенез вищих рослин” розглядаються причини виникнення аномалій росту та розвитку рослин, які ростуть в умовах металургійного виробництва. Аналізується кількісне відношення металів, які накопичуються у ґрунті та вегетативних частинах рослин з області забруднення та умовно екологічно чистої паркової зони.

SUMMARY

The article "Autogenetic aspects of effects of tectonogenetic environment on the morphogenesis of high plants" by Stasenko V.A., Shwindlerman S.P., Ostapko I.N. is about reasons of the beginning of the anomaly of the growth of plants, which growing under the conditions of metallurgical industry. The quantitative correlation of metals which accumulate in ground and vegetative parts of the plants from area of pollution and relative ecologically clear zone.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Черепанов С.К. Сосудистые растения России и сопредельных государств (в пределах бывшего СССР). – Санкт-Петербург: Мир и семья – 95, 1995. – 990 с.
2. Кондратюк Е.Н., Бурда Р.И., Остапко В.М. Конспект флоры юго-востока Украины. – Киев: Наук. думка, 1985. – 272 с.
3. Методические указания по проведению энергодисперсионного рентгенофлуорисцентного анализа в растительных материалах / Под ред. Ю.И. Логина. – М.: Колос, 1983. – 417 с.
4. Свидетельство на государственный стандартный образец состава злаковой травосмеси СБМТ – 02 № 3170 – 85 / Под ред. Ю.С. Шафринского – Новосибирск. – 1986. – 36 с.
5. Statistical Graphics System. – М.: Московский горный ин-т. Кафедра ЭПТП, Карпов С., 1986. – Version 2.3
6. Общие санитарно-гигиенические требования к воздуху рабочей зоны. ГОСТ 12.1.005 – 88. – М.
7. Brown I.C., Devin T.E. Inheritance of tolerance or resistance to manganese toxicity in soybean, Agron.J., 72, 898, 1980.
8. Dussier W/ Physiological function and utilization of copper in: Copper in Soils and Plants, paper presented at Int. Symp. Trace Element Stress In Planta, Los Angeles, November 6, 1979, 67
9. Alvarez- Tinaut M.C., Leal A., Recald-Martinez I.P. Iron-manganese interaction and its relation to levels in tomato plants, Plant Soil. 55, 377, 1980.

Надійшла до редакції 07.12.1997 р.

УДК 628.543

ВИКОРИСТАННЯ ДОНЕЦЬКОГО МЕЗОПОРИСТОГО ВУГІЛЛЯ ДЛЯ ОЧИЩЕННЯ СТИЧНИХ ВОД ВІД НАФТОПРОДУКТІВ

С.П.Сухарева

Найбільш розповсюдженим адсорбентом для очистки води є активне вугілля. Але воно є високоцінним та дефіцитним матеріалом. Перспективним альтернативним сорбційним матеріалом для очистки нафтовмістових стічних вод може бути донецьке мезопористе вугілля з розвинутою пористою структурою.

Його особливість у тому, що в сорбційному об'ємі крім звичайних для викопного вугілля мікропор (0,4-0,5 нм) є ще й пори більшого розміру, або мезопори (більше 1,6 нм). Якраз, завдяки таким крупним порам, сорбційна ємність мезопористого вугілля вища ніж у інших викопних твердих палив.

На першому етапі досліджень були визначені основні фізико-хімічні властивості використаних у експерименті сорбентів (табл.1).

Таблиця 1. Фізико-хімічні властивості сорбентів

Властивості	Мезопористий	Активований
Зольність, %	5,58	—
Об'єм пор по вологоємності, см ³ /г	0,12	0,41
Активність по метиленовому блакитному, мг/г	0,48	1,77
Активність по йоду, мг/г	8,07	22,42
Активність по нафтопродуктам, мг/г	37,40	107,20
Стійкість на стирання, %	79	70

Визначення концентрації нафтопродуктів у стічних водах проводили згідно з встановленою методикою у лабораторії гравометричним методом.

Витрату води (швидкість фільтрації) визначали згідно з часом витікання встановленого об'єму рідини.

Для досліджень використовувалися проби води з різним ступенем забруднення нафтопродуктами. Результати досліджень при різних швидкостях фільтрації приведені у таблиці 2.

Таблиця 2. Вміст нафтопродуктів до та після очищення при різних швидкостях фільтрації

Швидкість фільтрації, м/г	Вміст нафтопродуктів, мг/г	
	до очищення	після очищення
2,5	2,44	0,38
		0,37
		0,38
5,0	2,44	0,43
		0,45
		0,44
10,0	2,44	0,51
		0,52
		0,52
2,5	4,5	0,62
		0,63
		0,64

5,0	4,5	0,73
		0,75
		0,74
10,0	4,5	0,79
		0,80
		0,81

Випробовувалося вугілля шахти “Панфіловська” виробничого об’єднання “Красноармійськвугілля”. Попередньо подрібнене та відсіяне вугілля (використовувалась фракція 0,5-1,5 мм) засипалося у лабораторну адсорбційну колонку. Вивчення залежності адсорбційної здатності мезопористого вугілля від гранулометричного складу показало, що з підвищенням розміру зерен, ступінь очистки падає. Оптимальні розміри зерен мезопористого вугілля знаходяться в інтервалі 0,5-1 мм.

Була встановлена залежність сорбційних властивостей мезопористого вугілля від швидкості пропускання стічної води через шар адсорбента: з підвищенням швидкості фільтрування стічних вод, ступінь очищення різко знижується. Показано, що оптимальна швидкість фільтрування – 2,5 метра за годину та нижче.

Встановивши необхідну швидкість фільтрування, пропускали пробу води через шар сорбенту.

Для порівняння активності мезопористого вугілля було здійснено очищення стічної води на активованому вугіллі.

Дані приведені у таблиці 3.

Таблиця 3. Порівняння активності мезопористого та активованого вугілля

Концентрація нафтопродуктів, мг/л	
до очищення	після очищення
Активоване вугілля, діаметр – 1 мм, $V_{\text{фільтрації}} = 1 \text{ м/г}$	
2,44	0,06
2,43	0,07
2,45	0,08
4,50	0,11
4,54	0,12
4,47	0,11
Мезопористе вугілля, діаметр — 1 мм, $V_{\text{фільтрації}} = 1 \text{ м/г}$	
2,44	0,34
2,43	0,36
2,45	0,31
4,50	0,65
4,54	0,68
4,47	0,62

З таблиці видно, що ступінь очищення активованим вугіллям вище. Однак, витрати на приготування та регенерацію активованого вугілля в 40 разів більше, ніж витрати, пов'язані з використанням мезопористого вугілля.

Проведені дослідження ефективності очищення стічних вод природним мезопористим вугіллям від нафтовмістових вод і поверхнево-активних речовин показали, що за своїми фізико-хімічними характеристиками вони мають високу сорбційну активність (при швидкостях фільтрування 0,5-3 м/г вміст нафтопродуктів зменшується в 2-4 рази).

Одержані результати були використані при розробці технологічної схеми для очистки стічних вод від нафтопродуктів на Донецькому металургійному заводі.

РЕЗЮМЕ

Проведено исследование сорбционной активности донецкого мезопористого угля при очистке сточных вод от нефтепродуктов. Показано, что по своим физико-химическим характеристикам эти угли имеют высокую сорбционную способность (при скоростях фильтрации 0,5-3м/ч, содержание нефтепродуктов уменьшается в 2-4 раза).

SUMMARY

The research of sorption activity of Donetsk mesoporous coal at petroleum clearing of waste water is carried out. It is shown, that these coals have high sorption ability at filtration velocities 0.5-3 m/h the contents of petroleum decreases in 2-4 times.

Надійшла до редакції 12.11.1997 р.

ББК: Д232.27 1621.5

МОДЕЛИ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ И ОБРАБОТКА МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ СИТУАЦИЙ В ЗАДАЧАХ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

С.А.Епик

Основной задачей экологического прогнозирования является задача определения экологической ситуации на кратковременный период [1], если заранее определены все источники загрязнения окружающей среды, их типы, загрязняющие вещества, рельеф местности и другие, характерные и устойчивые особенности региона или местности. В данных условиях наиболее весомыми факторами, влияющими на экологическую обстановку, становятся факторы метеоусловий или метеофакторы.

Данная задача в настоящее время более актуальна и злободневна, чем даже задача долгосрочного прогнозирования, поскольку, во-первых, в задачах долгосрочного прогнозирования не имеет определяющего значения время, отводимое на прогноз, и имеется смысл и, главное, возможность решить эту задачу в рамках четких теорий гидроаэродинамики, химии, физики – с применением систем дифференциальных уравнений (порой имеющих далеко не тривиальные значения, требующие специальной трактовки).

Во-вторых, такие сильно влияющие факторы как метеоусловия, суточные и сезонные изменения загрязнителей, их интенсивности, плановые экологические мероприятия и другие оперативные факторы теряют свое определяющее значение, и их учет не так критичен. Нужно заметить, что учет именно оперативных данных всегда был камнем преткновения в прогнозирующих системах [3].

В-третьих, при долгосрочном прогнозировании, причем это свойственно не только для экологии, имеется возможность провести лабораторные и натурные испытания, для проверки полученных результатов. Что, к сожалению, невозможно для краткосрочных прогнозов. И не только из-за отсутствия времени, а, как отмечают синоптики, в силу принципиальной невозможности моделирования некоторых метеоситуаций в лабораторных условиях [4].

И, наконец, в-четвертых, краткосрочное прогнозирование имеет наипервейшей своей целью определение того или иного комплекса мероприятий, для предотвращения нежелательных воздействий неблагоприятных условий на окружающую среду и население. От временного понижения интенсивности производственных циклов на отдельных предприятиях, до полной эвакуации населения. Тогда же, как в долгосрочных прогнозах идет

речь о минимизации воздействий вышеобозначенных условий, возникающих в связи со стратегическим планированием экономического развития регионов [2].

Таким образом, поиск методики краткосрочного экологического прогнозирования, опирающегося, прежде всего на метеоусловия и другие оперативные факторы является актуальной задачей и, как кажется, перспективное развитие.

На текущий момент сложилось два направления разработок в области кратковременного синоптического и экологического прогнозирования. Первый подход связан с так называемой «классической метеорологией», и опирается на строгие математические и физические методы определения поведения воздушных масс, атмосферных фронтов и так далее [1]. Основные работы по второму направлению, которое ранее обычно называли «символьным» или «эмпирическим» прогнозированием, связано с именем Я.М.Берлянда, который обосновал применение эмпирических (опытных) знаний в синоптическом прогнозировании, причем предполагал представление этих знаний в наиболее понятном и удобном для человека виде («символьные знания») и даже предполагал применение вычислительной техники для построения прогнозирующих систем. С тех пор появилось множество работ по методам описания и обработки подобных знаний [3].

Наиболее интересные работы в этой области связаны с разработкой так называемых экспертных систем – очень часто определяемых как компьютерно-программные комплексы, моделирующие интеллектуальные усилия эксперта-человека при решении той или иной задачи, в частности, при построении прогнозов.

Для описания разработанной системы необходимо выделить некоторые особенности характерные для прогнозирующих систем, в общем, и для задач экологического и синоптического прогнозирования в частности.

Но прежде дадим формальную, хотя и не совсем строгую постановку данной задачи и некоторые необходимые определения.

Метеофактор (МФ) – любой метеорологический фактор, влияющий на создание той или иной экологической ситуации. МФ бывают простые, составные и структурные.

Простым МФ – называют заданный единичный фактор с некоторой областью определения. Например, ОБЛАЧНОСТЬ {слабая, средняя, сильная}.

Составным МФ – называют несколько простых, составных или структурных МФ связанных оператором определенности или, иногда, общим именем. Например, фактор ОблВет{ОБЛАЧНОСТЬ};{ВЕТЕР}} – определен и является составным фактором при полном определении простых факторов ОБЛАЧНОСТЬ и ВЕТЕР.

Структурным МФ – называют фактор, имеющим некоторую физическую или логическую структуру. Обычно говорят о метеопараметре и его атрибутах. Например, структурный фактор ВЕТЕР {{ВЕТЕР-направление};

{ВЕТЕР-сила};{ВЕТЕР-характер}...} – определяет метеопараметр ВЕТЕР и его атрибуты или свойства (направление, сила, характер). Это, впрочем, не мешает определять такие простые МФ как, например, ВЕТЕР-ХАРАКТЕР {штиль, умерен., шквал, ураган}.

Метеофактом первого уровня (МФ1У) – называют пару (МФ:[МФЗнач]) – где МФ и МФЗнач есть метеофактор и его значение, соответственно. Способов задания метеофактов, кроме указанного имеется большое количество: МФ[МФЗнач] или МФ=МФЗнач.

Метеоситуацией (МС) или метеофактом второго уровня (МФ2У) – называют набор некоторых точно определенных метеопараметров. Например,

МС_N_1([01.01.1997][16:15])=
{ТЕМПЕРАТУРА [-10]
ВЕТЕР

направление	[сев.-зап.]
скорость	[5]
характер	[порыв.]
ОБЛАЧНОСТЬ	[слабая].
ОСАДКИ	
вид	[мокр. снег]
характер	[умерен.]

} представляет метеоситуацию на 01/01/97 на 16 часов 15 минут.

Метеоусловием (МУ) – называют один или несколько метеопараметров, определенные либо точечным, либо интервальным значением и объединенные логическими операциями И, ИЛИ, НЕ (а, иногда, и другими операциями) в логическое выражение, могущее принимать значение истина и ложь при сопоставлении входящих в нее метеофактов с некоторой метеоситуацией. Забегая вперед, отметим, что данная операция иногда называется метеотестом соответствия некоторой метеоситуации некоторым метеоусловиям.

Метеоправилom (МП) или элементом метеознаний, или решающим правилом, или просто правилом – будем называть структуру вида:

МП[номер]{ЕСЛИ[МУ];ТО[МС1];ИНАЧЕ[МС2]}, где МУ, МС1, МС2 – некоторое метеоусловие и некоторые различные метеоситуации 1 и 2, соответственно.

Вот, практически, и вся модель представления данных в системе метеопрогнозирования. Необходимо, лишь добавить, что, обычно, специально выделяются метеоситуации момента и цели. Обычно под метеоситуацией момента подразумевают текущую метеоситуацию, под метеоситуацией цели прогнозируемую или проблемно-гипотетическую ситуацию, требующую проверки.

В случае, экологического метеопрогнозирования целевыми метеоситуациями могут быть так называемые метеоусловия загрязнения (МУЗ), определяемые для каждого региона отдельно. Например, для города Донецка, совместно – Донецким гидрометцентром и Санкт-Петербургским институтом метеорологии определены девять комплексов метеоусловий загрязнения, и именно они послужили тестом для дальнейших исследований.

Из соображений общности и краткости будем обозначать:

простые метеофакторы	– «А», «В», «С», . . .
составные метеофакторы	– («А»; «В»), («С»; «D»; «L»)
структурные метеофакторы	– «А-а», «А-в», «С-р», . . .
метеофакты	– «А»=[aaa], («А»; «В»)=[aaa][bbb] («С-с»; «D»)= [ccc][ddd]
метеоситуации	– А, В, С или $S_1 S_2 S_3$
метеоусловия	– $A^?$, $B^?$, $C^?$ или $S_1^? S_2^? S_3^?$
метеоправила	– $\mathfrak{R}_1, \mathfrak{R}_2, \dots, \mathfrak{R}_{17}, \dots$

Говорят, правило $\mathfrak{R}_1$ работает над текущей ситуацией S_1 или преобразует S_1 в S_2 , если S_1 удовлетворяет условию $S_0^?$ и преобразует S_1 в S_3 , если S_1 не удовлетворяет условию $S_0^?$ и пишут $S_1 \rightarrow \mathfrak{R}_1(S_0^?; S_2; S_3)$. Поэтому, иногда правила $\mathfrak{R}$ называют модификаторами, подчеркивая их основное назначение – преобразование ситуаций из одного в другое по определенному закону и при выполнении определенных условий.

Таким образом, формальная постановка задачи метеорологического прогнозирования ситуаций экологического загрязнения в терминах описанной модели данных такова: имея текущее состояние окружающей среды – метеоситуацию S , конечное множество модифицирующих правил $\{\mathfrak{R}_i\}$ и конечное множество тестовых ситуаций $\{A_i\}$ или в нашем случае классы метеоусловий загрязнения проверить возможность преобразования S к одному или нескольким тестовым ситуациям путем последовательного применения к текущей ситуации, имеющихся правил начиная с ситуации S .

Не вдаваясь во внутреннюю организацию прогнозирующей системы, опишем ее работу и отметим некоторые проблемы построения эффективных и состоятельных, с точки зрения прогнозов, систем и их решение.

Рассмотрим, прежде всего, некоторые особенности, характерные для прогнозирующих экспертных систем в сравнении с другими системами.

Использование экспертных систем основанных на применении моделей экспертных знаний действительно играет сегодня большую роль в системах управления, планирования и вообще в информационных системах. Большое количество современных компьютерно-программных приложений в том или ином виде решают задачи прогнозирования, диагностики и пред-

сказания. Примерами могут служить задачи синоптического прогнозирования, распознавания речи и текста, диагностика заболеваний и другие.

Основной особенностью таких задач, в отличие от задач управления, классификации и планирования, является неопределенность желаемого результата. В случае управления и планирования это, почти всегда, определенное состояние предметной области и задача системы выделить последовательность шагов приводящих к этому состоянию. В случае классификации системы решают задачи проверки гипотез о принадлежности какого-то объекта к заданному классу.

В задачах диагностики только введение некоторых дополнительных сведений (повторное обследование) может некоторым образом сузить диапазон возможных результатов; кроме того, существует ограниченный набор диагнозов. Тогда как в задачах прогнозирования и предсказания всегда приходится считать любую гипотезу изначально вероятной, более того в некоторых случаях нет определенных четко сформулированных прогнозов, которые послужили бы гипотезами и их можно было бы или подтвердить, или опровергнуть. В таких задачах прогнозируемая ситуация или состояние определяется перечислением значений некоторых параметров. Иногда, как в задаче синоптического прогнозирования, требуется *наиболее полно* отразить в прогнозе некоторые метеопараметры (ветер, температура, влажность и другие факторы); то есть если даже вообще невозможно установить значение некоторого параметра (например, направление ветра иногда установить невозможно и синоптики отвечают уклончиво «ветер переменчивый») прогноз все-таки считается состоявшимся, а задача решенной.

Таким образом, можно сказать, что задачи прогнозирования – это задачи, в которых все гипотезы (прогнозы) заранее вероятны и подлежат проверке. Поэтому, хотелось бы иметь некоторый математический аппарат, позволяющий управлять процессом построения прогноза, чтобы избежать полного перебора.

Задачи прогнозирования, кроме того, довольно часто используют неточные данные (наблюдения персонала и показания измерителей); а также экспериментальные (опытные) и эмпирические знания экспертов. Примерами таких задач служат задачи синоптического прогнозирования и прогнозирования метеоусловий загрязнения атмосферы (или прогнозирования застойных явлений в атмосфере). С одной стороны, известно, что данные, используемые в этих задачах, получают от измерителей, которые всегда имеют погрешности и неточности. С другой стороны, многие специалисты утверждают невозможность определения универсальной методики для прогнозирования локального поведения метеопараметров; поэтому «на местах» пользуются своими опытными знаниями применимыми к местным условиям; что далеко не всегда оправдано и достаточно корректно.

Применение теории нечетких множеств для представления знаний и фактов о предметной области и использование в качестве решающего ме-

ханизма – управляемого логического вывода должно помочь решать задачи прогнозирования, учитывая выше обозначенные особенности.

Дадим основные определения, применяемые в теории нечетких множеств: нечетким множеством $\tilde{A}$ на базе обычного множества A называют множество пар вида:

$$\{(a; \mu(a))\}, \quad (1)$$

где a – элемент множества A , $\mu(a)$ – функция принадлежности, определенная на множестве A и имеющая значения в области $[0;1]$ и отражающая степень принадлежности элемента a к множеству $\tilde{A}$.

Оператором-модификатором $\mathfrak{R}_{\varphi}(\tilde{A}) = \tilde{B}$ называют функцию $\varphi(\mu_{\tilde{A}}(a)) = \mu_{\tilde{B}}(a)$, то есть

$$\tilde{B} = \left\{ \left(a; \mu_{\tilde{B}}(a) \right) \right\} = \left\{ \left(a; \varphi \left(\mu_{\tilde{A}}(a) \right) \right) \right\}. \quad (2)$$

То есть, результатом применения модификатора к нечеткому множеству есть нечеткое множество на базе того же обычного множества, но с другой (модифицированной) функцией принадлежности [6].

Линейным расстоянием между нечеткими множествами $\tilde{A}$ и $\tilde{B}$ называют величину:

$$\ell = \sum_{a \in A} \left| \mu_{\tilde{B}}(a) - \mu_{\tilde{A}}(a) \right|. \quad (3)$$

Эйлерово расстояние определено как:

$$\ell_E = \sqrt{\sum_{a \in A} \left(\mu_{\tilde{B}}(a) - \mu_{\tilde{A}}(a) \right)^2}. \quad (4)$$

Заметим, что модификаторы и расстояния между нечеткими множествами и их свойства являются в настоящее время предметом интересных исследований и это является перспективным направлением в области не только экспертных систем, но и в глобальных исследованиях по искусственному интеллекту (психология, нейросети и другие).

Далее, мерой нечеткости множества $\tilde{A}$ называют величину:

$$M_{\tilde{A}} = \left(\sum_{i=1}^N \mu_{\tilde{A}}(a_i) \right) / N; \text{ где } N - \text{мощность множества } A; a_i \in A.$$

Прагматической мерой нечеткости назовем:

$$MP_{\tilde{A}} = \left(\sum_{i=1}^N \mu_{\tilde{A}}(a_i) \right) / N_P$$
; где N_P – количество таких элементов A для которых $\mu_{\tilde{A}}(a_i) \neq 0$.

С точки зрения экспертной прогнозирующей системы состояние предметной области есть некоторое множество её параметров с четко и точно установленными значениями. Обозначим такое состояние множеством A . Но, как уже говорилось выше, приходится редко иметь дело с точными данными в силу целого ряда объективных причин.

Предлагается использовать в качестве формализма для представления состояния предметной области нечеткое множество $\tilde{A}$ или $\{\{a; \mu(a)\}\}$, где

μ имеет следующий физический смысл: эта величина может отражать меру уверенности эксперта в наблюдаемом факте a , меру точности измерительного прибора, зафиксировавшего факт a и так далее. Очень интересны исследования в формализации заданий функций μ и в поисках универсальной функции принадлежности (лингвистическая переменная, метод коллективных оценок и так далее).

Или говоря другими словами, применение некоторого закона модифицирует предметную область, увеличивая или уменьшая степень достоверности некоторых фактов. Именно поэтому предлагается использование для представления таких знаний операторы-модификаторы. Последовательное выполнение таких операторов, управляемое механизмом логического вывода может приводить к тому или иному прогнозу.

Критерием точности прогнозов могут послужить различные положения. Предлагается для систем с ограниченным числом прогнозируемых ситуаций использовать расстояния или меру нечеткости. Например, в задаче прогнозирования метеоусловий загрязнения атмосферы, в которой имеется около десятка стандартизованных метеоусловий загрязнения, которые ясно представимы в виде нечетких или обычных (как частный случай нечетких) множеств, критериальной проверкой может быть определение минимального расстояния между прогнозируемыми ситуациями и стандартными. В случае задачи синоптического прогнозирования, когда нет возможности выделения одного или нескольких желаемых прогнозов, можно использовать только меры нечеткости в качестве критерия, причем рекомендуется использовать прагматическую меру, чтобы действительно отразить ценность тех параметров, которые удалось спрогнозировать. Если же системы используют узкоспециализированные области применения (например синоптическое прогнозирование для транспортных предприятий), где ценность некоторых параметров прогноза принципиально велика по сравнению с другими параметрами, рекомендуется использовать ценовые и поро-

говые меры нечеткости (приписывание параметрам ценовых коэффициентов или устанавливать дискретные функции принадлежности).

Таким образом, теория нечетких множеств позволяет решить некоторые проблемы, характерные для задач прогностического класса в экспертных системах и, кроме того, открывает широкие возможности для разработки и исследований эффективных методов управления выводом и оценки точности прогнозов в таких системах.

РЕЗЮМЕ

Розглянуто загальні проблеми метеорологічного прогнозування забруднення повітря для систем, що будуються на базі експертних знань, з використанням методів визначення та обробки нечіткостей. Подано короткий опис моделі даних, що використовується, та запропоновано декілька альтернативних варіантів, щодо збудування критерії здатності прогнозів.

Бібл. – 6 назв.

SUMMARY

This article is devoted to basic problems of the system of meteorological prognosis of the air pollution, as system, which building on experts knowledge and used some methods of defining and processing of the illegible data. Article presents short description of used data model and some alternative variants building of prognosis accuracy criteria.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Примаков А.В., Щербань А.Н. Методы и средства контроля загрязнения атмосферы. Киев: Наукова думка, 1980. – 296с.
2. Системный анализ контроля и управления качеством воздуха и воды. Примаков А.В., Кафаров В.В., Качиашвили К.И. Отв.ред. Щербань А.Н. – АН УССР. Ин-т техн. тепло-физики. – Киев: Наук.думка, 1991. – 360с.
3. Берлянд М.Е., Соломатина И.И., Сонькин Л.Р. О прогнозировании загрязнения воздуха. // Метеорология и гидрология. – 1972. – №9
4. 11. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования М.: Статистика, 1979.
5. 17. Руководство по контролю загрязнения атмосферы. / Под ред. М.Е.Берлянда и Г.И.Сидоренко. – Л.: Гидрометеиздат, 1979.
6. А. Кофман Введение в теорию нечетких множеств / Пер. с франц. – М.: Радио и связь, 1982. – 432с.

Надійшла до редакції 13.12.1997 р.

МЕТОДОЛОГИЯ КОНСТРУИРОВАНИЯ ДИАГНОСТИРУЮЩЕЙ ЭКСПЕРТНОЙ СИСТЕМЫ (НА БАЗЕ ОБОЛОЧКИ BESS)

И.Н.Пустынникова

1. Базы знаний

Описываемая ниже экспертная система (ЭС) создана на базе инструментальной системы BESS (Bayes Expert System Shell) [1], которая предназначена для создания ЭС, способных решать задачи диагностики, прогнозирования, тестирования и планирования. При использовании инструментальной системы BESS создание ЭС заключается, по сути дела, в создании базы знаний (БЗ). БЗ байесовской ЭС состоит из знаний о гипотезах и знаний о симптомах. Знания о гипотезе включают в себя имя гипотезы, текст предписания, априорные вероятности гипотезы и множество симптомов, влияющих на гипотезу, каждый из которых имеет вероятности подтверждения и опровержения этой гипотезы. Знания о симптоме включают в себя имя симптома, текст вопроса, ответ на который позволяет определить значение симптома, текст помощи для пользователя при ответе на предлагаемый вопрос и информацию о типе ответа. Экспертными знаниями в системе являются априорные вероятности гипотез, а также вероятности подтверждения и опровержения гипотез симптомами.

2. Диагностирующая ЭС

2.1. Выбор гипотез

При построении диагностирующих ЭС возможны два подхода. Первый подход подчинен логике раскрытия темы или раздела. При этом подбираются задачи (вопросы), суммарный спектр которых, т.е. совокупность всех знаний / умений, необходимых для решения исходной задачи, покрывает соответствующую часть предметной модели обучаемого (по диагностируемой теме). Предметная модель обучаемого по физике описана в [2]. Второй подход заключается в том, что предметная модель обучаемого ограничивается спектром какой-либо задачи или набора задач, т.е. второй подход подчинен логике решения определенной задачи. Если учащийся правильно решает задачу, то считается, что текущая модель обучаемого совпадает с предметной и не требуется никаких корректировок учебного процесса. Если допущена ошибка, то задача диагностирующей системы заключается в определении тех знаний / умений, которыми обучаемый не овладел.

Принципиальным, с нашей точки зрения, является вопрос о выборе вида гипотез. Диагностика предполагает выявление разделов или отдельных понятий / умений учебной дисциплины, владение которыми со стороны обучаемого неудовлетворительно. Поэтому в работе [1] при построении диагностирующих ЭС предлагается сформулировать гипотезы вида «обу-

чаемый не знает / не умеет», а для оценки влияния симптома (S) на гипотезы этого вида означать этот симптом, используя шкалу «Да – Не знаю – Нет». Если обучаемый выполняет действие неправильно (при этом значение симптома S «Нет»), то апостериорная вероятность гипотезы возрастает, эта гипотеза может быть принята, и система выдаст сообщение, позволяющее диагностировать знания / умения обучаемого. Если обучаемый отказался отвечать на вопрос, предложенный ЭС (при этом значение симптома S – «Не знаю»), то методика [1] предполагает, что апостериорная вероятность гипотезы равна ее априорной вероятности, и траектория вычислений приводит к неопределенности гипотезы.

Описанный подход имеет существенные недостатки. Во-первых, ответ «Не знаю» имеет два смысла. Он может быть дан: а) когда обучаемый действительно не знает ответ; и б) в случае, если у обучаемого не хватает времени для обдумывания. Фактически методика реализует лишь случай б), поскольку в случае а) гипотеза «обучаемый не знает / не умеет» должна быть принята, а она остается актуальной. Во-вторых, в случае правильного решения задачи обучаемым (при этом значение симптома S – «Да») гипотеза вида «обучаемый не знает / не умеет» отвергается, а другой гипотезы нет.

Указанные выше недостатки методики [1] приводят к тому, что система, построенная согласно данной методике, как при правильном решении обучаемым задачи, так и в случае отказа обучаемого от ответа выдает одно и то же сообщение: «Нет данных для принятия решения или нет проблем!» Но это сообщение двусмысленно. Первая часть сообщения говорит о том, что гипотезы остались актуальными, но их апостериорные вероятности не превысили верхний порог, и они не могут быть приняты. Вторая же часть утверждает, что все гипотезы отвергнуты. Как показано выше, действия обучаемого, вызывающие это сообщение, могут быть принципиально различными. Сообщение, выдаваемое ЭС, не позволяет преподавателю, не обращаясь к подсистеме объяснения принятия решения или протоколу экспертизы, определить, какие действия обучаемого привели к данному результату.

Для того, чтобы исключить такую ситуацию, мы модернизировали методику построения ЭС. Во-первых, исключается случай нехватки времени для обдумывания. Это достигается тем, что время, необходимое для работы с системой, определяется экспериментально. Мы это делаем следующим образом. Составляются карточки, включающие те же самые вопросы и задания, которыми будет наполнена БЗ ЭС. С помощью этих карточек проводится тестирование. Ученикам для ответов дается неограниченное время. Определяется время, за которое все учащиеся справятся с заданием. Это время считается в дальнейшем временем, достаточным для работы с ЭС. Поэтому ответ «Не знаю» рассматривается только как неспособность ученика ответить на вопрос, предложенный ЭС. Иными словами, означивание симптома происходит по шкале «Да – Нет». Во-вторых, неадекватность реакции системы на правильные действия обучаемого устраняется

путем включения в БЗ гипотез не только вида «обучаемый не знает / не умеет», но и вида «обучаемый знает / умеет». При этом сумма априорных вероятностей аналогичных гипотез вида «обучаемый не знает / не умеет» и вида «обучаемый знает / умеет» равняется единице, поскольку одно из выше названных событий обязательно произойдет, т.е. обучаемый либо умеет, либо не умеет что-либо делать, либо знает, либо не знает какое-либо положение учебного материала.

2.2. Алгоритм создания диагностирующей ЭС

Для создания диагностирующей ЭС нами разработан следующий алгоритм:

1. Выбрать задачу (или тему) P_1 , на основе которой будет осуществляться диагностика.

2. Определить те знания и умения (объекты, ситуации, отношения, требования, операторы), которые необходимы обучаемому для решения задачи P_1 (или что он должен знать и уметь после изучения выбранной темы). Иными словами, разбить задачу P_1 на элементарные подзадачи, решая которые можно последовательно перебрать спектр исходной задачи или темы, поскольку спектр исходной задачи (темы) и суммарный спектр подзадач должны совпадать.

3. Исходя из суммарного спектра, составить список гипотез вида «обучаемый не знает / не умеет» и вида «обучаемый знает / умеет».

4. Составить текст предписания для каждой гипотезы.

5. Определить множество симптомов вида «обучаемый знает / умеет».

6. Установить соответствие между симптомами и подзадачами, при решении которых эти симптомы означиваются. При этом все симптомы должны означиваться хотя бы одной задачей (см. п. 2).

7. Составить таблицу соответствия «гипотезы – симптомы».

8. Определить априорные вероятности гипотез.

9. Определить вероятности подтверждения и опровержения гипотез симптомами.

10. Наполнить базу знаний экспертными и предметными знаниями.

2.3. Реализация алгоритма создания диагностирующей ЭС

Рассмотрим создание БЗ, используя приведенный выше алгоритм, на примере следующей задачи P_1 : В двух сосудах емкостью $v_1 = 3$ л и $v_2 = 5$ л находятся соответственно азот под давлением $p_1 = 1$ атм и водород под давлением $p_2 = 5$ атм. Сосуды соединяют трубкой, объемом которой можно пренебречь. Найти установившееся давление смеси, если начальная температура газов равна температуре окружающей среды. Ответ получить в единицах СИ.

Задача P_1 на применение объединенного газового закона и закона Дальтона может быть разбита на 11 элементарных подзадач, которые покрывают весь спектр, порожденный исходной задачей P_1 . Например:

P_2 . Газы находятся в сосудах емкостью v_1 и v_2 при давлении p_1 и p_2 . Их соединяют трубкой, объемом которой можно пренебречь. Начальная температура газов равна температуре окружающей среды 300K. Определить температуру смеси.

P_9 . Переведите литры в метры кубические: 5 л = ... м³.

В качестве гипотез приняты 16 событий. Например: H_1 (H_2) – обучаемый не умеет (умеет) решать задачи на применение объединенного газового закона и закона Дальтона; H_3 (H_4) – обучаемый не умеет (умеет) определять, что температура в данном процессе останется постоянной; H_{13} (H_{14}) – обучаемый не умеет (умеет) переводить литры в метры кубические. Текст предписания по гипотезе имеет такой же вид, как и сама гипотеза (например, текст предписания по H_1 : «Обучаемый не умеет решать задачи на применение объединенного газового закона и закона Дальтона»). В качестве симптомов выбраны 12 событий. Например: S_1 – обучаемый умеет решать задачи на применение объединенного газового закона и закона Дальтона (означивание происходит при анализе решения задачи P_1); S_2 – обучаемый умеет определять, что температура в данном процессе остается постоянной (P_2). Означивание симптомов происходит в результате анализа решений задач, номера которых указаны в скобках. Каждый из этих симптомов принимает одно из двух значений: «да» – в случае правильного выполнения действия обучаемым; «нет» – в случае неправильного выполнения действия обучаемым или в случае отказа обучаемого от выполнения действия. Соответствие между гипотезами и симптомами задается соответствующей таблицей.

2.4. Экспертные знания

Как было сказано, экспертными знаниями в системе являются априорные вероятности гипотез, а также вероятности подтверждения и опровержения гипотез симптомами. Эти вероятности были получены в результате эксперимента, специально проведенного со студентами Донецкого государственного и Донецкого государственного технического университетов. В ходе эксперимента студенты решали задачи P_1 – P_{12} (см. п. 2.3).

Априорные вероятности гипотез определялись по формуле $p(H_i) = N(H_i)/N$, где $N(H_i)$ – количество обучаемых, выполнивших действие H_i , а N – количество обучаемых, принявших участие в эксперименте ($N = 129$).

Для быстрой проверки расчетов используется то обстоятельство, что суммам априорных вероятностей аналогичных гипотез вида «обучаемый не знает/ не умеет» и вида «обучаемый знает/ умеет» равняется единице.

Вероятность подтверждения гипотезы H_i симптомом S_j определяется формулой

$$P_i^+(S_j) = \frac{N(S_j) \cap N(H_i)}{N(H_i)}, \quad (1)$$

а вероятность опровержения – формулой

$$P_i^-(S_j) = \frac{N(S_j) \cup N({}_H H_i)}{N({}_H H_i)}. \quad (2)$$

Например,

$$P_1^+(S_2) = \frac{N(S_2) \cup N(H_1)}{N(H_1)}$$

$$P_1^-(S_2) = \frac{N(S_2) \cup N({}_H H_1)}{N({}_H H_1)} = \frac{N(S_2) \cup N(H_2)}{N(H_2)},$$

где $N(H_1)$ ($N(\sim H_1) = N(H_2)$) – количество обучаемых, которые не умеют (умеют) решать задачи на применение объединенного газового закона и закона Дальтона; $N(S_2) \cup N(H_1)$ – количество обучаемых, которые определили, что температура газа в данном процессе постоянна (решили задачу P_2), но не решили исходную задачу P_1 ; $N(S_2) \cup N(\sim H_1) = N(S_2) \cup N(H_2)$ – количество обучаемых, которые определили, что температура газа в данном процессе постоянна и решили исходную задачу P_1 . Эксперимент показал, что 95 студентов не решили ни задачу P_1 , ни задачу P_2 ; 8 решили задачу P_1 , но не решили задачу P_2 ; 22 решили задачу P_2 , но не решили задачу P_1 ; 4 решили и задачу P_1 , и задачу P_2 . Подсчеты дают $N = 129$; $N(H_1) = 95 + 22 = 117$; $N(\sim H_1) = N(H_2) = 8 + 4 = 12$; $N(S_2) \cup N(H_1) = 22$; $N(S_2) \cup N(\sim H_1) = N(S_2) \cup N(H_2) = 4$. Таким образом, $p(H_1) = 117 / 129 = 0,91$; $p(H_2) = 12 / 129 = 0,09$; $p_1^+(S_2) = 22 / 117 = 0,19$; $p_1^-(S_2) = 4 / 12 = 0,33$.

Расчет вероятностей подтверждения и опровержения в отдельных случаях может быть упрощен, если использовать понятия тождественных и противоположных симптомов и гипотез. Назовем симптом и гипотезу тождественными, если они описывают одно и то же событие и имеют вид «обучаемый знает / умеет» и противоположными, если они описывают противоположные события и симптом имеет вид «обучаемый знает / умеет», а гипотеза имеет вид «обучаемый не знает / не умеет» (например, S_1 и H_2 – тождественны, а S_1 и H_1 – противоположны). Если симптом и гипотеза тождественны (противоположны), то вероятность подтверждения гипотезы симптомом, определяемая формулой (1), $p^+ = 1$, а вероятность опровержения гипотезы симптомом, определяемая формулой (2), $p^- = 0$ (для противоположных $p^+ = 0$, $p^- = 1$). Аналогично определяются $P(H_i)$, p_i^+ и p_i^- для других гипотез и симптомов.

Если вычисления выполнены верно, то вероятности подтверждения (опровержения) гипотез вида «обучаемый не знает / не умеет» равняются вероятности опровержения (подтверждения) аналогичных гипотез вида «обучаемый знает / умеет».

При означивании симптома используется лингвистический тип ответа, при котором правильный ответ соответствует значению симптома «Да», неправильный ответ или отказ обучаемого отвечать на предложенный вопрос соответствует значению симптома «Нет».

РЕЗЮМЕ

В статті запропоновано алгоритм побудови діагностуючих експертних систем (на основі оболонки BESS), розглянуто процес побудови бази знань з молекулярної фізики, детально описано процес здобуття експертних знань.

SUMMARY

In this article we have proposed the build algorithm of the diagnostic expert system based on environment BESS, have considered the process of the creation of the molecular physics knowledge base, details have described the involved process of the expert knowledge.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Петрушин В. А. Экспертно-обучающие системы. – К.: Наук. думка, 1992. – 196 с.
2. Atanov G., Martynovich N., Tokii V. The program of the physics course as a pupil model // Proc. International Conf. on Computer Technologies in Education. – Kiev. – 1993. – Pp. 138-139.

Надійшла до редакції 14.11.1997 р.

УДК 658.012.011.56

ЕКСПЕРТНІ СИСТЕМИ В ЗАВДАННЯХ МОНІТОРІНГУ ЗАБРУДНЕННЯ АТМОСФЕРИ НА МЕТАЛУРГІЙНИХ ПІДПРИЄМСТВАХ

М.О.Ступіна

Серед підприємств різноманітних галузей промисловості найбільшу питому вагу в забрудненні повітря мають чорна (18,2%) та кольорова (10,5%) металургія. Різнноманітні технологічні процеси на цих підприємствах неминуcho супроводжуються сильним місцевим забрудненням. В районах розміщення великих металургійних підприємств їх частка в забрудненні повітря перевищує 50%.

Зростаюче використання кисневого дуття знизу в конвертерах і електричних дугових печах, також як і нових засобів продувки згори, є причиною часто спостерігаючихся густих димів рудого кольору, що одержали назву «олисячих хвостів». Крім цього, збагачення та спікання (агломерація) залізних руд перед завантаженням їх у доменні печі, з метою збільшення

вмісту в них заліза, також сприяють зростанню кількості шкідливих домішок, що викидаються в атмосферу і у чималій мірі забруднюють повітря.

На підприємствах металургійної промисловості основними шкідливими викидами і джерелами їх утворення є [1]:

- звичайний пил з розмірами частинок від 10 до 100 мкм при первинній обробці руди, дроблінні, грохоченні і тому подібних процесах;
- тонкий пил та дими, що утворюються в доменних, мартенівських, електродугових пічах, конвертерах, при обдирці та зачистці відливоч;
- сірнистий ангідрид, що виділяється в процесі зпаловання палива;
- пил і чадний газ, що утворюються в процесі плавки чавуну;
- велика кількість пилу і шкідливих газів – окислів свинцю, ртуті, миш'яка та ін. виділяється при виробництві міді, цинку та інших кольорових металів.

Викиди металургійних підприємств характеризуються високою температурою, що сягає 300-4000°C, а інколи і 8000°C. Викидні труби досягають висоти 80-200 м і більше. Незважаючи на велику висоту труб, високу температуру викидів і розповсюдження забруднення на далекі відстані в ряді випадків воно перевищує гранично допустимі концентрації шкідливих речовин в декілька раз. Вентиляційні викиди здійснюються, як правило, над кровлею будівель, відрізняються меншою концентрацією шкідливих речовин і забруднюють в основному приземний шар поблизу джерела вибросу.

Крім зазначених джерел викидів атмосферу заводських майданчиків та ближніх житлових районів забруднюють багаточисленні неорганізовані викиди на рудних подвір'ях і бункерних естакадах, при завантаженні вагонів, у вузлах пересипок агломераційного виробництва, від мартенівських і ливарних цехів, при розвантаженні пилеуловлювачей доменного цеху, при видаванні коксу, шлакопереробного виробництва. Чимале забруднення окисом вуглецю створюється за рахунок втечі доменного газу з газової мережі заводу, за рахунок неповного спалення надлишків доменного і конвертерного газів, а також за рахунок викидів заводського транспорту.

В останній час повстало питання про захист атмосфери від промислових забруднень. Внаслідок цього була створена система спостереження і контролю за станом атмосфери – моніторинг забруднення атмосфери – що складається з наступних напрямків:

- спостереження;
- оцінка стану;
- прогноз можливих змін і оцінка стану в майбутньому.

Якщо завдання спостереження і оцінки стану атмосфери уже майже повністю вирішені, то завдання прогнозування забруднення атмосфери промисловими шкідливими речовинами до сих пір знаходиться в стадії рішення. Розрізняють наступні види прогнозування забруднення повітря:

- оперативне (від 1 до 4 годин);
- короткострокове (від 12 годин до 1 - 2 діб);
- довгострокове (від 3 діб до деяких тижнів);

перспективне (від місяця до кількох років) [4].

В нинішній час не можна рекомендувати який-небудь засіб для прогнозування забруднення повітря з задовільною вірогідністю. Якщо для перспективного і достатньо грубого довгострокового прогнозів можна використати засоби, прийоми і процедури статистичного аналізу і прогнозування тимчасових рядів і базових моделей «клубка», «факелу», «ящика», кінцево-різницевого типу [2], які засновані на аналітичних і числових засобах рішення рівняння дифузії [3], то короткостроковий і оперативний прогнози забруднення повітря пов'язані з необхідністю опрацювання нових моделей.

Існуючі моделі прогнозу можна поділити на 2 класи: чисельно-аналітичні і фізичні. Використання класичних чисельно-аналітичних моделей для короткострокового і оперативного прогнозів забруднення повітря на металургійному підприємстві з обліком шару шорсткості в умовах перманентної дії великого числа розподілених джерел із різноманітною циклічністю викидів вимагає таких відомостей, одержання яких в реальному масштабі часу неможливо. Використання таких моделей для короткострокового прогнозу буде ефективним для стандартизованих ситуацій і в поєднанні зі статистичними засобами.

Труднощі використання чисельно-аналітичних моделей зумовили розвиток і впровадження в практику фізичних моделей, побудованих на результатах аналізу поганих метеорологічних умов, які приводять до високих рівней концентрацій забруднювачів. Проте і ці моделі не спромоглися врахувати всі основні вимоги, що пред'являються до моделей забруднення повітряного басейну [4]:

- забезпечення необхідної розв'язуючої спроможності прогнозу забруднення повітря в просторі і в часі;
- облік широкого діапазону погодних умов, стану контакту тропосфери з поверхнею землі, типів джерел забруднення;
- можливість використання моделі при наявності доступних даних і забезпечення більшої точності по мірі збільшення кількості інформації і поліпшення її якості;
- необхідність обліку економічності і швидкості обробки моделі на ЕОМ.

До інформації, необхідної для побудови моделей відносять 3 групи параметрів [4]: джерело, середовище і граничні умови. Джерело: швидкість виділення домішки; тип джерела (точковий, лінійний, поверхневий); характер роботи (миттєвий, безупинний); властивості забруднюючої речовини, її хімічна активність. Середовище: градієнт температури (горизонтальний, прямовисний); напрям і швидкість повітря; обlačність; радіація; опади; швидкість падіння температури і тиснення; значення фонових концентрацій домішок у повітрі. Граничні умови: властивості поверхні (шорсткість, топографія); висота інверсії; альbedo; температура поверхні; поверхні струми повітря.

Проте треба визначити, що проблема прогнозування забруднення атмосфери (особливо складання короткострокових і оперативних прогнозів)

все-таки спрмагається бути розв'язана і достатньо успішно. Для цього необхідно відійти від традиційних кількісних засобів і використати інший підхід. Він не тільки дозволить врахувати усі вимоги, що пред'являються до моделей забруднення повітря, і використати в них усі описані вище параметри, але й одержати достовірне і обґрунтоване рішення.

Враховуючи усе викладене вище, необхідно відмітити, що саме використання експертних систем дасть можливість застосувати новий лінгвістичний підхід, суть якого: використати у вигляді значень перемінних не тільки числа, але й слова і пропозиції природничої або штучної мови. Такі перемінні складають основу нечіткої логіки і близьких засобів міркування. У зв'язку з цим встає питання: як в рамках лінгвістичного підходу описати предметну область. Вся математична модель системи заснована на використанні теорії нечітких множин. З точки зору експертної системи стан предметної області становить деяку множину її параметрів з чітко встановленими значеннями. Позначимо такий стан множиною A . Будемо використовувати у вигляді формалізму для подання стану предметної області нечітку множину A або $\{a: \mu(a)\}$, де μ — величина, що відбиває міру певності експерта в спостерігаємому факті a , міру точності вимірювального приладу, що зафіксував факт a і так далі [6].

Параметри системи представлені у вигляді нечітких множин. Це дозволяє врахувати всі нюанси при їх описі, оскільки значення багатьох атрибутів, використаних в системі об'єктів, неможна представити у вигляді звичайних математичних множин. Наприклад,
{ДЖЕРЕЛО (об'єкт)}

Найменування (атрибут)

{труба {висота;
діаметр устя;
параметри газоповітряної суміші на виході:
- швидкість;
- обсяг на одну трубу;
- температура
} }
неорганізований}

Тип {точковий; лінійний; поверхневий }

Характер роботи { миттєвий ; беззупинний } }

Для подання знань в системі припускається використати 2 моделі: продукційну і об'єктно-орієнтовану.

Продукційна модель використовується для подання знань у вигляді правил типу «ЯКЩО-ТО». Вибір цієї моделі зумовлений тим, що її відмітною рисою є простота доповнення, модифікації і скасування. Крім того, з боку комп'ютеру є можливість визначення простого і точного механізму використання знань з високою однорідністю, описаних за одним синтаксисом. Правила представлені в слідуючому виді:

{ЯКЩО («умови забруднення»), **ТО**(«Ситуація 1»), **ІНАКІШЕ**(«Ситуація 2»))

Умовна частина правила («умови забруднення») представлена у вигляді тріплета «ОБ'ЄКТ-АТРИБУТ-ЗНАЧЕННЯ». Саме тому другою моделлю була обрана об'єктно-орієнтована модель. Покажемо, як за допомогою цієї моделі буде представлений один з параметрів системи: {СЕРЕДА (об'єкт)

Градiєнт (атрибут) {прямовисний / μ_1 , горизонтальний / μ_2 }

Напря́м пові́тря {північний / μ_1 , південний / μ_2 , західний / μ_3 , ... }

Швидкість пові́тря {немає / μ_1 , слабкий / μ_2 , середній / μ_3 , ... }

Радіація {в межах норми / μ_1 , підвищенна / μ_2 }

..... }.

де μ_i – характеристичні функції належності елементу деякій нечіткій підмножині. Причому треба визначити, що кожне значення атрибуту має свою характеристичну функцію належності. μ_i приймає значення від 0 до 1. При $\mu_i = 0$ елемент не належить підмножині, в інших випадках, при $\mu_i > 0$, – належить. В тому випадку, якщо μ_i приймає значення тільки 0 або 1, ми маємо справу з звичайною «ненечіткою» множиною. В експертній системі μ_i – це міра вірогідності деякого факту, причому якщо ближче μ_i до 1, тим більш достовірний факт.

Продукційна система складається з 3-х основних компонентів: бази правил, робочої пам'яті і механізму логічного висновку. База правил – набір правил «ЯКЩО-ТО»; робоча пам'ять (пам'ять для короткочасного схову) – пам'ять, в якій зберігаються передумови, що стосуються конкретних завдань предметної області, і результати висновків, одержаних на їх підставі; механізм логічного висновку – використовує правила відповідно до вмісту робочої пам'яті [5].

Зупинимось на механізмі логічного висновку, що в системі становить нечіткий висновок на знаннях. Його схема така: здійснюється перевірка умовної частини правила («умови забруднення»), тобто робиться зіставлення представлених умов з фактами, що зберігаються в базі даних і внаслідок цього вибирається одна з «Ситуацій». Причому вибір здійснюється в залежності від функції належності, тобто вибирається «Ситуація», що має максимальне значення функцій належності. Таким чином ми одержуємо найбільш прийнятний результат з деякою ступінню достовірності.

Зі всього вище викладеного можна зробити висновок, що експертні системи в завданнях моніторингу забруднення атмосфери, як в загальному випадку, так й на підприємствах металургійної промисловості, зокрема, є найбільш прийнятним і перспективним рішенням проблеми прогнозування забруднення атмосфери, як з точки зору одержання достовірних результатів, так і з точки зору їх використання фахівцями-екологами, які не знають програмування.

РЕЗЮМЕ

Статья посвящена проблеме использования экспертных систем в задачах мониторинга загрязнения атмосферы на металлургических предприятиях. В частности, для составления краткосрочных и оперативных прогнозов. Проведен сравнительный анализ численно-аналитических и физических моделей прогноза. Предложен новый подход для решения проблемы составления прогнозов – экспертная система. Дается краткое описание основных моделей этой системы.

SUMMARY

This article is devoted to problems of using expert systems for tasks of the monitoring of air pollution on metal steel works. Systems, which explore to building operative prognosis. Article presents respective analysis of the numeric-analytic and physical prognosis models. Author proposes new solving method for building prognosis - expert systems. Article describes main models of the expert systems.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Защита атмосферы от промышленных загрязнений/Справ. изд.: В 2-х ч. Ч.2. Пер. с англ./ Под ред. Калверта С., Инглунда Г.М. М.: Металлургия, 1988. – 712с.
2. Попов Н.С., Бодров В.И., Перов В.Л. Основные направления в моделировании загрязнения воздушного бассейна за рубежом// Хим. пром. за рубежом. – М.: НИИТЭХИМ, 1982. – Вып.6. – С. 10-34
3. Берлянд М.Е. Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы. – Л.: Гидрометеиздат, 1975. – 448с.
4. Примак А.В., Щербань А.Н., Сорока А.С. Автоматизированные системы защиты воздушного бассейна от загрязнения – К.: Техніка, 1988. – 166с.
5. Искусственный интеллект. В 3-х кн. Кн.1. Системы общения и экспертные системы: Справочник/ Под ред. Э.В.Попова. – М.: Радио и связь, 1990. – 464с.
6. Кофман Введение в теорию нечетких множеств / Пер. с франц. – М.: Радио и связь, 1982. – 432с.

Надійшла до редакції 23.12.1997 р.