

МАТЕМАТИКА

УДК 519.21

О НАХОЖДЕНИИ В КРИВОЛИНЕЙНЫХ ГРАНИЦАХ РЕШЕНИЙ ДИФФУЗИОННЫХ УРАВНЕНИЙ С МАЛОЙ ДИФFUЗИЕЙ

Б.В.Бондарев, М.Е.Королев

Задача пересечения уровня диффузионным процессом актуальна по многим соображениям. Это касается прежде всего прикладной стороны вопроса, т.к. диффузионные процессы с малой диффузией хорошо описывают поведение многих реальных объектов. Отметим лишь некоторые из них: эволюция воды в водоеме и связанная с ней задача долгосрочного управления гидроэлектростанциями, модель краткосрочного управления тепловыми станциями, управления запасами с использованием различных процессов производства и управления сырьевыми ресурсами, задачи стохастического управления в финансах и многие другие задачи [1]. Изучая вопросы пересечения уровня нестационарным, диффузионным процессом с малой диффузией, естественно рассмотреть задачу пересечения криволинейной растущей границы, т.к. в силу свойств винеровского процесса стохастические добавки имеют растущую диффузию. Полученный в данной работе результат утверждает следующее: случайный диффузионный процесс $\xi_\varepsilon(t)$, являющийся решением стохастического уравнения с малой диффузией с известной вероятностью, близкой к единице, находится в случайной криволинейной полосе, границы которой описываются некоторой неслучайной функцией, сложенной с малым гауссовским процессом $\xi_1(t)$, характеристики которого выписываются. Установленные неравенства можно использовать при оценке времени первого прохождения процессом $\xi_\varepsilon(t)$ некоторого уровня (момент первого опустошения либо переполнения). Задача сводится к оценке момента выхода на упомянутый уровень гауссовского марковского процесса [2], решение которой, несомненно, более простая задача, чем исходная.

Рассмотрим на $[0, T]$ уравнение

$$d\xi^\varepsilon(t) = a(t, \xi^\varepsilon(t))dt + \varepsilon\sigma(t, \xi^\varepsilon(t))dw(t), \quad \xi^\varepsilon(0) = x_0. \quad (1)$$

Здесь $a(t, x), \sigma(t, x)$ неслучайные функции, такие, что

$$\begin{aligned} |\sigma(t, x)|^2 &\leq c < +\infty, |a(t, x)| \leq c(1 + |x|), \\ |a(t, x) - a(t, y)|^2 + |\sigma(t, x) - \sigma(t, y)|^2 &\leq L^2|x - y|^2. \end{aligned} \quad (2)$$

$w(t)$ – стандартный винеровский процесс.

При ограничениях (2) решение (1) существует в сильном смысле и единственно.

Наряду с (1) рассмотрим на $[0, T]$ уравнение

$$d\xi^0(t) = a(t, \xi^0(t))dt + \varepsilon\sigma(t, \xi^0(t))dw(t), \quad \xi^0(0) = x_0. \quad (3)$$

Здесь $\xi^0(t)$ – решение задачи

$$\frac{d\xi^0(t)}{dt} = a(t, \xi^0(t)), \quad \xi^0(0) = x_0. \quad (4)$$

Докажем близость решений (1) и (3).

Т е о р е м а 1. Если выполнены условия (2), то имеет место оценка

$$P\left\{\sup_{0 \leq t \leq T} \frac{|\xi^\varepsilon(t) - \xi^0(t)|}{\varepsilon} > R\right\} \leq 2 \exp\left\{-\frac{R^2 e^{-2LT}}{2Tc}\right\}. \quad (5)$$

Д о к а з а т е л ь с т в о . □ Пусть $R_1(\varepsilon, t) = \frac{\xi^\varepsilon(t) - \xi^0(t)}{\varepsilon}$.

Тогда $\xi^\varepsilon(t) = \xi^0(t) + \varepsilon R_1(\varepsilon, t)$ и

$$R_1(\varepsilon, t) = \frac{\xi^\varepsilon(t) - \xi^0(t)}{\varepsilon} = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^t [a(s, \xi^\varepsilon(s)) - a(s, \xi^0(s))] ds + \int_0^t \sigma(s, \xi^\varepsilon(s)) dw(s)$$

Откуда $|R_1(\varepsilon, t)| \leq L \int_0^t |R_1(\varepsilon, s)| ds + \sup_{0 \leq t \leq T} |\zeta_\varepsilon(t)|$, где $\zeta_\varepsilon(t) = \int_0^t \sigma(s, \xi^\varepsilon(s)) dw(s)$.

Воспользовавшись неравенством Гронуолла имеем

$$\sup_{0 \leq t \leq T} |R_1(\varepsilon, t)| \leq e^{LT} \sup_{0 \leq t \leq T} |\zeta_\varepsilon(t)|,$$

отсюда следует

$$\begin{aligned} P\left\{\sup_{0 \leq t \leq T} |R_1(\varepsilon, t)| > R\right\} &\leq P\left\{\sup_{0 \leq t \leq T} |\zeta_\varepsilon(t)| > R e^{-LT}\right\} \leq \\ &\leq P\left\{\sup_{0 \leq t \leq T} \int_0^t \sigma(s, \xi^\varepsilon(s)) dw(s) > R e^{-LT}\right\} + P\left\{\sup_{0 \leq t \leq T} \int_0^t [-\sigma(s, \xi^\varepsilon(s)) dw(s)] > R e^{-LT}\right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Пусть $z > 0$

$$\begin{aligned} \rho_{+z}^\varepsilon(t) &= \exp\left\{\mp z \int_0^t \sigma(s, \xi^\varepsilon(s)) dw(s) - \frac{z^2}{2} \int_0^t \sigma^2(s, \xi^\varepsilon(s)) dw(s)\right\} \\ P\left\{\sup_{0 \leq t \leq T} \int_0^t \sigma(s, \xi^\varepsilon(s)) dw(s) > R e^{-LT}\right\} &\leq \\ &\leq P\left\{\sup_{0 \leq t \leq T} \left[z \int_0^t \sigma(s, \xi^\varepsilon(s)) dw(s) - \frac{z^2}{2} \int_0^t \sigma^2(s, \xi^\varepsilon(s)) dw(s)\right] > \right. \\ &> z R e^{-LT} - \frac{z^2}{2} T c \Big\} \leq P\left\{\sup_{0 \leq t \leq T} \rho_{+z}^\varepsilon(t) > \exp\left[z R e^{-LT} - \frac{z^2 T c}{2}\right]\right\} \leq e^{-z R e^{-LT} + \frac{z^2 T c}{2}} \end{aligned} \quad (7)$$

в силу того, что $\rho_{+z}^\varepsilon(t)$ – неотрицательный экспоненциальный мартингал.

Аналогично

$$\begin{aligned} P\left\{\sup_{0 \leq t \leq T} \left[-\int_0^t \sigma(s, \xi^\varepsilon(s)) dw(s)\right] > R e^{-LT}\right\} &\leq \\ &\leq P\left\{\sup_{0 \leq t \leq T} \rho_{-z}^\varepsilon(t) > \exp\left[z R e^{-LT} - \frac{z^2 T c}{2}\right]\right\} \leq e^{-z R e^{-LT} - \frac{z^2 T c}{2}}. \end{aligned} \quad (8)$$

в силу того, что случайный процесс $\rho_{-z}^\varepsilon(t)$ также неотрицательный экспоненциальный мартингал (и в случае (7) и в случае (8) мы воспользовались неравенством А.Н.Колмогорова [3]).

Из (6), (7), (8) имеем

$$P\left\{\sup_{0 \leq t \leq T} |R_1(\varepsilon, t)| > R\right\} \leq 2e^{-z \operatorname{Re}^{-LT} + \frac{z^2 Tc}{2}}. \quad (9)$$

Минимизируя правую часть (9) по $z > 0$ получаем утверждение теоремы 1. ■

Т е о р е м а 2 . В условиях теоремы 1 имеет место оценка

$$P\left\{\sup_{0 \leq t \leq T} \frac{|\xi^\varepsilon(t) - x^\varepsilon(t)|}{\varepsilon^2} > R\right\} \leq$$

$$\leq 2 \exp\left\{-\frac{R^2 e^{-2LT}}{2TL^2}\right\} + 4 \exp\left\{-\frac{R e^{-2LT}}{2Tc}\right\}, \quad (10)$$

если $\frac{e^{-2LT}}{T^2 c L^2} > 1$.

Д о к а з а т е л ь с т в о . □ Нетрудно заметить, что

$$\frac{|\xi^\varepsilon(t) - x^\varepsilon(t)|}{\varepsilon^2} \leq L \int_0^t \frac{|\xi^\varepsilon(s) - x^\varepsilon(s)|}{\varepsilon^2} ds + \sup_{0 \leq t \leq T} \left| \int_0^t \frac{[\sigma(s, \xi^\varepsilon(s)) - \sigma(s, \xi^0(s))]}{\varepsilon} dw(s) \right|,$$

откуда в силу неравенства Гронуолла имеем

$$P\left\{\sup_{0 \leq t \leq T} \frac{|\xi^\varepsilon(t) - x^\varepsilon(t)|}{\varepsilon^2} > R\right\} \leq P\left\{\sup_{0 \leq t \leq T} \int_0^t \overline{\sigma}(s, \xi^\varepsilon(s)) dw(s) > R e^{-LT}\right\} +$$

$$+ P\left\{\sup_{0 \leq t \leq T} \left[-\int_0^t \overline{\sigma}(s, \xi^\varepsilon(s)) dw(s)\right] > R e^{-LT}\right\} \quad (11)$$

Здесь $\overline{\sigma}_\varepsilon(s, \xi^\varepsilon(s)) = \frac{\sigma(s, \xi^\varepsilon(s)) - \sigma(s, \xi^0(s))}{\varepsilon}$.

Далее, так как

$$P\left\{\sup_{0 \leq t \leq T} \left[\int_0^t \overline{\sigma}_\varepsilon(s, \xi^\varepsilon(s)) dw(s)\right] > R e^{-LT}\right\} \leq$$

$$\leq P\left\{\sup_{0 \leq t \leq T} \left[\int_0^t \overline{\sigma}_\varepsilon(s, \xi^\varepsilon(s)) dw(s) - \frac{z^2}{2} \int_0^t \overline{\sigma}_\varepsilon^2(s, \xi^\varepsilon(s)) ds\right] > z R e^{-LT} - \frac{z^2}{2} T L^2 \sup_{0 \leq t \leq T} |R_1(t, \varepsilon)|^2\right\} \leq$$

$$\leq P\left\{\sup_{0 \leq t \leq T} \left[z \int_0^t \overline{\sigma}_\varepsilon(s, \xi^\varepsilon(s)) dw(s) - \frac{z^2}{2} \int_0^t \overline{\sigma}_\varepsilon^2(s, \xi^\varepsilon(s)) ds\right] >$$

$$> z R e^{-LT} - \frac{z^2 T L^2}{2} r^2\right\} + P\left\{\sup_{0 \leq t \leq T} |R_1(t, \varepsilon)| > r\right\} \leq e^{-z R e^{-LT} + \frac{z^2 T L^2}{2} r^2} + 2e^{\frac{-r^2 e^{-2LT}}{2Tc}}, \quad (12)$$

аналогично

$$P\left\{\sup_{0 \leq t \leq T} \left[-\int_0^t \overline{\sigma}_\varepsilon(s, \xi^\varepsilon(s)) dw(s)\right] > R e^{-LT}\right\} \leq e^{-z R e^{-LT} + \frac{z^2 T L^2}{2} r^2} + 2e^{\frac{-r^2 e^{-2LT}}{2Tc}}. \quad (13)$$

То из (11), (12) и (13) после минимизации по $z > 0$ следует утверждение теоремы 2, если взять $r = \sqrt{R} - 4 \exp\left\{-\frac{e^{-2LT}}{\varepsilon 2Tc}\right\}$.

Остался не доказанным тот факт, что процессы

$$\rho_{\mp z}^{\varepsilon}(t) = \exp\left\{\mp z \int_0^t \bar{\sigma}_{\varepsilon}(s, \xi^{\varepsilon}(s)) dw(s) - \frac{z^2}{2} \int_0^t \bar{\sigma}_{\varepsilon}^2(s, \xi^{\varepsilon}(s)) ds\right\}$$

являются мартингалами, для этого достаточно проверить условие Новикова [4], утверждающее, что для этого достаточно выполнения

$$M \exp\left\{\frac{1}{2} \int_0^T \bar{\sigma}_{\varepsilon}^2(s, \xi^{\varepsilon}(s)) ds\right\} < +\infty. \quad (14)$$

В силу того, что

$$\begin{aligned} P\left\{\frac{1}{2} \int_0^T \bar{\sigma}_{\varepsilon}^2(s, \xi^{\varepsilon}(s)) ds > x\right\} &\leq P\left\{TL^2 \sup_{0 \leq t \leq T} \frac{|\xi^{\varepsilon}(t) - \xi^0(t)|}{\varepsilon} > \frac{1}{L} \sqrt{\frac{2x}{T}}\right\} \leq \\ &\leq 2 \exp\left\{-\frac{2xe^{-2LT}}{T^2 2cL^2}\right\} = 2 \exp\left\{-\frac{xe^{-2LT}}{T^2 cL^2}\right\}, \end{aligned}$$

то, воспользовавшись результатами из [5] стр.72 и тем, что $\frac{e^{-2LT}}{T^2 cL^2} > 1$, имеем (14). ■

Теорема 3. Пусть

$$|a(t, x)| \leq c(1 + |x|), \quad |\sigma(t, x)|^2 \leq c < +\infty, \quad c > 0$$

$$|a'_x(t, x)| \leq L_1 < +\infty, \quad |a''_{xx}(t, x)| \leq L_2 < +\infty.$$

Тогда, если $\frac{e^{-2LT}}{T^2 cL^2} > 1$, а $\int_0^T \frac{\sigma^2(s, \xi^0(s))}{f'(s)} ds < +\infty$, то

$$\begin{aligned} P\left\{|\xi^{\varepsilon}(t) - \xi^0(t) - \varepsilon \xi_1(t)| \leq \varepsilon^{2-\alpha} f(t) + \varepsilon, \quad 0 \leq t \leq T\right\} \geq \\ \geq 1 - 2 \exp\left\{-\frac{1}{8\varepsilon^{\alpha} L_2 e^{L_1 T} \int_0^T \frac{\sigma^2(s, \xi^0(s))}{f'(s)} ds}\right\} - 2 \exp\left\{-\frac{R^{-2LT}}{\varepsilon 2TL^2}\right\}. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь $\xi^0(t)$ – решение задачи $\frac{d\xi^0(t)}{dt} = a(t, \xi^0(t))$, $\xi^0(0) = x_0$;

$\xi_1(t)$ – решение задачи $d\xi_1(t) = a'_x(t, \xi^0(t))\xi_1(t)dt + \sigma(t, \xi^0(t))dw(t)$, $\xi_1(0) = 0$

Доказательство. □ В силу того, что для

$$|R_2(\varepsilon, t)| = \frac{1}{\varepsilon^2} [x^{\varepsilon}(t) - \xi^0(t) - \varepsilon \xi_1(t)]$$

имеем оценку $|R_2(\varepsilon, t)| \leq L_2 \int_0^t |\xi_1(s)|^2 ds \cdot e^{L_1 t}$. Далее

$$\theta(\varepsilon) = P\left\{R_2(\varepsilon, t) \leq \frac{f(t)}{\varepsilon^2}, \quad 0 \leq t \leq T\right\} \geq$$

$$\geq P\left\{\left|\int_0^t B(\tau) \sigma(\tau, \xi^o(\tau)) dw(\tau)\right| \leq \frac{1}{\sqrt{L_2}} e^{-\frac{L_1 T}{2}} \frac{\sqrt{f'(t)}}{\varepsilon^{\alpha/2}} B(t), \quad 0 \leq t \leq T\right\}.$$

Здесь $B(t) = e^{-\int_0^t a'_x(\tau, \xi^o(\tau)) d\tau}$.

Аналогично тому, как это делалось в [6] введем вспомогательный процесс

$$\eta(t) = h(t) \int_0^t \frac{A(s)}{h(s)} dw(s), \text{ где } A(t) \text{ - некоторая заданная функция.}$$

Относительно неслучайной функции $h(t)$ будем предполагать следующее : $h(t) > 0$; $h(0) = 0$; $h'(t) > 0$,

$$\int_0^T \frac{A^2(s)}{h^2(s)} ds < +\infty.$$

Нетрудно установить следующее соотношение:

$$P\left\{|\eta(t)| \leq \frac{h(t)c}{\varepsilon^{\alpha/2}}, 0 \leq t \leq T\right\} \leq P\left\{\left|\int_0^t A(s) dw(s)\right| \leq \frac{2h(t)c}{\varepsilon^{\alpha/2}}, 0 \leq t \leq T\right\}$$

Действительно, так как

$$d\eta(t) = h'(t) \int_0^t \frac{A(s)}{h(s)} dw(s) + A(t) dw(t) = \frac{h'(t)}{h(t)} \eta(t) dt + A(t) dw(t),$$

$$\begin{aligned} \text{то } P\left\{|\eta(t)| \leq \frac{ch(t)}{\varepsilon^{\alpha/2}}, 0 \leq t \leq T\right\} &= P\left\{\left(|\eta(t)| \leq \frac{ch(t)}{\varepsilon^{\alpha/2}}, 0 \leq t \leq T\right) \cap \right. \\ &\cap \left.\left(\left|\int_0^t \frac{h'(s)}{h(s)} \eta(s) ds + \int_0^t A(s) dw(s)\right| \leq \frac{ch(t)}{\varepsilon^{\alpha/2}}, 0 \leq t \leq T\right)\right\} \leq \\ &\leq P\left\{\left(-\int_0^t |\eta(s)| \frac{h'(s)}{h(s)} ds + \left|\int_0^t A(s) dw(s)\right| \leq \frac{ch(t)}{\varepsilon^{\alpha/2}}, 0 \leq t \leq T\right) \cap \right. \\ &\cap \left.\left(|\eta(t)| \leq \frac{ch(t)}{\varepsilon^{\alpha/2}}, 0 \leq t \leq T\right)\right\} \leq \\ &\leq P\left\{\left(\left|\int_0^t A(s) dw(s)\right| \leq \frac{ch(t)}{\varepsilon^{\alpha/2}} + \int_0^t |\eta(s)| \frac{h'(s)}{h(s)} ds, 0 \leq t \leq T\right) \cap \right. \\ &\cap \left.\left(|\eta(t)| \leq \frac{ch(t)}{\varepsilon^{\alpha/2}}, 0 \leq t \leq T\right)\right\} \leq P\left\{\left|\int_0^t A(s) dw(s)\right| \leq \frac{ch(t)}{\varepsilon^{\alpha/2}} + \int_0^t \frac{ch(s)}{\varepsilon^{\alpha/2}} \frac{h'(s)}{h(s)} ds\right\} \leq \\ &\leq P\left\{\left|\int_0^t A(s) dw(s)\right| \leq \frac{2ch(t)}{\varepsilon^{\alpha/2}}, 0 \leq t \leq T\right\} \end{aligned}$$

С другой стороны

$$P\left\{\left|\eta(s)\right| \leq \frac{ch(t)}{\varepsilon^{\alpha/2}}, 0 \leq t \leq T\right\} = P\left\{\left|\int_0^t \frac{A(s)}{h(s)} dw(s)\right| \leq \frac{c}{\varepsilon^{\alpha/2}}\right\} \geq$$

$$\geq 1 - P\left\{\sup_{0 \leq t \leq T} \left|\int_0^t \frac{A(s)}{h(s)} dw(s)\right| > \frac{c}{\varepsilon^{\alpha/2}}\right\} \geq 1 - 2 \exp\left\{-\frac{c^2}{2\varepsilon^\alpha \int_0^T \frac{A^2(s)}{h^2(s)} ds}\right\}$$

Таким образом

$$P\left\{\left|\int_0^t A(s) dw(s)\right| \leq \frac{2ch(t)}{\varepsilon^{\alpha/2}}, 0 \leq t \leq T\right\} \geq 1 - 2 \exp\left\{-\frac{c^2}{2\varepsilon^\alpha \int_0^T \frac{A^2(s)}{h^2(s)} ds}\right\}.$$

Положив

$$A(t) = B(t)\sigma(t, \xi^0(t)), \quad h(t) = \sqrt{f'(t)}B(t),$$

$$c = \frac{1}{2\sqrt{L_2}} e^{\frac{-L_1 T}{2}},$$

имеем

$$P\left\{\left|\int_0^t B(s)\sigma(s, \xi^0(s)) dw(s)\right| \leq \frac{1}{\sqrt{L_2}} e^{\frac{-L_1 T}{2}} \frac{\sqrt{f'(t)}B(t)}{\varepsilon^{\alpha/2}}, 0 \leq t \leq T\right\} \geq$$

$$\geq 1 - 2 \exp\left\{-\frac{1}{\varepsilon^2 8L_2 e^{L_1 T} \int_0^T \frac{\sigma^2(t) \xi^0(t)}{f'(t)} dt}\right\}$$

Тогда

$$\theta(\varepsilon) \geq 1 - P\left\{\sup_{0 \leq t \leq T} \left|\int_0^t \frac{\sigma(s, \xi^o(s))}{\sqrt{f'(s)}} dw(s)\right| > \frac{1}{\sqrt{L_2}} e^{\frac{-L_1 T}{2}} \frac{1}{2\varepsilon^{\alpha/2}}\right\} \geq$$

$$\geq 1 - 2 \exp\left\{-\frac{1}{8\varepsilon^\alpha L_2 e^{L_1 T} \int_0^T \frac{\sigma^2(s, \xi^o(s))}{f'(s)} ds}\right\}.$$

Воспользовавшись оценкой теоремы 2 имеем

$$\begin{aligned}
 & P \left\{ \frac{|\xi^\varepsilon(t) - \xi^o(t) - \varepsilon \xi_1(t)|}{\varepsilon^2} \leq \frac{f(t)}{\varepsilon^\alpha} + \delta, \quad 0 \leq t \leq T \right\} \geq \\
 & \geq P \left\{ \frac{|\xi^\varepsilon(t) - x^\varepsilon(t)|}{\varepsilon^2} + \frac{|\xi^\varepsilon(t) - \xi^o(t) - \varepsilon \xi_1(t)|}{\varepsilon^2} \leq \frac{f(t)}{\varepsilon^\alpha} + \delta, \quad 0 \leq t \leq T \right\} \geq \\
 & \geq P \left\{ \frac{|x^\varepsilon(t) - \xi^o(t) - \varepsilon \xi_1(t)|}{\varepsilon^2} \leq \frac{f(t)}{\varepsilon^\alpha} + \delta, \quad 0 \leq t \leq T \right\} - \\
 & - P \left\{ \sup_{0 \leq t \leq T} \frac{|\xi^\varepsilon(t) - x^\varepsilon(t)|}{\varepsilon^2} > \delta \right\} \geq 1 - 2 \exp \left\{ - \frac{1}{8 \varepsilon^\alpha L_2 e^{L_1 T} \sigma^2 \left(s, \xi^o(s) \right) \int_0^T \frac{f'(s)}{f(s)} ds} \right\} - \\
 & - 2 \exp \left\{ - \delta \frac{e^{-2LT}}{2TL_2} \right\} - 4 \exp \left\{ - \delta \frac{e^{-2LT}}{2Tc} \right\},
 \end{aligned}$$

т.е. выбрав $\delta = \frac{1}{\varepsilon}$ имеем утверждение теоремы 3, т.е. (15).

РЕЗЮМЕ

В роботі отримано оцінку знизу ймовірності перебування розв'язків стохастичних диференціальних рівнянь з малою дифузійною у випадкових криволінійних межах, що звужуються.

SUMMARY

There are obtained lower bounds for probability of stay in tight random curvilinear boundaries for solutions of stochastic differential equations with small diffusion.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бенсусан А., Лионс Ж.-Л. Импульсное управление и квазивариационные неравенства. – М.: Наука, 1987. – 497 с.
2. Рудзкис Р. О плотности большого выброса гауссовского случайного процесса. №1, 2 / Лит. мат. сб. – 1986. – 26,3. – С.512-529; 1987. – 27,4. – С.731-746.
3. Ширяев А.Н. Вероятность. – М.: Наука, 1980. – 576 с.
4. Новиков А.А. О разрывных мартингалах // Теория вероятностей и ее применения. – 1975. – Т. 20,1. – С.13-27.
5. Петров В.В. Суммы независимых случайных величин. – М.: Наука, 1972. – 418 с.
6. Бондарев Б.В., Шурко И.Л. О вероятности нахождения диффузионного процесса с малой диффузией в случайных подвижных границах. Кибернетика, 1989, №3. – С.120-121.

Надійшла до редакції 11.09.1998 р.

УДК 517.946

СУЩЕСТВОВАНИЕ ГЛОБАЛЬНОГО КЛАССИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ В ДВУХФАЗНОЙ ЗАДАЧЕ, ОПИСЫВАЮЩЕЙ ПРОЦЕСС ГОРЕНИЯ

М.А.Бородин

1. Введение

В этой статье мы изучаем задачу со свободной границей, возникающую в двухфазной проблеме, описывающей процесс горения. Автор продолжает исследования, начатые в работе [1]. Проблема состоит в том, чтобы найти функцию, которая удовлетворяет уравнению теплопроводности

$$\Delta u - u_t = 0 \text{ в } \Omega_T \cup G_T, \quad D_T = D \times (0, T), \quad (1.1)$$

D – ограниченная область в $\mathbb{R}^3$, T – заданное положительное число,

$$\Omega_T = \{(x, t) \in D_T : u(x, t) < 0\}, G_T = \{(x, t) \in D_T : u(x, t) > 0\}. \quad (1.2)$$

На свободной границе $\gamma_T = \partial\Omega_T \cap D_T = \partial G_T \cap D_T$ выполнены условия

$$u^+ = u^- = 0, \quad (u_\nu^+)^2 - (u_\nu^-)^2 = Q^2(x). \quad (1.3)$$

Здесь ν – пространственная единичная нормаль, проведенная к свободной границе γ_T и направленная в сторону возрастания функции $u(x, t)$, $u^+ = \max(u, 0)$, $u^- = \max(-u, 0)$.

На известной части границы

$$u(x, t) = \varphi(x, t) \text{ на } (\partial\Omega_T \cap \partial D_T) \cup (\partial G_T \cap \partial D_T) \\ \varphi(x, t) \geq 0 \text{ на } \partial G_T \cap \partial D_T, \quad \varphi(x, t) \leq 0 \text{ на } \partial\Omega_T \cap \partial D_T. \quad (1.4)$$

Начальные условия

$$u(x, 0) = \psi(x) \text{ в } D, \quad \Omega_0 = \{x \in D : \psi(x) < 0\}, \\ G_0 = \{x \in D : \psi(x) > 0\}, \quad \gamma_0 = \{x \in D : \psi(x) = 0\}. \quad (1.5)$$

Мы будем предполагать, что

$$\varphi(x, 0) = \psi(x) \text{ на } \partial D, \quad \psi(x) > 0 \text{ на } \partial G_0 \cap \partial D, \quad \psi(x) < 0 \text{ на } \partial\Omega_0 \cap \partial D.$$

Таким образом, поверхность γ_0 не имеет общих точек с границей ∂D .

Подобная задача изучалась в работах [4], [5]. В них доказано существование слабого решения.

В настоящей работе предложен метод, который позволил доказать существование глобального классического решения в многомерном случае.

Суть метода, примененного в этой работе, заключается в следующем: сначала создается некоторая параболическая дифференциально-разностная аппроксимация задачи, затем устанавливаются равномерные оценки и совершается предельный переход. Этот метод автор использовал в работах [2], [3] для доказательства разрешимости задачи Стефана.

2. Аппроксимация задачи. Свойства приближенных решений

Перейдем к построению аппроксимирующих задач. Предположим, что

$$D = \{x \in \mathbb{R}^3 : R_1 < |x| < R_2\}, \quad \partial D_i = \{|x| = R_i, i = 1, 2\}, \quad \partial D = \partial D_1 \cup \partial D_2,$$

Рассечем цилиндр D_T плоскостями $t = kh$, $kN = T$, $k = 1, 2, \dots, N$, N – заданное число. Определим $\forall \varepsilon > 0$ функцию $\chi_\varepsilon(x) \in C^k(\mathbb{R}^1)$, $k > 2$ следующим образом:

$$\chi_\varepsilon(x) = 1 \quad \forall x \leq 0, \quad \chi_\varepsilon(x) = 0 \quad \forall x \geq \varepsilon, \quad \chi'_\varepsilon(x) \leq 0.$$

Пусть функции $\{u_k(x, t, h, \varepsilon)\}$, $\{F_k(x, t, h, \varepsilon)\}$ являются решениями следующей задачи:

$$\Delta u_k - \frac{\partial u_k}{\partial t} - a \frac{u_k - u_{k-1}}{h} = -\lambda \frac{\chi_\varepsilon(u_k) - \chi_\varepsilon(u_0)}{h} - \frac{1}{2} Q^2(x) \sum_{l=1}^{k-1} \chi'_\varepsilon(u_l) + \frac{a}{h} F_{k-1} \quad \forall x \in D \times (0, T), \quad (2.1)$$

$$u_k(x, t, h, \varepsilon) = \varphi^i(x, t, kh) = \varphi_k^i(x, t, h) \quad \text{на} \quad \partial D \times (0, T),$$

$$u_k(x, 0, h, \varepsilon) = \psi_k(x) \quad \text{в} \quad D, \quad u_0(x, t, h, \varepsilon) = \omega(x, t) \quad \text{в} \quad D_T, \quad (2.2)$$

$$\Delta F_k - \frac{\partial F_k}{\partial t} - a \frac{F_k}{h} = -\lambda \frac{\chi_\varepsilon(u_k) - \chi_\varepsilon(u_0)}{h} - \frac{1}{2} Q^2(x) \sum_{l=1}^{k-1} \chi'_\varepsilon(u_l) \quad \forall x \in D_T, \quad (2.3)$$

$$F_k(x, t, h, \varepsilon) = 0 \quad \text{на} \quad \partial D_i \times (0, T), \quad F_k(x, 0, h, \varepsilon) = 0 \quad \forall x \in D,$$

$$F_0(x, t, h, \varepsilon) = 0 \quad \forall (x, t) \in D_T. \quad (2.4)$$

Задача (2.1)-(2.4) может быть исследована последовательно, начиная с $k=1$. Сначала находим функцию $F_{k-1}(x, t, h, \varepsilon)$ (заметим, что $F_0 \equiv 0$), затем эту функцию следует подставить в правую часть уравнения (2.1) и исследовать соответствующую начально-краевую задачу для функции $u_k(x, t, h, \varepsilon)$. Найденную функцию $u_k(x, t, h, \varepsilon)$ подставляем в правую часть уравнения (2.3) и находим функцию $F_k(x, t, h, \varepsilon)$ и так далее. Разрешимость каждой из задач, перечисленных выше, в гильбертовских пространствах хорошо известна [6].

Теорема 2.1. Пусть $\omega(x, t) \in H^{2+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}(\overline{D_T})$,

$\psi_k(x, h, \varepsilon) \in C^{2+\alpha}(\overline{D})$, $\varphi_k^i(x, t) \in H^{2+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}(\partial D_i \times (0, T))$, $Q(x) \in C^\alpha(\overline{D})$, $\alpha \in (0, 1)$, для функций $\psi_k(x, h, \varepsilon)$, $\varphi_k^i(x, t)$ выполнены соответствующие условия согласования на ∂D_i при $t=0$. Тогда $\forall \varepsilon > 0$, $\forall h > 0$ задача (2.1)-(2.4) однозначно разрешима, а функции

$$u_k(x, t, h, \varepsilon), \quad F_k(x, t, h, \varepsilon) \in H^{2+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}(\overline{D_T}).$$

Обозначим через $w_k(x, t, h, \varepsilon) = u_k(x, t, h, \varepsilon) - F_k(x, t, h, \varepsilon)$. (2.5)

Вычтем (2.3) из (2.1) и учтем (2.5). В результате получим

$$\Delta w_k - \frac{\partial w_k}{\partial t} - a \frac{w_k - w_{k-1}}{h} = 0 \quad \forall (x, t) \in D_T, \quad (2.6)$$

$$w_k(x, t, h, \varepsilon) = \varphi_k^i(x, t) \quad \text{на} \quad \partial D_i \times (0, T), \quad w_k(x, 0, h, \varepsilon) = \psi_k(x, h, \varepsilon) \quad \text{в} \quad D,$$

$$u_0(x, t, h, \varepsilon) = \omega(x, t) \quad \text{в} \quad D_T. \quad (2.7)$$

Теорема 2.2. Пусть выполнены предположения теоремы 2.1 и существуют такие константы $c_i, i=1, 2, 3$, что

$$\Delta \omega(x, t) - \frac{\partial \omega}{\partial t} < -c_1, \quad 0 \leq c_2 h \leq \varphi_{k-1}^i(x, t) - \varphi_k^i(x, t) \leq c_3 h \quad \text{на} \quad \partial D_i \times (0, T))$$

найдутся такие положительные константы c_4, c_5 , что всюду в $\overline{D_T}$ имеет место оценка

$$c_4 h \leq w_{k-1}(x, t, h, \varepsilon) - w_k(x, t, h, \varepsilon) \leq c_5 h, \quad (2.8)$$

где константы c_i не зависят от ε, k, h .

На $\partial D_i \times (0, T)$ оценка (2.8) очевидна. Для того чтобы доказать ее внутри области D_T , необходимо составить уравнение

$$\Delta(w_{k-1} - w_k) - \frac{\partial}{\partial t}(w_{k-1} - w_k) - a \frac{w_{k-1} - w_k}{h} = -a \frac{w_{k-2} - w_{k-1}}{h}$$

и воспользоваться тем, что в точках локального экстремума функция

$$\Delta(w_{k-1} - w_k) - \frac{\partial}{\partial t}(w_{k-1} - w_k) \text{ имеет определенный знак.}$$

С л е д с т в и е 1. Пусть выполнены предположения теоремы 2.2 и

$$0 \leq -\Delta w(x, t) + \frac{\partial w}{\partial t} \leq c_1 a. \text{ Тогда имеет место оценка}$$

$$0 \leq c_2 h \leq w_{k-1}(x, t, h, \varepsilon) - w_k(x, t, h, \varepsilon) \leq c_3 h,$$

где константы c_i не зависят от a .

Эта оценка очевидным образом следует из доказательства предыдущей теоремы.

С л е д с т в и е 2. Пусть выполнены предположения теоремы 2.2. Тогда, если

$$\|\varphi_k^i(x, t)\|_{H^{2+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}(\mathcal{D}_i \times (0, T))} \leq c_1, \quad \alpha \in (0, 1),$$

и выполнены условия согласования нулевого порядка, то

$$\|w_k(x, t, h, \varepsilon)\|_{H^{2+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}(\bar{D}_T)} \leq c_2,$$

где константы c_i не зависят от k, h, ε .

Этот факт следует из того, что

$$\Delta w_k - \frac{\partial w_k}{\partial t} = a \frac{w_k - w_{k-1}}{h} \in L_\infty(D_T),$$

и гладкости функций, задающих начальные и краевые условия, и соответствующей теоремы вложения.

Т е о р е м а 2.3. Пусть выполнены следующие условия

$$\Delta w_k - \frac{\partial w_k}{\partial t} = a \frac{w_k - w_{k-1}}{h} \in L_\infty(D_T),$$

$$\|\varphi_k^i(x, t)\|_{H^{2+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}(\bar{D}_T)} + \left\| \frac{\varphi_k^i(x, t) - \varphi_{k-1}^i(x, t)}{h} \right\|_{H^{\alpha, \frac{\alpha}{2}}(\bar{D}_T)} \leq c_1,$$

$$\|\psi_k(x, h, \varepsilon)\|_{C^{2+\alpha}(\bar{D})} + \left\| \frac{\psi_k - \psi_{k-1}}{h} \right\|_{C^\alpha(\bar{D})} \leq c_2,$$

$$-\Delta w_0 + \frac{\partial w_0}{\partial t} \in H^{\alpha, \frac{\alpha}{2}}(\bar{D}_T)$$

и условия согласования первого порядка. Тогда

$$\|w_k\|_{H^{2+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}(\bar{D}_T)} + \left\| \frac{w_k - w_{k-1}}{h} \right\|_{H^{\alpha, \frac{\alpha}{2}}(\bar{D}_T)} \leq c_3,$$

где константы c_i не зависят от k, h, ε .

Обозначим через $v_k(x, t, h, \varepsilon) = w_k(x, t, h, \varepsilon) - w_k(x, 0, h, \varepsilon) = w_k(x, t, h, \varepsilon) - \psi_k(x, h, \varepsilon)$.

Тогда функции $v_k - v_{k-1}$ удовлетворяют уравнениям

$$\Delta(v_k - v_{k-1}) - \frac{\partial}{\partial t}(v_k - v_{k-1}) - a \frac{(v_k - v_{k-1})}{h} + a \frac{(v_{k-1} - v_{k-2})}{h} = -(f_k - f_{k-1}),$$

где $f_k = \Delta \psi_k - a \frac{\psi_k - \psi_{k-1}}{h}$, и имеют нулевые начальные условия. Пусть

$\zeta_k(x, t), \dots, \zeta_l(x, t)$ — неотрицательные бесконечно дифференцируемые финитные функ-

ции, дающие в сумме единицу при $(x, t) \in \overline{D}_T$, то есть $\sum_{k=1}^l \zeta_k(x, t) = 1, \quad \forall (x, t) \in \overline{D}_T$.

Функции $v_k^s(x, t, h, \varepsilon)$ представим в виде $\sum_{s=1}^l v_k^s(x, t, h, \varepsilon) = v_k(x, t, h, \varepsilon), \quad k = 1, 2, \dots, N,$

где $v_k^s(x, t, h, \varepsilon) = \zeta_s(x, t) v_k(x, t, h, \varepsilon)$. Если носитель функции $\zeta_s(x, t)$ принадлежит области D_T , то на функции $v_k^s(x, t, h, \varepsilon)$ можно смотреть как на финитные функции из $H^{2+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}(R^4)$, удовлетворяющие уравнениям

$$\Delta(v_k^s - v_{k-1}^s) - \frac{\partial}{\partial t}(v_k^s - v_{k-1}^s) - a \frac{(v_k^s - v_{k-1}^s)}{h} + a \frac{(v_{k-1}^s - v_{k-2}^s)}{h} =$$

$$-(f_k^s - f_{k-1}^s) - (\Phi_k^s - \Phi_{k-1}^s),$$

где $\Phi_k^s = -2\nabla v_k \nabla \zeta_s - v_k \Delta \zeta_s + v_k \frac{\partial \zeta_s}{\partial t}, \quad f_k^s = f_k \zeta_s$.

Для доказательства теоремы нам понадобится интегральное представление решений. Возьмем в качестве фундаментальных решений функции

$$\Gamma_{n-k+1}(x - \xi, t - \tau) = \Gamma(x - \xi, t - \tau) E_{n-k+1}(t - \tau), \quad \Gamma(x - \xi, t - \tau) =$$

$$= \left(\frac{1}{2\sqrt{\pi(t-\tau)}} \right)^3 e^{-\frac{|x-\xi|^2}{4(t-\tau)}}, \quad E_{n-k+1}(t - \tau) = \frac{i}{2\pi} \oint_L \frac{e^{-\frac{a}{h}(t-\tau)z}}{(1-z)^{n-k+1}} dz.$$

Проинтегрировав тождество Грина, получим интегральное представление

$$v_m^s(x, t, h, \varepsilon) - v_{m-1}^s(x, t, h, \varepsilon) = - \int_0^t \int_D (f_0^s + \Phi_0^s) \Gamma_m(x - \xi, t - \tau) d\xi d\tau +$$

$$+ \sum_{k=1}^m \int_0^t \int_{\partial D} \left(\frac{\partial(w_k^s - w_{k-1}^s)}{\partial n} \Gamma_{m-k+1}(x - \xi, t - \tau) - (w_k^s - w_{k-1}^s) \frac{\partial \Gamma_{m-k+1}(x - \xi, t - \tau)}{\partial n} \right) ds d\tau +$$

$$+ \sum_{k=1}^m \int_0^t \int_D (f_k^s + \Phi_k^s) [\Gamma_{m-k+1}(x - \xi, t - \tau) - \Gamma_{m-k}(x - \xi, t - \tau)] d\xi d\tau -$$

$$- \int_0^t \int_D (f_0^s + \Phi_0^s) \Gamma_m(x - \xi, t - \tau) d\xi d\tau.$$

Пусть (x_0, t_0) – произвольная точка носителя $\zeta_s(x, t)$, $K_R(x_0)$ – шар радиуса R , причем R выбрано столь большим, что $\partial K_R(x_0)$ не принадлежит носителю. Тогда интегральное представление примет вид

$$v_m^s(x_0, t_0, h, \varepsilon) - v_{m-1}^s(x_0, t_0, h, \varepsilon) = \int_0^{t_0} \int_D \left(-\Delta w_0 + \frac{\partial w_0}{\partial t} \right) \zeta_s \Gamma_m(x_0 - \xi, t_0 - \tau) d\xi d\tau +$$

$$+ \sum_{k=1}^m \int_0^{t_0} \int_D (f_k^s + \Phi_k^s) [\Gamma_{m-k+1}(x_0 - \xi, t_0 - \tau) - \Gamma_{m-k}(x_0 - \xi, t_0 - \tau)] d\xi d\tau -$$

$$- \int_0^{t_0} \int_D (f_0^s + \Phi_0^s) \Gamma_m(x_0 - \xi, t_0 - \tau) d\xi d\tau.$$

Взяв теперь две произвольные точки (x_0, t_0) и (x_1, t_1) , принадлежащие носителю, при помощи полученного интегрального представления можно получить необходимую оценку константы Гельдера для функций $\left\{ \frac{v_k^s - v_{k-1}^s}{h} \right\}$. Если носитель функции $\zeta_s(x, t)$ лишь частично принадлежит области D_T , то есть содержит внутри себя часть параболической границы этой области, то при помощи регулярного преобразования можно выпрямить эту часть границы. После этого для полупространства, полученного в результате регулярного преобразования координат, можно с небольшими изменениями повторить предыдущие рассуждения.

Выясним теперь при каких начальных и краевых условиях для функций $\left\{ \frac{w_k(x, t, h, \varepsilon) - w_{k-1}(x, t, h, \varepsilon)}{h} \right\}$ имеет место оценка вида (2.8). Предположим, что

$$\begin{aligned} \omega(x, t) \in H^{2+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}(\bar{D}_T), \quad \Delta f - \frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{1}{h}L(L\omega) \text{ в } D_T, \\ L = \Delta - \frac{\partial}{\partial t}, \quad hf = a \frac{\varphi_k^i - \varphi_0^i}{h} - L\omega = 0 \text{ на } \partial D_i \times (0, T), \\ f|_{t=0} = -\frac{1}{h}L\omega|_{t=0} + \frac{a}{h}(w_0 - w_1)|_{t=0}, \quad \max_{1 \leq k \leq N, (x, t) \in \bar{D}_T} \left| \frac{\varphi_k^i - \varphi_{k-1}^i}{h} - \frac{\varphi_{k-1}^i - \varphi_{k-2}^i}{h} \right| + \\ + \max_{1 \leq k \leq N, (x, t) \in \bar{D}_T} \left| \frac{\psi_k - \psi_{k-1}}{h} - \frac{\psi_{k-1} - \psi_{k-2}}{h} \right| \leq c_1 h, \quad \left\| \frac{\varphi_k^i - \varphi_{k-1}^i}{h} \right\|_{H^{2+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}(\partial D_i \times (0, T))} \leq c_2, \end{aligned} \quad (2.9)$$

где константа c_1 не зависит от h .

Теорема 2.4. Пусть выполнены предположения теоремы 2.3 и условие (2.8). Тогда имеют место оценки

$$\max_{1 \leq k \leq N, (x, t) \in \bar{D}_T} \left| \frac{w_k - w_{k-1}}{h} - \frac{w_{k-1} - w_{k-2}}{h} \right| \leq c_2 h, \quad \left\| \frac{w_k - w_{k-1}}{h} \right\|_{H^{2+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}(\bar{D}_T)} \leq c_3, \quad \alpha \in (0, 1);$$

если нормы функций $\frac{\psi_k - \psi_{k-1}}{h}, \Delta\omega - \frac{\partial\omega}{\partial t}$ равномерно ограничены в пространстве

$H^{2+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}(\bar{D}_T)$, выполнены соответствующие условия согласования, то

$$\left\| \frac{w_k - w_{k-1}}{h} \right\|_{H^{2+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}(\bar{D}_T)} \leq c_3, \text{ где константы } c_i \text{ не зависят от } h, k, \varepsilon;$$

аналогичное утверждение имеет место и для функций $\frac{1}{h} \left(\frac{w_k - w_{k-1}}{h} - \frac{w_{k-1} - w_{k-2}}{h} \right)$ в

пространстве $H^{\alpha, \frac{\alpha}{2}}(\bar{D}_T)$ при соответствующих предположениях.

Первое утверждение доказывается при помощи принципа максимума с последующим применением теоремы вложения. Остальные оценки могут быть получены также, как это сделано в теореме 2.3.

3. Равномерные оценки функций $\{u_k(x, t, h, \varepsilon)\}$

$$\text{Оценим сначала разностные отношения } \left\{ \frac{u_{k-1}(x, t, h, \varepsilon) - u_k(x, t, h, \varepsilon)}{h} \right\}.$$

Т е о р е м а 3.1. Пусть выполнены предположения теоремы 2.2. Тогда, если $\varepsilon^4 \geq \sqrt{h}$, $Q(x) \neq 0$, то найдутся такие положительные константы c_1, c_2 , которые не зависят от h, k, ε , что

$$0 < c_1 h \leq u_{k-1}(x, t, h, \varepsilon) - u_k(x, t, h, \varepsilon) \leq c_2 h \quad \forall (x, t) \in \bar{D}_T. \quad (3.1)$$

Представим уравнение (2.1) в виде

$$\Delta(u_{k-1} - u_k) - \frac{\partial}{\partial t}(u_{k-1} - u_k) + \frac{a}{h}(u_{k-2} - u_{k-1}) = -\frac{a}{h}(w_{k-2} - w_{k-1}) + \\ + \frac{\lambda}{h} \chi'_\varepsilon(u_{k-1}) \left[\frac{h}{\lambda} Q^2(x) - (u_{k-1} - u_k) \right] + \frac{\lambda}{h} \chi''_\varepsilon(\xi_k) \frac{(u_{k-1} - u_k)^2}{2},$$

где ξ_k – средняя точка, которая возникает в остаточном члене формулы Тейлора, взятом в форме Лагранжа. После этого следует предположить, что $\varepsilon^4 \geq \sqrt{h}$, и воспользоваться принципом максимума.

Л е м м а. Пусть функция $f(x, t) \in H^{1,1}(\bar{D}_T)$, $u(x, t) \in H^{3,2}(\bar{D}_T)$, $Lu - \frac{a}{h}u = -\frac{f}{h}$.

Тогда для любой точки $(x_0, t_0) \in D_T$: $\text{dist}((x_0, t_0), \partial D_T) \geq h^\sigma$, $\sigma \in (0, \frac{1}{2})$ справедливы оценки

$$|u(x_0, t_0)| \leq ch^{\sigma_1} \max_{(x,t) \in \bar{D}_T} |u(x, t)| + \frac{1}{a} \max_{(x,t) \in \bar{D}_T} |f(x, t)|, \quad (3.2)$$

$$|u_x(x_0, t_0)| + |u_t(x_0, t_0)| \leq ch^{\sigma_2} \max_{(x,t) \in \bar{D}_T} |u(x, t)| + \frac{1}{a} \max_{(x,t) \in \bar{D}_T} (|f_x(x, t)| + |f_t(x, t)|), \quad (3.3)$$

где положительные константы c, σ_1, σ_2 не зависят от h .

Пусть $K_R(x_0)$ – шар радиуса R с центром в точке x_0 , причем $K_R(x_0) \times (0, T) \in D_T$. Тогда имеет место интегральное представление

$$u(x_0, t_0) = \int_0^{t_0} \int_{K_R(x_0)} f(\xi, \tau) e^{-\frac{a}{h}(t_0-\tau)} [\Gamma(x_0 - \xi, t_0 - \tau) - \Gamma(R, t_0 - \tau)] d\xi d\tau - \\ - \int_0^{t_0} \int_{\partial K_R(x_0)} e^{-\frac{a}{h}(t_0-\tau)} u(\xi, \tau) \frac{\partial \Gamma}{\partial n} ds d\tau + \int_{K_R(x_0)} e^{-\frac{a}{h}t_0} u(\xi, 0) [\Gamma(x_0 - \xi, t_0 - \tau) - \Gamma(R, t_0 - \tau)] d\xi + \\ + \int_0^{t_0} \int_{K_R(x_0)} u(\xi, \tau) e^{-\frac{a}{h}(t_0-\tau)} \Delta \Gamma(R, t_0 - \tau) d\xi d\tau.$$

Оценки (3.2), (3.3) могут быть получены непосредственно из этого интегрального представления. Заметим, что оценки (3.2), (3.3) при соответствующих предположениях справедливы и для производных любого порядка.

Применим полученные оценки к функциям $\{F_k(x, t, h, \varepsilon)\}$, $\{F_k(x, t, h, \varepsilon) - F_{k-1}(x, t, h, \varepsilon)\}$. Эти функции в области D_T удовлетворяют, соответственно, уравнениям (2.3) и

$$\Delta(F_k - F_{k-1}) - \frac{\partial}{\partial t}(F_k - F_{k-1}) + \frac{a}{h}(F_{k-1} - F_{k-2}) = - \\ - \frac{\lambda}{h} [\chi_\varepsilon(u_k) - \chi_\varepsilon(u_{k-1})] - \frac{1}{2} Q^2(x) \chi'_\varepsilon(u_{k-1}),$$

причем, если $(x, t) \notin \omega_{k-1, k} = \{(x, t) \in D_T : 1 < u_k(x, t, h, \varepsilon) < 1 + \varepsilon\}$, то правая часть этих уравнений равна нулю. Поэтому можно доказать следующее утверждение:

Теорема 3.2. Пусть выполнены предположения теоремы 2.3. Тогда

$$\forall (x, t) \in D_T : \text{dist}[(x, t), \partial\{u(x, t, h, \varepsilon) > 1 + \varepsilon\}] \geq h^\sigma$$

имеет место оценка $\|u_k(x, t, h, \varepsilon)\|_{H^{2+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}} \leq c$, где константа c не зависит от k, h, ε .

если выполнены предположения теоремы 2.4, то

$$\forall (x, t) \in D_T : \text{dist}[(x, t), \partial D_T \setminus \bar{\omega}_{k, k-1}] \geq h^\sigma]$$

для функций $u_k(x, t, h, \varepsilon)$ выполнены все утверждения теоремы 2.4.

4. Предельный переход

Обозначим через $D_{T, T_1} \times (0, T_1)$. Пусть $\eta(x, t, \varepsilon) \in H^{2,1,1}(\bar{D}_{T, T_1})$, равна нулю на $\partial D \times (0, T)$ и $\tau = T_1$. Умножим уравнение (2.1) на $h\eta(x, t, kh) = h\eta_k(x, t)$, проинтегрируем по области D_T и просуммируем по k от 1 до N . После несложных преобразований получим

$$h \sum_{k=1}^N \int_{D_T} \left\{ -u_k \Delta \eta_k + \frac{\partial u_k}{\partial t} \eta_k + ah^{-1}(u_k - u_{k-1})\eta_k - \lambda \chi_\varepsilon(u_k) h^{-1}(\eta_{k-1} - \eta_k) \right\} dxdt -$$

$$- h \sum_{k=1}^N \int_{D_T} \left\{ \frac{1}{2} Q^2(x) \chi'_\varepsilon(u_{k-1}) \eta_k + h^{-1}(F_{k-1} - F_k) \Delta f_k \right\} dxdt + \lambda \int_{D_T} \chi_\varepsilon(u_0) \eta(x, t, h) dxdt = 0,$$

$$\Delta f_k = - \sum_{l=k}^N \Delta \eta_l.$$

Обозначим через

$$u(x, t, \tau, h, \varepsilon) = u_{k-1} + \frac{u_k - u_{k-1}}{h} [t - (k-1)h] + \left(\frac{u_k - u_{k-1}}{h} - \frac{u_{k+1} - u_k}{h} \right) \frac{[\tau - (k-1)h]^2}{h} -$$

$$- \left(\frac{u_k - u_{k-1}}{h} - \frac{u_{k+1} - u_k}{h} \right) \frac{[\tau - (k-1)h]^3}{h^2}, \quad \forall \tau \in [(k-1)h, kh], (x, t) \in \bar{D}_T.$$

Предположим, что выполнены предположения теоремы 3.1. Тогда семейства функций $\{u(x, t, \tau, h, \varepsilon)\}, \{u_\tau(x, t, \tau, h, \varepsilon)\}$ равномерно ограничены, а из теоремы 3.1 следует отграниченность от нуля $u_\tau(x, t, \tau, h, \varepsilon)$. Из теоремы 3.2 получим, что поверхности уровня $u(x, t, \tau, h, \varepsilon) = 1 + h^\sigma + \varepsilon$ могут быть заданы уравнениями $\tau = s(x, t, h, \varepsilon)$, где

функции $s(x, t, h, \varepsilon)$ принадлежат классу $H^{1+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}$, а их производные первого порядка равномерно ограничены константами, которые не зависят от h, ε . Пусть

$$u(x, t, \tau) = \lim_{h, \varepsilon \rightarrow 0} u(x, t, \tau, h, \varepsilon), \quad s(x, t) = \lim_{h, \varepsilon \rightarrow 0} s(x, t, h, \varepsilon), \quad \varepsilon^4 \geq \sqrt{h}.$$

Совершим предельный переход в вышеуказанном интегральном тождестве (4.1) при $h, \varepsilon \rightarrow 0$. Из полученного предельного интегрального следует, что функция $u(x, t, \tau)$ на поверхности, задаваемой уравнением $\tau = s(x, t)$, удовлетворяет условию

$$|\nabla u^+|^2 - |\nabla u^-|^2 = \lambda(u^+ + u^-) + Q^2(x)$$

и поэтому $|\nabla u^+| \neq 0$ при достаточно малом λ . После этого, учитывая результаты следствия 1 к теореме 2.2 и независимость равномерных оценок для функции $u(x, t, \tau)$ от λ , а можно совершить еще один предельный переход при $a, \lambda \rightarrow 0$.

В результате получим

Т е о р е м а 4.1. Пусть выполнены следующие предположения:

$\varphi^i(x, t) \in H^{2+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}(\partial D_T^i)$, $\psi(x) \in H^{2+\alpha}(\bar{D})$, $Q(x) \in H^{1+\alpha}(D)$, $Q(x) \neq 0$, выполнены соответствующие условия согласования. Тогда $\forall T > 0$ задача (1.1)-(1.5) разрешима и

$$u(x, t) \in C(\bar{D}_T) \cap \left\{ H^{2+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}(\Omega_T + \gamma_T + \partial D_T) \times H^{2+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}(G_T + \gamma_T + \partial D_T) \right\},$$

γ_T – поверхность класса $H^{2+\alpha, 1+\frac{\alpha}{2}}$.

РЕЗЮМЕ

Розглядається проблема з довільною межею для параболічного рівняння, яка виникає в теорії горіння. Доведено існування глобального класичного розв'язку,

Суть слідує: спочатку створюється диференціально – різницева аппроксимация задачі і устанавлюється її розв'язуваність, потім доводяться рівномірні оцінки і відбувається граничний перехід.

SUMMARY

In this paper we study a free boundary problem for the heat equation which arises in combustion theory to describe the propagation of premixed equi-diffusional flames in the limit of high activation energy. We prove the existence of the global classical solution.

The essence of the method consists of the following: at difference-differential approximating problems and establish their solvability. Then we prove some uniform estimates and pass to the limit.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бородин М.А. Новый метод исследования некоторых задач со свободными границами для параболических уравнений // ВДУ, 1997, 1, Сер.А, стр.21-26.
2. Бородин М.А. Двухфазная контактная задача Стефана // УМЖ, 1995, 2. – Т.47. – С.158-167.
3. Borodin M.A. Existence of classic solution of a two phase multidimensional Stefan problem on any finite time interval // Intern. Ser. Numer. Math., 1992, pp.97-103.
4. Caffareli L.A., Vazques J.L. Lipschitz regularity of a singular perturbation problem // Diff. and Eqs. 8(7), 1995, pp.1585-1590.
5. Caffareli L.A., Vazques J.L. A free boundary problem for the heat equation arising in flame propagation // Trans. Amer. Math. Soc., 1995, pp.411-441.
6. Ладыженская О.А., Солонников В.А. Уралцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа. – М.: Наука, 1967. – 736 с.

Надійшла до редакції 11.09.1998 р.

УДК 539.3

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ АНИЗОТРОПНОГО ТЕЛА

Е.В.Алтухов, В.К.Хижняк

Рассмотрим упругое тело V , ограниченное поверхностью A . Уравнения движения запишем в виде [1].

$$\begin{aligned} \sigma_{ij,j}(x,t) + X_i(x,t) &= \rho \ddot{u}_i(x,t), \quad x = (x_1, x_2, x_3) \in V, \\ \sigma_{ij,j} &= \partial_j \sigma_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_j} \sigma_{ij}, \quad \ddot{u}_i = \frac{\partial^2}{\partial t^2} u_i, \quad i, j = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь σ_{ij} и x_i – компоненты тензора напряжений и вектора массовых сил, соответственно ρ – плотность; u_i – компоненты вектора перемещений.

К этим уравнениям следует добавить соотношения обобщенного закона Гука

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl} \varepsilon_{kl}, \quad k, l = 1, 2, 3, \quad (2)$$

где ε_{kl} – компоненты тензора деформаций, E_{ijkl} – компоненты тензора модулей упругости, причем $E_{ijkl} = E_{klij} = E_{klji}$.

Для изотропного тела

$$E_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + 2\mu \delta_{jl},$$

где δ_{ij} – символ Кронекера, λ и μ – постоянные Ламе.

Компоненты тензора деформаций выражаются через компоненты вектора перемещений по формулам

$$\varepsilon_{kl} = 0,5(u_{k,l} + u_{l,k}). \quad (3)$$

Уравнения (1) – (3) можно представить в виде системы уравнений в перемещениях

$$E_{ijkl} u_{k,lj} + X_i = 0. \quad (4)$$

На поверхности тела $A = A_1 + A_2$ должны выполняться граничные условия

$$u_i = f_i(x,t) \text{ на } A_1, \quad \sigma_{ij} n_j = P_i(x,t) \text{ на } A_2, \quad (5)$$

где n_j – направляющие косинусы внешней нормали к граничной поверхности A .

Начальные условия задачи запишем в виде

$$u_i(x,0) = g_i(x), \quad \dot{u}_i(x,0) = h_i(x). \quad (6)$$

При построении интегральных уравнений граничных задач будем исходить из обобщенной формулы Соммильяны [1].

$$\begin{aligned} \eta(x) u_k(x,t) &= \int_0^t d\tau \int_V X_i(\alpha, \tau) u_i^{(k)}(\alpha, x; t - \tau) dV(\alpha) + \\ &+ \int_0^t d\tau \int_A \left[u_i^{(k)}(\alpha, x; t - \tau) P_i(\alpha, \tau) - P_i^{(k)}(\alpha, x; t - \tau) u_i(\alpha, \tau) \right] dA(\alpha) + \\ &+ \rho \int_V \left[\dot{u}_i^{(k)}(\alpha, x; t) g_i(\alpha) + u_i^{(k)}(\alpha, x; t) h_i(\alpha) \right] dV(\alpha). \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь $\eta(x)$ равно 1 для $x \in V$, 0,5 для $x \in A$ и нулю для $x \notin V$, $x \notin A$.

Функции $u_i^{(k)}(\alpha, x, t)$ являются решениями системы (4) при $X_i = \delta_{ik} \delta(\alpha - x) \delta(t)$, где δ_{ik} – символ Кронекера, $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака. Решение находится для бесконечного упругого пространства или для тела V с однородными граничными условиями. Предполагается также однородность начальных условий. Компоненты тензора напряжений $\sigma_{ij}^{(k)}(\alpha, x, t)$ и вектора напряжений $P_i^{(k)}(\alpha, x, t)$ выражаются через перемещения $u_i^{(k)}(\alpha, x, t)$.

Перейдем к построению интегральных представлений компонент тензора напряжений. Для этого нужно найти выражение производных перемещений. По правилам дифференцирования обобщенных функций [2] на основе формулы (7) можно записать

$$\begin{aligned} \eta(x) u_{k,l}(x, t) = & \int_0^t d\tau \int_V X_i(\alpha, \tau) u_{k,l}^{(i)}(x, \alpha, t - \tau) dV(\alpha) + \\ & + \int_0^t d\tau \int_A \left[\frac{\partial}{\partial x_l} u_i^{(k)}(\alpha, x, t - \tau) P_i(\alpha, \tau) - \right. \\ & \left. - \frac{\partial}{\partial x_l} P_i^{(k)}(\alpha, x, t - \tau) u_i(\alpha, \tau) \right] dA(\alpha) + \\ & + \rho \int_V \left[\frac{\partial}{\partial x_l} \dot{u}_i^{(k)}(\alpha, x, t) g_i(\alpha) + \frac{\partial}{\partial x_l} u_i^{(k)}(\alpha, x, t) h_i(\alpha) \right] dV(\alpha) + \\ & + \int_A u_k(\alpha, t) n_l(\alpha) \delta(\alpha - x) dA(\alpha). \end{aligned} \quad (8)$$

Воспользуемся формулой

$$\frac{\partial}{\partial x_l} u_i^{(k)}(\alpha, x, t - \tau) = - \frac{\partial}{\partial x_l} u_i^{(k)}(\alpha, x, t - \tau) = -u_{i,l}^{(k)}(\alpha, x, t - \tau).$$

Представим

$$u_k(\alpha, t) = \int_0^t \delta(t - \tau) u_k(\alpha, \tau) d\tau = \int_0^t \delta_{ik} \delta(t - \tau) u_i(\alpha, \tau) d\tau.$$

Исходя из уравнений движения (1), сделаем замену

$$\delta_{ik} \delta(\alpha - x) \delta(t - \tau) = \rho \ddot{u}_i^{(k)}(\alpha, x, t - \tau) - \sigma_{ij,j}^{(k)}(\alpha, x, t - \tau).$$

Теперь представление (8) можно записать так

$$\begin{aligned} \eta(x) u_{k,l}(x, t) = & \int_0^t d\tau \int_V X_i(\alpha, \tau) u_{k,l}^{(i)}(x, \alpha, t - \tau) dV(\alpha) - \\ & - \int_0^t d\tau \int_A u_{i,l}^{(k)}(\alpha, x, t - \tau) P_i(\alpha, \tau) dA(\alpha) + \\ & + \int_0^t d\tau \int_A u_i(\alpha, \tau) (n_j \partial_l - n_l \partial_j) \sigma_{ij}^{(k)}(\alpha, x, t - \tau) dA(\alpha) + \\ & + \rho \int_0^t d\tau \int_A \ddot{u}_i^{(k)}(\alpha, x, t - \tau) u_i(\alpha, \tau) n_l(\alpha) dA(\alpha) - \\ & - \rho \int_V \left[\dot{u}_{i,l}^{(k)}(\alpha, x, t) g_i(\alpha) + u_{i,l}^{(k)}(\alpha, x, t) h_i(\alpha) \right] dV(\alpha). \end{aligned}$$

С помощью интегрирования по частям получим

$$\int_A u_i(\alpha, \tau)(n_j \partial_l - n_l \partial_j) \sigma_{ij}^{(k)}(\alpha, x; t - \tau) dA(\alpha) = \\ = - \int_A \sigma_{ij}^{(k)}(\alpha, x; t - \tau)(n_j \partial_l - n_l \partial_j) u_i(\alpha, \tau) dA(\alpha).$$

Выражения $(n_j \partial_l - n_l \partial_j) u_i(\alpha, \tau)$ представляют собой производные функции $u_i(\alpha, \tau)$ по касательным к граничной поверхности A .

Итак

$$\eta(x) u_{k,l}(x, t) = \int_0^t d\tau \int_V X_i(\alpha, \tau) u_{k,l}^{(i)}(x, \alpha; t - \tau) dV(\alpha) - \\ - \int_0^t d\tau \int_A \left[\sigma_{ij}^{(k)}(\alpha, x; t - \tau)(n_j \partial_l - n_l \partial_j) u_i(\alpha, \tau) + \right. \\ \left. + u_{i,l}^{(k)}(x, \alpha; t - \tau) P_i(\alpha, \tau) - \rho \ddot{u}_i^{(k)}(\alpha, x; t - \tau) n_l u_i(\alpha, \tau) \right] dA(\alpha) - \\ - \rho \int_V \left[\dot{u}_{i,l}^{(k)}(\alpha, x; t) g_i(\alpha) + u_{i,l}^{(k)}(\alpha, x; t) h_i(\alpha) \right] dV(\alpha).$$

Из формул (2) и (3) следует, что

$$\sigma_{rs} = E_{rskl} \varepsilon_{kl} = E_{rskl} u_{k,l}, \quad r, s = 1, 2, 3.$$

Поэтому

$$\eta(x) \sigma_{rs}(x, t) = E_{rskl} \int_0^t d\tau \int_V X_i(\alpha, \tau) u_{k,l}^{(i)}(x, \alpha; t - \tau) dV(\alpha) - \\ - E_{rskl} \int_0^t d\tau \int_A \left[\sigma_{ij}^{(k)}(\alpha, x; t - \tau)(n_j \partial_l - n_l \partial_j) u_i(\alpha, \tau) + \right. \\ \left. + u_{i,l}^{(k)}(\alpha, x; t - \tau) P_i(\alpha, \tau) - \rho \ddot{u}_i^{(k)}(\alpha, x; t - \tau) n_l u_i(\alpha, \tau) \right] dA(\alpha) - \\ - \rho E_{rskl} \int_V \left[\dot{u}_{i,l}^{(k)}(\alpha, x; t) g_i(\alpha) + u_{i,l}^{(k)}(\alpha, x; t) h_i(\alpha) \right] dV(\alpha). \quad (9)$$

Полученное интегральное представление тензора напряжений вместе с обобщенной формулой Сомильяны (7) дает возможность строить интегральные уравнения для основных краевых задач динамической теории упругости.

Рассмотрим смешанную краевую задачу. Пусть на части граничной поверхности A_1 заданы перемещения u_i , а на оставшейся части A_2 – напряжения p_i . Начальные условия предполагаем однородными, т.е. $g_i(x) = h_i(x) = 0$.

Система интегро-дифференциальных уравнений будет иметь вид:

$$\int_0^t d\tau \left[\int_{A_1} u_i^{(s)}(\alpha, x; t - \tau) P_i(\alpha, \tau) dA(\alpha) - \right. \\ \left. - \int_{A_2} P_i^{(s)}(\alpha, x; t - \tau) u_i(\alpha, \tau) dA(\alpha) \right] = v(s)(x, t), \quad x \in A_1; \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
& E_{rskl} n_r(x) \int_0^t d\tau \left\{ \rho \int_{A_2} \ddot{u}_i^{(k)}(\alpha, x; t - \tau) n_l(\alpha) u_i(\alpha, \tau) dA(\alpha) - \right. \\
& - \int_{A_2} \sigma_{ij}^{(k)}(\alpha, x; t - \tau) [n_j(\alpha) \partial_l - n_l(\alpha) \partial_j] u_i(\alpha, \tau) dA(\alpha) - \\
& \left. - \int_{A_1} u_{i,l}^{(k)}(\alpha, x; t - \tau) p_i(\alpha, \tau) dA(\alpha) \right\} = q_s(x, t), \quad x \in A_2, \quad s = 1, 2, 3.
\end{aligned} \tag{11}$$

Здесь обозначено

$$\begin{aligned}
v_s(x, t) &= 0, 5 u_s(x, t) - \int_0^t d\tau \left[\int_V X_i(\alpha, \tau) u_s^i(x, \alpha; t - \tau) dV(\alpha) - \right. \\
& - \left. \int_{A_1} P_i^{(s)}(\alpha, x; t - \tau) u_i(\alpha, \tau) dA(\alpha) + \int_{A_1} u_i^{(s)}(\alpha, x; t - \tau) p_i(\alpha, \tau) dA(\alpha) \right], \\
q_s(x, t) &= 0, 5 p_s(x, t) - E_{rskl} n_r(x) \int_0^t d\tau \left\{ \int_V X_i(\alpha, \tau) u_{k,l}^{(i)}(\alpha, x; t - \tau) dV(\alpha) - \right. \\
& - \int_{A_1} \sigma_{ij}^{(k)}(\alpha, x; t - \tau) [n_j(\alpha) \partial_l - n_l(\alpha) \partial_j] u_i(\alpha, \tau) dA(\alpha) - \\
& \left. - \int_{A_2} u_{i,l}^{(k)}(\alpha, x; t - \tau) p_i(\alpha, \tau) dA(\alpha) + \rho \int_{A_1} \ddot{u}_i^{(k)}(\alpha, x; t - \tau) n_l(\alpha) u_i(\alpha, \tau) dA(\alpha) \right\}.
\end{aligned}$$

Соотношения (10) и (11) представляют собой систему шести уравнений относительно трех компонент перемещений u_i на A_2 и трех компонент напряжений p_i на A_1 . После решения этой системы станут известными все граничные значения перемещений и напряжений. Подставляя их в обобщенную формулу Сомильяны (7), получим искомое поле перемещений.

РЕЗЮМЕ

Пропонується спосіб побудови інтегральних рівнянь основних динамічних задач лінійної теорії пружності анізотропного тіла. Використовуються інтегральні представлення переміщень у вигляді узагальнених формул Сомільяни. З допомогою апарату узагальнених функцій одержано аналогічні представлення напружень. На їх основі побудовано інтегральні рівняння основних граничних задач, у тому числі і змішаних.

SUMMARY

It is proposed the method for the receipt of the integral equations for the basic dynamic problems of the linear elastic theory of the anisotropic body. It is used the integral forms for the transferences in the generalised Somilian's formulas. Using the apparatus of the generalised functions we have received analogous forms for the stresses. On their basis it has received the integral equations for the basic bounding problems also for the mixed problems.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Новацкий В. Теория упругости. – М.: Мир, 1975. – 872 с.
2. Владимиров В.С. Обобщенные функции в математической физике. – М.: Наука, 1979. – 320 с.

Надійшла до редакції 17.08.1998 р.

УДК 519.21

АСИМПТОТИКА АВТОМОДЕЛЬНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ ДЕЯКИХ СТОХАСТИЧНИХ РІВНЯНЬ ГОРІННЯ

С.А.Мельник

Вступ. Детерміновані рівняння які описують розповсюдження тепла у нелінійно-му середовищі активно вивчаються останнім часом. Головні результати викладені в роботах [1 та інш.]. При дослідженні подібних систем особливу роль грають так звані ав-
томодельні розв'язки, тобто розв'язки що можуть бути представлені у вигляді

$u(t, x) = A(t)\theta\left(\frac{x}{\varphi(t)}\right)$. Функцію $A(t)$ звать амплітудою, $\varphi(t)$ – фронтом, а $\theta(y)$ – прос-
торовим профілем розв'язку. Особлива увага до ав-
томодельних розв'язків пояснюється тим, що вони є типовими представниками деяких класів розв'язків і неавтомодельні розв'язки на асимптотичній стадії поведуть себе як ав-
томодельні.

Особлива увага до ав-
томодельних розв'язків пояснюється тим, що вони є типовими представниками деяких класів розв'язків і неавтомодельні розв'язки на асимптотичній стадії поведуть себе як ав-
томодельні.

В даній роботі побудовані ав-
томодельні розв'язки для деяких видів стохастичних
рівнянь горіння з лінійною стохастичною компонентою та вивчено їхню асимптотичну поведінку коли $t \rightarrow +\infty$.

Детерміноване та стохастичне джерела лінійні.

Розглядається така задача Коші

$$du(t, x) = \left((u^{\sigma+1})_{xx} + bu \right) dt + cu dw(t) \quad (1)$$

$t \in [0; +\infty), x \in R^1, u(0, x) = L \left(l^2 - x^2 \right)_+^{\frac{1}{\sigma}}, b, \sigma, L, l$ – додатні константи, $w(t)$ – стандартний вінерівський процес, $(v)_+ = \max\{v, 0\}$. Під розв'язком розуміємо випадковий процес $u(t, x)$ визначений на повному ймовірносному просторі (Ω, F, P) , підпорядкований потокові σ – алгебр $\{F_t\}_{t \geq 0}$, узгодженому з $w(t)$, який має дві неперервні похідні по x там, де він додатний, та з ймовірністю 1 задовольняє рівнянню (1) в розумінні Іто. Будемо розглядати симетричні відносно точки $x = 0$ розв'язки, які задовольняють умовам:

$$u_x(t, 0) = 0, \quad u(t, x_f(t)) = 0, \quad (u^{\sigma+1})_x|_{x=x_f(t)} = 0. \quad (2)$$

Тут $x_f(t)$ – точка фронту розв'язку, $x_f(0) = l$.

У детермінованому випадку ($c = 0$) розв'язок задається рівністю:

$$u(t, x) = A(t) L \left(l^2 - \frac{x^2}{\varphi^2(t)} \right)_+^{\frac{1}{\sigma}}, \quad (3)$$

$$\text{де } A(t) = e^{bt} \varphi^{-1}(t), \varphi(t) = \left(1 + \frac{2(\sigma+1)(\sigma+2)}{\sigma} L^{\sigma} \int_0^t e^{\sigma bs} ds \right)^{\frac{1}{\sigma+2}}.$$

Асимптотична поведінка цього розв'язку є очевидною:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} A(t) = +\infty, \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} \varphi(t) = +\infty, \quad \forall x \in R^1 \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} u(t, x) = +\infty.$$

У стохастичному випадку ($c \neq 0$) розв'язок задачі (1), (2) має вигляд:

$$u(t, x) = \tilde{A}(t) L \left(l^2 - \frac{x^2}{\tilde{\varphi}^2(t)} \right)_+^{\frac{1}{\sigma}}, \quad \text{де } \tilde{A} = e^{\left(b - \frac{c^2}{2} \right) t + c w(t)} \tilde{\varphi}^{-1}(t),$$

$$\tilde{\varphi}(t) = \left(1 + \frac{2(\sigma+1)(\sigma+2)}{\sigma} L^\sigma \int_0^t e^{\sigma \left(\left(b - \frac{c^2}{2} \right) s + c w(s) \right)} ds \right)^{\frac{1}{\sigma+2}}. \quad (4)$$

Розглянемо асимптотичну поведінку розв'язку (4) коли $t \rightarrow +\infty$. Позначимо через $\xi(\omega)$ випадкову величину яка має таку функцію розподілу

$$F(x) = \begin{cases} \int_0^x k y^{\frac{2b+c^2(\sigma-1)}{\sigma c^2}} e^{-\frac{2}{\sigma^2 c^2} y} dy, & x > 0; \\ 0, & x \leq 0. \end{cases} \text{ тут } k - \text{нормуюча константа.}$$

Т е о р е м а 1. $\square$

1. Якщо $b > \frac{c^2}{2}$, то $P\left\{\lim_{t \rightarrow +\infty} \tilde{A}(t) = +\infty\right\} = 1$ і $P\left\{\lim_{t \rightarrow +\infty} \tilde{\varphi}(t) = +\infty\right\} = 1$.
2. Якщо $b = \frac{c^2}{2}$, то $\tilde{A}(t)$ не має границі з ймовірністю 1 і $P\left\{\lim_{t \rightarrow +\infty} \tilde{\varphi}(t) = +\infty\right\} = 1$.
3. Якщо $b < \frac{c^2}{2}$, то $P\left\{\lim_{t \rightarrow +\infty} \tilde{A}(t) = 0\right\} = 1$ і $P\left\{\lim_{t \rightarrow +\infty} \tilde{\varphi}(t) = \left(1 + \frac{2(\sigma+1)(\sigma+2)}{\sigma} L^\sigma \xi(\omega)\right)^{\frac{1}{\sigma+2}}\right\} = 1$.

Д о в е д е н н я . 1. Нехай $b > \frac{c^2}{2}$. Позначимо $g(t) = e^{-\left(\left(b - \frac{c^2}{2}\right)t + c w(t)\right)}$. Запишемо $\tilde{A}(t)$ у іншому вигляді:

$$\tilde{A}(t) = \left(g^{(\sigma+2)}(t) + \frac{2(\sigma+1)(\sigma+2)}{\sigma} L^\sigma g^2(t) g^\sigma(t) \int_0^t g^{-\sigma}(s) ds \right)^{\frac{1}{\sigma+2}}. \quad (5)$$

Згідно з теоремою 1.1.4 [3] $P\left\{\lim_{t \rightarrow +\infty} g^\sigma(t) \int_0^t g^{-\sigma}(s) ds = \xi(\omega)\right\} = 1$.

Згідно з законом повторного логарифма $P\left\{\lim_{t \rightarrow +\infty} g^{\sigma+2}(t) = 0\right\} = 1$, $P\left\{\lim_{t \rightarrow +\infty} g^2(t) = 0\right\} = 1$.

Отже $P\left\{\lim_{t \rightarrow +\infty} \tilde{A}(t) = +\infty\right\} = 1$.

Знайдемо границю для $\tilde{\varphi}(t)$. $\int_0^t g^{-\sigma}(s) ds = g^{-\sigma}(t) g^\sigma(t) \int_0^t g^{-\sigma}(s) ds$.

Аналогічно як для $\tilde{A}(t)$, маємо $P\left\{\lim_{t \rightarrow +\infty} \tilde{\varphi}(t) = +\infty\right\} = 1$.

2. Нехай $b = \frac{c^2}{2}$. Тоді $\tilde{\varphi}(t) = \left(1 + \frac{2(\sigma+2)(\sigma+1)}{\sigma} L^\sigma \int_0^t e^{\sigma c w(s)} ds \right)^{\frac{1}{\sigma+2}}$. Згідно з теоре-

мою 1.1.6 [3] $P\left\{\lim_{t \rightarrow +\infty} \int_0^t e^{\sigma c w(s)} ds = +\infty\right\} = 1$, отже $P\left\{\lim_{t \rightarrow +\infty} \tilde{\varphi}(t) = +\infty\right\} = 1$. Поклавши у (5)

$b = \frac{c^2}{2}$ та скориставшись теоремою 1.1.6 [3], виявляємо, що $\tilde{A}(t)$ не має границі з ймовірністю 1 коли $t \rightarrow +\infty$.

3. Нехай $b < \frac{c^2}{2}$. Тоді $P\left\{\lim_{t \rightarrow +\infty} g^{-1}(t) = 0\right\} = 1$. За теоремою 1.1.5 [3]

$$P\left\{\lim_{t \rightarrow +\infty} \int_0^t g^{-\sigma}(s) ds = \xi(\omega)\right\} = 1. \text{ Отже } P\left\{\lim_{t \rightarrow +\infty} \tilde{A}(t) = 0\right\} = 1. \blacksquare$$

З а у в а ж е н н я . Теорема 1 та формула (4) дозволяють визначити асимптотику розв'язку задачі (1).

1. Якщо $b > \frac{c^2}{2}$, то при всіх $x \in R^1$ розв'язок з ймовірністю 1 необмежено зростає, при цьому його фронт також необмежено віддаляється від 0 з ймовірністю 1.

2. Якщо $b = \frac{c^2}{2}$, то фронт прямує до $+\infty$, але амплітуда не має границі з ймовірністю 1.

3. Якщо $b < \frac{c^2}{2}$, то з ймовірністю 1 фронт прямує до деякої скінченної додатної границі, а розв'язок в кожній точці $x \in R^1$ прямує до 0 з ймовірністю 1.

Порівняння асимптотик розв'язків детермінованого та стохастичного рівнянь показує, що стохастичне лінійне джерело грає роль поглинача тепла. Якщо його інтенсивність вища за інтенсивність детермінованого джерела ($b < \frac{c^2}{2}$), то процес розвивається без загострення.

Детерміноване джерело степеневого типу, стохастичне джерело лінійне.

Для рівняння

$$du(t, x) = \left((u^{\sigma+1})_{xx} + bu^{\sigma+1} \right) dt + cu dw(t) \quad (6)$$

$$t \in [0; +\infty), x \in R^1, u(0, x) = \begin{cases} L \cos^{\frac{2}{\sigma}} \frac{\pi x}{2l}, & |x| < l, \\ 0, & |x| \geq l. \end{cases} \text{ розглядається задача Коші, аналогічна задачі (1), (2).}$$

У детермінованому випадку ($c = 0$) розв'язок має вигляд:

$$u(t, x) = \begin{cases} A(t) \cos^{\frac{2}{\sigma}} \frac{\pi x}{2l}, & |x| < l, \\ 0, & |x| \geq l. \end{cases} \quad (7)$$

$$\text{Тут } A(t) = (C - b\sigma\mu t)_+^{-\frac{1}{\sigma}} D, D = \left(\frac{l\sigma}{\pi(\sigma+1)} \right)^{\frac{2}{\sigma+1}}, C = \left(\frac{D}{L} \right)^{\sigma}, \mu = \frac{\sigma+2}{2(\sigma+1)} D^{\sigma}.$$

Як видно із (7) фронт розв'язку залишається непорушним протягом всього часу життя, який дорівнює $T = \frac{C}{b\sigma\mu}$, і при всіх $x \in (-l; l)$ прямує до $+\infty$ при $t \rightarrow +\infty$.

В стохастичному випадку розв'язок має вид:

$$u(t, x) = \begin{cases} \tilde{A}(t) \cos^{\frac{2}{\sigma}} \frac{\pi x}{2l}, & |x| < l, \\ 0, & |x| \geq l. \end{cases} \quad (8)$$

$$\text{де } \tilde{A}(t) = e^{-\frac{c^2 t}{2} + cw(t)} \left(C - b\sigma\mu \int_0^t e^{\sigma \left(-\frac{c^2 s}{2} + cw(s) \right)} ds \right)^{-\frac{1}{\sigma}} D.$$

Як бачимо введення лінійного стохастичного джерела не порушує структуру розв'язку і його фронти залишаються незмінними

Т е о р е м а 2. Нехай $T(\omega)$ – момент досягнення процесом $\int_0^t e^{\sigma \left(-\frac{c^2 s}{2} + cw(s) \right)} ds$ рівня $\frac{C}{b\sigma\mu}$, тоді асимптотична поведінка розв'язку задачі (6) визначається наступними твердженнями. З ймовірністю $F\left(\frac{C}{b\sigma\mu}\right)$ розв'язок існує при всіх $t \in (0; +\infty)$ і $P\left\{ \lim_{t \rightarrow +\infty} \tilde{A}(t) = 0 \right\} = F\left(\frac{C}{b\sigma\mu}\right)$. З ймовірністю $1 - F\left(\frac{C}{b\sigma\mu}\right)$ розв'язок існує протягом скінченного часу $T(\omega)$ і $P\left\{ \lim_{t \rightarrow +\infty} \tilde{A}(t) = +\infty \right\} = 1 - F\left(\frac{C}{b\sigma\mu}\right)$.

Д о в е д е н н я . □ Позначимо $h(t) = e^{-\frac{c^2}{2}t + cw(t)}$. За законом повторного логарифма $P\left\{ \lim_{t \rightarrow +\infty} h(t) = 0 \right\} = 1$. Оскільки $\sigma > 0$, то за теоремою 1.1.5 [3] $P\left\{ \lim_{t \rightarrow +\infty} \int_0^t h^\sigma(s) ds = \xi(\omega) \right\} = 1$. Таким чином, якщо процес $\int_0^t h^\sigma(s) ds$ протягом скінченного часу $T(\omega)$ досягне рівня $\frac{C}{b\sigma\mu}$, розв'язок попрямує до $+\infty$. Ймовірність цієї події дорівнює $1 - F\left(\frac{C}{b\sigma\mu}\right)$. В протилежному випадку розв'язок прямує до 0 при всіх $x \in (-l; l)$. □

Порівняння асимптотик розв'язків детермінованого та стохастичного рівнянь дозволяє зробити висновок, що лінійний стохастичний член грає роль поглиначя тепла і робить виникнення режиму із загостренням лише можливим, а не обов'язковим.

Детерміноване джерело логарифмічного типу, стохастичне джерело лінійне.

Для рівняння

$$du(t, x) = (u_{xx} + bu \ln u)dt + cudw(t), \quad (9)$$

$b > 0, l > 0, t \in [0; +\infty), x \in R^1, u(0, x) = Le^{-\frac{x^2}{4l^2}}$ розглядається симетричний відносно точки $x = 0$ розв'язок задачі Коші, який задовольняє вимогам:

$$u_x(t, 0) = 0, u(t, x) \rightarrow 0, u_x \rightarrow 0, x \rightarrow +\infty.$$

У детермінованому випадку ($c = 0$) розв'язок має вигляд:

якщо $l = \frac{1}{\sqrt{b}}$, то $u(t, x) = A_1(t)e^{-b\frac{x^2}{4}}$, де $A_1(t) = Le^{bt}e^{\frac{1-e^{bt}}{2}}$;

якщо $l \neq \frac{1}{\sqrt{b}}$, то $u(t, x) = A_2(t)e^{-b\frac{x^2}{4\varphi^2(t)}}$, де

$$A_2(t) = L^{e^{bt}}(\sqrt{bl})^{\frac{e^{bt}}{1-bl^2}}(1+(bl^2-1)e^{-bt})^{-2\frac{e^{bt}}{1-bl^2}}, \varphi(t) = (1+(bl^2-1)e^{-bt})^{\frac{1}{2}}.$$

Розв'язок існує для довільного $t \in [0; +\infty)$. Його асимптотична поведінка визначається наступними рівностями. Якщо $l = \frac{1}{\sqrt{b}}$, то

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} u(t, x) = \begin{cases} 0, L < \sqrt{e}, \\ e^{\frac{1}{2}-b\frac{x^2}{4}}, L = \sqrt{e}, \\ +\infty, L > \sqrt{e}. \end{cases}$$

$$\text{Якщо } l \neq \frac{1}{\sqrt{b}}, \text{ то } \lim_{t \rightarrow +\infty} u(t, x) = \begin{cases} 0, L < (\sqrt{bl})^{\frac{1}{bl^2-1}}, \\ e^{\frac{1}{2}-b\frac{x^2}{4}}, L = (\sqrt{bl})^{\frac{1}{bl^2-1}}, \\ +\infty, L > (\sqrt{bl})^{\frac{1}{bl^2-1}}. \end{cases}$$

У стохастичному випадку ($c \neq 0$) розв'язок задачі (9) має вигляд:

якщо $l = \frac{1}{\sqrt{b}}$, то $u(t, x) = \tilde{A}_1(t)e^{-b\frac{x^2}{4}}$, де $\tilde{A}_1(t) = \exp\left\{e^{bt}\left[\frac{c^2}{2b}(e^{-bt}-1) + c\int_0^t e^{-bs}dw(s)\right]\right\}A_1(t)$;

якщо $l \neq \frac{1}{\sqrt{b}}$, то $u(t, x) = \tilde{A}_2(t)e^{-b\frac{x^2}{4\varphi^2(t)}}$, де $\tilde{A}_2(t) = \exp\left\{e^{bt}\left[\frac{c^2}{2b}(e^{-bt}-1) + c\int_0^t e^{-bs}dw(s)\right]\right\}A_2(t)$.

Позначимо: $\Phi(x)$ – функція розподілу нормального закону з параметрами (0;1),

$$K = \begin{cases} \frac{b+c^2}{c\sqrt{2b}} - \frac{\sqrt{2b}}{c} \ln L, & \text{якщо } l = \frac{1}{\sqrt{b}}, \\ \frac{c}{\sqrt{2b}} - \frac{\sqrt{2b}}{c} \ln\left(L(bl^2)^{\frac{1}{2(1-bl^2)}}\right), & \text{якщо } l \neq \frac{1}{\sqrt{b}}. \end{cases} \blacksquare$$

Теорема 3. $\forall x \in R^1 : P \left\{ \lim_{t \rightarrow +\infty} u(t, x) = 0 \right\} = \Phi(K), P \left\{ \lim_{t \rightarrow +\infty} u(t, x) = +\infty \right\} = 1 - \Phi(K).$

Доведення. $\square$ 1. Нехай $l = \frac{1}{\sqrt{b}}$. Перепишемо $\tilde{A}_1(t)$ у такому вигляді:

$$\tilde{A}_1(t) = \exp \left\{ e^{bt} \left[\ln L - \frac{1}{2} - \frac{c^2}{2} \int_0^t e^{-bs} ds + c \int_0^t e^{-bs} dw(s) \right] \right\}. \text{ Згідно з [4] існує вінерівський процес}$$

$$\tilde{w}(t) \text{ такий, що } \tilde{w} \left(\frac{1 - e^{-bt}}{2b} \right) = \int_0^t e^{-bs} dw(s), \text{ отже } P \left\{ \lim_{t \rightarrow +\infty} \int_0^t e^{-bs} dw(s) = \tilde{w} \left(\frac{1}{2b} \right) \right\} = 1. \text{ Тепер}$$

гранична поведінка $\tilde{A}_1(t)$ визначається знаком виразу $\ln L - \frac{1}{2} - \frac{c^2}{2b} + c\tilde{w} \left(\frac{1}{2b} \right)$ який і виявляє справедливість твердження теореми 3.

2. Нехай $l \neq \frac{1}{\sqrt{b}}$. Перепишемо $\tilde{A}_2(t)$ у такому вигляді:

$$\tilde{A}_2(t) = \exp \left\{ e^{bt} \left[\ln \left(L \left(\frac{bl^2}{1 - (1 - bl^2)e^{-bt}} \right)^{\frac{1}{2(1 - bl^2)}} \right) - \frac{c^2}{2} \int_0^t e^{-bs} ds + c \int_0^t e^{-bs} dw(s) \right] \right\}. \text{ Повторюючи}$$

міркування, викладені при доведенні п. 1, завешуємо доведення теореми 3. $\blacksquare$

Порівняння асимптотик розв'язків детермінованого та стохастичного рівнянь показує, що у детермінованому випадку розв'язок необмежено зростає, якщо амплітуда початкового значення перевищує деякий критичний рівень. Введення стохастичної лінійної компоненти приводить до виникнення режиму з загостренням лише з деякою додатною ймовірністю.

РЕЗЮМЕ

Для деяких стохастичних рівнянь горіння побудовано автомодельні розв'язки. Досліджено їхню асимптотичну поведінку та проведено її порівняння з детермінованим випадком.

SUMMARY

For some stochastic equations of combustion's it has constructed automodel solutions and studies their asymptotics.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Самарский А.А., Галактионов В.А., Курдюмов С.П., Михайлов А.П. Режимы с обострениями в задачах для квазилинейных параболических уравнений. – М.: Наука, 1981. – 471с.
2. Курдюмов С.П. Собственные функции горения нелинейной среды и конструктивные законы ее организации. Современные проблемы математической физики и вычислительной математики. – М.: Наука, 1982. – С.217-243.
3. Царьков Е.Ф., Ясинский В.К. Квазилинейные стохастические дифференциально-функциональные уравнения. – «Ориентир», Рига, 1992, – 320 с.
4. Гихман И.И., Скороход А.В. Теория случайных процессов. – Т.3. – М.: Наука, 1975. – 496 с.

Надійшла до редакції 11.09.1998 р.

УДК 519.21

ОБ ОЦЕНИВАНИИ МАКСИМУМА НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СИГНАЛА С БЫСТРЫМИ ОСЦИЛЛЯЦИЯМИ

А.А.Колосов

Пусть наблюдается случайный процесс $X_\varepsilon(t)$, удовлетворяющий уравнению $dX_\varepsilon(t) = S(t)dt + \varepsilon dv_\varepsilon(t)$, $X_\varepsilon(0) = X_0$, $\varepsilon > 0$, $t \in [0,1]$,

$$v_\varepsilon(t) = \varepsilon^{0.5\gamma} v(t\varepsilon^{-\gamma}) - \lambda t\varepsilon^{-0.5\gamma},$$

где $v(t\varepsilon^{-\gamma})$ – пуассоновский процесс с $E v(t\varepsilon^{-\gamma}) = \lambda t\varepsilon^{-\gamma}$.

По наблюдениям за траекториями процесса $X_\varepsilon(t)$ требуется оценить функционал $F(S(\cdot)) = \sup_{t \in [0,1]} S(t)$ при следующих априорных предположениях о сигнале $S(\cdot)$. Обозначим через $\Sigma(\beta, L)$, $0 < \beta \leq 1$, $L > 0$, класс функций $g(\cdot)$, удовлетворяющих на отрезке $[0,1]$ условию Гельдера с показателем β и постоянной L , а именно, $|g(t_1) - g(t_2)| \leq L|t_1 - t_2|^\beta$, $t_1, t_2 \in [0,1]$. Предположим, что $S(\cdot)$ принадлежит классу $\Sigma(\beta, L)$ при некоторых известных β и L , и $\gamma > 2(2\beta + 1)^{-1}$.

Для произвольной измеримой относительно $X_\varepsilon(\cdot)$ функции (оценки) $\tilde{\theta}_\varepsilon = \tilde{\theta}_\varepsilon(X_\varepsilon(\cdot))$ такой, что существует $\varepsilon_0 > 0$ такое, что для любого $\varepsilon < \varepsilon_0$ верно неравенство

$$|\tilde{\theta}_\varepsilon(X(t)) - \tilde{\theta}_\varepsilon(Y(t))| \leq \mu_\varepsilon^{-1} \sup_{t \in [0,1]} |X(t) - Y(t)|, \quad X(t), Y(t) \in C[0,1], \quad \mu_\varepsilon = \varepsilon^{2(2\beta+1)^{-1}} \quad (2)$$

Рассмотрим риск вида

$$R_\varepsilon(\tilde{\theta}_\varepsilon, \beta) = \sup_{S \in \Sigma(\beta, L)} E_{S(\cdot)} \omega(\delta_\varepsilon^{-\beta} (\tilde{\theta}_\varepsilon - F(S(\cdot)))) \quad (3)$$

где $\delta_\varepsilon = (\varepsilon^2 \ln(\varepsilon^{-1}))^{(2\beta+1)^{-1}}$ – нормирующий множитель; $E_{S(\cdot)}$ – математическое ожидание по мере, порожденной процессом $X_\varepsilon(\cdot)$ при условии, что истинное значение сигнала в (1) есть $S(\cdot)$; $\omega(\cdot)$ – функция потерь с обычными свойствами: неотрицательная, симметричная, неубывающая на $(0, +\infty)$ функция, непрерывная в нуле, и $\omega(0) = 0$.

Введем обозначения

$$\alpha = ((\beta + 1)(\beta L)^{-2})^{(2\beta+1)^{-1}}, \quad c(\beta) = 0.5 \sup_{0 \leq \tau \leq \alpha} \inf_{0 \leq y \leq L\tau^\beta} (\omega(y) - \omega(L\tau^\beta - y)),$$

$$g(u) = \begin{cases} (\beta + 1)(1 - |u|^\beta)(2\beta)^{-1}, & \text{при } |u| \leq 1 \\ 0, & \text{при } |u| > 1 \end{cases}$$

$$q = q(\beta) = 2(2\beta + 1)^{-1} (L\beta(\beta + 1)^\beta)^{(2\beta+1)^{-1}}, \quad v = v(\beta) = 4(\beta + 1)(2\beta + 1)^{-2} q^{-2},$$

$$t_k = k\mu_\varepsilon, \quad k = 1, 2, \dots, N_\varepsilon = \mu_\varepsilon^{-1}$$

(не ограничивая общности, считаем N_ε целым числом), $\alpha(\beta) = 0.5(q - Lv^\beta(2\beta + 1)^{-1})$,

$$\theta_{\varepsilon}(t) = \begin{cases} (\nu\delta_{\varepsilon})^{-1} \int_0^1 g((\nu\delta_{\varepsilon})^{-1}(t-u)) dX_{\varepsilon}(u), & \text{при } t \in (\nu\delta_{\varepsilon}, 1-\nu\delta_{\varepsilon}) \\ \mu_{\varepsilon}^{-1}(X_{\varepsilon}(t) - X_{\varepsilon}(t-\mu_{\varepsilon})) & , \text{при } t \in [0, \nu\delta_{\varepsilon}] \cup [1-\nu\delta_{\varepsilon}, 1] \end{cases}$$

$$\theta_{\varepsilon}^* = \sup_{1 \leq k \leq N_{\varepsilon}} \theta_{\varepsilon}(t_k) - \alpha(\beta)\delta_{\varepsilon}^{\beta}.$$

Т е о р е м а 1. Для любого $0 \leq \beta \leq 1$ и любой выпуклой функции потерь $\omega(\cdot)$, имеющей полиномиальную мажоранту, оценка θ_{ε}^* асимптотически эффективна с точностью до постоянной в классе оценок, удовлетворяющих (2), то есть

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} R_{\varepsilon}(\theta_{\varepsilon}^*, \beta) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \inf_{\tilde{\theta}_{\varepsilon}} R_{\varepsilon}(\tilde{\theta}_{\varepsilon}, \beta) = c(\beta).$$

Д о к а з а т е л ь с т в о . 1. Нижняя граница рисков. Рассмотрим случайный процесс $Y_{\varepsilon}(t)$ такой, что $dY_{\varepsilon}(t) = S(t)dt + \varepsilon\sqrt{\lambda}W(t)$, $Y_{\varepsilon}(0) = Y_0$, $t \in [0, 1]$,

$W(t)$ – стандартный винеровский процесс. Пусть событие A_{ε} такое, что

$$A_{\varepsilon} = \left\{ \sup_{t \in [0, 1]} |\nu_{\varepsilon}(t) - \sqrt{\lambda}W(t)| \leq 3\varepsilon^{0.5\gamma} \psi(\varepsilon) \right\}, \quad \psi(\varepsilon) \text{ такое, что } \psi(\varepsilon) \rightarrow +\infty,$$

$$\varepsilon^{-0.5\gamma} \exp\{-C\psi(\varepsilon)\} \rightarrow 0, \quad \mu_{\varepsilon}^{-1} \varepsilon^{1+0.5\gamma} \delta_{\varepsilon}^{-\beta} \psi(\varepsilon) \rightarrow 0 \text{ при } \varepsilon \rightarrow 0.$$

Тогда $R_{\varepsilon}(\tilde{\theta}_{\varepsilon}, \beta) \geq \sup_{S \in \Sigma(\beta, L)} \mathbf{E}_{S(\cdot)} \omega(\delta_{\varepsilon}^{-\beta}(\tilde{\theta}_{\varepsilon} - F(S(\cdot)))) \chi(A_{\varepsilon})$, $\chi(A_{\varepsilon})$ – индикатор события

A_{ε} . Так как $\omega(\cdot)$ – выпуклая функция, то верно неравенство $\omega(x+y) \geq \omega(x) - 0.5\omega(2y)$.

Поэтому

$$R_{\varepsilon}(\tilde{\theta}_{\varepsilon}, \beta) \geq \sup_{S \in \Sigma(\beta, L)} \mathbf{E}_{S(\cdot)} \omega(\delta_{\varepsilon}^{-\beta}(\hat{\theta}_{\varepsilon} - F(S(\cdot)))) \chi(A_{\varepsilon}) - 0.5 \sup_{S \in \Sigma(\beta, L)} \mathbf{E}_{S(\cdot)} \omega(2\delta_{\varepsilon}^{-\beta}|\hat{\theta}_{\varepsilon} - \tilde{\theta}_{\varepsilon}|) \chi(A_{\varepsilon}),$$

здесь

$$\hat{\theta}_{\varepsilon} = \tilde{\theta}_{\varepsilon}(Y_{\varepsilon}(\cdot)).$$

Легко видеть, что $\omega(2\delta_{\varepsilon}^{-\beta}|\hat{\theta}_{\varepsilon} - \tilde{\theta}_{\varepsilon}|) \leq \omega\left(2\varepsilon\delta_{\varepsilon}^{-\beta}\mu_{\varepsilon}^{-1} \sup_{t \in [0, 1]} |\nu_{\varepsilon}(t) - \sqrt{\lambda}W(t)|\right)$. Таким образом, $\sup_{S \in \Sigma(\beta, L)} \mathbf{E}_{S(\cdot)} \omega(2\delta_{\varepsilon}^{-\beta}|\hat{\theta}_{\varepsilon} - \tilde{\theta}_{\varepsilon}|) \chi(A_{\varepsilon}) \leq \omega(6\varepsilon^{1+0.5\gamma}\delta_{\varepsilon}^{-\beta}\mu_{\varepsilon}^{-1}\psi(\varepsilon)) \Pr(A_{\varepsilon})$. Зафиксируем произвольное $0 < \tau < \alpha$ и положим $t_k = 2k\tau\delta_{\varepsilon}$, $k = 1, 2, \dots, M_{\varepsilon}$, $M_{\varepsilon} = (2\tau\delta_{\varepsilon})^{-1}$ (не ограничивая общности считаем M_{ε} целым числом).

Обозначим

$$S_k(t) = \delta_{\varepsilon}^{\beta} G_{\tau}(\delta_{\varepsilon}^{-1}(t - t_k)),$$

где

$$G_{\tau}(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } |x| > \tau \\ L(\tau^{\beta} - |x|^{\beta}), & \text{при } |x| \leq \tau \end{cases}.$$

Пусть

$$\eta_k^{(\varepsilon)} = \frac{d\mathbf{P}_{S_k(\cdot)}}{d\mathbf{P}_{S_0(\cdot)}}(Y_{\varepsilon}(\cdot)) = \exp\left\{\varepsilon^{-1} \int_0^1 S_k(t) dW(t) - (2\varepsilon^2)^{-1} \int_0^1 S_k^2(t) dt\right\}, \quad z_{\varepsilon} = M_{\varepsilon}^{-1} \sum_{k=1}^{M_{\varepsilon}} \eta_k^{(\varepsilon)}.$$

В [1] было показано, что

$$R_{\varepsilon}(\hat{\theta}_{\varepsilon}, \beta) \geq 0.5 E_{S_0(\cdot)}(\omega(\delta_{\varepsilon}^{-\beta} \hat{\theta}_{\varepsilon}) + \omega(\delta_{\varepsilon}^{-\beta} \hat{\theta}_{\varepsilon} - L\tau^{\beta}) z_{\varepsilon}),$$

поэтому

$$R_{\varepsilon}(\hat{\theta}_{\varepsilon}, \beta) \chi(A_{\varepsilon}) \geq 0.5 E_{S_0(\cdot)}(\omega(\delta_{\varepsilon}^{-\beta} \hat{\theta}_{\varepsilon}) + \omega(\delta_{\varepsilon}^{-\beta} \hat{\theta}_{\varepsilon} - L\tau^{\beta}) z_{\varepsilon}) \chi(A_{\varepsilon}).$$

Зафиксировав $\delta > 0$, получим

$$\begin{aligned} R_{\varepsilon}(\hat{\theta}_{\varepsilon}, \beta) \chi(A_{\varepsilon}) &\geq 0.5 \inf_{x \in R^1} (\omega(x) + \omega(x - L\tau^{\beta})) (1 - \delta) P_{S_0(\cdot)}\{z_{\varepsilon} - 1| < \delta, A_{\varepsilon}\} \geq \\ &\geq 0.5 \inf_{x \in R^1} (\omega(x) + \omega(x - L\tau^{\beta})) (1 - \delta) (P_{S_0(\cdot)}\{z_{\varepsilon} - 1| < \delta\} - P_{S_0(\cdot)}\{\bar{A}_{\varepsilon}\}). \end{aligned}$$

Известно, что $P_{S_0(\cdot)}\{z_{\varepsilon} - 1| \leq \delta\} \rightarrow 1$ при $\varepsilon \rightarrow 0$ [1]. Из результатов [2] $P_{S(\cdot)}\{\bar{A}_{\varepsilon}\} \rightarrow 0$ при $\varepsilon \rightarrow 0$. Таким образом

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \inf_{\hat{\theta}_{\varepsilon}} R_{\varepsilon}(\hat{\theta}_{\varepsilon}, \beta) = c(\beta). \quad (4)$$

2. Асимптотическая эффективность. В [1] показано, что

$$R_{\varepsilon}(\theta_{\varepsilon}^*, \beta) \leq \omega(m(\beta) + \delta) + \sup_{S(\cdot) \in \Sigma(\beta, L)} \left(E_{S(\cdot)}(\omega(\tau_{\varepsilon}) + |\alpha(\beta)|)^2 \right)^{0.5} \sqrt{p_{\varepsilon}(\delta)},$$

$$\text{где } \tau_{\varepsilon} = \delta_{\varepsilon}^{-\beta} \sup_{t \in [0,1]} |\theta_{\varepsilon}(t) - S(t)|, \quad p_{\varepsilon}(\delta) = \sup_{S(\cdot) \in \Sigma(\beta, L)} P_{S(\cdot)}\{\delta_{\varepsilon}^{-\beta} |\theta_{\varepsilon}^* - F(S(\cdot))| \geq m(\beta) + \delta\}.$$

Покажем, что

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \sup_{S(\cdot) \in \Sigma(\beta, L)} E_{S(\cdot)}(\omega(\tau_{\varepsilon} + |\alpha(\beta)|))^2 < \infty \quad (5)$$

Действительно, $E_{S(\cdot)}(\omega(\tau_{\varepsilon} + |\alpha(\beta)|))^2 = E_{S(\cdot)}\tilde{\omega}(\tau_{\varepsilon})$, где $\tilde{\omega}(\cdot)$ – некоторая выпуклая функция потерь, имеющая полиномиальную мажоранту.

$$E_{S(\cdot)}\tilde{\omega}(\tau_{\varepsilon}) \leq E_{S(\cdot)}\tilde{\omega}\left(\sup_{t \in [0,1]} \delta_{\varepsilon}^{-\beta} |\hat{\theta}_{\varepsilon}(t) - S(t)|\right) + E_{S(\cdot)}\tilde{\omega}\left(\sup_{t \in [0,1]} \delta_{\varepsilon}^{-\beta} |\hat{\theta}_{\varepsilon}(t) - \theta_{\varepsilon}(t)|\right),$$

где

$$\hat{\theta}_{\varepsilon}(t) = \begin{cases} (\nu\delta_{\varepsilon})^{-1} \int_0^1 g((\nu\delta_{\varepsilon})^{-1}(t-u)) dY_{\varepsilon}(u), & t \in (\nu\delta_{\varepsilon}, 1 - \nu\delta_{\varepsilon}) \\ \mu_{\varepsilon}^{-1}(Y_{\varepsilon}(t) - Y_{\varepsilon}(t - \mu_{\varepsilon})), & t \in [0, \nu\delta_{\varepsilon}] \cup [1 - \nu\delta_{\varepsilon}, 1] \end{cases}$$

В [1] отмечалось, что $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \sup_{S(\cdot) \in \Sigma(\beta, L)} E_{S(\cdot)}\tilde{\omega}\left(\delta_{\varepsilon}^{-\beta} \sup_{t \in [0,1]} |\hat{\theta}_{\varepsilon}(t) - S(t)|\right) < \infty$. Легко видеть, что

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}\left(\delta_{\varepsilon}^{-\beta} \sup_{t \in [0,1]} |\hat{\theta}_{\varepsilon}(t) - \theta_{\varepsilon}(t)|\right) &\leq \tilde{\omega}\left(\varepsilon\delta_{\varepsilon}^{-\beta}\mu_{\varepsilon}^{-1} \sup_{t \in [0,1]} |v_{\varepsilon}(t) - \sqrt{\lambda}W(t)|\right) \leq \\ &\leq B + B \left| \varepsilon\delta_{\varepsilon}^{-\beta}\mu_{\varepsilon}^{-1} \sup_{t \in [0,1]} |v_{\varepsilon}(t) - \sqrt{\lambda}W(t)| \right|^n, \end{aligned}$$

где $B > 0$, $n \in N$ – некоторые константы.

В [3] отмечалось, что $E\xi = \int_0^{+\infty} \Pr\{\xi \geq t\}dt$, где ξ – неотрицательная случайная величина. Пусть событие B_ε такое, что $B_\varepsilon = \left\{ \left(\varepsilon \delta_\varepsilon^{-\beta} \mu_\varepsilon^{-1} \sup_{t \in [0,1]} |v_\varepsilon(t) - \sqrt{\lambda} W(t)| \right)^n > C^* \right\}$, где

$C^* > 0$ – константа. Тогда

$$\begin{aligned} E \left| \varepsilon \delta_\varepsilon^{-\beta} \mu_\varepsilon^{-1} \sup_{t \in [0,1]} |v_\varepsilon(t) - \sqrt{\lambda} W(t)| \right|^n &= \\ &= E \left| \varepsilon \delta_\varepsilon^{-\beta} \mu_\varepsilon^{-1} \sup_{t \in [0,1]} |v_\varepsilon(t) - \sqrt{\lambda} W(t)| \right|^n \chi(B_\varepsilon) + E \left| \varepsilon \delta_\varepsilon^{-\beta} \mu_\varepsilon^{-1} \sup_{t \in [0,1]} |v_\varepsilon(t) - \sqrt{\lambda} W(t)| \right|^n \chi(\bar{B}_\varepsilon) \leq \\ &\leq E \left| \varepsilon \delta_\varepsilon^{-\beta} \mu_\varepsilon^{-1} \sup_{t \in [0,1]} |v_\varepsilon(t) - \sqrt{\lambda} W(t)| \right|^n \chi(B_\varepsilon) + C^* \Pr(\bar{B}_\varepsilon). \end{aligned}$$

Рассмотрим первое слагаемое

$$\leq E \left| \varepsilon \delta_\varepsilon^{-\beta} \mu_\varepsilon^{-1} \sup_{t \in [0,1]} |v_\varepsilon(t) - \sqrt{\lambda} W(t)| \right|^n \chi(B_\varepsilon) = \int_0^{+\infty} \Pr\{\xi \chi(\xi > C^*) > t\} dt,$$

где

$$\xi = \left| \varepsilon \delta_\varepsilon^{-\beta} \mu_\varepsilon^{-1} \sup_{t \in [0,1]} |v_\varepsilon(t) - \sqrt{\lambda} W(t)| \right|^n.$$

Далее

$$\begin{aligned} \int_0^{+\infty} \Pr\{\xi \chi(\xi > C^*) \geq t\} dt &= \int_0^{+\infty} \Pr\{\xi \geq t, \xi > C^*\} dt = \int_0^{C^*} \Pr\{\xi \geq t, \xi > C^*\} dt + \\ &+ \int_{C^*}^{+\infty} \Pr\{\xi \geq t, \xi > C^*\} dt = \int_0^{C^*} \Pr\{\xi \geq C^*\} dt + \int_{C^*}^{+\infty} \Pr\{\xi \geq t\} dt = \\ &= C^* \Pr\{\xi \geq C^*\} + \int_{C^*}^{+\infty} \Pr\{\xi \geq t\} dt. \end{aligned}$$

$$\Pr\{\xi \geq t\} = \Pr\left\{ \sup_{t \in [0,1]} |v_\varepsilon(t) - \sqrt{\lambda} W(t)| \geq t^{1/n} \varepsilon^{-1} \delta_\varepsilon^\beta \mu_\varepsilon \right\}.$$

Легко видеть, что существует $\varepsilon_0 > 0$ такое, что для всех $\varepsilon < \varepsilon_0$

$$\begin{aligned} \Pr\left\{ \sup_{t \in [0,1]} |v_\varepsilon(t) - \sqrt{\lambda} W(t)| \geq t^{1/n} \varepsilon^{-1} \delta_\varepsilon^\beta \mu_\varepsilon \right\} &\leq \Pr\left\{ \sup_{t \in [0,1]} |v_\varepsilon(t) - \sqrt{\lambda} W(t)| \geq 3\varepsilon^{0.5\gamma} t^{1/n} \psi(\varepsilon) \right\} \leq \\ &\leq C_1 \varepsilon^{-0.5\gamma} \exp\left\{ -C_2 \psi(\varepsilon) t^{1/n} \right\}, \end{aligned}$$

где $C_1 > 0$ и $C_2 > 0$ – константы. Таким образом

$$\int_{C^*}^{+\infty} \Pr\{\xi \geq t\} dt \leq C_1 \varepsilon^{-0.5\gamma} \int_{C^*}^{+\infty} \exp\left\{ -C_2 \psi(\varepsilon) t^{1/n} \right\} dt.$$

Сделав замену $t^{1/n} = z$ и проинтегрировав по частям n раз, получим

$$\int_{C^*}^{+\infty} \Pr\{\xi \geq t\} dt \leq C_1 \varepsilon^{-0.5\gamma} \exp\left\{ -C_2 \psi(\varepsilon) (C^*)^{1/n} \right\} \sum_{i=1}^n \frac{n! (C^*)^{1-i/n}}{(n-i)! C_2 \psi(\varepsilon)}.$$

Таким образом (5) доказано. Теперь покажем, что

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} p_\varepsilon(\delta) = 0. \quad (6)$$

Обозначим

$$\xi_k^{(\varepsilon)} = \begin{cases} \varepsilon(\nu\delta_\varepsilon)^{-1} \int_0^1 g((\nu\delta_\varepsilon)^{-1}(t_k - u)) d\nu_\varepsilon(u), & \text{при } k \in I_1 \\ \varepsilon\mu_\varepsilon^{-1}(\nu_\varepsilon(t) - \nu_\varepsilon(t_k - \mu_\varepsilon)) & , \text{при } k \in I_2 \end{cases}$$

$$\eta_k^{(\varepsilon)} = \begin{cases} \sqrt{\lambda}\varepsilon(\nu\delta_\varepsilon)^{-1} \int_0^1 g((\nu\delta_\varepsilon)^{-1}(t_k - u)) dW(u), & \text{при } k \in I_1 \\ \sqrt{\lambda}\varepsilon\mu_\varepsilon^{-1}(W(t) - W(t_k - \mu_\varepsilon)) & , \text{при } k \in I_2 \end{cases}$$

где $I_1 = \{k \in \{1, 2, \dots, N_\varepsilon\} : t_k \in (\nu\delta_\varepsilon, 1 - \nu\delta_\varepsilon)\}$, $I_2 = \{k \in \{1, 2, \dots, N_\varepsilon\} : t_k \in [0, \nu\delta_\varepsilon] \cup [1 - \nu\delta_\varepsilon, 1]\}$.

Рассмотрим события $C_\varepsilon = \left\{ \xi_k^{(\varepsilon)} \leq \gamma_\varepsilon \delta_\varepsilon^\beta \right\}$, $D_\varepsilon = \left\{ \sup_{k=1, \dots, N_\varepsilon} |\xi_k^{(\varepsilon)}| \leq (q + 0.5\delta) \delta_\varepsilon^\beta \right\}$, $\gamma_\varepsilon > 0$ такое,

что при $\varepsilon \rightarrow 0$ $\gamma_\varepsilon \rightarrow 0$, а $\gamma_\varepsilon (\ln(\varepsilon^{-1}))^{\beta(2\beta+1)^{-1}} \rightarrow +\infty$, k таково, что $\psi_k^{(\varepsilon)} = \sup_{k=1, \dots, N_\varepsilon} \psi_k^{(\varepsilon)}$.

Если таких k несколько, то берем, например, минимальное из них.

$$\psi_k^{(\varepsilon)} = \begin{cases} (\nu\delta_\varepsilon)^{-1} \int_0^1 g((\nu\delta_\varepsilon)^{-1}(t_k - u)) S(u) du, & \text{при } k \in I_1 \\ \mu_\varepsilon^{-1} \int_{t_k - \mu_\varepsilon}^{t_k} S(u) du & , \text{при } k \in I_2 \end{cases}$$

В [1] отмечалось, что

$$p_\varepsilon(\delta) \leq \sup_{S(\cdot) \in \Sigma(\beta, L)} (P_{S(\cdot)}(\overline{C}_\varepsilon) + P_{S(\cdot)}(\overline{D}_\varepsilon)). \quad (7)$$

Легко видеть, что $P_{S(\cdot)}(\overline{C}_\varepsilon) \leq P_{S(\cdot)}\left\{ \left| \xi_k^{(\varepsilon)} - \eta_k^{(\varepsilon)} \right| > \alpha_\varepsilon \right\} + P_{S(\cdot)}\left\{ \left| \eta_k^{(\varepsilon)} \right| > \gamma_\varepsilon \delta_\varepsilon^\beta - \alpha_\varepsilon \right\}$, где

$\alpha_\varepsilon = 6\varepsilon^{1+0.5\gamma} \mu_\varepsilon^{-1} \psi(\varepsilon)$. Нетрудно заметить, что $\left| \xi_k^{(\varepsilon)} - \eta_k^{(\varepsilon)} \right| \leq 2\varepsilon\mu_\varepsilon^{-1} \sup_{t \in [0, 1]} |\nu_\varepsilon(t) - \sqrt{\lambda}W(t)|$,

поэтому $P_{S(\cdot)}\left\{ \left| \xi_k^{(\varepsilon)} - \eta_k^{(\varepsilon)} \right| > \alpha_\varepsilon \right\} \leq P_{S(\cdot)}\left\{ \sup_{t \in [0, 1]} |\nu_\varepsilon(t) - \sqrt{\lambda}W(t)| > 3\varepsilon^{0.5\gamma} \psi(\varepsilon) \right\} \rightarrow 0$, при $\varepsilon \rightarrow 0$.

Далее, так как $\alpha_\varepsilon \gamma_\varepsilon^{-1} \delta_\varepsilon^{-\beta} \rightarrow 0$ при $\varepsilon \rightarrow 0$, то существует $\varepsilon_0 > 0$ такое, что

$\gamma_\varepsilon \delta_\varepsilon^\beta - \alpha_\varepsilon > 0.5\gamma_\varepsilon \delta_\varepsilon^\beta$ для любого $\varepsilon < \varepsilon_0$. Поэтому

$$P_{S(\cdot)}\left\{ \left| \eta_k^{(\varepsilon)} \right| > \gamma_\varepsilon \delta_\varepsilon^\beta - \alpha_\varepsilon \right\} \leq P_{S(\cdot)}\left\{ \left| \eta_k^{(\varepsilon)} \right| > 0.5\gamma_\varepsilon \delta_\varepsilon^\beta \right\} \rightarrow 0 \text{ при } \varepsilon \rightarrow 0 \text{ [1]}.$$

Таким образом, $P_{S(\cdot)}(\overline{C}_\varepsilon) \rightarrow 0$ при $\varepsilon \rightarrow 0$.

Аналогично

$$P_{S(\cdot)}(\overline{D}_\varepsilon) \leq P_{S(\cdot)}\left\{ \sup_{k=1, \dots, N_\varepsilon} \left| \eta_k^{(\varepsilon)} \right| > 0.5\delta_\varepsilon^\beta (q + 0.5\delta) \right\} + P_{S(\cdot)}\left\{ \sup_{t \in [0, 1]} |\nu_\varepsilon(t) - \sqrt{\lambda}W(t)| > 3\varepsilon^{0.5\gamma} \psi(\varepsilon) \right\} \rightarrow 0$$

при $\varepsilon \rightarrow 0$. Принимая во внимание (7), получим (6). Таким образом теорема 1 доказана.

Пусть наблюдается случайный процесс $Z_\varepsilon(t)$, удовлетворяющий уравнению $dZ_\varepsilon(t) = S(t)dt + \varepsilon^{1-0.5\gamma} \zeta(t\varepsilon^{-\gamma})dt$, $Z_\varepsilon(0) = Z_0$, $t \in [0, 1]$, где $\zeta(s)$, $s > 0$ – стационарный в

узком смысле случайный процесс с нулевым средним, удовлетворяющий условию равномерно сильного перемешивания с коэффициентом $\varphi(\tau)$, $\tau > 0$ таким, что

$$\int_0^{+\infty} \varphi^{0.5}(\tau) d\tau < +\infty, \text{ и удовлетворяющий условию Крамера } E|\zeta(s)|^m \leq 0.5b^2 H^{m-2} m!,$$

$m \geq 2$. Из результатов [4] видно, что $P_{S(\cdot)} \left\{ \sup_{t \in [0,1]} |\zeta_\varepsilon(t) - W(t)| > 3\varepsilon^{0.5\gamma} \psi_1(\varepsilon) \right\} \leq (1 + \varepsilon^{-1-\gamma}) C_3 \exp\{-C_4 \psi_1(\varepsilon)\}$, где $\zeta_\varepsilon(t) = \varepsilon^{0.5\gamma} \int_0^{t/\varepsilon} \zeta(s) ds$, $\psi_1(\varepsilon)$ такое, что $\psi(\varepsilon) \rightarrow +\infty$, $\varepsilon^{-1-\gamma} \exp\{-C \psi_1(\varepsilon)\} \rightarrow 0$, $\mu_\varepsilon^{-1} \varepsilon^{1+0.5\gamma} \delta_\varepsilon^{-\beta} \psi_1(\varepsilon) \rightarrow 0$ при $\varepsilon \rightarrow 0$. Поэтому, рассуждая над аналогичным доказательством теоремы 1, нетрудно показать, что верна следующая теорема.

Теорема 2. Для любого $0 \leq \beta \leq 1$ и любой выпуклой функции потерь $\omega(\cdot)$, имеющей полиномиальную мажоранту, оценка $\tilde{\theta}_\varepsilon^*$ асимптотически эффективна с точностью до постоянной в классе оценок, удовлетворяющих (2), то есть

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} R_\varepsilon(\tilde{\theta}_\varepsilon^*, \beta) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \inf_{\tilde{\theta}_\varepsilon} R_\varepsilon(\tilde{\theta}_\varepsilon, \beta) = c(\beta).$$

Здесь

$$\tilde{\theta}_\varepsilon^* = \sup_{1 \leq k \leq N_\varepsilon} \theta_\varepsilon^1(t_k) - \alpha(\beta) \delta_\varepsilon^\beta,$$

$$\theta_\varepsilon^1(t) = \begin{cases} (\nu \delta_\varepsilon)^{-1} \int_0^t g((\nu \delta_\varepsilon)^{-1}(t-u)) dZ_\varepsilon(u), & \text{при } t \in (\nu \delta_\varepsilon, 1 - \nu \delta_\varepsilon) \\ \mu_\varepsilon^{-1} (Z_\varepsilon(t) - Z_\varepsilon(t - \mu_\varepsilon)) & , \text{при } t \in [0, \nu \delta_\varepsilon] \cup [1 - \nu \delta_\varepsilon, 1] \end{cases}$$

РЕЗЮМЕ

За спостереженнями за траєкторією непараметричного сигналу з швидкими осциляціями, будується асимптотично ефективна, з точністю до сталої, оцінка максимуму сигналу.

SUMMARY

On observations behind a trajectory of a nonparametric signal with fast oscillations, the asymptotic effective estimation of a maximum of a signal is created with exactness to constant.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Лепский О.В. Об оценивании максимума непараметрического сигнала с точностью до постоянной // Теория вероятностей и ее применения. – 1993. – Т.38. Вып. 1.
2. Бондарев Б.В., Шурко И.Л. Диффузионная аппроксимация по вероятности случайных процессов с независимыми приращениями. – Докл. АН УССР: Сер. А. Физ.-мат. и техн. науки. – 1988. – №9.
3. Биллингсли П. Сходимость вероятностных мер. – М.: Наука, 1977. – 352 с.
4. Бондарев Б.В. О неравенстве Колмогорова-Гаека-Реньи для нормированных интегралов со слабой зависимостью. Теория вероятностей и ее применения. – 1997. – Т.47, Вып. 2. – С.225-238.

Надійшла до редакції 31.07.1998

М Е Х А Н І К А

УДК 539.3:534.1

ГАРМОНИЧЕСКОЕ ЧАСТНОЕ РЕШЕНИЕ В ТРЕХМЕРНОЙ ЗАДАЧЕ КОЛЕБАНИЙ ИЗОТРОПНЫХ ПЛАСТИН

Ю.В.Мысовский

В работе [1] выведены дисперсионные уравнения и дана структура вихревого и потенциального решений для различных вариантов граничных условий на плоских гранях пластины в трехмерной задаче установившихся колебаний. В работе [2] на основе анализа дисперсионного уравнения в случае, когда верхний торец пластины свободен от нагружения, а нижний жестко закреплен, показано, что при так называемых частотах запириания наряду с вихревым и потенциальным решениями может возникать либо гармоническое, либо бигармоническое частные решения. Структура бигармонического частного решения получена в работе [3]. В данной работе рассмотрен случай частот запириания, при которых появляется гармоническое частное решение. Исследованы варианты свободных и жестко защемленных плоских граней пластины.

Математически задача об установившихся колебаниях изотропной пластины сводится к интегрированию уравнений движения в перемещениях [4]

$$\Delta_2 \bar{U} + \nu_1 \lambda^2 \text{grad div } \bar{U} = 0 \quad (1)$$

при заданных граничных условиях на плоских гранях

$$\sigma_{i3} \big|_{x_3=\pm 1} = 0 \quad (2)$$

или

$$u_i \big|_{x_3=\pm 1} = 0, \quad (i = 1, 2, 3), \quad (3)$$

а также граничных условий на боковой поверхности:

$$\sigma_{nn} \big|_{n=0} = f_1(s, x_3), \quad \sigma_{ns} \big|_{n=0} = f_2(s, x_3), \quad \sigma_{n3} \big|_{n=0} = f_3(s, x_3) \quad (4)$$

или

$$u_n \big|_{n=0} = g_1(s, x_3), \quad u_s \big|_{n=0} = g_2(s, x_3), \quad u_3 \big|_{n=0} = g_3(s, x_3) \quad (5)$$

Здесь и ниже приняты те же обозначения, что и в работе [1].

Выражения для перемещений, являющиеся общим интегралом системы (1), приведены в работе [1]. Напряжения получим из уравнений закона Гука:

$$\begin{aligned} \sigma_{i3}(\bar{x}) &= S_2(x_3)[\partial_i u'_{30}(x) - \lambda^{-1} \nabla_2^2 u_{i0}(x)] + \lambda \omega_1^{-2} [2 \nabla_1^2 S_1(x_3) - \\ &\nabla_{12}^2 S_2(x_3)] \partial_i \theta_0(x) + C_2(x_3)[\partial_i u_{30}(x) + \lambda^{-1} u'_{i0}(x)] - 2 \lambda \omega_2^{-2} [C_1(x_3) - \\ &C_2(x_3)] \partial_i \theta_0'(x), \quad (i = 1, 2) \\ \sigma_{33}(\bar{x}) &= 2 \lambda^{-1} [C_2(x_3) u'_{30}(x) - \nabla_2^2 S_2(x_3) u_{30}(x)] + \omega_1^{-2} [\nabla_{12}^2 C_1(x_3) - \\ &\nabla_1^2 C_2(x_3)] \theta_0(x_3) + \omega_2^{-2} [\nabla_{02}^2 S_1(x_3) - 2 \nabla_2^2 S_2(x_3)] \theta_0'(x). \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $\bar{x} = (x, x_3)$, $x = (x_1, x_2)$.

Исходную задачу можно представить в виде суммы двух: задача А – симметричное и задача Б – асимметричное относительно серединной плоскости пластины нагружение. Подставляя соотношения (6) в равенства (2), а выражения для перемещений – в (3), получим

$$AY = 0, Y = (y_1, y_2, y_3)', A = (a_{ij}), \quad (7)$$

где $y_1 = u_{i0}(x), y_3 = u'_{30}(x)$ для задачи А и $y_1 = u'_{i0}(x), y_3 = u_{30}(x)$ ($i = 1, 2$) для задачи Б, элементы a_{ij} – дифференциальные операторы, имеющие для условий (2) следующий вид:

$$a_{i3} = b\partial_i, a_{3i} = c\partial_i \quad (i = 1, 2), a_{12} = a_{21} = a\partial_1\partial_2, a_{33} = d,$$

при этом для задачи А

$$a_{ii} = -\omega_1^2 \nabla_2^2 s_2 + a\partial_i^2, a = \lambda^2 (2\nabla_1^2 s_1 - \nabla_{12}^2 s_2), b = \lambda (2\nabla_1^2 s_2 - \nabla_{02}^2 s_2),$$

$$c = \lambda (\nabla_{02}^2 c_1 - 2\nabla_1^2 c_2), d = \nabla_{02}^2 c_1 - 2\nabla_0^2 c_2,$$

для задачи Б

$$a_{ii} = \omega_2^2 c_2 + a\partial_i^2, a = -2\lambda^2 (c_1 - c_2), b = \lambda (2\nabla_2^2 c_1 - \nabla_0^2 c_2), c = \lambda (\nabla_{02}^2 s_1 - 2\nabla_2^2 s_2),$$

$$d = -\nabla_2^2 (\nabla_{02}^2 s_1 - 2\nabla_0^2 s_2).$$

Аналогичные выражения нетрудно получить и для условий (3).

Решение системы (7) ищем в виде, представленном в работе [5],

$$y_j = D_{ij} \Psi(x), \quad (8)$$

где D_{ij} – алгебраические дополнения для элемента a_{ij} . Операторы $D_{ij} = A_{ij}$ для задачи А и $D_{ij} = B_{ij}$ для задачи Б в случае условий (2) имеют вид

$$A_{ii} = 4\nabla_0^2 \nabla_1^2 c_2 s_1 - \nabla_{02}^4 c_1 s_2 + \lambda^2 \partial_i^2 (-4\nabla_1^2 c_2 s_1 + 2\nabla_2^2 c_2 s_2 + \nabla_{02}^2 c_1 s_2),$$

$$A_{i3} = \nabla_2^2 s_2 (\nabla_{02}^2 c_1 - 2\nabla_1^2 c_2) \partial_i, A_{3i} = \lambda \nabla_2^2 s_2 (2\nabla_1^2 s_1 - \nabla_{02}^2 s_2) \partial_i,$$

$$B_{ii} = 4\nabla_0^2 \nabla_2^2 c_1 s_2 - \nabla_{02}^4 c_2 s_1 + \lambda^2 \partial_i^2 (-4\nabla_2^2 c_1 s_2 + 2\nabla_2^2 c_2 s_2 + \nabla_{02}^2 c_2 s_1),$$

$$A_{12} = A_{21} = \lambda^2 (\nabla_{02}^2 c_1 s_2 - 4\nabla_1^2 c_2 s_1 + 2\nabla_2^2 c_2 s_2) \partial_1 \partial_2;$$

$$B_{33} = c_2 (\nabla_{02}^2 c_2 - 2\nabla_0^2 c_1), \quad (9)$$

$$B_{12} = B_{21} = \lambda^2 (\nabla_{02}^2 c_2 s_1 - 4\nabla_2^2 c_1 s_2 + 2\nabla_2^2 c_2 s_2) \partial_1 \partial_2.$$

При подстановке соотношений (8) в систему (7) все уравнения, кроме i -го удовлетворяются тождественно, а i -ое примет вид

$$\det(A) \Psi(x) = 0. \quad (10)$$

Явный вид уравнения (10) для различных вариантов граничных условий на плоских гранях получен в работе [1].

Разложив эти уравнения по степеням оператора ∇_0^2 , найдем, что при $\omega_1 = \omega_{10} = k_0 \pi$ в задаче А для условий (3), а в задаче Б для условий (2), а также при $\omega_1 = \omega_{10} = (2k_0 + 1)\pi/2$ в задаче А для условий (2), а в задаче Б для условий (3), кроме вихревого и потенциального решений [6] возникает гармоническое частное решение. Для определения компонент этого решения будем считать функцию $\Psi(x)$ в выражении (8) гармонической. Тогда, действуя операторами (9) на гармоническую функцию, получим

$$u_i(\bar{x}) = n_0(x_3) \partial_i \varphi(x), \quad (i=1, 2), u_3(\bar{x}) = \lambda^{-1} q_0(x_3) \varphi(x). \quad (11)$$

Здесь для задачи А

$$n_0(x_3) = 2\omega_1 \sin \omega_1 \cos \omega_2 x_3 - \omega_2 \sin \omega_2 \cos \omega_1 x_3, q_0(x_3) = \omega_1 \omega_2 \sin \omega_2 \sin \omega_1 x_3,$$

для задачи Б

$$n_0(x_3) = 2\omega_1 \cos \omega_1 \sin \omega_2 x_3 - \omega_2 \cos \omega_2 \sin \omega_1 x_3, q_0(x_3) = -\omega_1 \omega_2 \cos \omega_2 \cos \omega_1 x_3.$$

Гармоническая функция $\varphi(x)$ связана с функцией $\Psi(x)$ соотношениями для задачи А

$$-2\lambda^2 \cos \omega_2 \partial_j \Psi(x) = \varphi(x) \quad (j=1,2), \quad \lambda \omega_2 \sin \omega_2 \Psi(x) = \varphi(x) \quad (j=3),$$

для задачи Б

$$2\lambda^2 \omega_2^3 \sin \omega_2 \partial_j \Psi(x) = \varphi(x) \quad (j=1,2), \quad \lambda \omega_2^4 \cos \omega_2 \Psi(x) = \varphi(x) \quad (j=3).$$

Таким образом, компоненты вектора перемещений общего напряженного состояния можно представить в виде

$$u_i(\bar{x}) = \sum_p n_p(x_3) \partial_i C_p(x) - (-1)^i \sum_k b_k(x_3) \partial_{3-i} B_k(x) + n_0(x_3) \partial_i \varphi(x), \quad (i=1,2), \quad (12)$$

$$u_3(x) = \lambda^{-1} \sum_p q_p(x_3) C_p(x) + \lambda^{-1} q_0(x_3) \varphi(x).$$

Выражения для функций $n_p(x_3)$, $q_p(x_3)$ и $b_k(x_3)$, являющихся соответственно собственными функциями потенциального и вихревого решений приведены в работе [3] для задачи А в случае граничных условий (2), для задачи Б будем иметь

$$n_p(x_3) = 2\gamma_{1p}\gamma_{2p} \cos \gamma_{1p} \sin \gamma_{2p} x_3 - (\gamma_p^2 + \gamma_{2p}^2) \cos \gamma_{2p} \sin \gamma_{1p} x_3,$$

$$q_p(x_3) = \gamma_{1p} [2\gamma_p^2 \cos \gamma_{1p} \cos \gamma_{2p} x_3 - (\gamma_p^2 + \gamma_{2p}^2) \cos \gamma_{2p} \cos \gamma_{1p} x_3],$$

$$b_k(x_3) = \sin \sigma_k x_3, \quad \sigma_k = (2k+1)\pi/2.$$

Для определения этих функций для жестко заземленных плоских граней применим полуобратный метод, а именно, решение системы (1) и граничных условий (3) будем искать в виде (12), при этом будем считать функции $C_p(x)$ и $B_k(x)$ метагармоническими, а функцию $\varphi(x)$ - гармонической

$$\nabla_0^2 C_p(x) = \gamma_p^2 C_p(x), \quad \nabla_0^2 B_k(x) = \delta_k^2 B_k(x), \quad \nabla_0^2 \varphi(x) = 0. \quad (13)$$

Это приводит к следующим краевым задачам:

$$n_p''(x_3) + (v_1 + 1)\gamma_{1p}^2 n_p(x_3) + v_1 q_p'(x_3) = 0, \quad (14)$$

$$q_p''(x_3) + \gamma_{2p}^2 (v_1 + 1)^{-1} q_p(x_3) + v_1 \gamma_{1p}^2 (v_1 + 1)^{-1} n_p'(x_3), \quad n_p(1) = q_p(1) = 0.$$

$$b_k''(x_3) + \delta_{2k}^2 b_k(x_3) = 0, \quad b_k(1) = 0, \quad (15)$$

$$q_0''(x_3) + \omega_1^2 q_0(x_3) = 0, \quad (16)$$

$$n_0''(x_3) + \omega_2^2 n_0(x_3) = -v_1 q_0'(x_3), \quad n_0(1) = q_0(1) = 0.$$

Здесь обозначено $\gamma_{ip}^2 = \gamma_p^2 + \omega_i^2$, $\delta_{2k}^2 = \delta_k^2 + \omega_2^2$.

Решение системы (14) для задачи А ищем в виде

$$n_p(x_3) = C_{1p} \cos \gamma_{1p} x_3 + C_{2p} \cos \gamma_{2p} x_3, \quad q_p(x_3) = d_{1p} \sin \gamma_{1p} x_3 + d_{2p} \sin \gamma_{2p} x_3.$$

Тогда из системы дифференциальных уравнений найдем

$$d_{1p} = -\gamma_p C_{1p}, \quad d_{2p} = -\gamma_p^2 \gamma_{2p}^{-1} C_{2p}.$$

Граничные условия приводят к системе алгебраических уравнений

$$C_{1p} \cos \gamma_{1p} + C_{2p} \cos \gamma_{2p} = 0, \quad (17)$$

$$C_{1p} \gamma_{1p} \gamma_{2p} \sin \gamma_{1p} + C_{2p} \gamma_p^2 \sin \gamma_{2p} = 0.$$

Отсюда получаем трансцендентное дисперсионное уравнение

$$\gamma_{1p} \gamma_{2p} \cos \gamma_{2p} \sin \gamma_{1p} - \gamma_p^2 \cos \gamma_{1p} \sin \gamma_{2p} = 0. \quad (18)$$

Выражая постоянные C_{2p} из системы (17) через C_{1p} , будем иметь

$$n_p(x_3) = \gamma_{2p} (\cos \gamma_{1p} \cos \gamma_{2p} x_3 - \cos \gamma_{2p} \cos \gamma_{1p} x_3),$$

$$q_p(x_3) = \gamma_{1p} \gamma_{2p} \cos \gamma_{2p} \sin \gamma_{1p} x_3 - \gamma_p^2 \cos \gamma_{1p} \sin \gamma_{2p} x_3.$$

Аналогичным образом для задачи Б получим

$$\begin{aligned} \gamma_{1p} \gamma_{2p} \cos \gamma_{1p} \sin \gamma_{2p} - \gamma_p^2 \cos \gamma_{2p} \sin \gamma_{1p} &= 0, \\ n_p(x_3) &= \gamma_{2p} (\sin \gamma_{2p} \sin \gamma_{1p} x_3 - \sin \gamma_{1p} \sin \gamma_{2p} x_3), \\ q_p(x_3) &= \gamma_{1p} \gamma_{2p} \sin \gamma_{2p} \cos \gamma_{1p} x_3 - \gamma_p^2 \sin \gamma_{1p} \cos \gamma_{2p} x_3. \end{aligned} \quad (19)$$

Интегрирование краевой задачи (15) дает: для задачи А

$$b_k(x_3) = \cos \sigma_k x_3, \sigma_k = (2k+1)\pi/2,$$

для задачи Б

$$b_k(x_3) = \sin \sigma_k x_3, \sigma_k = k\pi.$$

Решая краевую задачу (16), найдем для задачи А

$$n_0(x_3) = \cos \omega_{10} \cos \omega_{20} x_3 - \cos \omega_{20} \cos \omega_{10} x_3, q_0(x_3) = \omega_{10} \cos \omega_{20} \sin \omega_{10} x_3,$$

для задачи Б

$$n_0(x_3) = \sin \omega_{20} \sin \omega_{10} x_3 - \sin \omega_{10} \sin \omega_{20} x_3, q_0(x_3) = \omega_{10} \sin \omega_{20} \cos \omega_{10} x_3,$$

где $\omega_{20}^2 = (\nu_1 + 1)\omega_{10}^2$.

Таким образом, суммирование в формулах (12) проводится по всем $k \in Z$, а в первых слагаемых по всем корням уравнений (18) или (19) для условий (3), а для условий (2) – по всем корням уравнений [1]:

задача А

$$(\gamma_p^2 + \gamma_{2p}^2)^2 \cos \gamma_{1p} \sin \gamma_{2p} - 4\gamma_p^2 \gamma_{1p} \gamma_{2p} \cos \gamma_{2p} \sin \gamma_{1p} = 0; \quad (20)$$

задача Б

$$(\gamma_p^2 + \gamma_{2p}^2)^2 \cos \gamma_{2p} \sin \gamma_{1p} - 4\gamma_p^2 \gamma_{1p} \gamma_{2p} \cos \gamma_{1p} \sin \gamma_{2p} = 0. \quad (21)$$

При этом в уравнениях (18) – (21) следует положить $\omega_i = \omega_{i0}$.

Компоненты тензора напряжений найдем из уравнений закона Гука, которые удобно записать в виде:

$$\sigma_{ii}(\bar{x}) = 2\partial_i u_i(\bar{x}) + (\nu_1 - 1) \operatorname{div} \bar{U}(\bar{x}), \sigma_{i3}(\bar{x}) = \lambda^{-1} \frac{\partial}{\partial x_3} u_i(\bar{x}) + \partial_i u_3(\bar{x}), (i = 1, 2),$$

$$\sigma_{33}(\bar{x}) = 2\lambda^{-1} \frac{\partial}{\partial x_3} u_3(\bar{x}) + (\nu_1 - 1) \operatorname{div} \bar{U}(\bar{x}), \sigma_{12}(\bar{x}) = \partial_1 u_2(\bar{x}) + \partial_2 u_1(\bar{x}).$$

Подставляя сюда формулы (12), получим

$$\begin{aligned} \sigma_{ii}(\bar{x}) &= (\nu_1 - 1)\lambda^{-2} \sum_p s_p(x_3) C_p(x) + 2 \sum_p n_p(x_3) \partial_i^2 C_p(x) - 2(-1)^i \sum_k b_k(x_3) \partial_i \partial_2 B_k(x) + \\ &+ 2n_0(x_3) \partial_i^2 \varphi(x) + (\nu_1 - 1)\lambda^{-2} q_0'(x) \varphi(x), \\ \sigma_{i3}(x') &= \lambda^{-1} \left[\sum_p r_p(x_3) \partial_i C_p(x) - (-1)^i \sum_k b_k'(x_3) \partial_{3-i} B_k(x) + r_0(x_3) \partial_i \varphi(x) \right], \\ \sigma_{12}(\bar{x}) &= 2 \sum_p n_p(x_3) \partial_1 \partial_2 C_p(x) - \sum_k b(x_3) (\partial_1^2 - \partial_2^2) B_k(x) + 2n_0(x_3) \partial_1 \partial_2 \varphi(x), \\ \sigma_{33}(\bar{x}) &= \lambda^{-2} \left[\sum_p t(x_3) C_p(x) + (\nu_1 - 1) q_0'(x_3) \varphi(x) \right]. \end{aligned}$$

Здесь обозначено

$$\begin{aligned} s_p(x_3) &= \gamma_p^2 n_p(x_3) + g_p'(x_3), r_p(x_3) = n_p'(x_3) + g_p(x_3), r_0(x_3) = n_0'(x_3) + q_0(x_3), \\ t_p(x_3) &= (\nu_1 - 1) \gamma_p^2 n_p(x_3) + (\nu_1 + 1) q_0'(x_3). \end{aligned}$$

Для удовлетворения граничным условиям (4), (5) на боковой поверхности пластины в случае криволинейных контуров целесообразно перейти к локальной системе

координат (n, s, x_3) , где s -длина дуги контура, n -координата по нормали к контуру. Формулы перехода от декартовой системы координат (x_1, x_2, x_3) к локальной системе координат (n, s, x_3) приведены в работе [5]. На основании этих зависимостей получим:

$$\begin{aligned} u_n(n, s, x_3) &= \sum n_p(x_3) \frac{\partial}{\partial n} C_p(n, s) + \sum b_k(x_3) \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial s} B_k(n, s) + n_0(x_3) \frac{\partial}{\partial n} \varphi(n, s), \\ u_s(n, s, x_3) &= \sum n_p(x_3) \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial s} C_p(n, s) - \sum b_k(x_3) \frac{\partial}{\partial n} B_k(n, s) + n_0(x_3) \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial s} \varphi(n, s), \\ u_3(n, s, x_3) &= \lambda^{-1} \sum q_p(x_3) C_p(n, s) + \lambda^{-1} q_0(x_3) \varphi(n, s), \\ \sigma_{nn}(n, s, x_3) &= 2 \sum n_p(x_3) \frac{\partial^2}{\partial n^2} C_p(n, s) + \frac{v_1 - 1}{\lambda^2} \sum s_p(x_3) C_p(n, s) + 2 \sum b_k(x_3) L_{in} B_k(n, s) + \\ &+ [2n_0(x_3) \frac{\partial^2}{\partial n^2} + \frac{v_1 - 1}{\lambda^2} q'_0(x_3)] \varphi(n, s), \\ \sigma_{ss}(n, s, x_3) &= -2 \sum n_p(x_3) \frac{\partial^2}{\partial n^2} C_p(n, s) + \lambda^{-2} \sum l_p(x_3) C_p(n, s) - 2 \sum b_k(x_3) L_{in} B_k(n, s) - \\ &- [2n_0(x_3) \frac{\partial^2}{\partial n^2} - \frac{v_1 - 1}{\lambda^2} q'_0(x_3)] \varphi(n, s), \\ \sigma_{ns}(n, s, x_3) &= 2 \sum n_p(x_3) L_{in} C_p(n, s) + \sum b_k(x_3) L_{on} B_k(n, s) + \\ &+ 2n_0(x_3) L_{in} \varphi(n, s), \\ \sigma_{n3}(n, s, x_3) &= \lambda^{-1} [\sum r_p(x_3) \frac{\partial}{\partial n} C_p(n, s) + \sum b'_k(x_3) \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial s} B_k(n, s) + \\ &+ r_0(x_3) \frac{\partial}{\partial n} \varphi(n, s)], \\ \sigma_{s3}(n, s, x_3) &= \lambda^{-1} [\sum r_p(x_3) \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial s} C_p(n, s) - \sum b'_k(x_3) \frac{\partial}{\partial n} B_k(n, s) + r_0(x_3) \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial s} \varphi(n, s)], \\ \sigma_{33}(n, s, x_3) &= \lambda^{-2} [\sum t_p(x_3) C_p(n, s) + (v_1 + 1) q'_0(x_3) \varphi(n, s)]. \end{aligned}$$

Здесь приняты обозначения

$$l_p(x_3) = (v_1 + 1) \gamma_p^2 n_p(x_3) + (v_1 - 1) q'_p(x_3), L_{on} = \nabla^2 - 2 \frac{\partial^2}{\partial n^2}, L_{in} = \frac{1}{H} \left(\frac{\partial^2}{\partial n \partial s} - \frac{k(s)}{H} \frac{\partial}{\partial s} \right),$$

$H=1+nk(s)$, $k(s)$ – кривизна контура.

Таким образом, исходная задача сведена к интегрированию уравнений (13) и удовлетворению граничным условиям (4) или (5). Общий интеграл уравнений Гельмгольца для функций $C_p(n, s)$ и $B_k(n, s)$ для криволинейных контуров можно с помощью асимптотического метода [5] выразить через контурные значения этих функций, а в случае круговых контуров – через модифицированные бесселевые функции [7]. Общий интеграл уравнения Лапласа для функции $\varphi(n, s)$ можно представить через произвольную аналитическую функцию комплексного переменного $z = x_1 + ix_2$.

Удовлетворение граничным условиям (4), (5) по пространственной координате целесообразно проводить с использованием идей метода Бубнова-Галеркина, а по контурной переменной s – методом рядов.

Из сказанного следует, что для численного определения компонент напряженно – деформированного состояния рассматриваемой пластинки необходимо знание корней дисперсионных уравнений (13)-(21) для частот записания.

Таблица 1

ω_{10}	γ_p	
	$R_e \gamma_p$	$I_m \gamma_p$
1,57	0	1,3603
	4,8663	1,5811
	8,2409	1,7929
	11,4859	1,9410
	14,6869	2,0552
4,71	0	4,0810
	0	4,7462
	0	6,7701
	0	8,8719
	5,1863	0,8282
	9,5596	1,6959
	13,2480	1,9372
	0	4,9856
7,85	0	6,8017
	0	7,7287
	0	8,3783
	7,6460	1,3783
	12,4526	1,1872
	15,7175	0

Таблица 2

ω_{10}	γ_p	
	$R_e \gamma_p$	$I_m \gamma_p$
1,57	0	1,3729
	4,8022	1,5804
	8,2032	1,7935
	11,4589	1,9416
	14,6658	2,0557
4,71	0	4,3913
	0	5,0016
	0	7,5880
	2,7494	0
	6,0940	0
	9,2127	1,3873
	13,0162	1,8066
	0	5,9751
7,85	0	7,3099
	0	7,8323
	0	9,7748
	5,8124	0
	6,9547	0
	11,6817	1,4633

Решение этих уравнений для условий (2) проведено методом Ньютона с определением начальных приближений методом покоординатного спуска. Результаты численных расчетов приведены в таблицах 1-4.

Таблица 3

ω_{10}	γ_p	
	$R_e \gamma_p$	$I_e \gamma_p$
3,14	0	2,7207
	0	4,5609
	0	5,9527
	5,3131	1,6266
	9,0795	1,8564
	12,5061	1,9973
6,28	0	1,6798
	0	5,4414
	0	6,3791
	0	8,9863
	0	11,8376
	7,6192	0
	9,0235	0
	10,0662	0
	13,7191	1,5370
9,42	0	6,5691
	0	8,1621
	0	9,1671
	0	10,5149
	5,6636	0
	7,8151	0
	12,2949	1,4746
	16,6334	1,5471

Таблица 4

ω_{10}	γ_p	
	$R_e \gamma_p$	$I_e \gamma_p$
3,14	0	2,9648
	0	5,1201
	0	6,3663
	5,0581	1,5051
	8,9357	1,8187
	12,4037	1,9783
6,28	0	4,1559
	0	5,7555
	0	7,2343
	7,3706	1,2413
	11,6556	0
	12,6642	0
	13,4732	0
	17,0507	1,5121
9,42	0	3,9662
	0	7,1918
	0	8,7802
	0	9,6359
	9,0590	0
	9,8211	0
	12,1466	0
	15,8360	1,4233

При этом данные таблиц 1,2 относятся к задаче А, данные таблиц 3,4 – к задаче Б. Коэффициент Пуассона в таблицах 1,3 $\nu=0.25$, в таблицах 2,4 $\nu=0.30$.

РЕЗЮМЕ

На основі засобу однорідних рішень одержані компоненти напруженого стану пластинки для частот запирання, при яких наряду з віхровим і потенційним рішеннями виникає гармонійне приватне рішення. Розглянуті нагоди вільних і жорстко затиснених плоских граней пластинки. Одержані корені дисперсійних рівнянь для зазначених частот коливань у разі вільних торців.

SUMMARY

On the base of method of uniform deciding are received components of tense condition of plate for locking frequencies, under which alongside with whirlwind and potential deciding appears a harmonic private decision. Considered events of free and hard done up flat verges of plate. Received roots of dispersion equations for specified fluctuation frequencies in the event of free torahs.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Алтухов Е.В., Мысовский Ю.В., Панченко Ю.В. Трехмерные задачи установившихся колебаний изотропных пластин // Теорет. и прикл. механика. – 1996. – Вып.26. – С.13-19.
2. Алтухов Е.В., Мысовский Ю.В., Панченко Ю.В. Смешанная пространственная задача об установившихся колебаниях пластин // Теорет. и прикл. механика. – 1997. – Вып.27. – С.10-17.
3. Мысовский Ю.В. Трехмерная задача концентрации напряжений в пластинке с жесткими эллиптическими включениями // Теорет. и прикл. механика. – 1998. – Вып. 28. – С.3-11.
4. Новацкий В. Теория упругости. – М. – 1975. – 872 с.
5. Космодамианский А.С., Ложкин В.Н., Мысовский Ю.В., Шалдырван В.А. Напряженное состояние пластин с отверстиями в трехмерной постановке. – Донецк, 1970. – 253 с.
6. Космодамианский А.С., Мысовская Р.М., Мысовский Ю.В. Установившиеся колебания толстых многосвязных пластин // Тр. X Всесоюзн. конференции по теории оболочек и пластин. – Тбилиси. – 1975. – Т.2. – С.218-225.
7. Корнев Б.Г. Некоторые задачи теории упругости и теплопроводности, решаемые в бесселевых функциях. – М. – 1960. – 458 с.

Надійшла до редакції 08.08.1998 р.

УДК 539.3

СИСТЕМА ГРАНИЧНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ОРТОТРОПНЫХ ОБОЛОЧЕК НУЛЕВОЙ И ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ КРИВИЗНЫ, ОСЛАБЛЕННЫХ РАЗРЕЗАМИ И ОТВЕРСТИЯМИ

Е.Н.Довбня

Рассмотрим ортотропную оболочку произвольной гауссовой кривизны и постоянной толщины h , ослабленную системой криволинейных разрезов и отверстий с кусочно-гладкими контурами. Выберем систему ортогональных координат x, y с осями вдоль направлений упругой и геометрической симметрии оболочки. Обозначим гладкие участки контуров разрезов и отверстий через $L_m (m = \overline{1, N})$ (рис.1).

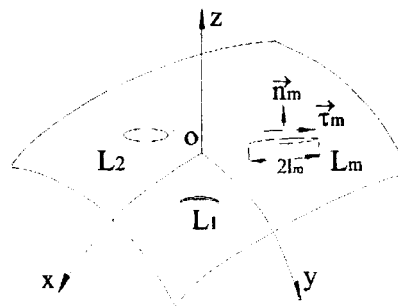


Рис. 1

Будем считать, что в выбранной системе координат уравнения L_m имеют вид

$$x = \alpha_m(s), y = \beta_m(s), s \in [-l_m, l_m]. \quad (1)$$

Предположим, что контура разрезов свободны от нагрузки и в процессе деформирования оболочки берега разрезов не контактируют между собой. Тогда граничные условия для возмущенного напряженного состояния имеют вид

$$T_{n_m} = -T_{n_m}^*; S_{n\tau_m} = -S_{n\tau_m}^*; M_{n_m} = -M_{n_m}^*; H_{n\tau_m} = -H_{n\tau_m}^*; N_{n_m} = -N_{n_m}^*; \quad (m = \overline{1, N}) \quad (2)$$

где $T_{n_m}, S_{n\tau_m}$ – мембранные усилия; M_{n_m} и $H_{n\tau_m}$ – изгибающий и крутящий моменты; N_{n_m} – перерезывающая сила. Величины со звездочкой обозначают напряженное состояние в оболочке без разрезов и отверстий при заданной внешней нагрузке.

Для обеспечения однозначности решения должны выполняться условия непрерывности перемещений и углов поворота при обходе контура отверстия

$$\vec{u}|_{L_m, s=l_m} = \vec{u}|_{L_m, s=-l_m}; \theta_j|_{L_m, s=l_m} = \theta_j|_{L_m, s=-l_m}, (j = 1, 2) \quad (3)$$

и на концах разрезов

$$[\vec{u}]_{L_m, s=\pm l_m} = 0; [\theta_j]_{L_m, s=\pm l_m} = 0, (j = 1, 2). \quad (4)$$

где θ_1, θ_2 – углы поворота; $[f]_{L_m} = f^+ - f^-$ – скачок функции f при переходе через контур L_m .

Описание возмущенного напряженного состояния будем проводить, используя уравнения теории ортотропных оболочек с большим показателем изменяемости, совпадающие с уравнениями пологих оболочек [1].

В работе [2] предложен новый подход к построению системы граничных интегральных уравнений задачи о напряженном состоянии ортотропной оболочки с разрезами и отверстиями. При этом на контурах разрезов вместо усилий и моментов задаются компоненты главного вектора $\vec{P}$ и главного момента $\vec{M}^{(s)}$ нагрузки, действующей вдоль части L_s контура L .

Если неизвестные функции представить в виде

$$\begin{aligned}\psi_{1p} &= \frac{Eh(1-\mu)}{a} \left(\frac{\partial[u]_{L_p}}{\partial t} - n_2 \frac{\lambda}{R_2} [w]_{L_p} \right); \quad \psi_{2p} = \frac{Eh(1-\mu)}{a} \left(\frac{\partial[v]_{L_p}}{\partial t} + n_1 \frac{[w]_{L_p}}{R_2} \right); \\ \psi_{3p} &= \frac{Eh(1-\mu)}{a} \frac{1}{-2R_2} \frac{\partial[\theta_1]_{L_p}}{\partial t}; \quad \psi_{4p} = \frac{Eh(1-\mu)}{a} \frac{1}{-2R_2} \frac{\partial[\theta_2]_{L_p}}{\partial t}; \\ \psi_{5p} &= \frac{Eh(1-\mu)}{a} \frac{1}{-R_2} \left(n_1 [\theta_1]_{L_p} + \lambda n_2 [\theta_2]_{L_p} \right).\end{aligned}\quad (5)$$

то матрица ядер системы интегральных уравнений получается симметричной и в уравнениях отсутствуют неинтегральные добавки. Ядра системы регулярны или имеют логарифмическую особенность. Методика их вычисления аналогична приведенной в [3-5]. Они имеют вид рядов, включающих специальную функцию $G_{n,\nu}(z)$ [3].

Система интегральных уравнений содержит неизвестные постоянные c_{im} , которые могут быть определены из дополнительных соотношений, следующих из условий однозначности перемещений и углов поворота на концах контуров L_p (3)-(4).

Полученные в работе [2] ядра системы граничных интегральных уравнений имеют существенный недостаток: для оболочек нулевой и отрицательной кривизны при $n=0$ для $f_{13}, f_{24}, f_{33}, f_{44}, f_{55}$ и при $n=1$ для $f_{35}, f_{45}, f_{33}, f_{34}, f_{44}$ интегралы по θ являются несобственными, причем некоторые из них расходятся.

Покажем на примере f_{13} , как можно решить эту проблему. Применим обратное преобразование Фурье к трансформанте

$$\bar{f}_{13} = c^2 \chi^2 \frac{\eta^2}{a\Delta} \Delta_1,$$

где $c^2 = \sqrt{12(1-\nu^2)}/R_2 h$; $\nu = \sqrt{\nu_1 \nu_2}$; ν_1, ν_2 – коэффициенты Пуассона; $\chi^2 = \sqrt{E_1/E_2}$;

E_1, E_2 – модули Юнга; $E_1 \nu_2 = E_2 \nu_1$; $\Delta = \Delta' \Delta'' + \frac{(1-\mu)}{a^2} c^4 \chi^4 (\xi^2 + \lambda \eta^2)^2$;

$\Delta' = (\chi^2 \xi^2 + \eta^2)^2 + \tilde{\mu}(1-\nu)(\chi^2 \xi^2 - \eta^2)^2$; $\Delta'' = (\chi^2 \xi^2 + \eta^2)^2 - \tilde{\mu}(1+\nu)(\chi^2 \xi^2 - \eta^2)^2$;

$\tilde{\mu} = \mu/2a$; $\mu = 1 - 2(1+\nu)G_{12}/E$; G_{12} – модуль сдвига для плоскостей, параллельных

срединной поверхности оболочки; $E = \sqrt{E_1 E_2}$; $a = (2 - \mu + \mu\nu)/2$; $\lambda = R_2/R_1$; R_1 и R_2 – радиусы главных кривизн оболочки.

После перехода к новой системе координат

$$\chi^{-1}x = r \cos \varphi; y = r \sin \varphi; \chi \xi = \rho \cos \theta; \eta = \rho \sin \theta,$$

и использования разложения

$$\cos(x \cos \varphi \cos \theta) \cos(x \sin \varphi \sin \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n (-1)^n J_{2n}(x) \cos 2n\varphi \cos 2n\theta,$$

$$\varepsilon_n = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 2, & n \geq 1 \end{cases}; \quad J_{2n}(x) - \text{функція Бесселя першого рода,}$$

ядро f_{13} примет вид

$$f_{13} = c^2 \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n (-1)^n \cos 2n\varphi \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^{\infty} \frac{J_{2n}(r\rho) \rho d\rho}{(\rho^4 + c^4 d^4)} \frac{\chi \sin^2 \theta}{a l_1^2 l_2^2} t_1(\theta) \cos 2n\theta. \quad (6)$$

Рассмотрим отдельно нулевое слагаемое. Воспользовавшись формулой [6]

$$J_0(z) = 1 - 2 \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k}(z), \quad (7)$$

выражение (6) можно представить в виде

$$f_{13} = f_{13}^{(0)} - 2c^2 \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^{\infty} \frac{J_{2n}(r\rho) \rho d\rho}{(\rho^4 + c^4 d^4)} \frac{\chi \sin^2 \theta}{a l_1^2 l_2^2} t_1(\theta) (1 - (-1)^n \cos 2n\varphi \cos 2n\theta) d\theta, \quad (8)$$

где $f_{13}^{(0)} = c^2 \int_0^{\pi/2} d\theta \int_0^{\infty} \frac{\rho d\rho}{(\rho^4 + c^4 d^4)} \frac{\chi \sin^2 \theta}{a l_1^2 l_2^2} t_1(\theta) d\theta$ – не зависит ни от r , ни от φ . При этом

$$\int_{L_p} \Psi_{3p}(t) dt = 0; \quad \int_{L_p} \Psi_{1p}(t) dt = \text{const}.$$

Так как функции F_{3m} определяются с точностью до константы, то первое слагаемое в (8) можно опустить. После соответствующих преобразований с использованием методики, приведенной в [3], ядро f_{13} представим в виде

$$f_{13}(x, y) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \text{Im} G_{n,n+m}(rc\sqrt{i}) \times \\ \times \int_0^{\pi/2} |d^2|^{n-1} (1 - |d^2|)^m \frac{\chi \sin^2 \theta}{a l_1^2 l_2^2} t_1(\theta) ((-1)^n - \cos 2n\varphi \cos 2n\theta) d\theta. \quad (9)$$

Аналогичным образом преобразуем нулевое слагаемое в ядрах $f_{24}, f_{33}, f_{44}, f_{55}$

$$f_{24}(x, y) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \text{Im} G_{n,n+m}(rc\sqrt{i}) \times \\ \times \int_0^{\pi/2} |d^2|^{n-1} (1 - |d^2|)^m \frac{\chi^{-1} \cos^2 \theta}{a l_1^2 l_2^2} t_2(\theta) ((-1)^n - \cos 2n\varphi \cos 2n\theta) d\theta; \quad (10)$$

$$f_{55}(x, y) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \operatorname{Im} G_{n,n+m}(rc\sqrt{i}) \times \\ \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} |d^2|^{n-1} \left(1 - |d^2|\right)^m \frac{\chi}{l_2^2} \left((-1)^n - \cos 2n\varphi \cos 2n\theta\right) d\theta. \quad (11)$$

В ядрах f_{33}, f_{34}, f_{44} и f_{35}, f_{45} при $n = 1$ интегралы по θ также являются несобственными. Представим f_{33} в виде

$$f_{33} = f_{33}^{(1)} + f_{33}^{(2)}, \quad (12)$$

где $f_{33}^{(1)} = -\frac{(1-\nu)}{(1-\mu)} \sum_{n=0}^{\infty} \cos 2n\varphi \varepsilon_n \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \operatorname{Re} G_{n,n+m}(rc\sqrt{i}) \times$

$$\times \int_0^{\frac{\pi}{2}} |d^2|^n \left(1 - |d^2|\right)^m \left(2(1-\mu) \cos^2 \theta + (1+\nu) \sin^2 \theta\right) \frac{\chi \cos 2n\theta}{l_1^2} d\theta;$$

$$f_{33}^{(2)} = f_{33}^{(3)} + \frac{(cr)^2}{2} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \operatorname{Im} G_{n+1,n+m-1}(rc\sqrt{i}) \times$$

$$\times \int_0^{\frac{\pi}{2}} |d^2|^{n-2} \left(1 - |d^2|\right)^m \frac{\chi}{al_1^2 l_2^2} t_3(\theta) \left((-1)^n - \cos 2n\varphi \cos 2n\theta\right) d\theta;$$

$$f_{33}^{(3)} = 2c^4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} \frac{J_2(rp) dp}{p(p^4 + c^4 d^4)} \frac{\chi t_3(\theta)}{al_1^2 l_2^2} (1 + \cos 2\varphi \cos 2\theta) d\theta.$$

Рассмотрим отдельно слагаемое $f_{33}^{(3)}$. Воспользовавшись соотношением

$$J_n(x) = \frac{x}{2n} (J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x)) \quad (13)$$

и разложением (7), получим:

$$J_1(x) = \frac{x}{2} (J_0(x) + J_2(x)) = \frac{x}{2} \left(1 - J_2(x) - 2 \sum_{n=2}^{\infty} J_{2n}(x)\right) =$$

$$= \frac{x}{2} - \frac{x}{2} \sum_{n=2}^{\infty} (J_{2n-2}(x) + J_{2n}(x)) = \frac{x}{2} - \sum_{n=2}^{\infty} (2n-1) J_{2n-1}(x), \quad (14)$$

$$J_2(x) = \frac{x}{4} (J_1(x) + J_3(x)) = \frac{x}{4} \left(\frac{x}{2} - 2J_3(x) - \sum_{n=3}^{\infty} (2n-1) J_{2n-1}(x)\right). \quad (15)$$

С учетом соотношений (15) ядро $f_{33}^{(3)}$ можно записать в виде

$$f_{33}^{(3)} = \frac{c^4 r^2}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} \frac{\rho d\rho}{(\rho^4 + c^4 d^4)} \frac{\chi t_3(\theta)}{al_1^2 l_2^2} (1 + \cos 2\varphi \cos 2\theta) d\theta -$$

$$- c^4 r \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\int_0^{\infty} \frac{J_3(rp) dp}{(\rho^4 + c^4 d^4)} + \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(2n-1)}{2} \int_0^{\infty} \frac{J_{2n-1}(rp) dp}{(\rho^4 + c^4 d^4)} \right) \frac{\chi t_3(\theta)}{al_1^2 l_2^2} (1 + \cos 2\varphi \cos 2\theta) d\theta. \quad (16)$$

Подчеркнутое слагаемое опустим и учтем позднее. Используя методику, разработанную в [3], получим:

$$f_{33}^{(3)} = \frac{(cr)^2}{2} \left(\sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \operatorname{Im} G_{2,m+1}(cr\sqrt{i}) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(1 - |d^2|\right)^m \frac{\chi t_3(\theta)}{al_1^2 l_2^2} (1 + \cos 2\varphi \cos 2\theta) d\theta + \right. \\ \left. + \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(2n-1)}{2} (-1)^n \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \operatorname{Im} G_{n,n+m-1}(cr\sqrt{i}) \times \right. \\ \left. \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} |d^2|^{n-2} \left(1 - |d^2|\right)^m \frac{\chi t_3(\theta)}{al_1^2 l_2^2} (1 + \cos 2\varphi \cos 2\theta) d\theta \right). \quad (17)$$

Аналогічним образом получим

$$f_{44} = f_{44}^{(1)} + f_{44}^{(2)};$$

$$f_{44}^{(1)} = -\frac{(1-\nu)}{(1-\mu)} \sum_{n=0}^{\infty} \cos 2n\varphi \varepsilon_n \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \operatorname{Re} G_{n,n+m}(rc\sqrt{i}) \times \\ \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} |d^2|^n \left(1 - |d^2|\right)^m \left(2(1-\mu) \sin^2 \theta + (1+\nu) \cos^2 \theta\right) \frac{\cos 2n\theta}{\chi l_1^2} d\theta;$$

$$f_{44}^{(2)} = f_{44}^{(3)} + \frac{(cr)^2}{2} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \operatorname{Im} G_{n+1,n+m-1}(rc\sqrt{i}) \times \\ \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} |d^2|^{n-2} \left(1 - |d^2|\right)^m \frac{\chi^{-1}}{al_1^2 l_2^2} t_4(\theta) \left((-1)^n - \cos 2n\varphi \cos 2n\theta\right) d\theta;$$

$$f_{44}^{(3)} = 2c^4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} \frac{J_2(r\rho) d\rho}{\rho(\rho^4 + c^4 d^4)} \frac{\chi^{-1} t_4(\theta)}{al_1^2 l_2^2} (1 + \cos 2\varphi \cos 2\theta) d\theta;$$

$$f_{44}^{(3)} = \frac{(cr)^2}{2} \left(\sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \operatorname{Im} G_{2,m+1}(cr\sqrt{i}) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(1 - |d^2|\right)^m \frac{\chi^{-1} t_4(\theta)}{al_1^2 l_2^2} (1 + \cos 2\varphi \cos 2\theta) d\theta + \right. \\ \left. + \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(2n-1)}{2} (-1)^n \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \operatorname{Im} G_{n,n+m-1}(cr\sqrt{i}) \times \right. \\ \left. \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} |d^2|^{n-2} \left(1 - |d^2|\right)^m \frac{\chi^{-1} t_4(\theta)}{al_1^2 l_2^2} (1 + \cos 2\varphi \cos 2\theta) d\theta \right);$$

$$f_{34} = f_{34}^{(1)} + f_{34}^{(2)};$$

$$f_{34}^{(1)} = -\frac{(1-\nu)}{(1-\mu)} (1-\nu + 2\mu\nu) \sum_{n=1}^{\infty} \sin 2n\varphi \times \\ \times 2 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \operatorname{Re} G_{n,n+m}(rc\sqrt{i}) \int_0^{\frac{\pi}{2}} d^{2n} \left(1 - d^2\right)^m \frac{\cos \theta \sin \theta}{l_1^2} \sin 2n\theta d\theta;$$

$$\begin{aligned}
 f_{34}^{(2)} &= f_{34}^{(3)} + \frac{(cr)^2}{2} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \operatorname{Im} G_{n+1,n+m-1} (rc\sqrt{i}) \int_0^{\frac{\pi}{2}} d^{2(n-2)} (1-d^2)^m \times \\
 &\times \frac{t_5(\theta)}{al_1^2 l_2^2} \sin 2n\theta \sin 2n\varphi d\theta; \\
 f_{34}^{(3)} &= \frac{(cr)^2}{2} \left(\sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \operatorname{Im} G_{2,m+1} (cr\sqrt{i}) \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-|d^2|)^m \frac{t_5(\theta)}{al_1^2 l_2^2} \times \right. \\
 &\times \sin 2\varphi \sin 2\theta d\theta + \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(2n-1)}{2} (-1)^n \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \operatorname{Im} G_{n,n+m-1} (cr\sqrt{i}) \times \\
 &\times \left. \int_0^{\frac{\pi}{2}} |d^2|^{n-2} (1-|d^2|)^m \frac{t_5(\theta)}{al_1^2 l_2^2} \sin 2\varphi \sin 2\theta d\theta \right); \\
 f_{35} &= cr \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \operatorname{Im} G_{n,n+m-1} (cr\sqrt{i}) \int_0^{\frac{\pi}{2}} |d^2|^{n-2} (1-|d^2|)^m \frac{\chi \sin \theta t_1(\theta)}{al_1^2 l_2^2} \times \\
 &\times \left(\sin(2n-1)\varphi \sin(2n-1)\theta - \frac{(2n-1)}{2} (-1)^n \sin \varphi \sin \theta \right) d\theta; \\
 f_{45} &= -cr \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \operatorname{Im} G_{n,n+m-1} (cr\sqrt{i}) \int_0^{\frac{\pi}{2}} |d^2|^{n-2} (1-|d^2|)^m \frac{\cos \theta t_2(\theta)}{al_1^2 l_2^2} \times \\
 &\times \left(\cos(2n-1)\varphi \cos(2n-1)\theta - \frac{(2n-1)}{2} (-1)^n \cos \varphi \cos \theta \right) d\theta;
 \end{aligned} \tag{18}$$

При вычислении остальных ядер интегральных уравнений можно пользоваться формулами, приведенными в работе [2], заменив d^2 на $|d^2|$.

Для тонкой пластины $R_1 = R_2 = \infty$; $c^2 = \sqrt{12(1-\nu^2)} / R_2 h = 0$; $c^2 R_2 = \sqrt{12(1-\nu^2)} / h$.

Следовательно, $\Psi_5 = 0$; $f_{13} = f_{31} = \text{const}$; $f_{14} = f_{41} = 0$; $f_{23} = f_{32} = 0$; $f_{24} = f_{42} = \text{const}$; $f_{5j} = f_{j5} = 0$ ($j = \overline{1,4}$). Остальные ядра интегральных уравнений имеют вид

$$\begin{aligned}
 f_{11}(x,y) &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\chi \sin^2 \theta}{l_2^2} d\theta \ln r - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \cos 2n\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\chi \sin^2 \theta}{l_2^2} \cos 2n\theta d\theta; \\
 f_{22} &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\chi^{-1} \cos^2 \theta}{l_2^2} d\theta \ln r - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \cos 2n\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\chi^{-1} \cos^2 \theta}{l_2^2} \cos 2n\theta d\theta;
 \end{aligned} \tag{19}$$

$$f_{33} = \frac{(1-\nu)}{(1-\mu)} \left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(2(1-\mu)\cos^2\theta + (1+\nu)\sin^2\theta \right) \frac{\chi}{l_1^2} d\theta \ln r - \right. \\ \left. - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \cos 2n\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(2(1-\mu)\cos^2\theta + (1+\nu)\sin^2\theta \right) \frac{\chi \cos 2n\theta}{l_1^2} d\theta \right);$$

$$f_{44} = \frac{(1-\nu)}{(1-\mu)} \left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(2(1-\mu)\sin^2\theta + (1+\nu)\cos^2\theta \right) \frac{d\theta}{\chi l_1^2} \ln r - \right. \\ \left. - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \cos 2n\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(2(1-\mu)\sin^2\theta + (1+\nu)\cos^2\theta \right) \frac{\cos 2n\theta}{\chi l_1^2} d\theta \right);$$

$$f_{12} = f_{21} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \sin 2n\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\theta \cos\theta}{l_2^2} \sin 2n\theta d\theta;$$

$$f_{34} = f_{43} = -\frac{(1-\nu)}{(1-\mu)} (1-\nu+2\mu\nu) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \sin 2n\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos\theta \sin\theta}{l_1^2} \sin 2n\theta d\theta.$$

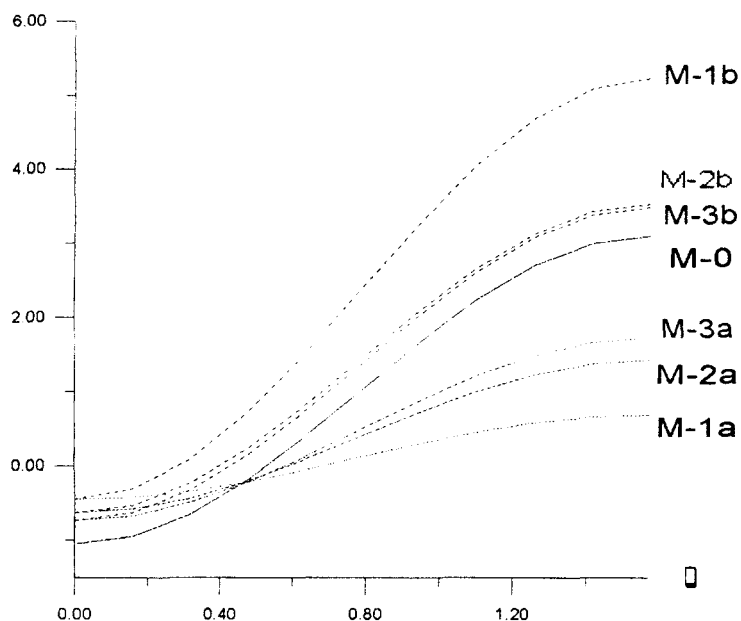
Рассмотрим пластину, находящуюся под действием равномерной растягивающей нагрузки вдоль оси OX . Система граничных интегральных уравнений рассматриваемой задачи примет вид

$$\pi^2 F_i = \int_0^{2\pi} \sum_{j=1}^2 f_{ij} \left(\frac{\alpha(t) - \alpha(s)}{\chi}, \beta(t) - \beta(s) \right) \Psi_j(s) ds, \quad (i=\overline{1,2}) \quad (20)$$

На рисунке изображен график изменения величины $\varepsilon_{\tau} Eh(1-\mu)/ap$ вдоль контура отверстия. Численные исследования проводились для пластин, изготовленных из следующих материалов, упругие постоянные которых приведены в работе [7]:

- M0 – изотропный материал;
- M1 – композит на эпоксидном связующем, армированный однонаправленными графитовыми волокнами;
- M2 – однонаправленный волокнистый намоточный стеклопластик нить 19 из волокна ВМ-1;
- M3 – композит на эпоксидном связующем, армированный однонаправленными волокнами из s-стекла.

В таблице приведены максимальные значения величины $\varepsilon_{\tau} Eh(1-\mu)/ap$, достигающиеся при $x=0, y=\pm R$. Из полученных результатов следует, что ориентация главных направлений упругости материала существенно влияет на концентрацию напряжений и деформаций. Если направление упругости с меньшим модулем Юнга совпадает с направлением растягивающей нагрузки, то деформации в касательном направлении значительно выше, чем в случае, когда указанные направления ортогональны друг другу.



Изотропный материал	$\frac{M1a}{E_1 > E_2}$	$\frac{M1b}{E_1 < E_2}$	$\frac{M2a}{E_1 > E_2}$	$\frac{M2b}{E_1 < E_2}$	$\frac{M3a}{E_1 > E_2}$	$\frac{M3b}{E_1 < E_2}$
3.090	0.687	5.222	1.426	3.522	1.721	3.480

РЕЗЮМЕ

За допомогою теорії узагальнених функцій та двовимірного інтегрального перетворення Фур'є задачу дослідження напруженого стану ортотропної оболонки довільної гаусової кривизни з криволінійними розрізами та отворами зведено до системи сингулярних інтегральних рівнянь. У роботі отримані ядра системи для оболонок нульової та від'ємної кривизни.

SUMMARY

With the help of the generalised functions theory and Fourier's two-dimensions integral transformation the considered problem of investigation of the stress state for an orthotropic shell of arbitrary Gaussian curvature with curvilinear slits and cuts is reduced to the simultaneous set of singular integral equations. In the paper the equations kernels are obtained for the shell of negative or zeros Gaussian curvature.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Амбарцумян. Общая теория анизотропных оболочек. – М., 1974. – 446 с.
2. Е.Н.Довбня. Система граничных интегральных уравнений для ортотропных оболочек положительной кривизны с разрезами и отверстиями // Теорет. и прикл. механика. – 1997. – Вып.26. – С.59-69.
3. Хижняк В.К., Шевченко В.П. Смешанные задачи теории пластин и оболочек: Учеб. пособие. – Донецк: ДонГУ, 1979. – 179с.
4. Довбня Е.Н., Шевченко В.П. Система прямолинейных трещин в пологой ортотропной оболочке произвольной кривизны // Теорет. и прикл. механика. – 1984. – 15. – С.48-53.
5. Шевченко В.П., Довбня Е.Н. Ортотропная оболочка произвольной кривизны с криволінійними розрізами // Вісник Донецького ун-ту. – Сер.А – № 1. – 1997. – С.89-97.
6. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Специальные функции. – М: Наука, 1983. – 752 с.
7. Довбня Е.Н. Напряженно-деформированное состояние ортотропной оболочки с круговым отверстием // Теорет. и прикл. механика. – 1997. – № 27. – С.154 -158.

Надійшла до редакції 17.07.1998 р.

УДК 534.1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ АМПЛИТУД ПРОГИБОВ И НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ КОЛЕБАНИИ КРУГЛЫХ ПЛАСТИН

О.В.Дударева

Колебания круглой пластинки при действии по ее поверхности случайной нагрузки, временная амплитуда которой задана функцией $q(t)$, описываются уравнением вида:

$$\ddot{f}(t) + A\dot{f}(t) + Bf(t) = Cq(t). \quad (1)$$

Здесь $f(t)$ – амплитуда прогиба; A, B, C – коэффициенты, которые для свободно опертой по контуру пластинки, имеют вид:

$$\begin{aligned} A &= \frac{D_c}{D_m}; \quad e = (D_m I_2)^{-1} \{ D_r (I_1 + 2I_3) + n^4 D_0 I_2 + 2(D_0 + D_{r0}) n^2 I_4 + \\ &\quad + (2n^2 D_{r0} + D_0) (I_6 - I_5) \} \quad c = (D_m I_2)^{-1} q_0 I_7. \\ I_1 &= 24b \left(\frac{1}{a} - \frac{2}{3} + \frac{b}{5} \right); \quad I_2 = R \left(\frac{1}{a^2} + \frac{4}{5} + \frac{1}{9} b^2 - \frac{4}{3a} + \frac{2b}{5a} - \frac{4}{7} b \right); \\ I_3 &= 24 \frac{b}{R^3} \left(\frac{1}{a} - \frac{2}{3} + \frac{b}{5} \right); \quad I_4 = \frac{1}{R^3} \left(4 - \frac{1}{3a^2} + \frac{b^2}{5} + \frac{4}{a} + 2 \frac{b}{a} - \frac{4}{3} b \right) + \frac{1}{3a^2} \frac{1}{R_{+0}^3} - \frac{4}{aR^2} \frac{1}{R_{+0}}; \\ I_5 &= \frac{1}{R^3} \left(\frac{4}{a} + 12 \frac{a}{b} - 8 - 8b - \frac{4}{3} b + \frac{12}{5} b^2 \right) - \frac{4}{aR^2} \frac{1}{R_{+0}}; \\ I_6 &= \frac{4}{R^3} \left(\frac{b}{a} + \frac{1}{a} - b + 2 + \frac{1}{5} b^2 \right) - \frac{4}{aR^2} \frac{1}{R_{+0}}; \\ I_7 &= q_0 R \left(\frac{1}{a} - \frac{2}{3} + \frac{b}{5} \right). \quad D_m = \frac{\gamma h}{g}; \quad D_c = 2\rho h \varepsilon; \quad D_0 = \frac{h^3}{12} B_0; \quad D_r = \frac{h^3}{12} B_r; \\ D_{r0} &= D_r \nu_{r0} + 2D_k; \quad D_k = \frac{h^3}{12} B_k; \quad B_r = \frac{E_r}{1 - \nu_{r0}^2}; \quad B_0 = \frac{E_0}{1 - \nu_{r0}^2}; \\ B_k &= G_{r0}; \quad a = \frac{3 + \nu_{r0}}{5 + \nu_{r0}}; \quad b = \frac{1 + \nu_{r0}}{3 + \nu_{r0}}. \end{aligned} \quad (2)$$

R – радиус пластики; R_{+0} – значение радиальной координаты в окрестности центра пластинки.

Плотность распределения вероятности функции $\rho(t)$ устанавливается решением уравнения Колмогорова [1] для $m = 2$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = - \sum_{j=1}^2 \frac{\partial}{\partial u_j} (\chi_j p) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \frac{\partial^2}{\partial u_j \partial u_k} (\chi_{jk} p). \quad (3)$$

В (3) обозначено:

$$\chi_j(u, t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\langle \Delta u_j \rangle}{\Delta t}; \quad \chi_{jk}(u, t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\langle \Delta u_j \Delta u_k \rangle}{\Delta t}. \quad (4)$$

Трансформируем уравнение (1) в систему двух уравнений первого порядка:

$$\dot{u}_1 = u_2; \quad \dot{u}_2 + Au_2 + Bu_1 = Cq(t). \quad (5)$$

С учетом (5) выражения (4) запишутся в виде:

$$\chi_1 = u_2; \chi_2 = -Au_2 - Bu_1 + Cq(t); \chi_{11} = \chi_{12} = \chi_{21} = 0; \chi_{22} = S_0 C^2. \quad (6)$$

Здесь S_0 – интенсивность внешнего воздействия типа «белый шум».

С использованием соотношений (6) и (4), уравнение (3) может быть приведено к виду

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \dot{u}_1} \left[Bu_1 p + \frac{S_0}{4\varepsilon^*} \frac{\partial p}{\partial u_1} \right] + \left(-\frac{\partial}{\partial u_1} + 2\varepsilon^* \frac{\partial}{\partial \dot{u}_1} \right) \left(-\dot{u}_1 p + \frac{S_0}{4\varepsilon^*} \frac{\partial p}{\partial \dot{u}_1} \right), \quad (7)$$

где $2\varepsilon^* = A$.

Плотности распределений u_1 и $\dot{u}_1$ определяются для стационарного случая $\frac{\partial p}{\partial t} = 0$ при условии, что $p(u_1, \dot{u}_1) = p_1(u_1)p_2(\dot{u}_1)$. В этом случае из (7) следуют уравнения:

$$\frac{dp_1}{du_1} + \frac{4\varepsilon^*}{S_0} Bu_1 p_1 = 0; \frac{dp_2}{d\dot{u}_1} + \frac{4\varepsilon^*}{S_0} \dot{u}_1 p_2 = 0. \quad (8)$$

Решения уравнений (8) запишем в такой форме:

$$p_1(u_1) = C_1 \exp \left[-\frac{2\varepsilon^*}{S_0} B f^2(t) \right]; \quad (9)$$

$$p_2(\dot{u}_1) = C_2 \exp \left[-\frac{D_c}{D_m S_0} \dot{f}^2(t) \right]. \quad (10)$$

Постоянные C_1 и C_2 получаем из условий нормировки $p_1(u_1)$ и $p_2(\dot{u}_1)$.

Напряжения $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$ и расчетные напряжения σ_p [2] представляются формулами:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= f(t) F_r(r, \theta, z); \sigma_\theta = f(t) F_\theta(r, \theta, z); \\ \tau_{r\theta} &= f(t) F_{r\theta}(r, \theta, z); \sigma_p = f(t) F_p(r, \theta, z). \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь

$$\begin{aligned} F_r(r, \theta, z) &= -\frac{E_r}{1-\nu_{r\theta}^2} z \cos n\theta \left\{ \frac{4}{R^2} \left(3 \frac{br^2}{R^2} - 1 \right) + \right. \\ &\quad \left. + \nu_{r\theta} \left[\frac{4}{R^2} \left(\frac{br^2}{R^2} - 1 \right) - \frac{n^2}{r^2} \left(\frac{1}{a} - 2 \frac{r^2}{R^2} + b \frac{r^4}{R^4} \right) \right] \right\}; \\ F_\theta(r, \theta, z) &= -\frac{E_\theta}{1-\nu_{r\theta}^2} z \cos n\theta \left[\frac{4}{R^2} \nu_{r\theta} \left(3 \frac{br^2}{R^2} - 1 \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{4}{R^2} \left(\frac{br^2}{R^2} - 1 \right) - \frac{n^2}{r^2} \left(\frac{1}{a} - 2 \frac{r^2}{R^2} + b \frac{r^4}{R^4} \right) \right]; \\ F_{r\theta}(r, \theta, z) &= 2n \frac{z}{r} G_{r\theta} \sin n\theta \left[4 \frac{r}{R^2} \left(\frac{br^2}{R^2} - 1 \right) - \frac{1}{r} \left(\frac{1}{a} - 2 \frac{r^2}{R^2} + b \frac{r^4}{R^4} \right) \right]; \\ F_p(r, \theta, z) &= \cos n\theta \left[\frac{4}{R^2} A_1 \left(\frac{3br^2}{R^2} - 1 \right) - \frac{n^2}{r^2} B_1 \left(\frac{1}{a} - 2 \frac{r^2}{R^2} + b \frac{r^4}{R^4} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{4}{R^2} B_1 \left(\frac{br^2}{R^2} - 1 \right) \right] - n D_1 \sin n\theta \left[\frac{1}{r^2} \left(\frac{1}{a} - 2 \frac{r^2}{R^2} + b \frac{r^4}{R^4} \right) - \frac{4}{R^2} \left(\frac{br^2}{R^2} - 1 \right) \right]; \end{aligned}$$

$$A_1 = -\frac{z}{1-\nu_{r\theta}^2}(AE_r + B\nu_{r\theta}E_\theta), B_1 = -\frac{z}{1-\nu_{r\theta}^2}(\nu_{r\theta}AE_r + BE_\theta), D_1 = 2zCG_{r\theta}.$$

Определяя из (11) функции $f(t)$ и $\dot{f}(t)$ для каждого из напряжений, и внося в их представления в формулы (9) и (10), получим выражения для плотностей распределения напряжения и скоростей изменения напряжений [2]:

$$\begin{aligned} p_1(\sigma_r) &= C_1 \exp\left(-\frac{2\varepsilon^*}{S_0} B\sigma_r^2 [F_r(r, z, \theta)]^{-2}\right); \quad p_1(\sigma_\theta) = C_1 \exp\left(-\frac{2\varepsilon^*}{S_0} B\sigma_\theta^2 [F_\theta(r, z, \theta)]^{-2}\right); \\ p_1(\tau_{r\theta}) &= C_1 \exp\left(-\frac{2\varepsilon^*}{S_0} B\tau_{r\theta}^2 [F_{r\theta}(r, z, \theta)]^{-2}\right); \quad p_1(\sigma_p) = C_1 \exp\left(-\frac{2\varepsilon^*}{S_0} B\sigma_p^2 [F_p(r, z, \theta)]^{-2}\right); \\ p_2(\dot{\sigma}_r) &= C_2 \exp\left(-\frac{2\varepsilon^*}{S_0} \dot{\sigma}_r^2 [F_r(r, z, \theta)]^{-2}\right); \quad p_2(\dot{\sigma}_\theta) = C_2 \exp\left(-\frac{2\varepsilon^*}{S_0} \dot{\sigma}_\theta^2 [F_\theta(r, z, \theta)]^{-2}\right); \\ p_2(\dot{\tau}_{r\theta}) &= C_2 \exp\left(-\frac{2\varepsilon^*}{S_0} \dot{\tau}_{r\theta}^2 [F_{r\theta}(r, z, \theta)]^{-2}\right); \quad p_2(\dot{\sigma}_p) = C_2 \exp\left(-\frac{2\varepsilon^*}{S_0} \dot{\sigma}_p^2 [F_p(r, z, \theta)]^{-2}\right). \end{aligned}$$

Анализ формулы (9) показывает, что между распределением обобщенной координаты u_1 и потенциальной энергией пластинки установлена связь. Здесь положению равновесия пластинки соответствуют экстремумы плотности вероятности. Если положение равновесия устойчиво, то потенциальная энергия имеет минимум, а плотность распределения вероятности максимум.

Неустойчивому положению равновесия системы соответствует минимальное значение плотности вероятности обобщенной координаты u_1 . Выражение (10), определяющее плотность распределения скорости обобщенной координаты, подчиняется нормальному закону распределения.

РЕЗЮМЕ

Одержано розв'язок задачі про стохастичні неосесиметричні коливання кругової ізотропної платівки під дією розподілених випадкових зовнішніх поперечних зусиль. Визначено аналітичну форму функцій динамічних прогинів, нормальних та дотичних динамічних напружень, а також функцій щільості розподілу ймовіростей амплітуд зазначених характеристик напружено-деформованого стану.

SUMMARY

The solution of the problem of the stochastic non axissymmetrical vibration of isotropical round plate under the influence of the distributed random cross forces is obtained. The analytical form of the representation of dynamical bends, normal and tangent dynamical stresses and of the functions of the density of distribution of the amplitude probability of the characteristics of stressed deformed state mentioned is defined.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Болотин В.В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. – М., 1982. – 352 с.
2. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. – М., 1972. – 432 с.

Надійшла до редакції 04.09.1998 р.

УДК 532.595

О СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ИДЕАЛЬНОЙ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

Ю.Н.Кононов

В линейной постановке рассмотрена задача о свободных колебаниях двух несмешивающихся идеальных несжимаемых жидкостей, частично или полностью заполняющих вращающееся в поле массовых сил твердое тело. За невозмущенное движение принимается вращение всей системы как одного твердого тела.

Задача нахождения спектра частот колебаний стратифицированной жидкости сводится к решению краевой задачи на собственные значения, которая может решаться аналитически или численно. Получены точные решения краевой задачи для цилиндрической полости в случае быстрого вращения. Для однородной жидкости полученные уравнения совпадают с уравнениями работы [1], а в случае полного заполнения и пренебрежения капиллярными силами – с уравнениями работы [2].

1. Рассмотрим равномерно вращающееся в поле массовых сил твердое тело, которое частично или полностью заполнено двумя идеальными несмешивающимися жидкостями плотности ρ_1 и ρ_2 (рис.1).

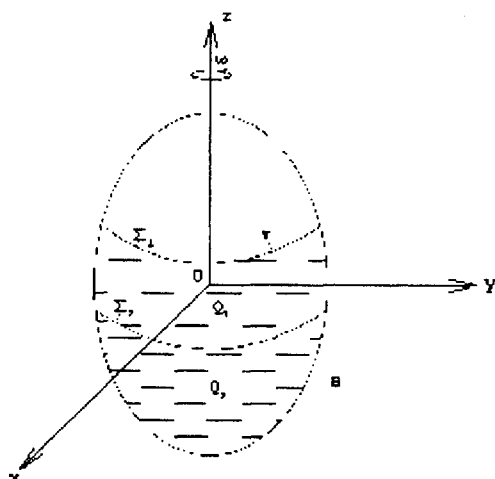


Рис.1

Линеаризованные уравнения вращения идеальной двухслойной жидкости и граничные условия имеют вид

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial t} + 2\bar{\omega}_0 \times \bar{u}_j + \nabla p_j = 0; \quad \text{div} \bar{u}_j = 0 \quad (j = 1, 2); \quad (1)$$

$$\bar{u}_j \cdot \bar{v}_j|_{\Sigma_j} = 0; \quad \frac{\partial p_j}{\partial t} \Big|_{\Sigma_{01}} = b_1 \bar{u}_1 \cdot \bar{v}_1;$$

$$(\bar{u}_1 - \bar{u}_2) \cdot \bar{v}_2 \Big|_{\Sigma_{02}} = 0; \quad \left(\rho_1 \frac{\partial p_1}{\partial t} - \rho_2 \frac{\partial p_2}{\partial t} \right) \Big|_{\Sigma_{02}} = b_2 \bar{u}_2 \cdot \bar{v}_2;$$

$$p_j = \rho_j^{-1} (\mathbf{P}_j - \mathbf{P}_0) - U - \frac{1}{2} (\bar{\omega}_0 \times \bar{r})^2.$$

Здесь

$$\begin{aligned} b_j(x, y, z, \omega_0) &= \left(\partial F_j / \partial \bar{v} \right) \Big|_{\Sigma_{01}}, \quad F_1(x, y, z) = U + \frac{1}{2} (\bar{\omega}_0 \times \bar{r})^2; \\ F_2(x, y, z) &= (\rho_1 - \rho_2) \left[U + \frac{1}{2} (\bar{\omega}_0 \times \bar{r})^2 \right]; \end{aligned} \quad (2)$$

ω_0 – угловая скорость вращения твердого тела; $\bar{u}_j$, p_j – соответственно относительная скорость и давление жидкости в полости Q_j ; Σ_{01} , Σ_{02} – соответственно невозмущенная свободная и внутренняя поверхности жидкости; S_j – смачиваемая поверхность полости Q_j ; $\bar{v}_j$ – орт внешней нормали; U – потенциал массовых сил.

Будем считать поле массовых сил однородным, имеющим ускорение, направленное параллельно оси вращения. Решение системы (1) ищем в виде гармонических функций

$$p_j = \varphi_j(x, y, z) e^{i\lambda t}, \quad \bar{u}_j = \bar{v}_j(x, y, z) e^{i\lambda t}.$$

Выражая из первого уравнения системы (1) u_j через φ_j [3], приходим к следующей краевой задаче для функций φ_1 и φ_2 :

$$\begin{aligned} \Delta \varphi_j - \kappa^2 \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial z^2} &= 0; \quad \bar{v}_j \cdot L \nabla \varphi_j \Big|_{S_j} = 0; \quad \varphi_1 \Big|_{\Sigma_{01}} = - \frac{\kappa^2 b_1}{4 \omega_0^2 (\kappa^2 - 1)} \times \\ &\times \bar{v}_1 \cdot L \nabla \varphi_1; \quad \bar{v}_2 \cdot L (\nabla \varphi_1 - \nabla \varphi_2) \Big|_{\Sigma_{02}} = 0; \\ (\rho_1 \varphi_1 - \rho_2 \varphi_2) \Big|_{\Sigma_{02}} &= - \frac{\kappa^2 b_2}{4 \omega_0^2 (\kappa^2 - 1)} \bar{v}_2 \cdot L \nabla \varphi_2, \end{aligned} \quad (3)$$

где $L \nabla \varphi_j = \nabla \varphi_j + i \kappa \bar{k} \times \nabla \varphi_j - \kappa^2 \bar{k} (\bar{k} \cdot \nabla \varphi_j)$, $\bar{k}$ – орт оси Oz .

Таким образом, задача исследования свободных колебаний идеальной стратифицированной жидкости во вращающемся твердом теле сводится к решению линейной однородной краевой задачи (3) на собственные значения для функций φ_j .

Частоты колебаний стратифицированной жидкости выражаются через собственные числа k_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) по формуле $\lambda_n = 2 \omega_0 / k_n$.

В случае полного заполнения свободная поверхность отсутствует и граничное условие на ней в (3) исключается из рассмотрения. Свободные колебания вращающейся однородной жидкости, целиком заполняющей полость, представляют собой в чистом виде инерциальные колебания, а в случае стратифицированной жидкости к инерционным колебаниям добавляются свободные колебания внутренней поверхности.

2. Рассмотрим цилиндрическую полость, образованную двумя соосными цилиндрическими поверхностями высоты $2h$ с радиусами единица и $R_0 \geq 1$. Начало координат поместим в центр цилиндров.

Предположим, что величина центробежного ускорения значительно превосходит силу тяжести ($\epsilon = \omega_0 R^{1/2} g^{-1/2} \gg 1$), где R – расстояние от оси вращения до характерной точки внутренней поверхности. Этот случай имеет место при быстром вращении твердого тела или при вращении твердого тела с любой угловой скоростью (не равной нулю) в условиях невесомости.

Из соотношений (2) следует, что при $\varepsilon \rightarrow \infty$ функции b_1 и b_2 стремятся соответственно к $R_1 \varpi_0^2$ и $(\rho_1 - \rho_2) R_2 \varpi_0^2$.

Здесь R_1 – радиус цилиндрической свободной поверхности ($R_1 \leq R_0$), а R_2 – радиус цилиндрической внутренней поверхности ($R_2 \leq R_1$). Величины R_1 и R_2 определяются количеством жидкости в областях Q_1 и Q_2 .

В случае полного заполнения ($R_1 = R_0$) краевая задача (3) записывается следующим образом [2]:

$$\begin{aligned} \Delta \varphi_j - \kappa^2 \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial z^2} &= 0, \quad \frac{\partial \varphi_j}{\partial z} = 0, z = \pm h; \quad \frac{\partial \varphi_2}{\partial r} - \frac{i\kappa}{r} \frac{\partial \varphi_2}{\partial \theta} = 0, r = 1 \\ \frac{\partial \varphi_1}{\partial r} - \frac{i\kappa}{r} \frac{\partial \varphi_1}{\partial \theta} &= 0, \quad r = R_0; \\ \frac{\partial \varphi_1}{\partial r} - \frac{i\kappa}{r} \frac{\partial \varphi_1}{\partial \theta} &= \frac{\partial \varphi_2}{\partial r} - \frac{i\kappa}{r} \frac{\partial \varphi_2}{\partial \theta}, \quad r = R_2; \\ \rho_1 \varphi_1 - \rho_2 \varphi_2 &= -\frac{r(\rho_1 - \rho_2)\kappa^2}{4(\kappa^2 - 1)} \left(\frac{\partial \varphi_2}{\partial r} - \frac{i\kappa}{r} \frac{\partial \varphi_2}{\partial \theta} \right), \quad r = R_2. \end{aligned} \quad (4)$$

Решение задачи (4) будем искать в виде

$$\begin{aligned} \varphi_j &= g_{jm}(\xi r) \sin kze^{im\theta}, \quad g_{jm}(\xi r) = C_{jm} J_m(\xi r) + D_{jm} Y_m(\xi r), \\ k &= k_l = \pi(2l+1)/2h, \quad (l = 0, 1, 2, \dots); \quad \kappa^2 = (\xi/k_l)^2 + 1. \end{aligned} \quad (5)$$

Постоянные C_{jm}, D_{jm} находятся из решения однородной системы (для упрощения записи индекс m будем опускать)

$$\begin{cases} aC_2 + bD_2 = 0; \\ \tilde{a}C_1 + \tilde{b}D_1 = 0; \\ cC_1 - cC_2 + D_1d - D_2d = 0; \\ b_1C_1 - \rho_2C_2J + c_1D_1 - \rho_2D_2Y = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь

$$\begin{aligned} a &= \xi J_{m-1}(\xi) + m(\kappa - 1)J_m(\xi), \quad b = \xi Y_{m-1}(\xi) + m(\kappa - 1)Y_m(\xi), \\ \tilde{a} &= \xi J_{m-1}(\xi R_0) + \frac{m(\kappa - 1)}{R_2} J_m(\xi R_0), \quad \tilde{b} = \xi Y_{m-1}(\xi R_0) + \frac{m(\kappa - 1)}{R_0} Y_m(\xi R_0), \\ c &= \xi J_{m-1}(\xi R_2) + \frac{m(\kappa - 1)}{R_2} J_m(\xi R_2), \quad d = \xi Y_{m-1}(\xi R_2) + \frac{m(\kappa - 1)}{R_2} Y_m(\xi R_2), \\ b_1 &= \rho_1 J_m(\xi R_2) + \frac{R_2(\rho_1 - \rho_2)\kappa^2}{4(\kappa^2 - 1)} c, \quad J = J_m(\xi R_2) \\ c_1 &= \rho_1 Y_m(\xi R_2) + \frac{R_2(\rho_1 - \rho_2)\kappa^2}{4(\kappa^2 - 1)} d, \quad Y = Y_m(\xi R_2). \end{aligned}$$

Для того чтобы линейная однородная система (6) имела ненулевое решение, необходимо и достаточно, чтобы ее определитель был равен нулю

$$\begin{vmatrix} 0 & a & 0 & b \\ \tilde{a} & 0 & \tilde{b} & 0 \\ c & -c & d & -d \\ b_1 & -\rho_2 J & c_1 & -\rho_2 Y \end{vmatrix} = 0$$

или

$$a[(b_1 d - \rho_2 c Y)\tilde{b} - (c_1 - \rho_2 Y)d\tilde{a}] - b[(b_1 - \rho_2 J)c\tilde{b} - (cc_1 - \rho_2 Jd)\tilde{a}] = 0 \quad (7)$$

Если $\xi_{mjp} - p$ -й корень уравнения (7), то собственные числа краевой задачи (4) находятся по формуле $\kappa_{mjp} = \pm(1 + k_l^{-2}\xi_{mjp}^2)^{1/2}$.

При $R_0 = 0$ уравнение (7) принимает вид

$$a(b_1 d - \rho_2 c Y) - bc(b - \rho_2 J) = 0.$$

Если $\rho_1 = \rho_2$, то уравнение (7) совпадает с уравнением, полученным в работе [1] для однородной жидкости.

В случае частичного заполнения ($R_1 < R_2$) краевая задача (3) записывается в виде

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_j - \kappa^2 \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial z^2} &= 0; \quad \frac{\partial \varphi_j}{\partial z} = 0, \quad z = \pm h; \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial r} - \frac{i\kappa}{r} \frac{\partial \varphi_2}{\partial \theta} &= 0, \quad r = 1; \quad \frac{\partial \varphi_1}{\partial r} - \frac{i\kappa}{r} \frac{\partial \varphi_1}{\partial \theta} = -\frac{4(\kappa^2 - 1)}{r\kappa^2} \varphi_1, \quad r = R_1; \\ \frac{\partial \varphi_1}{\partial r} - \frac{i\kappa}{r} \frac{\partial \varphi_1}{\partial \theta} &= \frac{\partial \varphi_2}{\partial r} - \frac{i\kappa}{r} \frac{\partial \varphi_2}{\partial \theta}, \quad r = R_2; \\ \rho_1 \varphi_1 - \rho_2 \varphi_2 &= -\frac{r(\rho_1 - \rho_2)\kappa^2}{4(\kappa^2 - 1)} \left(\frac{\partial \varphi_2}{\partial r} - \frac{i\kappa}{r} \frac{\partial \varphi_2}{\partial \theta} \right), \quad r = R_2. \end{aligned} \quad (8)$$

Решение краевой задачи (8) снова будем искать в виде (4). Для неизвестных C_{jm}, D_{jm} получаем следующую линейную однородную систему:

$$\begin{cases} aC_2 + bD_2 = 0; \\ eC_1 + fD_1 = 0; \\ cC_1 - cC_2 + dD_1 - dD_2 = 0; \\ b_1C_1 - \rho_2C_2J + c_1D_1 - \rho_2D_2Y = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Здесь

$$\begin{aligned} e &= J_m(\xi R_1) + \frac{R_1 \kappa^2}{4(\kappa^2 - 1)} \xi J_{m-1}(\xi R_1) + \frac{m(\kappa - 1)}{R_1} J_m(\xi R_1); \\ f &= Y_m(\xi R_1) + \frac{R_1 \kappa^2}{4(\kappa^2 - 1)} \xi Y_{m-1}(\xi R_1) + \frac{m(\kappa - 1)}{R_1} Y_m(\xi R_1). \end{aligned}$$

Определитель системы (8) должен быть равен нулю.

$$\begin{vmatrix} 0 & a & 0 & b \\ e & 0 & f & 0 \\ c & -c & d & -d \\ b_1 & -\rho_2 J & c_1 & -\rho_2 Y \end{vmatrix} = 0$$

или

$$a[(b_1 d - \rho_2 c Y)f - (c_1 - \rho_2 Y)de] - b[(b_1 - \rho_2 J)cf - (cc_1 - \rho_2 Jd)e] = 0. \quad (10)$$

Если $\rho_1 = \rho_2$, то уравнение (10) совпадает с уравнением, полученным в работе [4] для однородной жидкости.

Как известно [5], в линейном приближении на движение твердого тела оказывают влияние только те колебания жидкости, для которых $m = 1$. Поэтому численные расчеты были проведены для этого практически наиболее важного случая.

На рис.2 приведены расчеты первого собственного числа в случае, когда масса жидкости до стратификации и после не меняется. Эти расчеты сделаны в зависимости от глубины заполнения и радиуса внутренней поверхности как для однородной жидкости (нижний график), так и для стратифицированной жидкости (верхний график).

На рис.3 приведен аналогичный пространственный рисунок.

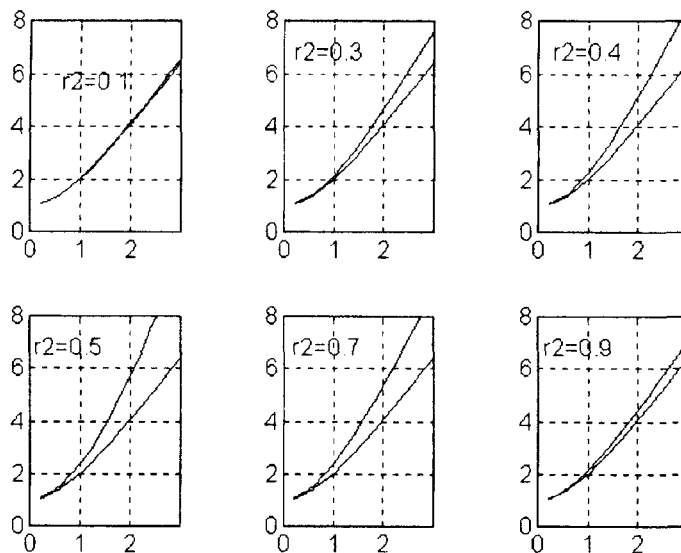


Рис.2

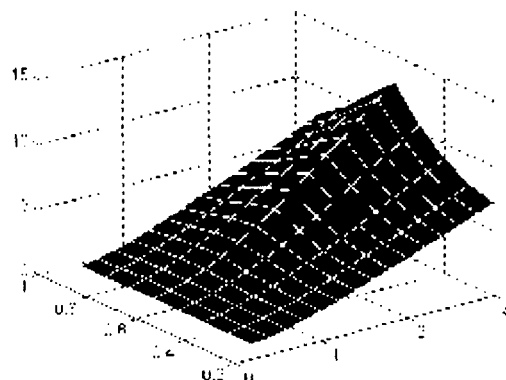


Рис.3

На основании проведенных численных расчетов можно сделать следующие выводы:

1. При постоянной массе жидкости собственные частоты колебаний стратифицированной жидкости выше собственных частот однородной жидкости.
2. Влиянием стратификации на собственные числа в большинстве случаев можно пренебрегать. Однако, в случае, когда масса жидкости остается постоянной, влияние стратификации наиболее существенно при средних значениях радиуса внутренней поверхности.

РЕЗЮМЕ

В лінійній постановці розглянута задача про вільні коливання обертової двошарової ідеальної рідини, яка частково чи повністю заповнює порожнину. Задача знаходження спектра частот коливань стратифікованої рідини зводиться до рішення крайовий задачі на власні значення, що може розв'язуватись чисельно або аналітично. Одержані точні рішення крайової задачі для циліндричного порожнини в разі швидкого обертання. В разі збереження маси рідини зроблено оцінку впливу стратифікації на першу власну частоту.

SUMMARY

In linear statement free oscillations of two nonmixed ideal incompressible liquids, partially or completely filling rigid body rotating in a field of mass forces is considered. Non-perturbed motion is rotation of all system as one rigid body. The problem of a determination of a spectrum of frequencies of vibrations of stratified liquid is reduced to the solution of a boundary eigenvalue problem, that can be solved analytically or numerically. The exact solutions of the boundary problem for a cylindrical cavity in case of fast rotation are obtained. In the case of a uniform liquid the received equations coincide with the equations of work

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Рвалов Р.В. Краевая задача о свободных колебаниях вращающейся идеальной жидкости // Изв. АН СССР: МТТ. – 1973. – №4. – С.81-88.
2. Копачевский Н.Д., Радякин Н.К. Свободные колебания двух капиллярных жидкостей, вращающихся в цилиндрическом сосуде // Изв. АН СССР: МЖГ. – 1976. – №5. – С.97-104.
3. Черноушко Ф.Л. Движение твердого тела с полостями, содержащими вязкую жидкость. – М. – ВЦ АН СССР, 1968, 230 с.
4. Miles J.W., Troesch B.A. Surface oscillations of a rotating liquid // Trans. MSME, 1961. vol.E 28, №4.
5. Докучаев Л.В., Рвалов Р.В. Об устойчивости стационарного вращения твердого тела с полостью, содержащей жидкость // Изв. АН СССР. МТТ. – 1973. – №2. – С.6-14.

Надійшла до редакції 12.08.1998 р.

УДК 532.5: 518.5

ГИДРОИМПУЛЬСНАЯ ПРЕСС-ПУШКА С РАСШИРЕННОЙ РАБОЧЕЙ КАМЕРОЙ

А.Н.Семко

Гидроимпульсная штамповка листовых материалов нашла широкое применение в различных технологических процессах [1, 2]. В работах [3-5] рассмотрены цилиндрические пресс-пушки, в которых используется кинетическая энергия поршня и пороховых газов. В настоящей работе оцениваются гидродинамические параметры пресс-пушки с увеличенной рабочей камерой, работающей на энергии поршня.

Одна из возможных схем пресс-пушки с расширенной рабочей камерой приведена на рис.1. В этой установке цилиндрическая рабочая камера 3 длиной L_x и радиусом L_r примыкает к стволу 2. Вся камера и часть ствола длиной L заполнены водой. Предварительно разогнанный поршень ударяет по воде и начинает сжимать ее. Необходимо

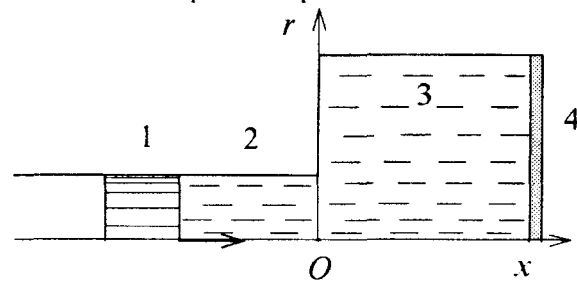


Рис. 1.

оценить давление на преграде. Преграда, ствол и рабочая камера предполагаются недеформируемыми, трение не учитывается, жидкость является идеальной и сжимаемой. Центр координат располагается у входа в рабочую камеру, за начальный принят момент удара поршня о воду.

В газодинамической постановке осесимметричное движение жидкости в цилиндрических координатах описывается системой уравнений нестационарной газовой динамики в следующем дивергентном виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho r}{\partial t} + \frac{\partial \rho u r}{\partial x} + \frac{\partial \rho v r}{\partial r} &= 0, \\ \frac{\partial \rho u r}{\partial t} + \frac{\partial (p + \rho u^2) r}{\partial x} + \frac{\partial \rho u v r}{\partial r} &= 0, \\ \frac{\partial \rho v r}{\partial t} + \frac{\partial \rho u v r}{\partial x} + \frac{\partial (p + \rho v^2) r}{\partial r} &= p, \\ p &= B \left[(\rho / \rho_0)^n - 1 \right] \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь x и r – осевая и радиальная координаты цилиндрической системы координат; u и v – осевая и радиальная компоненты скорости; p и ρ – давление и плотность; $B=304,5$ МПа, $n=7,15$, $\rho_0=1000$ кг/м³ – постоянные в уравнении состояния воды в форме Тэта. Система (1) решается при следующих начальных и граничных условиях:

$$u(0, x, r) = 0; \quad v(0, x, r) = 0; \quad p(0, x, r) = p_0; \quad x, r \in G; \quad (2)$$

$$\begin{aligned} u(t, L_x, r) &= 0, 0 \leq r \leq L_r; \quad u(t, 0, r) = 0, R_c \leq r \leq L_r; \\ v(t, x, R_c) &= 0, x_p \leq x \leq 0; \quad v(t, x, L_r) = 0, 0 \leq x \leq L_x; \end{aligned} \quad (3)$$

$$u(t, x_p, r) = w_p, 0 \leq r \leq R_c. \quad (4)$$

Здесь G – область, занятая водой в стволе и рабочей камере; R_c – радиус ствола; x_p и w_p – координата и скорость поршня.

Движение поршня описывается следующими уравнениями:

$$\frac{dw_p}{dt} = -F_{\%}/M_p, \quad \frac{dx_p}{dt} = w_p, \quad w_p(0) = w_{p0}, \quad x_p(0) = -L, \quad (5)$$

где M_p – масса поршня; w_{p0} – скорость поршня в момент удара; $F_{\%}$ – сила давления воды на поршень. Обычно давление газа на поршень намного меньше давления воды и им пренебрегают. Сила давления воды находится интегрированием по поверхности поршня: $F_{\%} = \int_S p dS$, где S – площадь поверхности поршня.

Поставленная задача решалась численно методом Годунова [6, 7]. Расчетная область разбивалась на две части: рабочая камера и ствол. В рабочей камере разностная сетка неподвижная, прямоугольная с шагами по осям h_x и h_r . В стволе сетка подвижная вдоль оси x . Текущий шаг сетки определялся выражением $h'_x = |x_p|/N'_x$. Шаг сетки по оси r во всей расчетной области одинаковый: $h_r = R_c/N'_r$, где N'_x и N'_r – число ячеек по осям x , r в стволе (рис. 1). Для оценки точности расчеты проводились на разных сетках с числом ячеек $N'_r = 4, 8, 12$ и 24 . Установлено, что при шаге $h_r < R_c/12$ дальнейшее измельчение сетки практически не сказывается на деталях течения. Удовлетворительные интегральные характеристики (зависимость давления в центре преграды от времени) можно получить и на совсем грубой сетке из двух ячеек по радиусу. Детали течения рассчитывались на сетке из 75×25 ячеек в стволе и 75×75 в рабочей камере по осям x и r соответственно.

Ниже представлены некоторые результаты расчетов для установки со следующими данными: $L = 240$ мм, $L_x = L_r = L/2$, $R_c = 40$ мм, $w_{p0} = 100$ м/с, $M_p = 20$ кг.

При ударе поршня образуется ударная волна с давлением на фронте $p_y \approx 167$ МПа, которое принято за масштаб при построении графиков. За масштаб времени взято время распространения звука вдоль ствола установки $t_m = L/a_0$, где a_0 – скорость звука в воде.

На рис. 2 приведена зависимость давления от времени в центре поршня и в центре мишени (кривые 1 и 2). К моменту времени $t = 1$ ударная волна достигает входа в рабочую камеру и отражается от среза трубы волной разрежения. Давление в стволе уменьшается, осевая скорость увеличивается на $40 \div 45$ %.

Жидкость оттекает от поршня и здесь к моменту времени $t_A \approx 2$ возникает кавитация. Наибольшую область – около $2R_c$ вдоль оси – кавитация занимает к моменту времени $t \approx 3$. К моменту времени $t_B \approx 4$ кавитация исчезает и больше не возникает. Во время существования кавитации давление воды на поршень равно нулю и поршень не тормозится. Кавитация в расчетах учитывалась в изменении уравнения состояния воды и рассчитывалась согласно модели, изложенной в работе [7].

Давление жидкости на поршне изменяется периодически. Период пульсаций давления соответствует времени, за которое возмущения распространяются вдоль установки от поршня до преграды и обратно: $T \approx 3$. Пульсации давления на мишени в основном обусловлены отражением волн от поверхности рабочей камеры, их период около 1, а амплитуда намного меньше, чем на поршне.

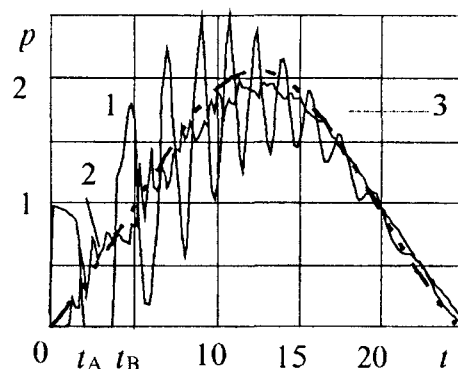


Рис. 2

Исследовалось распределение давления по поверхности поршня и преграды. Давление на поршне почти не изменяется по радиусу. Давление на преграде изменяется по радиусу незначительно – на 10...25 %. На рис. 3 приведены распределения давления на преграде по радиусу для моментов времени 2, 4 и 6 (кривые 1, 2 и 3). Такое поведение давления соответствует выводу о том, что радиальное течение затухает на расстоянии $x \sim 2R$ от места расположения скачка площади поперечного сечения. Поршень находится от входа в рабочую камеру на расстоянии около $6R_0$, а преграда – на расстоянии L_r , которое является характерным размером для камеры. Поэтому возле поршня радиальное течение отсутствует, а на преграде двумерный характер движения проявляется, особенно на начальной стадии. Со временем распределение давления по преграде становится однородным.

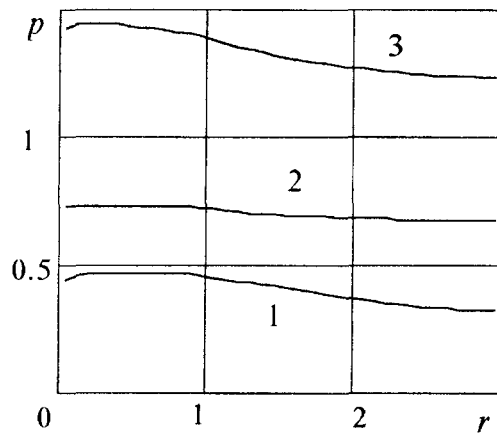


Рис. 3

На рис. 4 представлен поверхностный график давления на момент времени $t = 1,5$, когда начинается отражение волн от преграды и боковой поверхности камеры. У входа в рабочую камеру давление пониженное. Это связано с радиальным течением жидкости. Максимальное значение радиальной скорости составляет около 60% от начальной осевой скорости. Интенсивное радиальное течение приводит к понижению давления вблизи оси симметрии. От стенок камеры происходит отражение волн сжатия, давление здесь больше. Со временем давление повышается и выравнивается во всей рабочей камере. Максимальное давление на преграде в два раза превышает давление на фронте ударной волны.

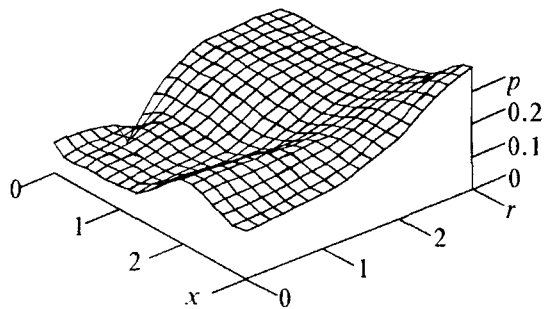


Рис. 4

От стенок камеры происходит отражение волн сжатия, давление здесь больше. Со временем давление повышается и выравнивается во всей рабочей камере. Максимальное давление на преграде в два раза превышает давление на фронте ударной волны.

Параметры пресс-пушки были рассчитаны в квазистационарной постановке. В этом случае процесс описывался обыкновенными дифференциальными уравнениями (5), давление воды рассчитывалось по формуле

$$p = B \left[\left(V_0 / (V_0 - x_p S) \right)^n - 1 \right].$$

На рис. 2 зависимость давления от времени в квазистационарной постановке изображена кривой 3. Видно, что квазистационарная постановка хорошо передает осредненные характеристики процесса. Максимальное давление на преграде при расчетах в разных постановках различается меньше чем на 5 %. Волновой характер изменения давления на поршне в квазистационарной постановке не передается. Для импульсного водомета критерий допустимости квазистационарного приближения имеет вид [7]: $k_y = p_{\max} / p_y \gg 1$, где $p_{\max}$ – максимальное давление внутри установки, p_y – давление на фронте ударной волны при ударе поршня. Это условие подходит и для пресс-пушек. Для данной установки $k_y \approx 2,5$ и волновой характер процесса проявляется. Расчеты для пресс-пушки с начальной скоростью поршня 25 м/с при той же энергии лучше согласуются с квазистационарной постановкой. При этих параметрах $k_y \approx 9,4$ и волновой характер процесса проявляется только на начальной стадии в области возле поршня.

Критерий k_y можно оценить из следующих соображений. Давление p_y на фронте ударной волны рассчитывается по формуле Жуковского для гидравлического удара $p_y = \rho_0 a_0 w_{p0}$. Максимальное давление $p_{\max}$ определяется из условия, что вся энергия поршня затрачивается на сжатие воды

$$\frac{M_p w_{p0}^2}{2} = \frac{pV}{n-1} + \frac{nB}{n-1}(V - V_0), \quad p = B \left[(V_0/V)^n - 1 \right].$$

Оценки дают следующие значения величин: $p_y = 147$ МПа, $p_{\max} = 348$ МПа, $k_y \approx 2,3$, которые хорошо согласуются с точными расчетами.

Расчеты проводились и для неоднородных уравнений (1), разностная аппроксимация которых по мнению ряда исследователей дает более точное решение вблизи оси симметрии. При этом разностная схема становится полностью неконсервативной. При расчетах контролировался баланс энергии. Дисбаланс не превышал 1% на всех стадиях расчета. Различие результатов расчетов и невыполнение балансовых соотношений лежало в пределах погрешности расчетов.

Заключение. Построена математическая модель гидроимпульсной пресс-пушки с расширенной рабочей камерой. Рассчитаны основные параметры установки в точной осесимметричной и приближенной квазистационарной постановках. Показано, что квазистационарная постановка удовлетворительно передает осредненные характеристики и не отражает волновой характер процессов.

РЕЗЮМЕ

Побудована математична модель гідроімпульсної прес-пушки з розширеною робочою камерою. Розраховані основні параметри приладу в точній осесиметричній та приближній квазістаціонарній постановках. Показано, що квазістаціонарна постановка задовільно передає усереднені характеристики і не відбиває хвильовий характер процесу.

SUMMARY

The mathematical model of a hydro-impulsive press-cannon with the extended working camera is constructed. The main parameters of the installation in point axially symmetric and approximate quasisteady settings are designed. Is shown, that the quasisteady setting satisfactorily transmits the average characteristics and the wave character of processes does not show.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Анучин М.А., Антоненков О.Д., Жбанков Ю.Н. Штамповка взрывом. – М.: 1972. – 149 с.
2. Импульсная обработка металлов давлением: Сб. науч.тр. – Харьков: 1981. – Вып. 9. – 141 с.
3. Галиев Ш. У. Динамика гидроупругопластических систем. – К.: Наук. думка, 1981. – 276 с.
4. Семко А.Н. Механика пороховой гидро-пресс пушки // Теоретическая и прикладная механика. – Харьков, Основа. – 1996. – Вып. 26. – С.124-128.
5. Семко А.Н. Пороховая гидропресс-пушка с поршнем // Прогрессивные технологии и системы машиностроения: Международный сб. научных трудов. – Донецк: ДонГТУ, 1998. – Вып. 5. – С.181-185.
6. Численное решение многомерных задач газовой динамики / Под ред. Годунова С.К. – М.: Наука, 1976. – 400 с.
7. Атанов Г.А. Гидроимпульсные установки для разрушения горных пород. – Киев: Вища школа, 1987. – 155 с.

Надійшла до редакції 27.08.1998 р.

Ф І З И К А

УДК 538.945

О ПРИРОДЕ «ОСТРОВОВ» НЕУСТОЙЧИВОСТИ КРИТИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ НА Н-Т ДИАГРАММЕ ЖЕСТКИХ СВЕРХПРОВОДНИКОВ

В.Ф.Русаков, В.В.Чабаненко, А.И.Дьяченко

Сильный пиннинг магнитного потока в жестких сверхпроводниках определяет большую величину критического тока и необратимость макроскопических свойств в магнитном поле H . Известно [1,2], что в области низких (гелиевых) температур, где диффузия тепловых потоков (соответствующий коэффициент $D_{Th} = \kappa/C$, κ – коэффициент теплопроводности, C – теплоемкость сверхпроводника) становится слабее диффузии магнитного потока ($D_{EM} = \rho_{eff}/4\pi\mu_0$, сопротивление ρ_{eff} – определяется величиной крипа или течения магнитного потока, μ_0 – проницаемость вакуума) критическое состояние сверхпроводников может быть полностью (или частично) разрушено небольшими локальными тепловыми (магнитными, механическими, ...) скачками. Этот процесс получил название явления терромагнитной неустойчивости. Он представляет главную опасность при использовании сверхпроводников по их основному назначению: бездиссипативный перенос токов высокой плотности.

Все модели неустойчивости (см. обзоры [3, 4]) основаны на том факте, что рост температуры T приводит к уменьшению критического тока j_c сверхпроводника ($dj_c/dT < 0$). В этом случае развитие терромагнитной неустойчивости укладывается в простую цепочку взаимосвязанных явлений. Рассмотрим их на примере единичного объема, взятого из части образца, находящегося в критическом состоянии (рис.1). Пусть в адиабатических условиях ($D_{EM} \gg D_{Th}$) вследствие малого возмущения произвольной природы в рассматриваемом объеме температура возросла на величину ΔT_{virg} . Это вызовет снижение плотности экранирующего тока ($j = j_c + j_n$, j_n – плотность резистивного тока, $j_c \gg j_n$) на величину Δj и в элемент объема войдет дополнительный поток $\Delta \Phi$. Этот поток в свою очередь индуцирует электрическое поле ΔE , которое приведет к дополнительному выделению тепла ΔQ ($\Delta Q \sim j \Delta E$), повышающего температуру образца на величину ΔT_{end} . То есть, в результате последовательной цепи явлений мы получаем циклический процесс

$$\Delta T_{virg} \uparrow \rightarrow \Delta j_c \downarrow \rightarrow \Delta \Phi \uparrow \rightarrow \Delta Q \uparrow \rightarrow \Delta T_{end} \uparrow. \quad (1)$$

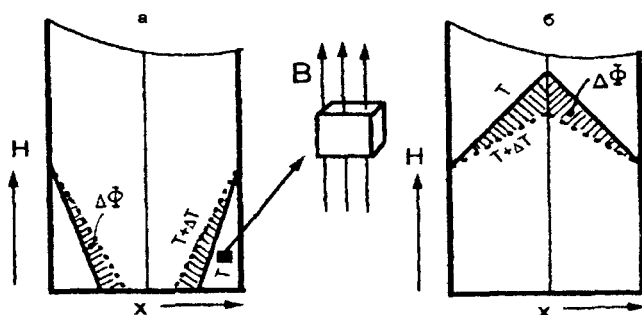


Рис. 1. Влияние приращения температуры ΔT на распределение поля в образце в критическом состоянии для (а) – первого квадранта на рис. 4, где поле возрастает ($dH/dt > 0$) и (б) – второго квадранта, где оно убывает ($dH/dt < 0$)

В зависимости от соотношения между величиной первичного возмущения ΔT_{virg} и ΔT_{end} , в случае $\Delta T_{\text{virg}} > \Delta T_{\text{end}}$ имеется устойчивое к малым возмущениям температуры критическое состояние сверхпроводника, тогда как при $\Delta T_{\text{virg}} < \Delta T_{\text{end}}$ – лавинообразное его разрушение. Режим магнитотермических колебаний известный для низкотемпературных сверхпроводников (НТСП) [5,6] и высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) [7], по-видимому, соответствует примерному равенству ΔT_{virg} и ΔT_{end} .

Поскольку представленный процесс реализуется в ограниченной области температур и магнитных полей, то вполне закономерно возникал вопрос о построении полной Н-Т диаграммы этого явления.

Экспериментально такая диаграмма для ниобиевых проводов (рис. 2) впервые была построена в 1965 г. в Лейдене в лаборатории Камерлинг-Оннеса [8].

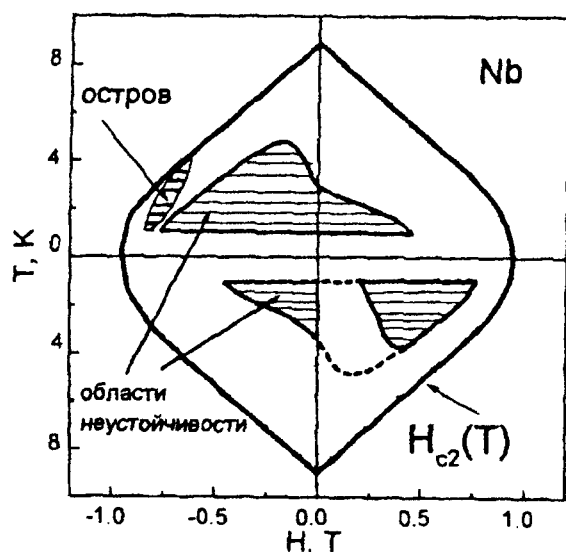


рис. 2. Область неустойчивости критического состояния ниобиевых сверхпроводящих проводов (эксперимент [8]).

Расчет же Н-Т диаграмм области неустойчивости критического состояния был выполнен совсем недавно [9]. Возросший интерес к этой проблеме [10-13] определился открытием ВТСП и их практическим применением. Выполненные вычисления [9] показали хорошее качественное соответствие расчетной формы области неустойчивости и наблюдаемой в эксперименте [8], если полевую зависимость криттока взять в виде Кима-Андерсона $j_c(H) = j_{c0} \{ 1 / (1 + H/H_0) \}$, где j_{c0} и H_0 – феноменологические параметры. Но до сих пор недостаточно исследованным оставался вопрос о влиянии магнитной предыстории и вида полевой зависимости критического тока на области неустойчивости критического состояния сверхпроводника, а также природы происхождения «островов» не-

устойчивости [8] на Н-Т плоскости.

Для большого количества НТСП и ВТСП при перемагничивании наблюдается аномальное поведение полевой зависимости намагниченности $M(H)$, известное как пик-эффект (peak effect) в НТСП или как «рыбий хвост» («fishtail» или «butterfly» характер) – в ВТСП. Несмотря на некоторое внешнее отличие в форме гистерезисных кривых $M(H)$ и сильное различие параметров, при которых эти эффекты наблюдаются, общим для ВТСП и НТСП является то, что эти эффекты являются следствием немонотонного поведения критического тока $j_c(H)$, т.е. наличие области магнитных полей, где критток при увеличении магнитного поля возрастает. Ясно, что причиной такого его поведения, является более эффективное взаимодействие вихревой решетки с центрами пиннинга в некоторой ограниченной области внешних полей. Предлагаемые конкретные механизмы этого аномального явления в разных материалах разнообразны: появление соизмеримости периодов вихревой решетки и потенциала пиннинга в материале, плавление вихревой решетки, 2D-3D – размерный кроссовер, возникновение областей с нормальным (несверхпроводящим) состоянием и т.д.

В данной работе исследовано явление термомагнитной неустойчивости для сверхпроводников, имеющих пик-эффект в полевой зависимости криттока. Исследование области неустойчивости выполнено здесь с учетом магнитной предыстории сверхпроводника,

когда при фиксированной температуре циклически изменялась величина магнитного поля: $0 \rightarrow H_{\max} \rightarrow 0 \rightarrow -H_{\max} \rightarrow 0$. При этом значение $H_{\max}$ достигало верхнего критического поля H_{c2} . Расчет кривых намагниченности $M(H)$ с учетом критерия неустойчивости, впервые введенного в [14], позволил построить H - T диаграммы областей неустойчивости критического состояния в таких материалах и показать, что немонотонность $j_c(H)$ приведет к появлению «островов» неустойчивости, наблюдаемых в эксперименте [8].

Алгоритм и аналитические выражения для расчета намагниченности бесконечной пластины толщиной d (см.: рис. 1) подробно описаны в работе [9]. Намагниченность сверхпроводника определяется [15], как

$$M(B) = 1/(\mu_0 d) \int_0^d B(x) dx - H. \quad (2)$$

Здесь $B(x)$ – профиль магнитного потока внутри пластины, задаваемый решением уравнения критического состояния $dB/dx = -\mu_0 j(x)$. Уравнение критического состояния может быть использовано для определения намагниченности в полях, превышающих первое критическое поле H_{c1} , где в эксперименте наблюдаются гигантские скачки магнитного потока, связанные с развитием неустойчивости. Аналитическая зависимость плотности критического тока с пик-эффектом выбрана в следующем виде:

$$j_c(H) = j_{c0} \{ 1/(1+H/H_{0p}) + KH^2/((H-H_{peak})^2 + H^2) \}. \quad (3)$$

Здесь H_{0p} , H_{peak} – феноменологические параметры и j_{c0} – плотность критического тока в нулевом поле $j_{c0}(T) = j_{c0}(0)(1-T/T_c)$. Коэффициент K (рис. 3) позволяет регулировать величину пик-эффекта в обычной для модели Кима-Андерсона ($K = 0$) зависимости для $j_c(H)$. Обычно H_{peak} находится вблизи H_{c2} .

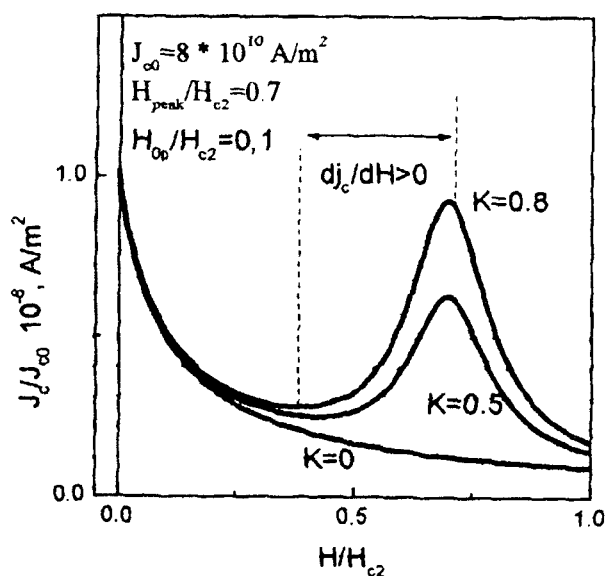


Рис. 3. Зависимость критического тока от магнитного поля для различной величины пик-эффекта

при $H = H_{peak}$ имеет экстремум: в первом – минимум, во втором и третьем – максимум. В первом квадранте рис. 4 (магнитная предыстория здесь отсутствует) на левом склоне минимума $M(H)$, где производная dj/dH положительная, скачки потока не наблюдаются. Неустойчивость проявилась только на правом склоне. Возникает ситуация, при которой непрерывная последовательность скачков потока разрывается некоторой «запрещенной» зо-

На рис. 4 показан пример полевой зависимости намагниченности, рассчитанной в соответствии с алгоритмом [9], для модели криттока с пик-эффектом (3) в области температур неустойчивого критического состояния. В расчете глубина скачков потока задавалась отношением $j_{c0}(T^*)/j_{c0}(T_0)$, где T_0 и T^* – температуры, которые имеет образец, соответственно, до и после скачка; толщина пластины $d = 5$ мм. Вследствие пик-эффекта кривая намагниченности $M(H)$ в первом (на рис. 4 обозначен 1q), втором (2q) и третьем квадрантах

ной, для которой $dj_c/dH > 0$, т.е. в той области, где с ростом магнитного поля критический ток возрастает. Качественно понять природу этой «запрещенной» зоны можно на основе анализа процесса развития термомангнитного возмущения, представленного в (1), дополнив его явлением возрастания критического тока (в области пик-эффекта), которое возникает при вхождении дополнительного магнитного потока в образец под действием ΔT_{virg} :

$$\begin{array}{c} \uparrow \Delta T_{\text{virg}} \rightarrow \downarrow \Delta j_c \rightarrow \uparrow \Delta \Phi \dots \\ \Delta j_c \uparrow \leftarrow \end{array} \quad (4)$$

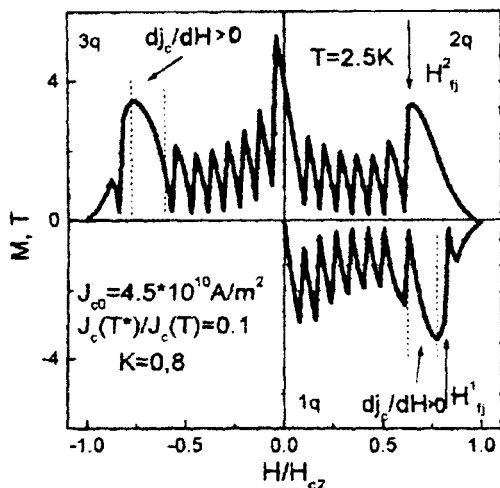


Рис. 4. Рассчитанная петля гистерезиса $M(H)$ жесткого сверхпроводника в модели критического тока с пик-эффектом

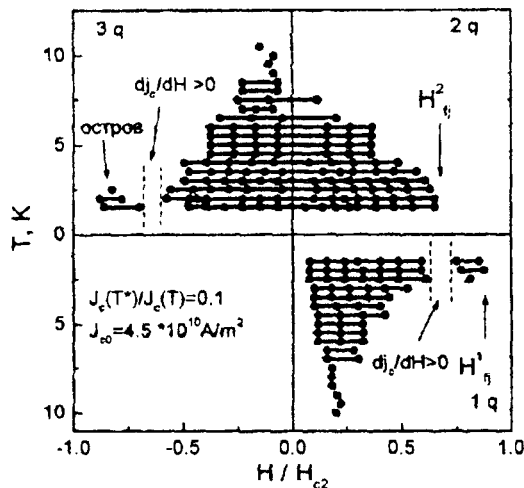


Рис. 5. H-T диаграмма области неустойчивости критического состояния жесткого сверхпроводника с пик-эффектом (расчет)

Этот нижний параллельный процесс увеличения критического тока будет ослаблять влияние первичных термальных возмущений, вызывающих неустойчивость, в меру отношения величин производных $(dj_c/dH)/(dj_c/dT)$. Устойчивое критическое состояние будет наблюдаться в области магнитных полей, где $dj_c/dH > dj_c/dT$. Это неравенство и определяет зоны «запрещенных» полей для развития неустойчивости как в первом, так и в третьем квадрантах. Наличие «запрещенной» к скачкам потока области магнитного поля и приводит к возникновению островов неустойчивости на H-T диаграмме.

На основании расчетных кривых $M(H)$, полученных для различных температур, была определена H-T область термомангнитных неустойчивостей (рис. 5). Во втором и третьем квадрантах на размерах и форме области неустойчивости существенно сказывается магнитная предыстория образца. Здесь также видно, что для граничных полей неустойчивостей при любой фиксированной температуре справедливо следующее неравенство: $H_{c1}^1 > H_{c1}^2$. Это особенно ярко выражено для модели Кима-Андерсона, а также для линейной и экспоненциальной моделей [16]. Это можно понять, если сравнить профили распределения магнитного поля в образце для первого и второго квадрантов, и их изменение под действием возмущения температуры величиной ΔT_{virg} (см.: рис. 1). Если в первом квадранте (рис. 1, а) под действием ΔT_{virg} поток, входя в образец, приводит к ослаблению криттока и развитию неустойчивости по схеме (1), то захваченный в образце поток (рис. 1, б) при уменьшении магнитного поля ниже поля необратимости H_{irr} вследствие термовозмущения ΔT_{virg} будет уменьшаться, вызывая увеличение критического тока. Это стабилизирующим образом скажется на критическом состоя-

нии сверхпроводника, как это было в области пик-эффекта, где $dj/dH > 0$. Таким образом, это позволяет качественно понять соотношение границ областей неустойчивости на H-T диаграммах для двух обсуждаемых квадрантов.

Как следует из рис.3 работы [8], зависимость магнитного момента $M(H)$ действительно имеет явно выраженную немонотонность, позволяющую предположить наличие пик-эффекта в исследуемом ниобиевом сверхпроводнике. В тоже время в первом квадранте рис. 2 (в отличие от расчетной диаграммы, рис. 5) остров неустойчивости отсутствует. Причиной этого может быть малая толщина ($d = 1$ мм) исследуемых ниобиевых проводов. Как известно [1], со стороны сильных полей в первом квадранте неустойчивости ограничиваются кривой $H_p(T)$, где H_p – поле полного проникновения для образца.

РЕЗЮМЕ

На площині магнітне поле – температура теоретично розраховані області нестійкості (внаслідок термомагнітних лавин) критичного стану для надпровідників другого роду в присутності пік-ефекту. Проаналізовано фізичні явища, які визначають вплив попереднього магнітного стану на розмір цих областей, а також причини виникнення окремих «островів» нестійкості на діаграмі.

SUMMARY

The magnetic field and temperature regions in which magnetothermal instability occur were calculated in hard superconductors where peak effect take place. The influence of the magnetic prehistory on the regions of instability and the reasons of «islands» of the instability at the diagram were discussed.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Минц Р.Г., Рахманов А.Л. Неустойчивости в сверхпроводниках. – М.: Наука, 1984. – 262 с.
2. Collings E.W., Applied superconductivity, metallurgy, and physics of titanium alloys. Vol.1, Section 18.14 Magnetic studies of flux jumping. Plenum Press, New York, 1986, p.667-676.
3. Mints R.G., Rakhmanov A.L., Rev. Mod. Phys. 1981. 53 p. 551.
4. Wipf S.L., Cryogenics 1991. 31, p. 936.
5. Zebouni N. H., Venkataram A., Rao G.N., Grenier C.G., Reynolds J.M., Phys.Rev. 1964. №13, p.606
6. Chikaba J. Cryogenics, 1970. 10 №4 p.306-313.
7. Gerber A., Tarnawski Z., Franse J.J.M., Physica C 1993. 209, p.147-150.
8. Goedemoed S.H., Van Kolmeschate, Metselaar J.W., De Klerk D. Physica 1965. 31, p. 573.
9. Chabanenko V.V., D'yachenko A.I., Chabanenko A.V., Rusakov V.F., Szymczak H., Piechota S., Nabialek A., Molecular Physics Report 1997. 20, p. 51-55.
10. Muller K-H., Andrikidis C., Phys. Rev B, 1994. 49, №2, p. 1294.
11. Mints R.G., Phys. Rev B, 1996. 53, №18, p.12311-12317.
12. Gao L., Xue Y.Y., Meng R.L., Chu C.W., Appl. Phys. Lett. 1994. 64 (4), p.520-522.
13. Mints R.G., Brandt E.H., Phys. Rev B, 1996. 54 №17, p.12421-12426.
14. Hancox R. Phys. Lett., 1965. 16, №3, 208.
15. Э.Линтон. Сверхпроводимость. М.: Мир, 1971. – 37с.
16. Чабаненко В.В., Дьяченко А.И., Русаков В.Ф., Залуцкий М.В., Шимчак Г., Пехота С., Набялек А. Неустойчивость критического состояния жестких сверхпроводников// Труды научной конференции посвященной 80-летию НАН Украины. – Донецк, 1998. (будет опубл. в ж. «Физика и техника высоких давлений». – 1999. – №3, 4).

Надійшла до редакції 15.09.1998 р.

УДК 622

DISTRIBUTION OF MAGNETIZATION OF THE EARSY PLANE FERROMAGNETIC AND ANTIFERROMAGNETIC THAT INCLUDE POINT MAGNETIC DEFECTS

O.Yu.Gorobets, V.Yu.Gorobets*

As it is known, the magnetic properties of the ferromagnetic materials can be essentially dependent on the degree of their pollution by the crystall defects, and consequently by the defects of magnetic structure [1, 2]. In this work the influence of point magnetic defects on the distribution of magnetization was considered in the easy plane ferromagnetic and antiferromagnetic, as well as contribution by the defects in the perceptability of the ferromagnetic, when exterior magnetic field is applied in easy plane. The comparison of perceptability of the easy plane ferromagnetic in presence of point magnetic defects with perceptability of the easy plane ferromagnetic without defects was performed. In this paper as in [3] the model of point magnetic defect in the form the ball of small radius (on the surface of which the boundary condition for magnetization is set) is used. In this case it is considered that the ferromagnetic is magnetized uniformly on distances from defect much larger, than its size, i.e. the direction of magnetization on infinity coincides with the direction the of exterior magnetic field attached in easy plane. Because of the small size of the point magnetic defect the radius of sphere limiting the point magnetic defect must be small enough, that lets us do not take into account the magnetostatic effects. Then the energy of the easy plane ferromagnetic has the following form in the exterior field [4,5,6]:

$$E = \int dV \cdot \left(\frac{\alpha}{2} \cdot \left(\frac{\partial M}{\partial x_i} \right)^2 - \left(M \cdot H \right) - \frac{\beta}{2} M_z^2 \right), \quad (1)$$

where α, β – exchange and anisotropy constant accordingly, $\vec{M}$ is the magnetization, H – exterior magnetic field.

Here the easy plane coincides with the plane XOY.

We introduce the parametrization:

$$\begin{aligned} M_x &= M_o \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi, \\ M_y &= M_o \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi, \\ M_z &= M_o \cdot \cos \theta, \end{aligned} \quad (2)$$

where the polar and azimuthal angles of magnetization in the spherical system of coordinates and the length of magnetization accordingly.

Then the expression for the ferromagnetic energy (1) takes the view:

$$E = M_o^2 \int dV \left\{ \frac{\alpha}{2} \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial x_i} \right)^2 + \sin^2 \theta \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right)^2 \right] - \frac{\beta}{2} \cos^2 \theta - h_x \sin \theta \cos \varphi - h_y \sin \theta \sin \varphi \right\}, \quad (3)$$

where $h = H/M_o$

Equations for the search of the angular functions are gained from the condition of the minimum of energy E

$$-\alpha \cdot \Delta \theta - \alpha \sin \theta \cos \theta \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right)^2 - \cos \theta (h_x \cos \varphi + h_y \sin \varphi) + \beta \cos \theta \sin \theta = 0, \quad (4)$$

$$-\alpha \sin^2 \theta \Delta \varphi - 2\alpha \sin \theta \cos \theta \varphi \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} + \sin \theta (h_x \sin \varphi - h_y \cos \varphi) = 0. \quad (5)$$

It is interesting to consider the influence of defects on the perceptability of the easy plane ferromagnetic in the exterior magnetic field applied in easy plane. For this purpose let us find the distribution of magnetization in the vicinity of the point magnetic defect from the equations (4), (5). In this paper the magnetic field was considered weak because it is the most interesting case, i.e. in this case the singularity of the perceptability is expected, and because the magnetic structure of the point magnetic defects may be changed by the strong magnetic field. It is evident that the magnetization rotates in the plane fixed by the anisotropy, i.e. in the plane XOY, and then in the equations (4), (5) the polar angle of magnetization must be chosen as $\theta = \frac{\pi}{2}$

$$\Delta(\varphi - \omega) = \frac{h}{\alpha} \sin(\varphi - \omega), \quad (6)$$

where

$$h = \sqrt{h_x^2 + h_y^2}, \quad \cos \omega = \frac{h_x}{\sqrt{h_x^2 + h_y^2}}, \quad \sin \omega = \frac{h_y}{\sqrt{h_x^2 + h_y^2}}. \quad (7)$$

The decision of equation (6) with $H=0$ leads to the distribution of magnetization coinciding with the distribution of magnetization in the neighbourhoods of the point magnetic defect in ferromagnetic without anisotropy [3]. It is evident that even small magnetic field changes the decision of the equation (6) essentially. It is especially simply to analyse the influence of the magnetic field on the distribution of magnetization in the case of the slight magnetic defects, when the perturbation of the direction of magnetization from the homogenous is small.

Then from (6):

$$\Delta(\varphi - \omega) - \frac{h}{\alpha} (\varphi - \omega) = 0. \quad (8)$$

The solution of the equation (8), that satisfies the boundary condition on infinity, $\lim_{\rho \rightarrow \infty} (\varphi - \omega) = 0$, where ρ – the length of the radius vector, has the view:

$$\varphi = \omega + A \cdot Y_{lm}(\chi, \delta) \cdot \frac{\exp\left(-\frac{\sqrt{h}}{\sqrt{\alpha}} \rho\right)}{\rho^{l+1}} \cdot \sum_{k=0}^l a_k \rho^k, \quad (9)$$

$$\text{where } a_{k+1} = \frac{2\sqrt{\frac{h}{\alpha}} \cdot (k-l) \cdot a_k}{(k+1-l)(k-l-l(l+1))}$$

χ, δ – polar and azimuthal angles of the radius vector, k, l – entire positive numbers, $Y_{lm}(\chi, \delta)$ – spherical functions, A, a_k – constants determined from boundary conditions for magnetization on the defect.

For small defects it is the most naturally to choose the boundary condition when magnetization has the same direction for all points of sphere limiting the defect. Then from the set of decisions (9) it is necessary to choose decision that does not depend on the angles of the radius vector, i.e. it is necessary to choose in (9) $l=0$:

$$\varphi = \omega + \frac{K \cdot \exp\left(\sqrt{\frac{h}{\alpha}} \rho\right)}{\rho}. \quad (10)$$

Taking into account boundary condition on sphere limiting defect:

$$\lim_{\rho \rightarrow \rho_o} \varphi = \varphi_o \quad (11)$$

the constant K can be determined as:

$$K = (\varphi_o - \omega) \rho_o \exp \left(\sqrt{\frac{h}{\alpha}} \rho_o \right). \quad (12)$$

Formulas (2), (11), (12) determine the localized distribution of magnetization in the neighbourhoods of the point magnetic defect in the easy plane ferromagnetic in exterior magnetic field. We shall notice that in the absence of anisotropy and exterior magnetic field this distribution turns into distribution of magnetization, mentioned in [4]. Now using the expressions (2), (11), (12) it is not difficult to find the perceptibility of ferromagnetic:

$$\chi_{xx} = \frac{nV}{M_o} \int \left(\frac{\partial M_x}{\partial h_x} \right) dV, \quad \chi_{xy} = \frac{nV}{M_o} \int \left(\frac{\partial M_x}{\partial h_y} \right) dV, \quad (13)$$

where n – the concentration of defects, V – volume of the ferromagnetic.

We choose the axis OX along the direction of the exterior magnetic field, then from (13)

$$\chi_{xx} = \frac{\pi \sqrt{\alpha} (\varphi_o \rho_o)^2 nV}{2h_x \sqrt{h_x}}, \quad \chi_{xy} = - \frac{4\pi \alpha \varphi_o \rho_o nV}{h_x^2}. \quad (14)$$

The functional dependence of perceptibility of the easy plane ferromagnetic, that includes the point magnetic defects, from magnetic field (when the magnetic field is small) differs from the corresponding functional dependence for the easy plane ferromagnetic without defects of magnetic structure, and this difference may be experimentally found.

Now let us consider the point magnetic defect in the easy plane antiferromagnetic. As it was mentioned above the easy plane coincides with the plane XOY, the exterior magnetic field is applied along the axis OY. The vector of antiferromagnetism l and the vector of ferromagnetism m are used for the description of the distribution of magnetization in the antiferromagnetic:

$$\begin{aligned} \vec{l} &= \frac{\vec{M}_1 - \vec{M}_2}{2M_o}, \\ \vec{m} &= \frac{\vec{M}_1 + \vec{M}_2}{2M_o}, \end{aligned} \quad (15)$$

where $\vec{M}_1, \vec{M}_2$ magnetizations of sublattices, $|\vec{M}_1| = |\vec{M}_2| = M_o$

Then the energy of the easy plane antiferromagnetic takes the following form:

$$E = M_o^2 \int dV \cdot \left(\frac{1}{2} \delta m^2 + \frac{\alpha}{2} \left(\frac{\partial l_k}{\partial x_i} \right)^2 - \frac{\beta}{2} (l_x^2 + l_y^2) - 2 \left(\vec{m} \cdot \vec{h} \right) \right), \quad (16)$$

where δ – constant of isotropy exchange.

The parametrization is used for the vector l :

$$l_x = \sin \theta \cdot \cos \varphi, \quad l_y = \sin \theta \cdot \sin \varphi, \quad l_z = \cos \theta, \quad (17)$$

where θ, φ – the polar and azimuthal angles of l in the spherical system of coordinates. For the antiferromagnetic as for the ferromagnetic the following boundary conditions are chosen on the point defect and on infinity:

$$\lim_{\rho \rightarrow \rho_o} \varphi = \varphi_o, \quad \lim_{\rho \rightarrow \infty} \varphi = 0. \quad (18)$$

The boundary condition on infinity means that the vector l is perpendicular to the exterior magnetic field, i.e. the vector m is parallel to the exterior magnetic field and the antiferromagnetic is magnetized uniformly on infinity.

Taking on account that $\left| \vec{m} \right| \ll \left| \vec{l} \right| \approx 1$ it is possible to find solution of the equations obtained from the condition of minimum of energy E :

$$\begin{aligned} \theta &= \pi/2, \\ \varphi &= \frac{\rho_o \varphi_o}{\rho}. \end{aligned} \quad (19)$$

Finally:

$$\begin{aligned} \vec{l} &= \cos\left(\frac{\varphi_o \rho_o}{\rho}\right) \vec{i} + \sin\left(\frac{\varphi_o \rho_o}{\rho}\right) \vec{j}, \\ \vec{m} &= \frac{2h}{\delta} \left[-\cos\left(\frac{\varphi_o \rho_o}{\rho}\right) \sin\left(\frac{\varphi_o \rho_o}{\rho}\right) \vec{i} + \cos^2\left(\frac{\varphi_o \rho_o}{\rho}\right) \vec{j} \right] \end{aligned} \quad (20)$$

РЕЗЮМЕ

Знайдено локалізований розподіл намагніченості навколо точкового магнітного дефекту у легкоплоскісному ферромагнетичу та антиферромагнетичу. Проаналізовано вплив зовнішнього магнітного поля на розподіл намагніченості ферромагнетика і антиферромагнетика. Вирахувана сприйнятливості легкоплоскісного ферромагнетика у слабких магнітних полях, коли зовнішнє магнітне поле було прикладене у легкій площині.

РЕЗЮМЕ

Найдено локализованное распределение намагниченности в окрестности точечного магнитного дефекта в легкоплоскосном ферромагнетике и антиферромагнетике. Проанализировано влияние внешнего магнитного поля на распределение намагниченности ферромагнетика и антиферромагнетика. Вычислена восприимчивость легкоплоскосного ферромагнетика в слабых магнитных полях в случае, когда внешнее магнитное поле приложено в легкой плоскости.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Хуберт А. Теория доменных стенок в упорядоченных средах. – М.: Мир, 1977. – 306 с.
2. Крупичка С. Физика ферритов и родственных им магнитных окислов. – М.: Мир, 1976, Т.2.
3. Горобець О.Ю. Розподіл намагніченості в околі точкового дефекту в ферромагнетичу // Український фізичний журнал, 1997. – Т.42. – №6. – 4 с.
4. Malozemoff A.P., Slonczewski J.C. Magnetic domain walls in bubble materials. – Academic press. New York London Toronto Sydney San Francisco, 1979.
5. Ахизер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В.. Спиновые волны. – М.: Наука. 1967. – 368 с.
6. Барьяхтар В.Г., Горобець Ю.И. Цилиндрические магнитные домены и их решетки. – Киев: Наукова думка, 1988. – 165 с.

Надійшла до редакції 19.08.1998 р.

УДК 537.226.4

ВИВЧЕННЯ ДЕФОРМАЦІЇ В СЕГНЕТОСКЛОКЕРАМІЦІ ПІД ВПЛИВОМ ЕЛЕКТРИЧНИХ ПОЛІВ

О.Г.Петренко

Електричне поле (ЕП) викликає деформацію сегнетоелектрика у напрямку дії поля через пружні в інших напрямках. Зв'язок між деформацією у напрямку НП і величиною напружності поля характеризується гістерезисною петлею. У слабких полях ЕП має місце лінійна залежність між деформацією і полем. У сильних ЕП залежність квадратична і порівняно однакова з величиною зворотнього п'єзоефекту, який на лінійній ділянці визначається стисненням і розширенням орієнтаційних доменів [1].

У роботах [2, 3] наведені результати вимірювань залишкових деформацій для матеріалів ABO_3 із складними домішками. Показано, що деформація має найбільшу величину в області твердих розчинів, що відповідає екстремальним значенням фізичних властивостей. У випадку твердих розчинів з переважаючими ромбоєдричними спотвореннями елементарних комірок деформації зменшуються із-за зменшення спотворення елементарних комірок, у випадку тетрагонального спотворення – деформації зменшуються із-за труднощів упорядкованої орієнтації доменів із збільшенням спотворення елементарних комірок. Це свідчить про значний вклад у деформацію п'єзоелектричних зразків переорієнтацій на кути, що відмінні від 180° -х.

У літературі недостатньо відображені дані про вивчення динаміки зміни параметрів елементарних комірок у процесі прикладення ЕП, впливу деформації на структуру та властивості сегнетосклокерамічних матеріалів на основі цирконата – титаната свинцю (ЦТС), у магнітних полях (МП) під впливом ЕП.

На мал.1 показано залежність зміни параметрів елементарних осередків від прикладеного ЕП. Для твердих розчинів з перевагою тетрагонального спотворення кристалітів зміна параметра "с" елементарних комірок спостерігається до полів 25 кВ/см, а для твердих розчинів з ромбоєдричним спотворенням кристалів зміна параметра "а" спостерігається до ЕП напружністю 55 кВ/см і відносним збільшенням параметра вдвічі ніж для зразків тетрагональної фази. Порівняно зі зміною тетрагонального спотворених елементарних комірок, крива зміни параметра елементарних комірок має перевагу ромбоєдричної фази і не виходить на насичення навіть у полі, близькому до пробивного. Обидві криві при сходженні ділянки мають однаковий вигляд показної функції $y = ae^{bx}$.

Вивчалися профілі дифракційних максимумів при різних величинах прикладеного ЕП. У початковому зразку кількість А-доменів значно більша, це можливо з причин текстурування зразків у процесі отримання кераміки. Кількість А і С-доменів буде однаковою при напружності ЕП 33 кВ/см [4]. У полях з більшою напружністю переважає С-доменізація зразка. Зміна кількості А і С-доменів у процесі прикладення ЕП зображена на мал.2. Те, що переорієнтація доменів проходить у значному інтервалі напружності ЕП, свідчить про незвичайний характер кривої розподілу у доменів за коерцитивними полями для цього матеріалу.

Звертає на себе увагу той факт, що найбільш інтенсивно доменні переорієнтації відбуваються в тому ж інтервалі напружності ЕП, що і зміни параметрів елементарних комірок. Моментом, найбільш благоприємним для зміни параметрів елементарних комірок є значна неоднородність структури твердих розчинів за складом, які знаходяться у середині морфотропної області, появою механічних напружностей і великих ЕП, які викликають деформацію кристалічної структури матеріалу [5].

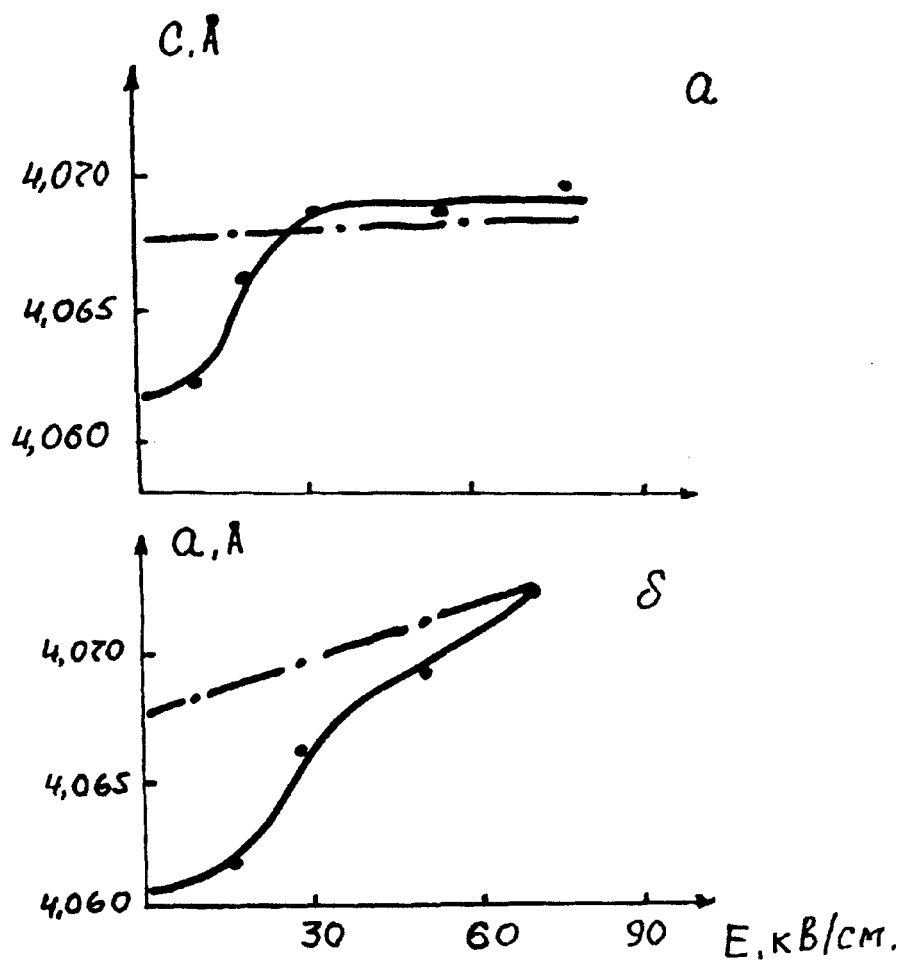


Рис.1. Зміна параметрів елементарних комірок у залежності від прикладеного ЕП:
а – тетрагональна фаза; б – ромбоїдрична фаза.

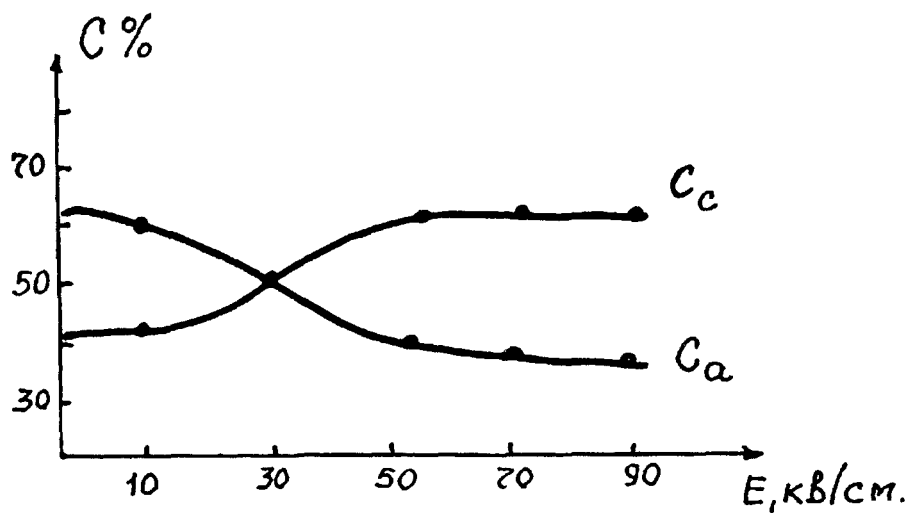


Рис.2. Зміна кількості Ф і С-доменів у залежності від прикладеного ЕП для ЦТС з домішками: скла, вісмуту, танталу, ніобію

У процесі прикладеного ЕП до зразка п'єзокераміки, який знаходиться в межах морфотропної області, змінюється форма дифракційних максимумів. Розглядаючи тверді розчини за складом відповідно центру морфотропної області у неполяризованому, поляризованому і розполяризованому стані, встановили, що до поляризації зразок твердого розчину утримував дві фази, переважно ромбоєдричну. Після поляризації кількість тетрагональної фази значно збільшилась, що свідчить про зміщення центра морфотропної області в бік твердих розчинів з тетрагональним спотворенням структури. Індукований перехід із ромбоєдричної фази в тетрагональну і навпаки супроводжується зміною параметрів елементарних комірок. У цьому випадку слід вважати, що процеси поляризації твердих розчинів за складом відповідних морфотропних областей трохи відрізняються від загальноприйнятих уявлень про зароджені антипаралельні домени і руху доменних меж. Поряд з орієнтацією доменів за напрямком поляризуючого поля у випадку неблагодійно орієнтованих доменів елементарних комірок змінюють симетрію таким чином, що їх діпольні моменти зайняли найбільш близькі напрямки до напрямку дії ЕП. У наслідок цього процес поляризації п'єзокераміки супроводжується індукційними фазовими переходами. Завдяки таким переходам, областям, вектори спонтанної поляризації доменів мають напрямок, близький до напрямку зовнішньої ЕП.

Нами досліджувались залежності деформацій у напрямку дії поля від напружності в сегнетоелектриках ЦТС. Величина залишкових деформацій залежала від складу ЦТС, модифікаторів та домішок скла. Зразки готувались із реактивів марки ЧДА і ОЧ, і синтезувались у платинових тиглях при температурі біля 1200°C [6]. Для з'єднання з тетрагональним спотворенням залишкові деформації значно менші, ніж з ромбоєдричним. Відносна зміна результатів під дією ЕП для матеріалів ЦТС з домішками скла, вісмуту, ніобію більша, ніж з домішками скла, барію, цинку, танталу (мал.3).

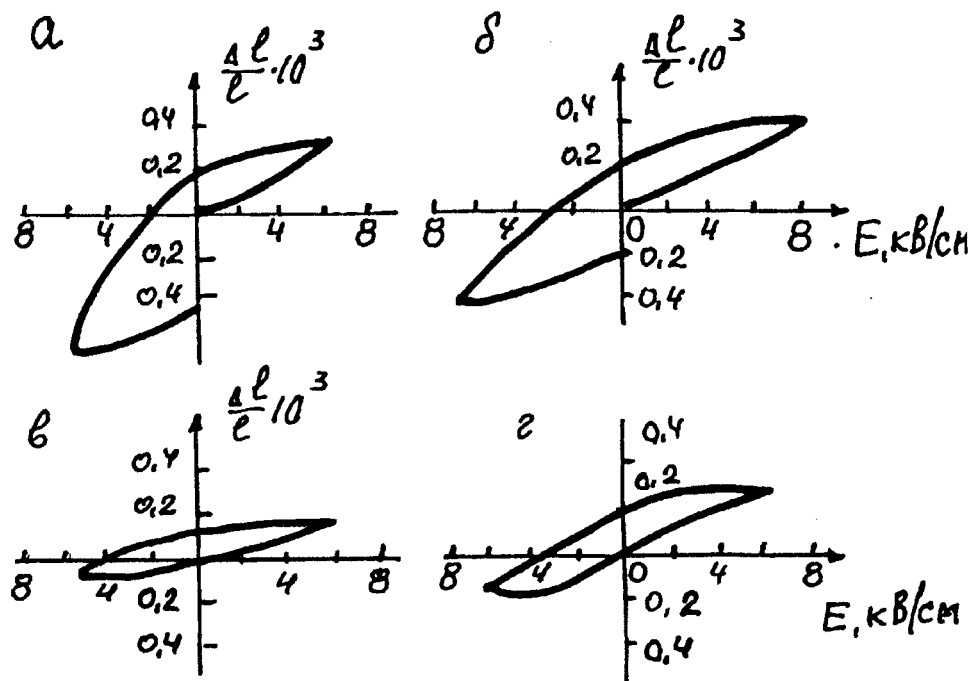


Рис.3. Залежність подовжньої деформації зразків від напружності ЕП твердих розчинів ЦТС з домішками

На залежностях деформацій, перпендикулярних дії ЕП від величини напружності прикладеного поля, встановлено, що в зразках ЦТС з домішками скла, вісмуту, танталу, ніобію при однаковій напружності ЕП величина деформації вища, ніж у матеріалів ЦТС з домішками скла, барію, цинку, танталу (мал.4). Залишкові деформації в цьому випадку мають високі значення і складають біля 25%. Описані структурні зміни і деформації матеріалів ЦТС із складними домішками спостерігались при дії ЕП до 15 кВ/см. Ці поля менші від поляризованих і в зв'язку з цим виявляють зацікавленість енергетичні характеристики, такі як коерцитивне поле, поле внутрішніх зарядів і поляризації, які вимірювались за петлями гістерезису [7].

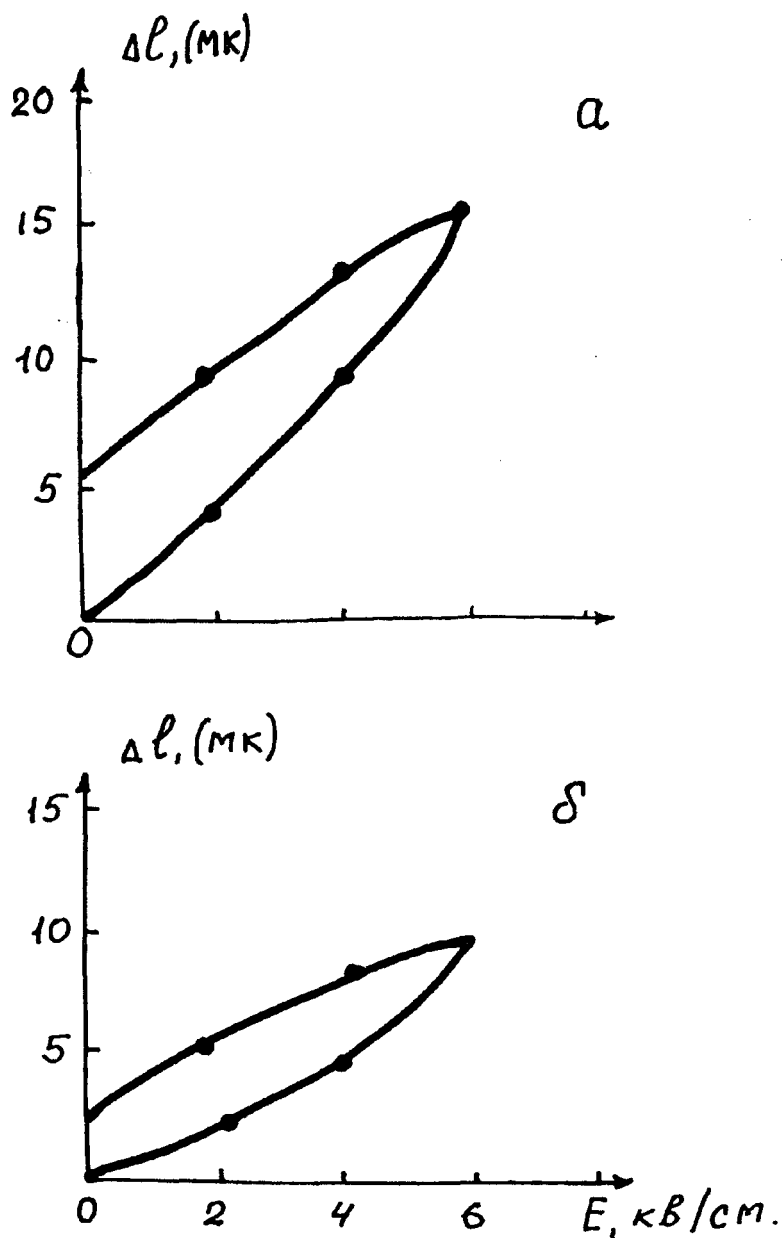


Рис.4. Залежність поперечної деформації зразків від ЕП твердих розчинів ЦТС з домішками напружності

Нами визначені слідуючі значення: коерцитивне поле змінювалось від 10-28 кв/см для неполяризованих зразків, до 6-20 кв/см – поляризованих; залишкова поляризація – від 10-28 мк.кул/см² для неполяризованих зразків, до 18,4-23,4 мк.кул/см² – поляризованих; спонтанна поляризація – від 25,3 мк.кул/см² для неполяризованих зразків, до 20,4-28,6 мк.кул/см² – поляризованих; внутрішнє поле поляризованих зразків складало від 3,3 до 10,2 кв/см. Із визначених даних видно, що коерцитивне поле дуже високе для вищезгаданих матеріалів, але рентгеноструктурне дослідження показало, що при дії ЕП нижче коерцитивних, спостерігається додаткова орієнтація доменів. Це може свідчити про те, що домени в матеріалах даного складу розподілені за коерцитивними полями в широкому діапазоні. Величина спонтанної і залишкової поляризації нижча поляризованої кераміки, ніж для неполяризованої, що викликано більшим ступенем стиску доменів у поляризованих зразків. Прикладені поля однакові з внутрішніми полями і викликають різноманітні міграції заряджених дефектів, які сприяють зародженню областей іншої симетрії і, як наслідок, додаткової доменної орієнтації [8].

РЕЗЮМЕ

Под воздействием ЕП изучена деформация в сегнетостеклокерамике, полученная в МП. Установлено, что при одинаковой напряженности ЕП величина деформации и гистерезиса меньше для твердых растворов с преимущественно тетрагональным искажением, чем для ромбоэдрического, что связано с дополнительной ориентацией доменов путем поворота их на 180°.

SUMMARY

It has investigated the deformation of segnetoglassceramics obtained in magnetic fields under the influence of EF.

It has been found out that at the similar tension of EF the values of deformation and hysteresis are smaller for hard solids with tetragonal distortion that for ones with rhomboedric distortion, that is connected with additional orientation of domains by turning them to 180°.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Физика сегнетоэлектрических явлений / Под ред. Смоленского Г.А. – Л.: Наука, 1985. – 396.
2. Яффе Б., Кук У., Яффу Г. Пьезоэлектрическая керамика. – М.: Мир, 1974. – 288 с.
3. Желудев И.С. Основы сегнетоэлектричества. – М.: Атомиздат, 1973. – 472 с.
4. Салей В.С., Пономарев Ю.А., Дидковская О.С. Об изменении параметров элементарных ячеек твердых растворов ЦТС в процессе поляризации // АН СССР: Физика и химия твердого тела. – 1976. – Вып.8. – С.129-131.
5. Исупов В.А. О причинах противоречия по вопросу области сосуществования фаз в твердых растворах ЦТС // ФТТ. – 1980. – Т.22. – №6. – С.172-177.
6. Петренко А.Г. Исследование некоторых свойств сегнетоэлектриков со структурой перовскита // ФТТ. – 1989. – Вып.19. – С.79-81.
7. Петренко А.Г., Приседский В.В. Дислокационная модель коэрцитивной силы ЦТС // ФТТ. – 1990. – Вып.20. – С.30-46.
8. Петренко О.Г. Дефекты структуры та властивості перовскітових сполук (монографія). – Донецьк: Юго-Восток. – 1997. – 208 с.

Надійшла до редакції 28.08.1998 р.

УДК 541.183.3

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ЧАСТИЦ, РАСПЫЛЕННЫХ С ПОВЕРХНОСТИ СЛОЕВ, АДСОРБИРОВАННЫХ МЕЗОПОРИСТЫМ УГЛЕМ

П.И.Мельничук, П.В.Петренко, С.Ф.Сухарева

При решении ряда задач, связанных с процессами очистки промышленных отходов газов и производственных сточных вод, предлагается использовать фильтры, работа которых основана на адсорбции примесей поверхностью мезопористого угля. В настоящей работе проведено исследование возможностей оптической спектроскопии распыленных частиц для определения качества работы угольных сорбентов.

Поскольку механизм работы угольного поглотителя основан на адсорбции активной поверхностью фильтруемых смесей, эффективность поглощения можно оценить, сравнивая состав поверхности до и после процесса очистки смеси. Процесс адсорбции – существенно поверхностное явление, поэтому для анализа состава использовали метод оптической спектроскопии распыленных частиц (ОСРЧ), позволяющий исследовать химический состав нескольких поверхностных слоев [1,2].

Исследования проводились на образцах углей, которые были использованы в качестве наполнителей фильтров жидких отходов химического производства. Для надежного отделения спектральных линий адсорбированной примеси от линий подложки производилась запись спектров ОСРЧ эталонов. Эталонные спектры излучения углерода записывались при распылении поверхности активированного (медицинского) угля. Мезопористый уголь не является химически чистым веществом, поэтому, для выяснения содержания в нем примесей, наличие которых не связано с процессом фильтрации, исследовались спектры излучения распыленных частиц со сколов и поверхности образцов, подвергнутой механической очистке (шлифовка). Исследования проводились на модифицированной установке, описанной в [3]. В качестве спектрофотометра использован монохроматор МДР-12 с ФЭУ-106, работающим в режиме счета фотоэлектронных импульсов. Облучение проводилось пучком ионов Ag с энергией 20 кэВ, при плотностях тока 10-20 мкА/кв.см., при угле падения $\varphi = 60^\circ$, давлении остаточных газов в камере образца $5 \cdot 10^{-8}$ Торр.

Для повышения точности исследований были разработаны простые прикладные программы управления монохроматором, записи оптических спектров и первичной их обработки путем сравнения с эталонными спектрами для введения необходимых поправок на аппаратные эффекты. Применение перечисленных программных средств позволило производить в автоматическом режиме установку монохроматора на необходимую длину волны с точностью $\pm 0,03$ нм.

Обзорные спектры записывались в интервале длин волн 200-500 нм с шагом 0,03 нм. Время накопления сигнала при фиксированной длине волны составляло 50 мсек, что соответствует 10000 измерениям при записи оптического спектра. Первичная идентификация спектральных линий проводилась по таблицам [5]. Идентифицировались линии, ширина которых не превышала ширину основных линий в спектре эталона $Gd_3Ga_5O_{12}$, т.к. запись спектров выполнялась с практически постоянным разрешением.

Особенностью эксперимента было наличие в оптических спектрах дополнительных линий излучения источника ионов, рассеянного шероховатой поверхностью образцов, в направлении входной щели монохроматора. Калибровка спектрального обо-

рудования проводилась с использованием полученных ранее спектров Cu, $Gd_3Ga_5O_{12}$ и $CaCO_3$ по линиям Cu I 327,4 нм; Cu I 324,8; Ga I 287,4; Ga I 294,4; Ga I 403,3; Ga I 417,2; Ca I 422,7 нм. По эталонным спектрам, записанным на меди, были определены значения длин волн, соответствующие основным максимумам интенсивности излучения источника: 297,5 нм; 315,8; 337,1; 353,6; 357,6 нм, которые в дальнейшем использовались в качестве внутреннего эталона длин волн.

Оптический спектр излучения, сопровождающего распыление поверхности исследуемого угля, приведен на рисунке. Сравнение спектров эталонного и исследуемого образцов выявило неожиданное их различие, проявляющееся в наличии не принадлежащих углероду линий в спектре эталона, при отсутствии их в спектрах исследуемого образца. Известен механизм влияния состава поверхности, приводящий к гашению линии некоторого элемента в спектре излучения распыленных частиц [2,4], связанный с влиянием состава на ее зонную структуру. Однако, проведенная идентификация линий показала, что дополнительные линии, присутствующие в спектре использованного эталона, связаны с наличием в нем следующих элементов: C – 247,8 нм, Ca – 396,8; 422,7; 443,5; 445,5; Si – 215,4; 251,6; 288,2 нм и Mg – 279,5; 285,2 нм. Таким образом, наличие дополнительных линий в спектре эталона и их отсутствие в спектре исследуемого образца не связано с особенностями зонной структуры поверхности мезопористого угля, а обусловлено наличием примесей в эталоне.

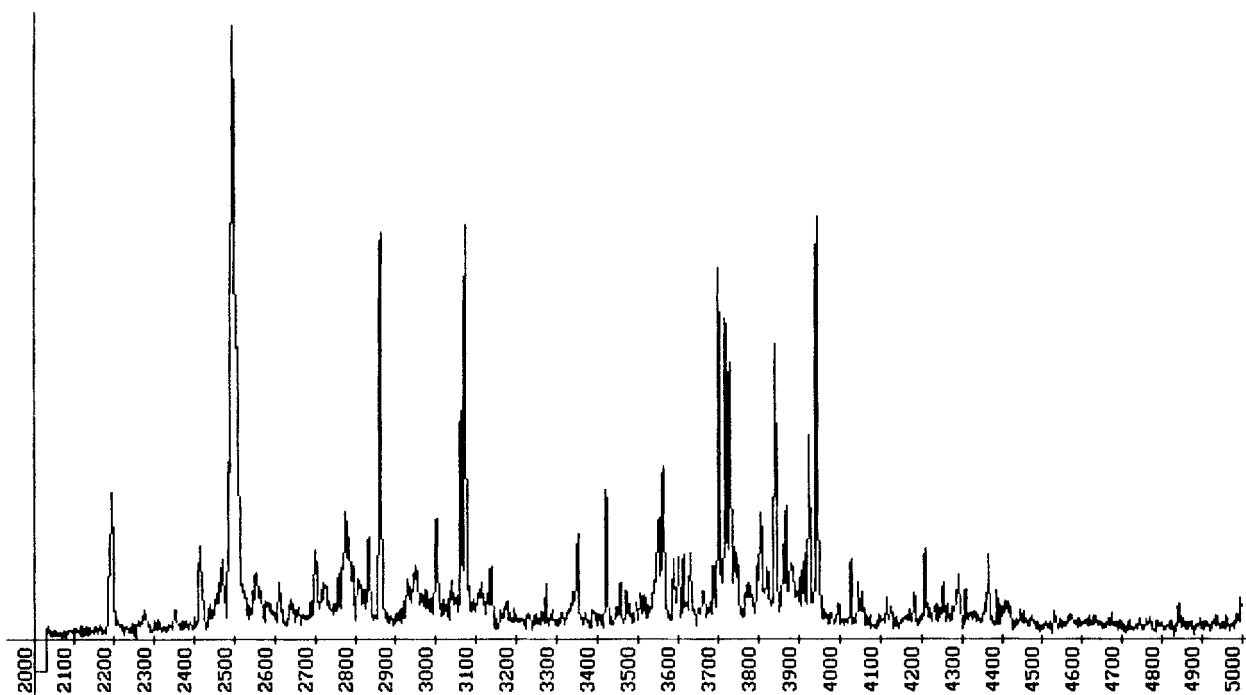


Рисунок. Спектр оптического излучения продуктов распыления поверхности угольного фильтра

Для сравнения состава исследуемого образца на различных глубинах были получены спектры ОСРЧ для поверхности образца после процесса фильтрации, для той же поверхности, но после ионного травления слоя толщиной 0,1-0,2 мкм и с поверхности, полученной после механического удаления слоя, толщиной 0,3 мм. Сравнение этих спектров показывает существенную разницу в составе исследуемых слоев образца. Спектр поверхности показывает существенное загрязнение ее примесями, что свидетельствует о высокой эффективности фильтрации. Однако, необходимо отметить, что

существенные изменения в спектре излучения происходят при удалении весьма толстых слоев (~0,2 мкм). Этот факт свидетельствует о том, что формирование слоя осажденной примеси происходило не только путем адсорбции примеси на уголь, но и осаждением ее на уже сильно загрязненную поверхность. Следует также отметить, что состав используемого угля не однороден по толщине. Так, например, в спектрах, снятых при исследовании поверхности свежего скола, интенсивность линии С очень сильно понижена по отношению к интенсивности линий Si, что указывает на значительное покрытие поверхности скола примесями. Соотношение интенсивностей этих линий в спектре, записанном для шлифа, другое. На поверхности шлифа относительное содержание Si меньше чем на поверхности скола.

Идентификация линий в спектрах поверхности адсорбента, проведенная по ярким линиям в спектрах и чувствительным линиям элементов в [5], показывает возможное наличие на ней кроме С и Si более 20 элементов, включая редкоземельные, тяжелые и благородные. Для более точного определения состава поверхностного слоя необходимо проведение поиска и идентификации не ярких линий спектра.

Таким образом, показано существенное различие в спектрах распыленных частиц исследуемого и эталонного образцов, которое подтверждает высокую степень загрязнения именно поверхности адсорбента различными примесями, что является подтверждением эффективности применения используемого угля для очистки различных сред. Применение оптической спектроскопии распыленных частиц позволяет проводить оценку эффективности работы угольного фильтра.

РЕЗЮМЕ

Досліджено можливості оптичної спектроскопії розпиленних частинок для визначення якості роботи вугільних адсорбентів. Показана істотна різниця спектрів розпиленних частинок досліджуваного та еталонного зразків. Це доводить, що високий рівень забруднення саме поверхні адсорбента різними домішками, являється підтвердженням ефективності використання мезопористого вугілля для очищення різних середовищ.

SUMMARY

The research of possibilities of optical spectroscopy of sprayed particles for definition of quality of coal adsorbents work is carried out. The essential difference is shown in spectra of sprayed particles of researched and standard samples, which confirms a high degree of contamination of just adsorber surface by various impurities, that is the confirmation of efficiency of application of used coal for clearing various media.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Черепин В.Т., Васильев М.А. Методы и приборы для анализа поверхности материалов. – К., 1982. – 399 с.
2. Петров Н.Н., Аброян И.А. Диагностика поверхности с помощью ионных пучков. – Л., 1977. – 159 с.
3. Мельничук И.А., Пейкришвили Д.В., Перепадья В.И. Установка для исследования поверхности и облучения тонких пленок. // Диагностика поверхности ионными пучками. Ужгород, 1985. – С. 150 - 151.
4. Поп С.С., Белых С.Ф., Дробнич В.Г., Ферлегер В.Х. Ионнофотонная эмиссия металлов. Ташкент., 1989. – 200 с.
5. Таблицы спектральных линий / Зайдель А.Н., Прокофьев В.К., Райский С.М., и др. М., 1969. – 782 с.

Надійшла до редакції 13.08.1998 р.

Х І М І Я

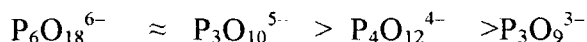
УДК 543

ЕКСТРАКЦІЙНЕ КОНЦЕНТРУВАННЯ І
АТОМНО-АБСОРБЦІЙНЕ ВИЗНАЧЕННЯ ІТРІЮ*І.О.Шевчук, А.М.Рокун, О.В.Добридіт*

Атомно-абсорбційний метод аналізу знаходить широке застосування для визначення різних елементів у об'єктах навколишнього середовища. Значного зниження межі визначення і підвищення точності досягають шляхом попереднього концентрування елементів. Для визначення ітрію атомно-абсорбційним методом ці питання вивчені недостатньо.

Одним із ефективних методів концентрування є екстракція. У нашій роботі ставилась задача підвищення точності атомно-абсорбційного визначення ітрію і зниження межі виявлення його у природних водах шляхом екстракційного концентрування. У роботі використовують циклогексафосфат натрію $\text{C}_6\text{H}_{11}\text{PO}_4\text{Na}$, гексиловий спирт, цетилтриметиламоній бромід кваліфікації ч, керосин, очищений шляхом обробки сірчаною кислотою і промитий водою до нейтральної реакції. Стандартний розчин ітрію (III) готується із оксиду кваліфікації хч. Концентрація вихідного розчину встановлюється комплексонометричним методом з ксиленоловим оранжевим. Циклогексафосфатний комплекс ітрію готується шляхом зливання розчину солі металу і циклогексафосфату натрію. Екстракцію проводять при температурі $20 \pm 2^\circ\text{C}$ зтрускуванням в ділильній воронці рівних об'ємів водної і органічної фаз (5 мл) протягом двох хвилин, що достатньо для досягнення рівноваги. Реекстракцію проводять двічі 1 М розчином азотної кислоти. Вміст металу у водній і органічній фазах після реекстракції визначають комплексонометричним або електротермічним атомно-абсорбційним методом на спектрометрі «Сатурн-2». Джерелом резонансного випромінювання є спектральна лампа типу ЛСП. Ітрій визначають при довжині хвилі 410,2 нм. Використовують футеровані танталовою фольгою графітові печі. Програма визначення: сушка – 20 с при температурі 130°C , озолення – 30 с при температурі 500°C , атомізація 5 с при температурі – 2800°C . Для підвищення чутливості визначення на стадії атомізації вимикають подачу аргону крізь внутрішню порожнину графітової печі.

Метод екстракції дозволяє досягнути необхідної повноти виділення елемента. Для цієї мети зручно використовувати ліганди, які утворюють стійкі сполуки, що добре екстрагуються. Раніше при вивченні екстракції тулію з метою його атомно-абсорбційного визначення було встановлено, що одним з кращих лігандів є циклогексафосфат [1]. В ряду інших фосфатних лігандів він утворює стійкі сполуки:



Екстракцію циклогексафосфатних комплексів вивчають різними екстракційними реагентами. Для цього використовують розчини екстракційних реагентів у суміші керосину з гексиловим спиртом. Встановлено, що ця суміш необхідна у співвідношенні керосин:гексиловий спирт 3:1. Попередніми дослідженнями встановлено, що при рН 0,5-10 суміш керосину з гексиловим спиртом не екстрагує ітрій без додання четвертинних амонієвих солей (ЧАС). Ітрій також не екстрагується без введення у розчин цикло-

гесафосфату натрію. Високий ступінь виділення ітрію із циклогексафосфатних розчинів спостерігається четвертинними амонієвими солями (табл. 1).

Наступні досліди з екстракції ітрію проводять з використанням бромиду цетилтриметиламонію. З метою вибору оптимальних умов виділення ітрію вивчають механізм його екстракції із циклогексафосфатних розчинів бромідом цетилтриметиламонію.

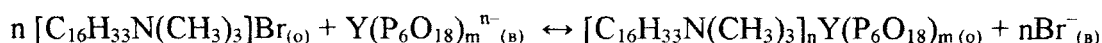
Таблиця 1. Екстракція ітрію (III) розчинами ЧАС

$$C(Y(III)) = 3,9 \cdot 10^{-3} \text{ моль/л, pH} = 6$$

$$C(Na_6P_6O_{18}) = 0,06 \text{ моль/л}$$

Реагент	R, %
Цетилтриметиламоній бромід	100
N-цетилпіридиній хлорид	100
N-алкіл (C ₁₀ – C ₁₆) бензилдиметиламоній хлорид	80

Головне рівняння екстракції є:



Кількість катіонів алкіламонію і циклогексафосфат – іонів, які входять до складу сполуки, що екстрагується, встановлюють методом зсуву рівноваг. Для цього вивчають вплив концентрації бромиду цетилтриметиламонію на екстракцію ітрію із циклогексафосфатних розчинів. При змінній концентрації солі алкіламонію і постійних концентраціях циклогексафосфат-іонів та pH розчину концентраційну константу екстракції K_{ex} можна записати:

$$K_{ex} = \frac{[C_{16}H_{33}N(CH_3)_3]_n Y(P_6O_{18})_{m(o)} [Br^-]_{(o)}^n}{[C_{16}H_{33}N(CH_3)_3Br]_{(o)}^n [Y(P_6O_{18})_{m(o)}^{n-}]_{(o)}} \quad (1)$$

Співвідношення, яке входить до рівняння (1):

$$D = \frac{[C_{16}H_{33}N(CH_3)_3]_n Y(P_6O_{18})_{m(o)}}{[Y(P_6O_{18})_{m(o)}^{n-}]_{(o)}} \quad (2)$$

характеризує розподіл ітрію між органічною і водною фазами і дорівнює коефіцієнту розподілу D. Із рівнянь (1) і (2) після логарифмування і відповідних перестановок отримаємо:

$$\lg D = n \lg [C_{16}H_{33}N(CH_3)_3Br]_{(o)} + \lg K_{ex}$$

Для розрахунку K_{ex} і n використовують рівноважну концентрацію екстрагенту. У роботі застосовують відносно низькі концентрації екстрагенту в органічній фазі (0,01 – 0,02 моль/л), так як зміна концентрації солі аміну у цих межах суттєво не впливає на загальні властивості органічної фази. На основі експериментальних даних встановлюють, що тангенс кута нахилу лагарифмічної прямої $\lg D - \lg [ЧАС]$ дорівнює 3. Отримані дані свідчать проте, що вилучення ітрію із циклогексафосфатних розчинів характеризується переходом в органічну фазу іонного асоціату складу $[C_{16}H_{33}N(CH_3)_3]_n Y(P_6O_{18})$. Дані для розрахунку константи екстракції наведені у табл. 2. Близькі значення розрахованих констант екстракції при різних концентраціях солі алкіламонію підтверджують правильність запропонованого механізму екстракції. Значні величини константи рівноваги екстракції свідчать про високу стійкість асоціату і його

здатність до повного виділення металу з розчину. Повне виділення ітрію (III) спостерігається при співвідношенні $[Y(III)]:[P_6O_{18}^{6-}] = 1:3$.

Отримані дані використано для розробки методики електротермічного атомно-абсорбційного визначення ітрію у воді.

Таблиця 2. Дані для розрахунку константи екстракції ітрію (III) бромідом цетилтриметиламонію із циклогексафосфатних розчинів. $C(Y(III)) = 3,9 \cdot 10^{-3}$ моль/л; $C(Na_6P_6O_{18}) = 6,2 \cdot 10^{-2}$ моль/л; pH = 6.

Концентрація реагенту, моль/л 10^3	D	Lg K_{ex}
2,9	1,6	7,8
3,4	2,1	7,7
3,8	3,7	7,8
4,5	5,1	7,7
5,2	7,8	7,7
Lg $K_{ex\text{ сеп.}} = 7,7 \pm 0,1$		

Методика визначення ітрію у воді. Підготовлену для аналізу пробу води об'ємом 250 мл вміщують у ділительну воронку, додають 25 мл 0,05 М розчину броміду цетилтриметиламонію у суміші керосину з гексиловим спиртом 3:1, екстрагують 3 хвилини. Після розділення фаз із органічної фази ітрію реекстрагують 5 мл 1 М розчину азотної кислоти протягом 2 хвилин, реекстракцію повторюють двічі. Реекстракти об'єднують, випарюють до сухих солей. Розчиняють в 2,0 мл 1 М азотної кислоти і визначають ітрію електротермічним атомно-абсорбційним методом.

Паралельно вимірюють атомну абсорбцію ітрію у розчині контрольного досліджу. Вміст ітрію визначають за градувальним графіком. Межа визначення ітрію за цією методикою складає $1 \cdot 10^{-7}$ г/л, відносне стандартне відхилення при визначенні Y(III) $1 \cdot 10^{-6}$ г/л не перевищує 0,06.

Таким чином, у роботі запропоновано швидкий метод концентрування і селективного атомно-абсорбційного визначення ітрію у водах.

РЕЗЮМЕ

Предложен метод экстракционного концентрирования и атомно-абсорбционного определения иттрия в водах. Разработана методика экстракционно-атомно-абсорбционного определения иттрия в водах с пределом обнаружения $1 \cdot 10^{-7}$ г/л.

При определении иттрия $1 \cdot 10^{-6}$ г/л относительное стандартное отклонение составляет 0,06.

SUMMARY

The method of itrium extraction concentration and atomic-absorption determination allowing to determine background amounts in environmental objects was suggested. The technique of extraction atomic-absorption determination of itrium in waters with determination limit $1 \cdot 10^{-7}$ g/l, was developed for $1 \cdot 10^{-6}$ g/l, relative standard deviation less than 0,06.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Шевчук И.А., Енальева Л.Я., Рокун А.Н. Экстракция гексаметафосфатных комплексов металлов//Журн.неорган.химии. – 1985. – № 6. – С.1613-1615.

Надійшла до редакції 31.07.1998 р.

УДК 661.635.413 (088.8)

ПОЛУЧЕНИЕ, СВОЙСТВА И ПРИМЕНЕНИЕ БИОЛОГИЧЕСКИ АКТИВНОГО ГИДРОКСИАПАТИТА КАЛЬЦИЯ И МАТЕРИАЛОВ НА ЕГО ОСНОВЕ

Е.И.Гетьман, Е.Е.Белоусова, В.Н.Свирчков

Различные разновидности гидроксиапатита, ортофосфата кальция и карбоната кальция являются природной неорганической компонентой твердых тканей живых организмов, к которым относятся эндоскелет позвоночника, ткани зубов и патологические обызвествления.

В настоящее время изучен механизм биологического поведения гидроксиапатита. Установлено, что резистентность к действию кислот тканей зубов зависит от содержания кальция и гидроксиапатита, а сам процесс его растворения идет постепенно с замещением кальция ионами H_3O^+ , и эта реакция высокообратима [1].

Поэтому представляется актуальным исследование биологических свойств синтетических гидроксиапатитов в зависимости от их Са-избыточности, что в свою очередь ставит перед химиками-синтетиками потребность в решении задачи – разработки технологий синтеза биологически активного гидроксиапатита, получения резорбируемой керамики, т.е. растворимой или пропстающей костной тканью. Совершенствование известных и создание новых путей получения гидроксиапатита обусловлено тем, что его ценные свойства (биологическая совместимость с костной тканью, стимулирование размножения соединительнотканых клеток) зависят от условий синтеза, определяющих его состав, дисперсность и чистоту.

1. Синтез гидроксиапатита кальция

Одной из перспективных проблем синтеза соединений с заданными свойствами являются методы исследования и правильная интерпретация полученных результатов. В качестве основных методов были использованы рентгенофазовый анализ (Дрон-2), инфракрасная спектроскопия («Perkin Elmer»), кристаллооптический и химический методы анализа.

При получении гидроксиапатита кальция были использованы следующие методы синтеза, в основу которых положены:

- взаимодействие растворимых солей в щелочной среде;
- реакция нейтрализации;
- твердофазный и полукерамический методы синтеза.

Осаждение гидроксиапатита по первому способу осуществлялось из предварительно очищенных водных растворов фосфата аммония и нитрата кальция в щелочной среде [2-4]. Установлено, что на дисперсность поликристаллического образца оказывают влияние концентрация, скорость смешивания исходных реагентов и температура агрегации частиц. Оптимальными являются концентрация более 0,5 моль/л и интенсивное перемешивание исходных компонентов в щелочной среде. Температура и время выдерживания осадка в контакте с маточным раствором влияют на размер (от 1 до 20 мкм) игольчатых кристаллов гидроксиапатита.

Варьирование исходными параметрами позволяет получать однофазный гидроксиапатит $Ca_{10}(PO_4)_6(OH)_2 \cdot (7-8)H_2O$, ИК-спектр [5] которого идентичен индивидуальному продукту (рис.1). Термическая обработка кристаллогидрата приводит к появлению на рентгенограмме линий, характерных для кристаллического гидроксиапатита $Ca_{10}(PO_4)_6(OH)_2$, отвечающего требованиям международного стандарта ASTM 9-432.

Термоаналитические исследования совместно с данными ИКС позволили вы-

явить процессы дегидратации высушенного при комнатной температуре гидроксиапатита, представляющего собой рентгеноаморфный порошок (табл. 1)

Таблица 1. Результаты термоаналитических исследований гидроксиапатита $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6 \cdot 7,6 \text{H}_2\text{O}$

Интервал дегидратации, °С	Потеря массы пол стадиям	
	убыль массы, %	моль H_2O
20-980	13,60	8,60
20-180	4,90	3,10
180-470	6,63	4,20
470-620	0,77	0,50
620-760	1,30	0,80

Наличие 4-х стадий дегидратации указывают на присутствие в образце нескольких типов воды – адсорбированной, кристаллизационной и конституционной. На кривой ДТА при 300 °С наблюдается экзотический эффект. Расчет удалившейся воды при температуре экзотического эффекта (6,6 моль), позволил определить формулу гидроксиапатита, рефлексы которого фиксируются на рентгенограмме $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6(\text{OH})_2 \cdot \text{H}_2\text{O}$, идентичной с рентгенограммами образцов, подвергшихся термообработке при более высокой температуре.

В ИК-спектрах образцов, прокаленных при 800, 1000 и 1200 °С, фиксируются полосы гидроксил-группы при 3570 и 630 см^{-1} . Как показывает практика работы с гидроксиапатитом, при его термообработке возможно получение материала, содержащего стехиометрический оксиапатит $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{O}$, не существующего при комнатной температуре и атмосферном давлении. Соединение с близким составом может быть получено прокаливанием стехиометрического гидроксиапатита в вакууме в интервале температур 800-1200 °С. При охлаждении материал регидратируется и конечный продукт представляет собой оксигидроксиапатит [6]: $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6(\text{OH})_{2-x}\text{O}_{x/2}$, что имеет место в данных исследованиях.

Содержание основного вещества в целевом продукте по данным химического анализа составляет 99,50 мас.%. Молярное соотношение Ca:P в гидроксиапатите по их количеству (35,36% кальция и 15,89% фосфора) соответствует стехиометрическому составу 1:0,60. Примесный состав в мас.% железа ($4 \cdot 10^{-5}$), свинца ($7 \cdot 10^{-5}$), кадмия ($8 \cdot 10^{-5}$), ртути ($3 \cdot 10^{-5}$), цинка ($3 \cdot 10^{-4}$), мышьяка ($1 \cdot 10^{-4}$), меди ($3 \cdot 10^{-5}$) не превышает допустимого количества токсичных элементов в медицинских материалах, что подтверждает возможность получения по разработанной методике гидроксиапатита высокой чистоты до 1 кг и больше за один синтез.

Петрографический анализ синтезированного гидроксиапатита стехиометрического состава проводили на поляризационном микроскопе МИН-8. Показатели преломления определяли иммерсионным методом.

По данным петрография продукт изотропен, за исключением отдельных агрегатов, имеющих короткопризматическую форму кристаллов. Размер кристаллов по длине оси составляет в среднем 2-3 мкм, их содержание в общей массе не превышает 2-3 мас.%. других фаз в данном порошке не обнаружено, а показатель преломления колеблется в пределах 1,546-1,543.

С целью замены фосфата аммония на другое фосфорсодержащее сырьё были определены условия второго способа синтеза гидроксиапатита кальция. В его основу было положено взаимодействие гидроксида кальция с ортофосфорной кислотой. Изучено влияние концентрации ортофосфорной кислоты и pH осаждения на состав продукта. Осаждение гидроксиапатита проводили по следующей методике. Раствор кальция готовили добавле-

нием в раствор соли кальция раствора гидроксида натрия до pH 11,50. Концентрация H_3PO_4 варьировалась от 87,5 до 30 мас.%. Установлено, что концентрация кислоты влияет на дисперсность продукта осаждения, что особенно важно при получении больших партий гидроксиапатита. Для получения конечного продукта с массой около 1 кг наиболее оптимальным является 50% раствор ортофосфорной кислоты. В табл.2 приведены результаты по исследованию зависимости состава осадка от pH осаждения.

Таблица 2. Зависимость состава осадка от pH осаждения

рН осажде- ния	11,0	10,5	9,0	8,5	6,5	5,5	4,0
Мольное соотношение $\text{CaO}/\text{P}_2\text{O}_5$ в осадке	3,90	3,72	3,45	3,33	3,20	3,10	3,00

Стехиометрический состав гидроксиапатита получается, если его осаждение проводить при pH 8,5.

Однако получать таким способом повышенной чистоты целевой продукт затруднительно из-за определенных сложностей, связанных с очисткой исходных растворов ортофосфорной кислоты и гидроксида кальция. В нем содержится большое количество щелочного металла – натрия (1,5 мас.%) и других примесей.

Вышеуказанные способы синтеза гидроксиапатита требуют использования сильнореакционных сред, что усложняет технологический процесс. Поэтому был апробирован способ получения гидроксиапатита путем смешения кристаллического гидрофосфата аммония (NH_4) $_2\text{HPO}_4$ с водной суспензией $\text{Ca}(\text{OH})_2$, полученной добавлением определенного количества воды в твердый оксид кальция.

С целью получения стехиометрического гидроксиапатита при взаимодействии компонентов в системе $\text{CaO}-(\text{NH}_4)_2\text{HPO}_4-\text{H}_2\text{O}$ изучали влияние на состав целевого продукта соотношения исходных компонентов, количества воды как реагента и растворителя, а также условий термообработки шихты, полученной при комнатной температуре.

В проводимых опытах использовалось различное количество воды:

- минимальный объем, необходимый для полного гашения CaO (опыт 1);
- объем воды, 2/3 которого сохраняется после полного гашения CaO (опыт 2).

Добавление эквивалентного количества воды приводит к переводу CaO в $\text{Ca}(\text{OH})_2$, а образовавшаяся увлажненная шихта плохо гомогенизируется в результате комкования (опыт 1).

В случае избытка воды (опыт 2) образуется хорошо гомогенизируемая суспензия. Это немаловажно, т.к. при получении больших масс целевого продукта для интенсивного перемешивания можно использовать серийные репульпаторы.

Известно, что порядок смешивания также влияет на состав целевого продукта. В связи с этим на образце со стехиометрическим соотношением исходных компонентов были апробированы два способа. По первому способу в свежеприготовленный в результате прокаливании карбоната кальция CaO добавляли воду, а затем навеску $(\text{NH}_4)_2\text{HPO}_4$ и перемешивали в суспензированном состоянии, а по второму способу воду добавляли в предварительно перетертую смесь оксида кальция и гидрофосфата аммония с последующей гомогенизацией. Приготовленную таким способом шихту высушивали при 100-120°C, подвергали термообработке и анализировали методом рентгенофазового анализа. Оказалось, что в конечном продукте первого способа образуется преимущественно гидроксиапатит с незначительным количеством ортофосфата

кальция, а во втором случае на рентгенограммах фиксируются фазы гидроксипатита, ортофосфата кальция и неидентифицированная фаза. Таким образом, предпочтение было отдано первому способу. Его преимущество, по-видимому, связано с повышением реакционной способности кальция при переходе из твердого оксида в раствор гидроксида. Поэтому последующие опыты проводили в этих условиях.

Соотношение исходных компонентов варьировали в интервале $\text{Ca:P}=1:0,36-1:0,65$, т.е. вблизи эквивалентного состава и в избытке кальция. Избыточное количество оксида кальция способствует повышению щелочности суспензии и благоприятствует образованию гидроксипатита, о чем свидетельствуют данные рентгенофазового анализа.

Для полного протекания процесса необходимо проводить термообработку шихты, т.к. содержащиеся в ней избыточные количества CaO , Ca(OH)_2 и других промежуточных фаз взаимодействуют между собой с образованием устойчивой фазы при температуре спекания.

Температурную обработку шихты проводили постадийно. Сначала приготовленную суспензию высушивали при 120°C , а затем прокаливали при 800, 900, и 1000°C . В связи с тем, что исходные смеси содержали избыточное количество кальция относительно точки стехиометрии, то в конечном продукте непрореагированный кальций устраняли водным и слабокислотным выщелачиванием методом декантации.

Данные рентгенофазового анализа различного состава исходной шихты после термообработки представлены в табл. 3. Полученные результаты позволили предложить следующий химизм происходящих процессов при прокаливании в зависимости от температуры:

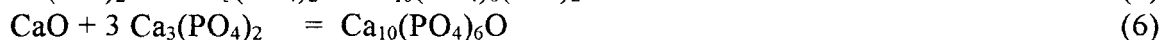
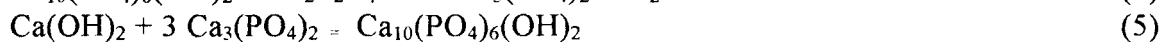
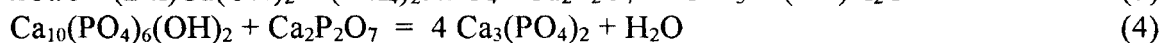
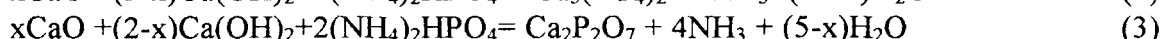
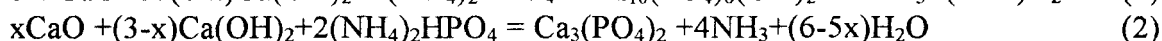
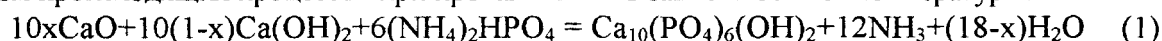


Таблица 3. Данные рентгенофазового анализа продуктов системы $\text{CaO} - (\text{NH}_4)_2\text{HPO}_4 - \text{H}_2\text{O}$

№ опыта	Соотношение в исходной смеси $\text{CaO} : (\text{NH}_4)_2\text{HPO}_4$	Фазовый состав шихты после термообработки при $^\circ\text{C}$			
		800	900	1000	800 (после выщелачивания)
1	1:0,36	ГА, CaO, $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$	ГА, CaO	ГА, CaO	ГА, CaO
2	1:0,45	÷	÷	÷	÷
3	1:0,50	÷	÷	÷	÷
4	1:0,54	ГА, CaO, $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$	ГА, CaO	ГА, CaO	ГА, CaO
5	1:0,55	ГА, CaO, $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$	ГА	ГА	ГА
6	1:0,57	ГА, CaO, $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$	ГА	ГА	ГА
7	1:0,58	ГА, CaO, $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$	ГА	ГА	ГА
8	1:0,60	ГА, CaO, $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$	ГА, $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$	ГА, $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$	ГА, $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$
9	1:0,63	ГА, $\text{Ca}_2\text{P}_2\text{O}_7$	ГА, $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$	ГА, $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$	ГА, $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$
10	1:0,65	÷	÷	÷	÷

Условное обозначение: ГА – гидроксиапатит кальция $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6(\text{OH})_2$.

Установлено, что гидроксиапатит, как основная фаза, образуется по уравнению (1) при невысоких температурах (до 800°C) с незначительной примесью ортофосфата (уравнение 2) и оксида кальция в точке стехиометрии и при избытке кальция в исходной шихте (опыты 1 – 8). В образцах с незначительным избытком фосфата аммония (опыты 9 и 10) наряду с гидроксиапатитом образуются орто- и дифосфат кальция по уравнениям (2) и (3).

Повышение температуры прокаливания до 900°C и выше приводит к исчезновению на рентгенограммах рефлексов фазы $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ в образцах выше точки стехиометрии, что может быть описано уравнением (3), а при незначительном избытке кальция (3 – 8 мол.%) фиксируются только линии гидроксиапатита (опыты 5 – 7). В точке стехиометрии и в избытке фосфора (опыты 8-10) исчезают рефлексы дифосфата и оксида кальция. Эти процессы можно описать уравнениями 4-6.

Процесс образования гидроксиапатита наблюдается в ходе приготовления шихты. Так на рентгенограммах высушенной при $100\text{--}120^\circ\text{C}$ шихты наблюдаются линии доминирующей фазы гидроксиапатита и рефлексы примесных фаз.

Таким образом, можно считать установленным, что с увеличением содержания оксида кальция в исходной шихте уменьшается количество побочных продуктов. После выщелачивания избытка кальция водой рефлексы CaO фиксируются в образцах, где его содержание превышает 10 мол.% от стехиометрического состава. Повышение кислотности водного раствора в процессе выщелачивания приводит не только к растворению CaO , но и к значительному уменьшению массы гидроксиапатита в ходе отмывки, что нежелательно.

Следует отметить, что оптимальная температура обработки шихты 900°C (2 часа) является достаточной для полноты синтеза, в то время как по твердофазному синтезу для завершения реакции образования гидроксиапатита необходима более высокая температура 1150°C .

Результаты химического анализа целевого продукта некоторых опытных партий на содержание кальция и фосфора приведены в табл.4.

№ опыта	Исходные соотношения Са:Р	Содержание в мас.%		Мольное соотношение Са:Р в целевом продукте
		Са	Р	
1	1:0,36	41,67	17,04	1:0,53
2	1:0,45	40,47	18,3	1:0,58
3	1:0,55	40,60	18,25	1:0,60
4	1:0,57	40,00	18,91	1:0,61
5	1:0,60	37,57	20,09	1:0,69

Из полученных данных следует, что состав $\text{Ca:P} = 1:0,60$ в пределах ошибки анализа реализуется в целевых продуктах опытных партий 2,5 и 6, где по данным рентгенофазового анализа фиксируется фаза гидроксиапатита.

Для уточнения полученных результатов был использован метод ИКС. Данные ИКС подтверждают присутствие в исследуемых образцах продукта, полосы поглощения которого идентичны данным спектра полученного аммиачным способом гидроксиапатита (рис.1). Полосы на частоте 1090 и 1040 см^{-1} соответствуют компонентам трехкратно вырожденного ассиметричного валентного колебания $\text{PO}(\nu_3)$. Полоса на 970 см^{-1} отвечает симметричному валентному колебанию $\text{PO}(\nu_1)$. Полосы в области $620, 595, 565\text{ см}^{-1}$ приписываются компонентам трехкратно вырожденного деформаци-

онного колебания ОРО (ν_4), а полосы на 480, 440 см^{-1} – компонентам двухкратно вырожденного деформационного колебания ОРО (ν_2). Гидроксилгруппы дают полосы колебаний в области 3570 см^{-1} и 630 см^{-1} [5]. Однако, в ИК-спектре образца, где по данным химического анализа реализуется состав гидроксиапатита, наблюдаются также незначительной интенсивности колебания примесной фазы СаО и Са(ОН)₂ в области 3620 см^{-1} , относящиеся к валентным колебаниям ОН-групп, а в области 1420 и 880 см^{-1} – к валентным и деформационным колебаниям Са-О группировки. Следует отметить, что в ИК-спектре целевого продукта стехиометрического состава, полученного методом осаждения из водных растворов солей фосфора и кальция, такие полосы поглощения отсутствуют (рис. 1).

На основании проведенных исследований можно считать, что индивидуальный гидроксиапатит кальция стехиометрического состава более высокой степени чистоты по примесному составу можно получить по методу осаждения в аммиачной среде, чем полукерамическим способом. Однако, разработанные условия синтеза целевого продукта последнего метода более технологичны, т.к. менее трудоемки и исключают работу с сильно щелочными растворами и могут быть рекомендованы к использованию гидроксиапатита в тех областях, где не предъявляются к нему повышенные требования по чистоте.

2. Свойства гидроксиапатита кальция

В связи с тем, что гидроксиапатит рекомендуется для использования в медицинских учреждениях, в биологической лаборатории при Министерстве охраны здоровья Украины проведены токсикологические испытания и получены следующие результаты его гигиенической оценки.

Учитывая граничные значения показателя гистотоксичности ПГТ >0,72, порошок гидроксиапатита можно отнести к нетоксичному. Изменений со стороны слизистых оболочек глаз не отмечено. Общетоксическим и сенсибилизирующим действием не обладает. На основании гистологических исследований установлено, что гидроксиапатит не оказывает раздражающего действия на окружающие ткани, не вызывает атипичии окружающих элементов. Гидроксиапатит кальция соответствует требованиям, предъявляемым к материалам, контактирующим с внутренними средами и тканями организма, и может быть рекомендован к применению по назначению.

Поскольку гидроксиапатит кальция находится в центре повышенного внимания со стороны экспериментальных клиницистов, занимающихся проблемой восстановления костной ткани, был разработан и испытан способ репаративной регенерации кости. Метод был апробирован на 7 больных с околокорневыми кистами. Препаровка зубов, разработка и медикаментозная обработка каналов проводилась по общепринятым методикам. Затем в полость кисты вводили разработанный на основе гидроксиапатита кальция композиционный материал. В первое посещение полость зуба пломбировали постоянным пломбировочным материалом. Рентгенологический контроль осуществляли с интервалом в 6-8 месяцев. Во всех случаях в зависимости от срока лечения наблюдалось либо прекращение роста кисты, либо развитие регенерационного процесса. На рентгенограммах заметно наблюдалось уменьшение размеров кисты за счет регенерации костной ткани, распространяющейся от стенок к центру. Таким образом, в данном случае применение композиционного материала с гидроксиапатитом кальция вызвало регенерацию полностью утраченного участка костной тканью, а не связано с заживлением или срастанием, иногда возникающим самопроизвольно[6].

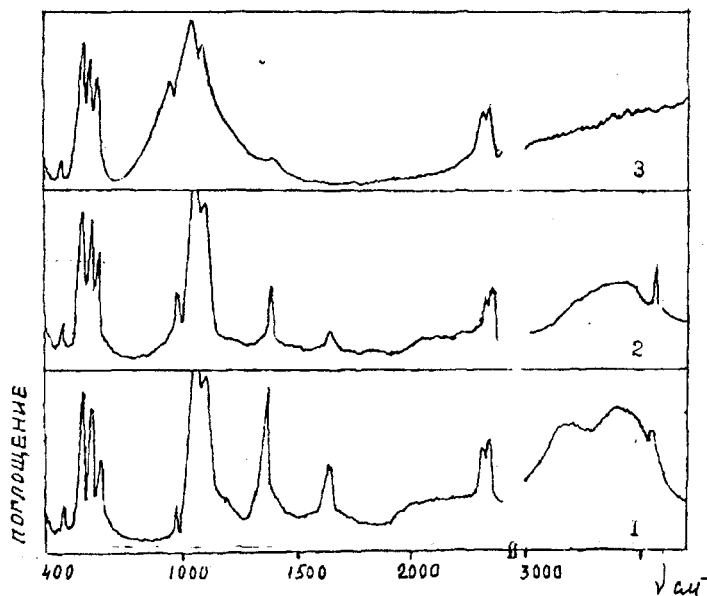


Рис. 1. Инфракрасный спектр гидроксиапатита кальция:
1 – ($t = 20^{\circ}\text{C}$); 2 – ($t = 800^{\circ}\text{C}$); 3 – ($t = 1200^{\circ}\text{C}$)

РЕЗЮМЕ

В роботі наведені умови синтезу, деякі властивості та сфери використання біологічно активного гідроксиапатиту кальцію. Показано, що склад, дисперсність і чистота гідроксиапатиту залежать від способу його добування. Гідроксиапатит для медичинських цілей рекомендується добувати осадженням з попередньо очищених водних розчинів фосфату амонію та кальцієвій солі в лужному середовищі. Наведені результати його гігієнічної оцінки та клінічних випробувань.

SUMMARY

The conditions of synthesis, properties and using of biological active of calcium hydroxyapatite was discussed in this work. It was shown that the composition dispersivity and cleanliness of calcium hydroxyapatite depend on methods of its production. It is advisable to produce calcium hydroxyapatite for the medical purposes by the precipitation from the preliminary purifying aqueous solution of ammonium phosphate and calcium salt in alkaline medium. It was shown the results of its hygienic estimation and clinical experiments.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Леонтьев В.К. Биологически активные синтетические кальцийфосфатсодержащие материалы для стоматологии. – 1995. – №5. – С.4-6.
2. Розанцев Г.М., Гетьман Е.И., Белоусова Е.Е. Способ получения гидроксиапатита. – Пат.Российской Федерации, 1993, № 2088521.
3. Get'man E.I., Rozantsev G.M., Belousova E.E. Synthesis of hydroxyapatite. – J. Experimenta in Geosciences. – 1995. – V5. – №4. – P.70-71.
4. Розанцев Г.М., Белоусова Е.Е., Заславская Л.В., Земскова О.В. Физико-химическое исследование гидроксиапатита. – Материалы вуз.научн.конф. – Донецк, 1977.
5. Болдырев А.И. Инфракрасные спектры минералов. – М.:Недра, 1976. – 197 с.
6. Knowles J.C., Bonfield W. J. Biomed. Mater. Res. – 1993. – V 27. – P.1591-1598.

Надійшла до редакції 14.08.1998 р.

УДК 546'881

СОСТОЯНИЕ ВОЛЬФРАМВАНАДИЕВЫХ АНИОНОВ В РАЗБАВЛЕННЫХ РАСТВОРАХ

Г.М.Розанцев, О.И.Сазонова

Изучение состояния вольфрамванадиевых полианионов в водном растворе проводили методом рН-потенциометрического титрования при $25 \pm 0,1^\circ\text{C}$ на иономере ЭВ-74. Для этого использовали водные растворы Na_3VO_4 (х. ч.), Na_2WO_4 (ч. д. а.), HNO_3 (х. ч.), NaNO_3 (х. ч.). Точные концентрации растворов устанавливали химическим анализом: содержание ванадия – окислительно-восстановительным титрованием солью Мора ($\delta = \pm 1\%$); вольфрама – гравиметрическим методом (весовая форма WO_3 , $\delta = \pm 0,5\%$), азотной кислоты – титрованием навески буры ($\delta = \pm 0,8\%$). Исследование проводили при суммарной концентрации вольфрама (VI) и ванадия (V) $0,001$ моль/л при соотношении $\text{V}:\text{W}=2:4$. Ионную силу в растворах поддерживали постоянной добавлением рассчитанного количества нитрата натрия до концентрации $0,1$ моль/л.

Математическое моделирование процессов в растворе проводили с помощью программы CLINP, предназначенной для расчёта констант равновесия и физико-химических параметров реагентов [1]. По расчётным данным уточнены области существования индивидуальных и смешанных вольфрамванадиевых полианионов в водном растворе в интервале кислотности от $0,25$ до $3,50$.

В области $Z > 1,5$ были синтезированы кристаллические вольфрамованадаты неодима (III), которые идентифицировались методами химического и ИК-спектроскопического анализов. Для нахождения количества оксида ванадия (V), образец растворяли в смеси серной и фосфорной кислот и титровали солью Мора с дифениламином в качестве индикатора ($\delta = \pm 1,5\%$). Навеску соли растворяли в насыщенном растворе трилона Б для перевода ванадия (V) в степень окисления +4 и для связывания неодима в прочный комплекс. Из раствора осаждали 8-оксихинолят вольфрама (VI) и прокаливали его до весовой формы WO_3 для определения содержания вольфрама (VI) ($\delta = \pm 1,2\%$). Содержание оксида неодима в растворённой в перекиси водорода навеске соли определяли комплексонометрическим титрованием трилоном Б с ксиленоловым оранжевым в качестве индикатора ($\delta = \pm 1,5\%$). Массовую долю воды устанавливали прокаливанием воздушно-сухой навески при 500°C до постоянной массы ($\delta = \pm 0,5\%$). ИК-спектры записывали на спектрометре Specord-IR в области поглощения $400\text{--}1700\text{ см}^{-1}$. Образцы готовились в виде таблеток в матрице из KBr. Точность метода – $0,6 \div 0,8\text{ см}^{-1}$.

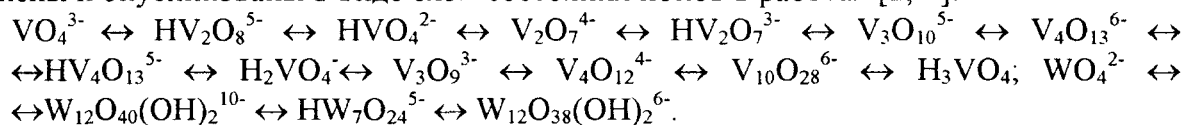
ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Экспериментальная зависимость $Z = \nu(\text{H}^+)/\nu(\text{VO}_4^{3-} + \text{WO}_4^{2-})$ от $\text{pH} = -\lg[\text{H}^+]$ представлена на рис.1 точками и свидетельствует о наличии нескольких зон поликонденсации в изучаемом растворе. Существование этих зон может быть связано с образованием индивидуальных изополивольфраматов и изополиванадатов, а также с возможностью образования смешанных изополивольфрамованадатов. Состояние индивидуальных полианионов изучено достаточно подробно, а отдельные его детали уточнялись и уточняются в последние годы. В тоже время состоянию смешанных полианионов посвящено меньшее количество работ, данные которых весьма противоречивы и не позволяют представить главные процессы, приводящие к образованию этих частиц в водном растворе.

Математическое моделирование по результатам рН-потенциометрических исследований позволяет рассмотреть возможные варианты процессов, происходящих в рас-

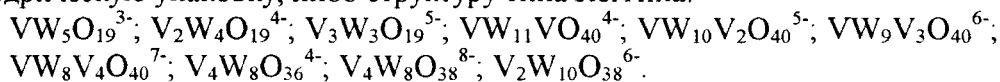
творе, и более полно представить картину состояния поливольфрамванадиевых анионов в неравновесных условиях. Такое моделирование проводилось для системы с суммарной концентрацией ванадия (V) и вольфрама (VI) $C_{V+W}=10^{-3}$ моль/л при соотношении $V:W=2:4$. Результаты моделирования представлены на рис. 1 кривыми 1 – 4.

В модели 1 использованы только индивидуальные изополианионы ванадия (V) и вольфрама (VI), состав и области существования которых в водном растворе были уточнены и опубликованы в виде схем состояния ионов в работах [2, 3]:



Ход кривой 1 (рис. 1), соответствующий этой модели 1, адекватно описывает процессы поликонденсации ванадиевых частиц в интервале $Z=0,5-1,5$. Отклонение от экспериментальной зависимости наблюдается в зоне возможного образования полианионов вольфрама (VI) и свидетельствует о протекании процессов с более высоким значением кислотности, чем в случае метавольфрамат ионов. Наличие $\Delta pH > 0,15$ единиц указывает на то, что при высоких значениях Z модель 1 не соответствует реальному процессу поликонденсации в растворе.

Модель 2 включала только смешанные вольфрамванадат анионы, выбранные из наиболее часто встречающихся в литературе. В первую очередь это анионы $V_nW_{6-n}O_{19}^{(2+n)-}$ ($n=1, 2$) и $V(W_{12-n}V_n)O_{40}^{(3+n)-}$ ($n=2, 3, 4$), предложенные в работах С.М.Флинн и М.Т.Поре ещё в начале 70-х годов [4, 5]. Кроме того, в модель вошли анионы типа $V_nW_{6-n}O_{19}^{(2+n)-}$ ($n=3$), $V_nW_{12-n}O_{36}^{n-}$ ($n=4$) и $V_nW_{12-n}O_{38}^{(4+n)-}$ ($n=2, 4$), предлагавшиеся в публикациях 80-х годов Ильясовой А.К., Бектуровым А.Б., Максимовской Р.И. и других [6-8]. Следует отметить, что введенные в модель 2 анионы относятся к двум структурным типам и имеют либо плотную октаэдрическую упаковку, либо структуру типа Кеггина:



Расчёт, проведенный по модели 2, также не дал приемлемых результатов (рис. 1, кривая 2), а значения $\Delta pH = pH_{теор.} - pH_{эксп.}$ значительно превышают допустимые значения ($\Delta pH < 0,15$). Значительное отклонение расчётных pH от экспериментальных свидетельствует о том, что образование смешанных изополианионов не может осуществляться из мономерных форм ванадия (V) и вольфрама (VI), типа VO_4^3 , WO_4^2 , HVO_4^2 , HWO_4 . Скорее всего, при низких значениях кислотности происходит образование индивидуальных изополисоединений, определённые формы которых в результате поликонденсации превращаются в требуемые смешанные изополианионы. Всё это указывает на то, что имеет смысл объединить модели 1 и 2, создать некую комплексную модель, выборка которой приведёт к адекватному описанию экспериментальных данных. Вполне естественно, что в составе такой модели должны остаться только те вольфрамовые и ванадиевые изополианионы, взаимодействие между которыми приводит к образованию смешанных изополианионов.

Такие анионы представлены в табл. 1 и вошли в состав модели 3, адекватно описывающей экспериментальные данные (рис. 1, кривая 3). Достоверность полученных данных подтверждается значениями величин среднеквадратичных отклонений логарифмов констант (в табл. 1 указаны в скобках), значением остаточной дисперсии (0,104) и оценками погрешностей измерений pH менее 0,15 единиц. На рис. 2 представлены рассчитанные кривые распределения ионных форм (зависимости $p = a \times C_{иона} / C_{V+W}$ от Z , где a – количество d-элемента в анионе). На диаграмме показано распределение

доминирующих при данном Z ионных форм, и не указаны те имеющиеся ионы, доля которых в растворе менее 0,01 %.

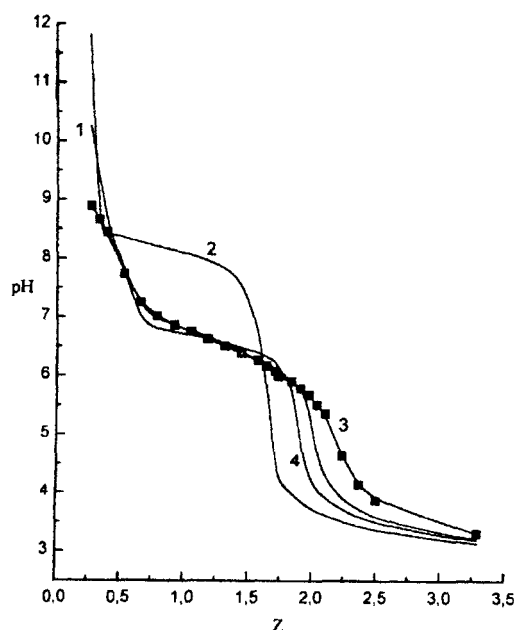


Рис.1. Зависимость Z от pH. Точки – экспериментальные данные, кривые – расчет: 1 – модели 1 и 5; 2 – модель 2; 3 – модель -3; 4 – модель 4.

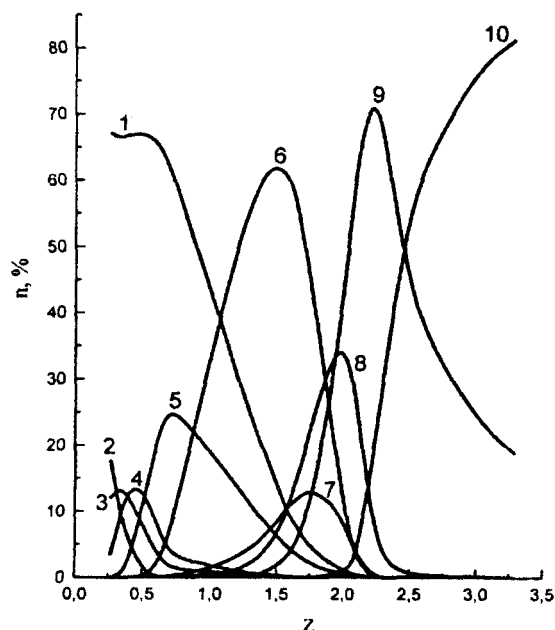


Рис.2. Зависимость доли ионных форм от Z : 1 – WO_2^{4-} ; 2 – $\text{HV}_2\text{O}_8^{5-}$; 3 – HVO_2^{4-} ; 4 – $\text{HV}_2\text{O}_7^{3-}$; 5 – $\text{V}_3\text{O}_9^{3-}$; 6 – $\text{V}_2\text{W}_4\text{O}_{19}^{4-}$; 7 – $\text{HV}_2\text{W}_4\text{O}_{19}^{3-}$; 8 – $\text{H}_2\text{V}_2\text{W}_4\text{O}_{19}^{2-}$; 9 – $\text{H}_3\text{V}_2\text{W}_4\text{O}_{19}^{-}$; 10 – $\text{H}_4\text{V}_2\text{W}_4\text{O}_{19}$.

Таблица 1. Константы образования ионных форм в растворах с соотношением $V:W=2:4^*$

№	Ионное уравнение	Z	$\lg K$
1	$\text{H}^+ + 2\text{VO}_4^{3-} \leftrightarrow \text{HV}_2\text{O}_8^{5-}$	0,50	19,67 (0,15)
2	$\text{H}^+ + \text{VO}_4^{3-} \leftrightarrow \text{HVO}_4^{2-}$	1,00	12,39 (0,20)
3	$3\text{H}^+ + 2\text{VO}_4^{3-} \leftrightarrow \text{HV}_2\text{O}_7^{3-} + \text{H}_2\text{O}$	1,50	36,85 (0,11)
4	$10\text{H}^+ + 2\text{VO}_4^{3-} + 4\text{WO}_4^{2-} \leftrightarrow \text{V}_2\text{W}_4\text{O}_{19}^{4-} + 5\text{H}_2\text{O}$	1,67	99,31(0,16)
5	$11\text{H}^+ + 2\text{VO}_4^{3-} + 4\text{WO}_4^{2-} \leftrightarrow \text{HV}_2\text{W}_4\text{O}_{19}^{3-} + 5\text{H}_2\text{O}$	1,83	104,76 (0,34)
6	$6\text{H}^+ + 3\text{VO}_4^{3-} \leftrightarrow \text{V}_3\text{O}_9^{3-} + 3\text{H}_2\text{O}$	2,00	68,94 (0,25)
7	$12\text{H}^+ + 2\text{VO}_4^{3-} + 4\text{WO}_4^{2-} \leftrightarrow \text{H}_2\text{V}_2\text{W}_4\text{O}_{19}^{2-} + 5\text{H}_2\text{O}$	2,00	110,99 (0,26)
8	$13\text{H}^+ + 2\text{VO}_4^{3-} + 4\text{WO}_4^{2-} \leftrightarrow \text{H}_3\text{V}_2\text{W}_4\text{O}_{19}^{-} + 5\text{H}_2\text{O}$	2,17	116,70 (0,13)
9	$14\text{H}^+ + 2\text{VO}_4^{3-} + 4\text{WO}_4^{2-} \leftrightarrow \text{H}_4\text{V}_2\text{W}_4\text{O}_{19} + 5\text{H}_2\text{O}$	2,33	120,69 (0,16)

* В скобках указаны величины среднеквадратичных отклонений логарифмов констант образования.

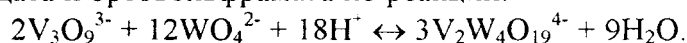
Для проверки возможности образования смешанных изополисоединений 12-го ряда к модели 1 добавлялись анионы, предложенные М.Т.Поре и М.С.Флупп (модель 4). Значительное отклонение теоретических значений pH от экспериментальных свидетельствует о

том, что в ходе поликон-енсации анионы кеггиновского типа не образуются (рис. 1, кривая 4). В случае добавления к модели 1 анионов, предложенных в работах

А.К.Ильясовой и других (модель 5) теоретически рассчитанные значения рН почти совпадают с таковыми в случае модели 1 (рис. 1, кривая 1). Неадекватность эксперименту моделей 4 и 5, в отличие от приемлемой модели 3, указывает на преимущественное образование в разбавленных растворах изополивольфрамованадатов 6-го ряда.

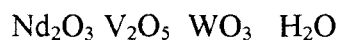
Если в модель 3 дополнительно вводить анионы 12-го ряда, то практически не наблюдается какого-либо улучшения или ухудшения модели. Это значит, что если даже анионы 12-го ряда образуются в очень малых концентрациях, то они существенно не влияют на общий характер образования соединений с плотнейшей октаэдрической упаковкой.

Поэтому следует считать, что основные равновесия в изученной системе связаны с образованием смешанных изополианионов 6-го ряда, сохраняющих заданное изначально соотношение между ванадием (V) и вольфрамом (VI). Кроме того, при низких значениях кислотности в результате процессов поликонденсации образуются только изополиванадат анионы, тогда как вольфрам (VI) остаётся в растворе в мономерной форме. Это указывает на то, что смешанные изополисоединения образуются из метаванадата и ортовольфрамата по реакции:



Другие полимерные формы ванадия (V) в образовании смешанных изополианионов участия не принимают.

Наличие при $Z > 1,5$ в растворе только смешанных вольфрамованадатов состава $H_{4-n}V_2W_4O_{19}^{(4-n)-}$ ($n=1, 2, 3, 4$) позволяет выделять кристаллические соли, содержащие анион с соотношением $V:W=2:4$. Для этого к растворам с $Z=1,60$ и $Z=1,90$ было добавлено рассчитанное количество нитрата неодима (III), что привело к образованию в растворе хорошо растворимых солей неодима (III). Светло-жёлтые осадки были промыты водой и высушены на воздухе до постоянной массы. Валовый состав осадков $2Nd_2O_3 \cdot 3V_2O_5 \cdot 12WO_3 \cdot 54H_2O$ и $0,5Nd_2O_3 \cdot V_2O_5 \cdot 4WO_3 \cdot 17,5H_2O$ был получен по результатам химического анализа.



Найдено, %: 13.80; 10.81; 55.82; 19.95.

Для $Nd_4[V_2W_4O_{19}]_3 \cdot 54H_2O$ вычислено, %: 13.38; 10.85; 55.34; 20.42.

Найдено, %: 10.65; 11.49; 58.15; 19.95.

Для $Nd[HV_2W_4O_{19}] \cdot 17H_2O$ вычислено, %: 10.56; 11.41; 58.23; 19.79.

Характер ИК-спектров образцов (табл. 2) свидетельствует о том, что анионы солей имеют структуру, характерную для гексавольфрамат аниона, у которого два вольфрамкислородных октаэдра замещаются на аналогичные октаэдры ванадия. Полоса $1150-1180 \text{ см}^{-1}$ свидетельствует о наличии в составе одного из изополианионов ОН-групп, координированных либо с атомами ванадия, либо с атомами вольфрама. Следовательно, синтезированные соли относятся к смешанным вольфрамованадатам 6-го ряда. Это также подтверждается сравнением экспериментально полученных ИК-спектров с описанными в литературе [4, 6].

Таблица 2. ИК-спектры вольфрамованадатов

Соединение	$\nu, \text{см}^{-1}$							
$Nd_4[V_2W_4O_{19}]_3 \cdot 54H_2O$	480	610	820	850	920	1010		1620
$NdHV_2W_4O_{19} \cdot 17H_2O$	490	600	810	850	920	1010	1170	1620
$Li_4[V_2W_4O_{19}]_nH_2O$	470	600	820	850	920	1010		1620

РЕЗЮМЕ

Запропоновано модель процесів поліконденсації у підкисленому розчині, який містить іони VO_4^{3-} та WO_4^{2-} , яка адекватно описує результати рН-потенціометричного титрування при співвідношенні $\text{V}:\text{W}=2:4$. Збудовано діаграму розподілу полі- та ізополіаніонів ванадію (V) та вольфраму (VI) в інтервалі $\text{pH}=2-12$ ($Z=0,25-3,50$) на фоні нітрат-іонів. Показано, що ізополіаніон $\text{V}_2\text{W}_4\text{O}_{19}^{4-}$ утворюється з ортовольфрамат та метаванадат аніонів. Визначені концентраційні константи утворення полі-аніонів у розведеному розчині. Існування аніона $\text{V}_2\text{W}_4\text{O}_{19}^{4-}$ підтверджено хімічним та ІК-спектроскопічним аналізом $\text{Nd}_4[\text{V}_2\text{W}_4\text{O}_{19}]_3 \cdot 54\text{H}_2\text{O}$ та $\text{NdHV}_2\text{W}_4\text{O}_{19} \cdot 17\text{H}_2\text{O}$.

SUMMARY

The model of the polycondensation processes in the acidic solution containing VO_4^{3-} and WO_4^{2-} ions has been suggested. it describes the results of the pH-potentiometric titration at the ratio $\text{V}:\text{W}=2:4$ adequately. The diagram of distribution of the vanadium (V) and tungsten (VI) poly- and isopolyanions in the pH range 2-12 ($Z=0,25-3,50$) in the presence of nitrate-ions has been built. It has been shown that the isopolyanion $\text{V}_2\text{W}_4\text{O}_{19}^{4-}$ forms from orthotungstate- and metavanadate anions. The concentration constants of the polyanions formation in diluted solutions have been determined. The existence of the $\text{V}_2\text{W}_4\text{O}_{19}^{4-}$ anion has been proved by means of the chemical analysis and IR-spectroscopy of the synthesised salts $\text{Nd}_4[\text{V}_2\text{W}_4\text{O}_{19}]_3 \cdot 54\text{H}_2\text{O}$ and $\text{NdHV}_2\text{W}_4\text{O}_{19} \cdot 17\text{H}_2\text{O}$.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бугаевский А.А., Холин Ю.В. Выбор адекватных моделей равновесных систем // Журн. неорг. химии. – 1986. – Т.31. – №12. – С.3011.
2. Сазонова О.И., Розанцев Г.М., Холин Ю.В. Некоторые уточнения состояния ионов вольфрама (VI) в водном растворе // Журн. неорг. химии. – 1998. – Т.43. – №11. – С.1894.
3. Сазонова О.И., Розанцев Г.М., Холин Ю.В. Изучение состояния анионов ванадия (V) в водном растворе путём математического моделирования ситуации // II Международная конференция «БРМ-97». 23-26 сентября, Донецк. – 1997. – С.56.
4. Flynn C.M., Pope M.T. Tungstovanadate Heteropoly Complexes. III. The Ion $\text{V}_5\text{W}_8\text{O}_{40}^{7-}$ // Inorg. Chem. – 1972. – V.11. – № 8. – P.1950.
5. Flynn C.M., Pope M.T. Tungstovanadate Heteropoly Complexes. II. Products of acidification of $\text{V}_2\text{W}_4\text{O}_{19}^{4-}$ // Inorg. Chem. – 1971. – V.10. – №12. – P.2745.
6. Такежанова Д.Ф., Бегалиева Д.У., Ильясова А.К., Бектуров А.Б. К изучению ванадатовольфраматов лития, калия и рубидия // Доклады АН СССР: Химия. – 1974. – Т.216. – № 2. – С.335.
7. Ильясова А.К., Ахметова А.К., Омарова Н.Д. Исследование ванадатовольфраматных растворов // Журн. неорг. химии. – 1981. – Т.26. – № 8. – С.2093.
8. Максимовская Р.И., Ильясова А.К., Бегалиева Д.У., Такежанова Д.Ф., Ахметова А.К. Идентификация смешанных ванадийвольфрамовых полиоксокомплексов в водных растворах по ЯМР ^{17}O и ^{51}V // Известия АН СССР: Серия химическая. – 1984. – №10. – С.2169.

Найшла до редакції 13.09.1998 р.

УДК 641.64:543.422.25

СТРУКТУРА И СВОЙСТВА ЭПОКСИДНО-АЛЛИЛОВЫХ ВЗАИМОПРОНИКАЮЩИХ ПОЛИМЕРНЫХ СЕТОК

В.М.Михальчук

Представления о фазовом разделении компонентов при одновременном и последовательном формировании независимых полимерных сеток, впервые выдвинутые Ю.С.Липатовым [1-3], являются основополагающими в современной теории ВПС. Дальнейшее их развитие и установленная взаимосвязь кинетики формирования сеток с микрофазовым разделением [4-16], позволяют объяснить и предсказать практически все многообразие особенностей структурообразования ВПС и их свойств. В зависимости от скорости формирования сеток и их соотношения возможно формирование как термодинамически неравновесных систем с однофазной структурой, так и систем с высокой степенью сегрегации фаз [9,12]. Взаимной связью структурообразования разнородных сеток через процесс фазового разделения объясняются эффекты торможения и ускорения реакций полимеризации или поликонденсации компонентов [7,14], изменение реокинетики процесса формирования ВПС [10,11], особенности вязкоупругих свойств и микрофазовой структуры полимеров [6,8,9,12,13]. Взаимное влияние компонентов на кинетику реакций приводит к формированию структуры сеток с топологическими «дефектами» (узлами пониженной функциональности или связности, свободных концов макромолекулярных цепей и др.) и эффектам взаимной пластификации ВПС [5,15,16].

В данной работе рассмотрена взаимосвязь микрофазового разделения, молекулярно-динамических, релаксационных и физико-механических свойств густосшитых взаимопроникающих полимерных сеток, полученных одновременной и последовательной полимеризацией (полиприсоединением) олигомерного диглицидилового эфира дифенилолпропана (ЭД-22) и диаллилового мономера (олигомера).

Смеси эпоксидного олигомера ЭД-22 с диаллиловыми мономерами в условиях синтеза ВПС, как правило, термодинамически совместимы [17] и, в зависимости от состава и соотношения компонентов, параметры полимер-полимерного взаимодействия принимают отрицательные значения при температурах от 333 до 423 К. В то же время уже на начальных стадиях одновременного отверждения компонентов таких смесей (через 10-15 минут полимеризации в присутствии комплексов трифторида бора с аминами и пероксидных инициаторов) системы становятся неоднородными по молекулярной подвижности. При этом кривые затухания поперечной намагниченности описываются суммой двух или трех компонент с соответствующими значениями времен спин-спиновой релаксации (T_2) и населенности групп протонов (рис.1). По мере увеличения продолжительности и температуры проведения процесса отверждения происходит снижение значений T_2 . Одновременно уменьшается населенность групп протонов, входящих в структурные фрагменты ВПС с повышенной молекулярной подвижностью (с длинными временами релаксации P_d).

Анализ изменения значения времен спин-спиновой релаксации и населенности соответствующих групп протонов на различных стадиях ступенчатого отверждения (при температурах 353, 393, 423, 443 К) систем на основе смесей ЭД-22 с 20, 40, 60 и 80 мас.% диэтиленгликоль-бис-аллилкарбоната (ДЭГБАК), а также диаллилфталата (ДАФ) или диаллиладипината (ДАА) позволил установить следующую связь процесса

формирования ВПС с их релаксационными свойствами [16]. При относительно низких температурах (например, при 353 К), несмотря на высокую скорость образования свободных радикалов при распаде пероксида бензоила (период полураспада БП при 353 К составляет ~1,5 часа), диаллиловые мономеры, вследствие их низкой реакционной способности, отверждаются с малой скоростью и группа протонов с длинными временами релаксации в основном соответствует неотвержденному аллиловому компоненту системы. В этом случае группу с короткими временами релаксации составляют протоны эпоксидной сетки, а группе с промежуточными значениями T_{2c} соответствуют протоны фрагментов сеток с высокой концентрацией топологических «дефектов». При этом населенность группы протонов с короткими временами релаксации (P_K) при температуре 353 К изменяется, в целом, симбатно изменению концентрации эпоксидного олигомера: увеличивается с ростом концентрации ЭД-22 (рис.1). По мере повышения температуры отверждения и (или) повышения конверсии аллиловых групп происходит структурирование аллиловой сетки, и группа протонов с короткими временами релаксации уже соответствует как эпоксидным, так и частично аллиловым фрагментам структуры ВПС. В результате этого для большинства систем значения P_K значительно превышают долю протонов введенных в систему через ЭД-22 (X_E). После полного завершения структурообразования в ВПС сохраняется неоднородность структуры по молекулярно-динамическим свойствам, и спад свободной индукции является суперпозицией от двух до четырех компонент со значениями времен спин-спиновой релаксации, характерными для густосетчатых полимеров в высокоэластичном состоянии ($T_2 \cong 100$ мкс), полимеров с пониженной концентрацией сшивающих узлов (1-50 мс), а также для жидкостей (200-600 мс).

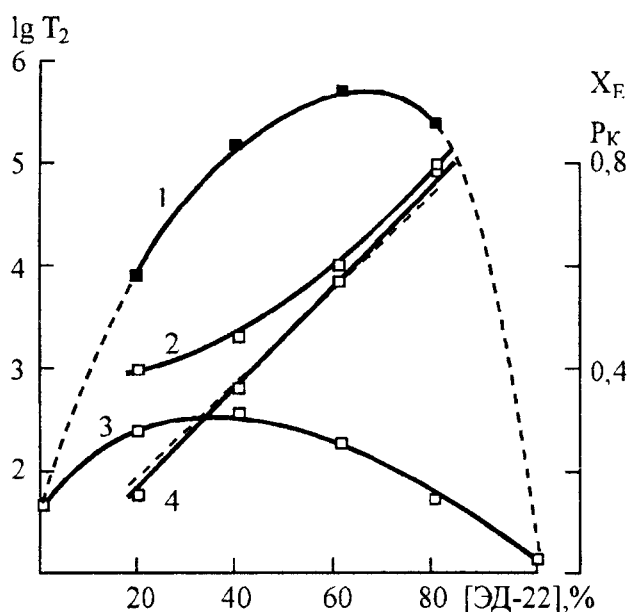


Рис.1. Влияние концентрации ЭД-22 на длинное $T_{2д}$ (1) и короткое $T_{2к}$ (3) время спин-спиновой релаксации, а также на населенность группы протонов с короткими временами релаксации P_K (2,4) для ВПС ЭД-22 — ДАФ, полученных при температуре 353 (4) и 423 К (1-3).

Для рассмотренных выше систем (в случае применения пероксида бензоила и комплекса трифторида бора с бензиламином), в спектрах ЯМР-поглощения широких линий на фоне широкой компоненты (соответствующей «жесткой фазе» полимера) выделяется узкая компонента. Выделение узкой компоненты является свидетельством микрогетерогенной структуры ВПС и наличия в ее структуре микрообластей с высокой молекулярной подвижностью: областей, содержащих узлы низкой функциональности, концы цепей, низкомолекулярные продукты полимеризации, и остаточные мономеры

и олигомеры. При замене низкотемпературного инициатора БП на высокотемпературный – пероксид дикумила (ДКП), в результате повышения конверсии аллиловых групп (по данным ИК-спектроскопии предельная степень конверсии повышается с 50 до 85-90%), доля недоотвержденных продуктов в полимере снижается, формируется структура, не содержащая микрообластей с высокой молекулярной подвижностью и спектры ЯМР-поглощения становятся однокомпонентными. Это дает основания считать, что основной причиной увеличения молекулярной подвижности в эпоксидно-аллиловых ВПС является торможение процесса полимеризации ДАМ в частично сформированной эпоксидной сетке. Справедливость такого заключения дополнительно подтверждается тем, что при уменьшении основности комплексообразующего амина в составе катализатора отверждения эпоксидного олигомера (замена комплекса BF_3 с бензиламином на комплекс с паратолуидином, инициатор полимеризации – ДКП), в спектрах ЯМР-поглощения вновь выделяется узкая компонента с высокой относительной долей протонов. В этом случае полимеризация ДАМ проходит после завершения полимеризации ЭД-22, и в полученных ВПС вновь появляются структурные элементы с высокой молекулярной подвижностью.

Сопоставление относительной концентрации протонов, введенных в систему через диаллиловый мономер ($X_{\text{AL}}/X_{\text{E}}$) с отношением числа протонов, соответствующих узкой компоненте спектра ($S_{\text{У}}$) к числу протонов широкой компоненты ($S_{\text{Ш}}$) позволило установить [16], что в группу протонов, соответствующих узкой компоненте спектра ЯМР поглощения, входят не только протоны аллилового, но и протоны эпоксидного компонентов ВПС. С другой стороны часть протонов аллилового компонента входит в группу, соответствующую широкой «полосе» спектра ЯМР поглощения и, следовательно, входит в «жесткую фазу» ВПС. Это приводит к увеличению молекулярной подвижности в данных микрообластях систем: вторые магнитные моменты (M_2), рассчитанных для широкой компоненты спектров ЯМР снижаются от $1,6-2,1 \cdot 10^{-4}$ до $0,9-1,2 \cdot 10^{-4} \text{ А}^2 \cdot \text{м}^{-2}$, соответственно для гомополимеров (эпоксидных и аллиловых) и для ВПС с содержанием диаллиловых мономеров 50 мас. %.

В результате формирования микрогетерогенной структуры ВПС с незавершенной фазовой сегрегацией компонентов, полученные пластифицированные полимеры имеют одну широкую (40-50 К) область α -релаксационного перехода, характеризуются высокой прозрачностью и повышенными физико-механическими характеристиками. ВПС с содержанием диаллиловых мономеров от 20 до 50 мас. % имеют предел прочности при растяжении до 68-78 МПа и относительное удлинение при разрыве до 6-7%. Однако клеевые соединения, полученные с применением композиций с высоким содержанием диаллиловых мономеров, имеют низкий предел прочности при сдвиге и равномерном отрыве, соответственно, не более 14 и 9 МПа (при использовании для отверждения эпоксидного компонента комплексов BF_3 с аминами), а также не более 17 и 28 МПа (при использовании ангидридов дикарбоновых кислот).

Исследования кинетики расходования реакционно-способных групп в объеме отверждающейся системы и на границе раздела с высокоэнергетической поверхностью (поверхностью стекла KRS-5 призмы для ИК-спектроскопии многократно нарушенного полного внутреннего отражения) показали, что аномально низкие адгезионные свойства рассмотренных выше ВПС связаны с избирательной адсорбцией эпоксидного олигомера в граничном слое и снижением в результате этого его предельной степени конверсии [18]. Медленное диффузионное перераспределение концентраций компонентов композиции идет одновременно с их отверждением и для эпоксидных компо-

зиции без добавок диаллиловых мономеров избирательная адсорбция проявляется, в основном, в снижении скорости полимеризации и уменьшении конверсии эпоксидных групп на первых стадиях формирования структуры полимера. Дополнительная термообработка эпоксидных гомополимеров, полученных катионной полимеризацией, приводит к полному их доотверждению, как в объеме полимерного образца, так и в поверхностном слое. Введение в состав композиций низковязких диаллиловых мономеров приводит к увеличению средних коэффициентов самодиффузии молекул реакционной смеси и усилению проявлений эффекта избирательной адсорбции: в первые 2 часа отверждения интенсивность полосы поглощения эпоксидных групп в ИК-спектрах МНПВО увеличивается на 10-20%. При этом, в отличие от эпоксидных гомополимеров, граничный "дефектный" слой с пониженной конверсией эпоксидных групп ($\alpha = 25-30\%$) сохраняется после дополнительной термообработки образцов (табл.1). Проявления эффекта избирательной адсорбции полностью устраняются для эпоксидно-аллиловых композиций с последовательной полимеризацией аллилового мономера и эпоксидного олигомера, а также при использовании в составе ВПС в качестве аллилового компонента продукта конденсации ЭД-22 с моноаллилмалеинатом (олигомера УП-6А-12). Для таких систем с пониженной исходной молекулярной подвижностью (пониженными коэффициентами самодиффузии) кинетика полимеризации и предельные значения степени конверсии эпоксидных групп в объеме и в слоях, граничащих с высокоэнергетической поверхностью, практически не различается.

Таблица 1. Влияние состава эпоксидно-аллиловых ВПС на средний коэффициент самодиффузии D_s и степень конверсии эпоксидных групп α (отвердитель эпоксидного олигомера – комплекс BF_3 с анилином, инициатор полимеризации – пероксид бензоила)

Состав композиций	$D_s, \times 10^{12}$ $m^2 \cdot c^{-1}$	Степень конверсии эпоксидных групп $\alpha, \%$			
		спектры поглощения		спектры МНПВО	
		333К, 3 часа	373К, 1 час	333К, 3 часа	373К, 1 час
ЭД-22—ДЭГБАК 80:20	3,0	90	100	55	61
ЭД-22—ДЭГБАК 50:50	16	91	100	20	25
ЭД-22—УП-6А-12 80:20	0,74	—	100	—	100
ЭД-22—ДЭГБАК 80:20 (преполимер)	0,70	78	100	83	100

Изменение молекулярно-динамических свойств при структурообразовании ВПС на основе смесей ЭД-22 с 30, 50 и 70 мас.% диаллилового олигомера УП-6А-12 в присутствии дикумила пероксида и комплекса BF_3 с бензиламином, в целом, идет также, как и для ВПС с диаллиловыми мономерами [5]. С первых минут отверждения систем и до полного завершения структурообразования ВПС ее фрагменты различаются по молекулярной подвижности и, как правило, кривые затухания поперечной намагниченности имеют двухкомпонентный вид. В группу протонов с короткими и длинными временами одновременно входят протоны эпоксидного и аллилового олигомеров, и это согласуется с представлени-

ем о взаимном влиянии сеток различной природы на их формирование. При этом снижается предельная степень конверсии реакционно-способных групп как аллилового ($\alpha = 0,60-0,84$), так и эпоксидного олигомера ($\alpha = 0,74-0,89$).

В случае использования для структурирования ВПС смесей дикумила пероксида и комплекса BF_3 с анилином формирование эпоксидной сетки идет при температурах 333-373 К в среде аллилового (неотвержденного) олигомера с последующей полимеризацией аллилового компонента (при температурах 399-443 К). В таких условиях достигается практически полная конверсия эпоксидных групп ($\alpha = 0,93-0,97$), группе протонов с длинными временами спин-спиновой релаксации на начальных стадиях формирования соответствуют протоны молекул неотвержденного олигомера УП-6А-12, а после завершения структурообразования протонам «топологических дефектов» аллиловой сетки — фрагментам сетки с пониженной концентрацией сшивающих узлов. В таких системах полимеризация эпоксидного компонента приводит к уменьшению молекулярной подвижности всех элементов структуры, включая молекулы олигомера УП-6А-12, что проявляется в одновременном снижении на два десятичных порядка и коротких, и длинных времен релаксации.

Все особенности взаимного влияния формирующихся сеток на молекулярную подвижность их фрагментов являются следствием незавершенной микрофазовой сегрегации компонентов систем. Как и в случае ВПС на основе диаллиловых мономеров, после полного завершения одновременной полимеризации олигомер-олигомерных композиций образуются прозрачные полимеры, без признаков микрогетерогенности их структуры. Они характеризуются одной областью α -релаксационного перехода, но ВПС содержат элементы структуры с большим различием значений энергии активации размораживания крупномасштабных движений. Если учесть, что отвержденные аллиловый и эпоксидный гомополимеры имеют небольшие различия в релаксационных свойствах фрагментов их структуры, то увеличение молекулярно-динамической неоднородности, в первую очередь, объясняется образованием «топологических дефектов» сеток (узлов пониженной связности). Наличие таких «дефектов» проявляется в неаддитивном снижении температуры стеклования и эффективной концентрации сшивающих узлов, увеличении интенсивности пиков тока термостимулированной деполяризации для γ -релаксационного перехода (соответствующего «размораживанию» мелкомасштабных молекулярных движения, в т.ч. непрореагировавших реакционно-способных групп), снижении энергии активации данного процесса [19]. Как отмечалось выше, для таких систем не проявляется негативное влияния высокоэнергетических поверхностей на формирование граничных слоев и повышение релаксационных свойств ВПС приводит к увеличению их адгезионных характеристик. Так, в случае использования комплексов трифторида бора, а также ангидридов ди- и поликарбоновых кислот для структурирования эпоксидного компонента ВПС прочность клеевых соединений достигает 26 МПа при сдвиге и 64 МПа при равномерном отрыве.

Через проявления взаимного влияния эпоксидного и аллилового компонентов на молекулярно-динамические свойства систем рассмотрены вопросы структурообразования эпоксидно-аллиловых ВПС последовательного отверждения. На первой стадии синтеза таких материалов получали преполимеры, представляющие собой продукты полимеризации диаллиловых мономеров, растворенных в эпоксидном олигомере ЭД-22 (инициатор полимеризации — пероксид бензоила). Проведение процесса преполимеризации при ступенчатом нагревании (353 К — 4 часа; 373 К — 2 часа; 423 К — 2 часа) обеспечивает полную полимеризацию аллилового компонента и сохранение эпоксидных групп [17]. При после-

дующем введенні в преполимерів комплексів BF_3 з амінами, ангідридних і аминних отвердителів формували втору (епоксидну) сетку.

В процесі отримання преполимерів з вмістом в вихідній реакційній суміші 20 мас.% діетиленгліколь-бис-аллилкарбоната формується однородна по молекулярній подвижності система. З ростом вмісту даного діаллилового мономера до 40, 60 і 80 мас.% в ході його полімеризації починають проявлятися різниця в молекулярній подвижності фрагментів формуються преполимерів і після завершення структуроутворення криві затухання поперечної намагніченості являються суперпозицією двох або трьох компонент. Аналіз змін часів спин-спинової релаксації і населеності, відповідних їм груп протонів на кожній ступені преполимеризації і температурних залежностей значень R і T_2 показав [17], що при всіх вказаних концентраціях діаллилового мономера преполимери містять елементи структури з значеннями часів спин-спинової релаксації, характерними для густосетчатих і (або) редкосшитих полімерів в високоеластичному стані, а також для вязких рідин. Причому, для преполимерів з низькою концентрацією ЕД-22 населеність групи протонів з довгими часами релаксації R_d вище відносної концентрації протонів епоксидного компонента X_{EP} . При високій концентрації ЕД-22, навпаки, R_d значно нижче X_{EP} . Значення довгих часів спин-спинової релаксації для ВПС завжди нижче, ніж часи релаксації для індивідуального ЕД-22, а короткі часи релаксації для ВПС завжди більше, ніж T_{2K} для аллилового гомополимера. Отже, аллиловий полімер знижує молекулярну подвижність епоксидного (неотвердженого) олигомера. В свою чергу, епоксидний олигомер збільшує молекулярну подвижність аллилового полімера. Одночасно знижується температура стекловання аллилового полімера (за даними ЯМР-релаксації). Все це, як і в раніше розглянутих випадках, свідчить про незавершеність фазової сегрегації компонентів ВПС. На прикладі систем з вмістом 20 мас.% діетиленгліколь-бис-аллилкарбоната, діаллиладипіната, діаллилфталата показано, що структура преполимерів при їх зберіганні наближається до рівноваги. Але цей процес протікає дуже повільно і через 90 діб зберігаються вказані вище прояви незавершеності мікрофазового розділення.

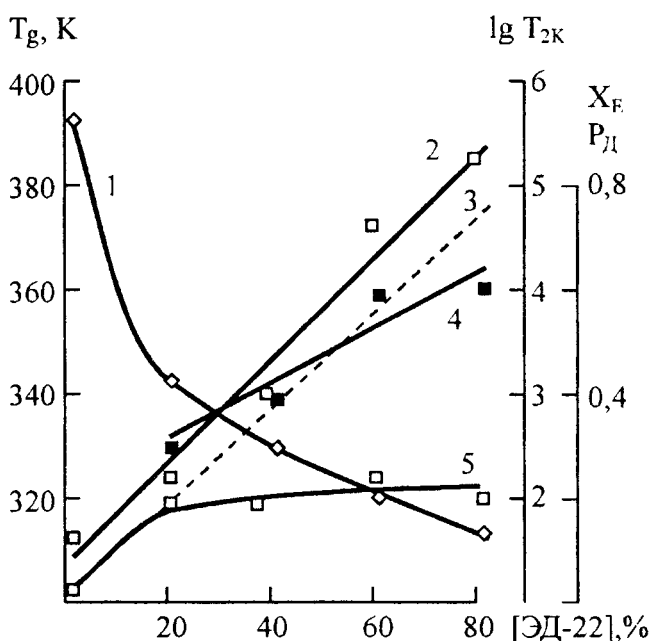


Рис.2. Влияние концентрации ЭД-22 в преполимерах на населенность группы протонов, соответствующей эпоксидному олигомеру R_d (4), а также на температуру стеклования (1) и короткое время спин-спинової релаксації T_{2K} (3,5) при температурах 293 (4,5) и 433 К (2) для аллиловой «фазы».

На второй стадии синтеза ВПС, в процессе отверждения эпоксидного компонента комплексами BF_3 с аминами, алифатическим и ароматическим аминами, ангидридами дикарбоновых кислот происходит быстрое расходования эпоксидных групп. При этом снижается молекулярная подвижность всех фрагментов структуры ВПС, включая фрагменты предварительно полученного аллилового полимера. В случае проведения отверждения при температурах ниже, чем температура стеклования предельно отвержденного полимера, процесс полимеризации (полиприсоединения) резко замедляется, система переходит в стеклообразное состояние, спад свободной индукции принимает однокомпонентный гауссовый вид с временем спин-спиновой релаксации $\cong 10\text{--}20$ мкс (рис.3). С повышением температуры и размораживанием сегментально-групповых движений происходит полное доотверждение эпоксидного олигомера с образованием однородной по молекулярной подвижности структурой ВПС: кривые затухания поперечной намагниченности приобретают лоренцевый однокомпонентный вид.

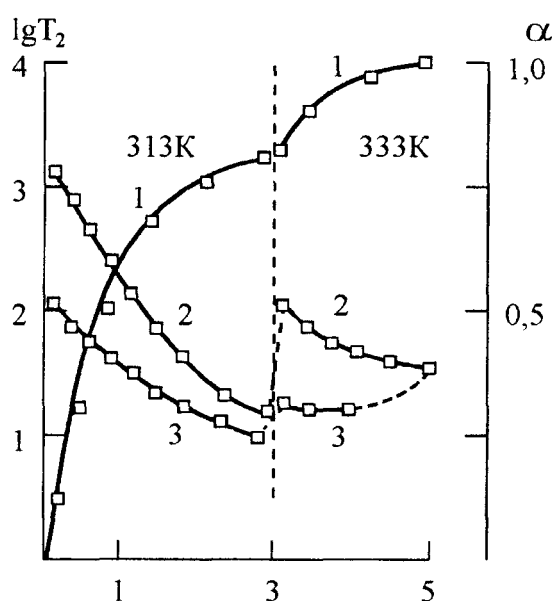


Рис.3. Изменение степени конверсии эпоксидных групп (1) и времен спин-спиновой релаксации T_{2d} (2) и T_{2k} (3) в процессе отверждения преполимеров ЭД-22 — ДЭГБАК моноэтилэтилированным диэтилентриамином.

В большинстве случаев фазовая сегрегация компонентов в исследуемых ВПС экспериментально не обнаруживается методами динамической механической и диэлектрической, электретно-термического анализа и дифференциальной сканирующей калориметрии. Как правило, в области α -релаксационного перехода на температурной зависимости удельной теплоемкости (C_p) наблюдается только одна ступенька, а пики на температурных зависимостях тангенс угла механических или диэлектрических потерь, тока термостимулированной деполяризации (ТСД) уширяются и смещаются в область низких температур. Только в отдельных случаях (без определенной закономерности) при «размораживании» сегментальных движений наблюдается две ступеньки на температурной зависимости теплоемкости или два накладывающихся пика тока ТСД. Незавершенность фазовой сегрегации компонентов в таких ВПС отражается на изменениях свойств полимеров в области температур α -релаксационного перехода. Для всех изученных последовательных ВПС (в т.ч. полученных из преполимеров после их хранения в течение 90 суток) температура начала и завершения этого релаксационного процесса неаддитивно снижается, а его температурный интервал расширяется, значения скачка теплоемкости увеличиваются, снижаются также концентрация сшивающих узлов (ν_c), модуль высокоэластичности (E_B) и температура стеклования (T_g) полимеров (табл.2).

Как и для ВПС одновременного отверждения, при последовательном формировании независимых сеток также образуются “топологические дефекты” и в последовательных ВПС экспериментально обнаруживается снижение эффективной концентрации сшивающих узлов. Полученные пластифицированные материалы характеризуются высоким уровнем деформационно-прочностных и адгезионных свойств (табл.2). Предел прочности при сдвиге (τ_B) достигает 28 МПа, с сохранением высокого уровня прочности при равномерном отрыве (σ_{PO}).

Таблица 2. Влияние состава эпоксидно-аллиловых ВПС последовательного отверждения на их свойства (при концентрации ДАМ 20 мас.%)

Олигомер, преполимер	Отвердитель	T_g , К (ДСК)	E_B , МПа	ν_c , моль·м ⁻³	σ_{PO} , МПа	τ_B , МПа
ЭД-22	изо-МТГФА	373	33	1700	72	20
ЭД-22 — ДАА		323	19	1100	54	23
ЭД-22 — ДЭГБАК		331	22	1300	56	24
ЭД-22 — ДАФ		356	26	1400	63	22
ЭД-22	МА	397	38	1900	60	23
ЭД-22 — ДАА		354	25	1400	51	30
ЭД-22 — ДЭГБАК		355	24	1300	61	28
ЭД-22 — ДАФ		374	32	1700	63	28

Таким образом, проведенные исследования показали, что в процессе одновременной полимеризации диэпоксидных и диаллиловых олигомеров (мономеров) с высокой удельной функциональностью формируются взаимопроникающие полимерные сетки с незавершенной фазовой сегрегацией компонентов. Структурообразование одной из сеток в частично сформированной другой сетке (эпоксидной или аллиловой) приводит к снижению предельной степени конверсии реакционно-способных групп, уменьшению средней плотности сшивки сеток. Образование “топологических дефектов” и появление в результате этого фрагментов сеток с повышенной молекулярной подвижностью для систем с олигомерным аллиловым компонентом способствует увеличению прочности клеевых соединений. В случае использования в составе композиций низковязких диаллиловых мономеров наблюдается избирательная адсорбция эпоксидного олигомера в слое, граничащем с высокоэнергетической поверхностью. При этом полная конверсия эпоксидных групп не достигается, и снижаются адгезионные свойства ВПС. На первой стадии формирования последовательных эпоксидно-аллиловых ВПС в процессе полимеризации диаллиловых мономеров в среде эпоксидного дианового олигомера образуется олигомер-полимерные системы с неполной фазовой сегрегацией и развитой переходной областью. После завершения структурообразования эпоксидной сетки (второй по порядку формирования) с применением алифатического амина, ангидридных отвердителей и комплекса трифторида бора с бензиламином формируются полимеры с близкой молекулярной подвижностью фрагментов структуры аллиловой и эпоксидной сеток. В результате незавершенного микрофазового разделения, при получении последовательных эпоксидно-аллиловых ВПС формируются прозрачные пластифицированные полимеры с повышенной адгезионной прочностью, для которых характерно расширение температурного интервала α -релаксационного перехода, смещение его в область низких температур.

РЕЗЮМЕ

З позицій взаємного впливу компонентів епоксидно-алілових систем на формування топологічної структури полімерних сіток розглянутий взаємозв'язок мікрофазового розподілу, молекулярно-динамічних, релаксаційних та фізико-механічних властивостей густозшитих взаємопроникаючих полімерних сіток, одержаних одночасною та послідовною полімеризацією (поліприсадженням) олігомерного дигліциділового ефіру дифенілолпропану та діалілового мономеру (олігомеру).

SUMMARY

Dense interpenetrating polymer networks (IPN), which were obtained by simultaneous and sequential polymerization (polycondensation) of oligomeric diglycidyl ether of diphenilolpropane and diallylic monomers (oligomer) have been studied. The correlation between the microphase separation, topological structure of obtained IPNs, their molecular-dynamic, relaxational and physical-mechanical properties has been found.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Липатов Ю.С., Сергеева Л.М. Взаимопроникающие полимерные сетки. – Киев: Наукова думка, 1979. – 160 с.
2. Phase separation in the interpenetrating polymer networks on the basis of polyurethane and polyurethaneacrylates / V.V.Shilov, Y.S.Lipatov, L.V.Karabanova, L.M.Sergeeva // J.Polym. Sci., Polym. Chem. Ed. – 1979. – V.17, №10. – P.3083-3093.
3. Изучение микрофазового разделения во взаимопроникающих полимерных сетках на основе полиуретана и сополимера стирола с дивинилбензолом / Ю.С.Липатов, В.В.Шилов, В.А.Богданович и др. // Высокомолек. соедин. Серия А. – 1980. – Т.22, № 6. – С.1359-1365.
4. Микрофазовое разделение на начальных стадиях формирования псевдо взаимопроникающих полимерных сеток / Ю.С.Липатов, О.П.Григорьева, Л.М.Сергеева, В.В.Шилов // Высокомолек. соедин. Серия А. – 1986. – Т.27, № 2. – С.335-341.
5. Взаимная пластификация полимер-полимерных систем с высокой удельной функциональностью / В.Ф.Строганов, В.М.Михальчук, Ю.С.Зайцев и др. // Докл. АН СССР. – 1987. – Т.292, №3. – С.670-673.
6. Sergeeva L.M., Skiba S.I., Karabanova L.V. Filler effect on formation and properties of interpenetrating polymer networks based on polyurethane and polyesteracrylate // Polymer International. – 1996. – V.39, № 4. – P.317-325.
7. Lipatov Yu.S. Alekseeva T.T. Interpenetrating polymer networks based on polyurethane and poly(butylmethacrylate): Interrelation between reaction kinetics and microphase structure // Polymers for Advanced technologies. – 1996. – V.7. – P.234-246.
8. Зависимость вязкоупругих свойств гибридных связующих от кинетики их формирования / Ю.С.Липатов, В.Ф.Росовицкий, Т.Т.Алексеева, Н.В.Бабкина // Высокомолек. соедин. – 1989. – Т.31(А), № 7. – С.1493-1497.

9. Lipatov Yu.S. Peculiarities of self-organization in the production of interpenetrating polymer networks // J.Macromol. Sci. – 1990. – V.30, ¹ 2. – P.209-232.
10. Липатов Ю.С., Алексеева Т.Т., Шумский В.Ф. Особенности проявления гелевого эффекта при формировании полу – ВПС на основе полиуретана и полиметилметакрилата // Докл. АН СССР. – 1991. – Т.318, №3. – С.590-593.
11. Lipatov Yu.S., Alekseeva T.T., Shumsky V.F. The changes in viscoelastic properties of semi-Interpenetrating polymer networks during curing // Докл. АН Украины. Серия химич. – 1992. – № 6. – С.131-134.
12. Липатов Ю.С., Алексеева Е.Т., Росовицкий В.Ф., Бабкина Н.В. Влияние кинетики формирования взаимопроникающих полимерных сеток на их микрофазовое разделение // Высокомолек. соедин. Серия А. – 1993. – Т.35, № 6. – С.652-657.
13. Липатов Ю.С., Алексеева Т.Т., Гомза Ю.П. Взаимосвязь кинетики реакций синтеза взаимопроникающих полимерных сеток и их микрофазовой структуры // Высокомолек. соедин. Серия Б. – 1995. – Т.37, № 3. – С.537-541.
14. Алексеева Т.Т., Липатова Т.Э., Липатов Ю.С. Влияние микрофазового разделения на кинетику формирования полувзаимопроникающих полимерных сеток // Высокомолек. соедин. Серия А. – 1995. – Т.37, № 7. – С.1194-1197.
15. Липатов Ю.С., Алексеева Т.Т. Влияние кинетики формирования на эффективную плотность сшивки в полувзаимопроникающих полимерных сетках // Высокомолек. соедин. Серия А. – 1996. – Т.38, № 6. – С.940-944.
16. Mikhal'chuk V.M., Lipatov Y.S., Stroganov V.F. Effect of reaction condition on the structure inerpenetration polymer networks. 4. The formation of the structure of simultaneous IPN's based on the epoxy oligomer and diallyl monomers // Polymer Networks and Blends. – 1996. – V.6, № 3. – P.135-139.
17. Михальчук В.М., Строганов В.Ф., Липатов Ю.С. Исследования эпоксидно-аллиловых преполимеров для последовательных взаимопроникающих сеток методом импульсного ЯМР // Высокомолек. соедин. Серия А. – 1995. – Т.37(А), №10. – С.1672-1678.
18. Effect of Reaction Conditions on the Structure of Interpenetrating Polymer Networks. V. The influence of a high energy surface on curing of epoxy-allylic interpenetrating networks / V.M.Mikhalchuk, Y.S.Lipatov, V.F.Stroganov, E.M.Yagund // Polymer Networks and Blends. – 1997. – V.7, № 4. – P.133-137.
19. Михальчук В.М., Строганов В.Ф., Липатов Ю.С. Молекулярно кинетические свойства эпоксидно-аллиловых взаимопроникающих полимерных сеток // Структура и динамика молекулярных систем. Сборник статей. Часть I. – Йошкар-Ола – Казань – Москва, 1996. – С.94-97.

Надійшла до редакції 20.08.1998 р.

УДК 546.165

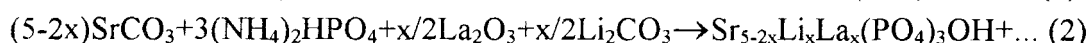
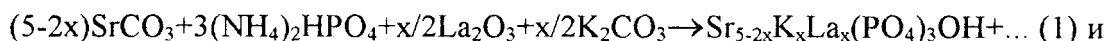
ОБ ИЗОМОРФНОМ ЗАМЕЩЕНИИ СТРОНЦИЯ ЛИТИЕМ И КАЛИЕМ СОВМЕСТНО С ЛАНТАНОМ В СИНТЕТИЧЕСКОМ ГИДРОКСИАПАТИТЕ

С.Н.Лобода, Е.В.Мочалина, Т.С.Чазир

Внимание исследователей привлекают соединения со структурой апатита, для которого характерен широкий спектр изоморфных замещений, что является основой для создания многочисленных материалов, обладающих флуоресценцией, люминесценцией и другими практически важными свойствами [1]. Изоморфное замещение в структурах этих соединений изучено недостаточно и относится главным образом к минералам, например, [2, 3]. В синтетических апатитах также изучается изоморфизм, однако, основное внимание уделяется изовалентным замещениям двухвалентных катионов, например, [4]. Сведения о гетеровалентных замещениях практически отсутствуют. Лишь в работе [5] описываются результаты исследования системы $\text{Sr}_{10-2x}\text{Cs}_x\text{Nd}_x(\text{PO}_4)_6\text{Cl}_2$ как возможного кристаллического материала для захоронения радиоактивных отходов. Однако из работы неясно, являются ли полученные твердые растворы на основе апатита однофазными, так как штрихрентгенограммы их не идентичны, а параметры элементарных ячеек практически не изменяются от состава. Ранее нами было показано, что в системе $\text{Sr}_{5-2x}\text{Na}_x\text{La}_x(\text{PO}_4)_3\text{OH}$ твердые растворы образуются в области до $x \approx 1,8$, хотя однофазная область гораздо уже (до $x = 0,25$) [6]. Цель настоящей работы: исследовать изоморфное замещение ионов стронция ионами лития и калия совместно с ионами лантана в синтетическом гидроксипатите стронция.

МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

В качестве исходных реагентов для синтеза образцов предполагаемых твердых растворов $\text{Sr}_{5-2x}\text{Li}_x\text{La}_x(\text{PO}_4)_3\text{OH}$ и $\text{Sr}_{5-2x}\text{K}_x\text{La}_x(\text{PO}_4)_3\text{OH}$ были использованы SrCO_3 квалификации «ч», La_2O_3 – Ла 0, K_2CO_3 – «ч.д.а.», $(\text{NH}_4)_2\text{HPO}_4$ – «х.ч.», Li_2CO_3 – «ч». Полагали, что реагенты взаимодействуют по схемам реакций:



Значения x в (1) были выбраны: 0, 0,10, 0,15, 0,20, 0,25, 0,30, 0,35, 0,40, 0,50, 0,80, 1,00, 1,40, 1,80 и в (2) – 0, 0,05, 0,10, 0,15, 0,20, 0,25, 0,30, 0,40, 0,60, 0,80, 1,00, 1,40, 1,80. Массы исходных веществ рассчитывали так, чтобы выход конечных продуктов составлял 2 г. Образцы, полученные по методике твердофазного синтеза, описанной в [6], исследовали методами рентгенофазового анализа (РФА) и ИК – спектроскопии.

РФА проводили на дифрактометре ДРОН-2 в непрерывном режиме съемки с использованием $\text{CuK}\alpha$ – излучения. Скорость перемещения счетчика составляла 1-2 °/мин для проведения фазового анализа и 0,25 °/мин – при измерении межплоскостных расстояний. Относительная погрешность при определении межплоскостных расстояний не превышала 0,1 %.

ИК – спектры образцов в нуйоле были сняты на спектрометре SPECORD 75 IR в диапазоне волновых чисел 4000-400 см^{-1} .

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Особенностью синтеза гидроксипатита и твердых растворов на его основе является то, что часто им сопутствует фаза ортофосфата. Это обусловлено двумя причинами: во-первых, $\text{Sr}_3(\text{PO}_4)_2$ является промежуточным продуктом реакции образования

$\text{Sr}_5(\text{PO}_4)_3\text{OH}$, во-вторых, химические составы их чрезвычайно близки (мольные соотношения Sr/P равны 62,5/37,5 и 60/40). Это диктует необходимость тщательного выбора температуры прокаливания и жесткие требования к содержанию компонентов шихты для синтеза гидроксипатита и твердых растворов на его основе. Повторное исследование системы $\text{Sr}_{5-2x}\text{Na}_x\text{La}_x(\text{PO}_4)_3\text{OH}$, проведенное нами с незначительной корректировкой состава шихты в пределах погрешности химического анализа, позволило получить образцы в области составов $x \leq 1,4$, не содержащие примесей $\text{Sr}_3(\text{PO}_4)_2$. Поэтому проводился не только учет содержания основных веществ, но и корректировка состава шихты по данным рентгенофазового анализа предварительно исследованных разрезов $(5 - 2x)\text{SrO} - x/2\text{Me}_2\text{O} - x/2\text{La}_2\text{O}_3 - (3-y)/2\text{P}_2\text{O}_5$, где $x = 0,2$, $y = 0; 0,02; 0,04; 0,06; 0,08$ в случае, когда $\text{Me} - \text{Li}$ и $x = 0,3$, $y = 0; 0,025; 0,05$ для $\text{Me} - \text{K}$.

Методом рентгенофазового анализа установлено (табл. 1,2), что до значения $x = 0,25$ в системе $\text{Sr}_{5-2x}\text{Li}_x\text{La}_x(\text{PO}_4)_3\text{OH}$ и до $x = 0,20$ в системе $\text{Sr}_{5-2x}\text{K}_x\text{La}_x(\text{PO}_4)_3\text{OH}$ присутствует одна фаза со структурой $\text{Sr}_5(\text{PO}_4)_3\text{OH}$ [7]. Это подтверждается отсутствием дополнительных линий на рентгенограммах, а также закономерным изменением параметров ячеек с возрастанием x (рис. 1,2).

На рентгенограммах образцов гетерогенной области системы $\text{Sr}_{5-2x}\text{Li}_x\text{La}_x(\text{PO}_4)_3\text{OH}$ обнаружена группа полос, обусловленная, по-видимому, наиболее интенсивными отражениями от серии плоских сеток структур: La_2O_3 ($d = 2,98 \text{ \AA}$), $\text{Sr}(\text{PO}_3)_2$ ($d = 4,35$ и $3,80 \text{ \AA}$), $\alpha\text{-Sr}_3(\text{PO}_4)_2$ ($d = 3,02$ и $2,69 \text{ \AA}$), LaPO_4 ($d = 3,12$ и $3,26 \text{ \AA}$), а также полоса неизвестной фазы ($d = 3,23 \text{ \AA}$). Эти полосы отнесены к разным фазам, так как закономерность изменения интенсивности их неодинакова: если интенсивность полос, отнесенных к La_2O_3 и $\text{Sr}(\text{PO}_3)_2$, с увеличением « x » сначала возрастает, а затем резко падает, то интенсивность полос других фаз возрастала вплоть до значения $x = 1,8$. Отнесение полос к соответствующим фазам сделано предположительно, так как на рентгенограммах установлено присутствие только $1 - 2$ — x линий каждой фазы. Величины межплоскостных расстояний их достаточно близки к литературным данным ($d = 2,98 \text{ \AA}$; $I/I_0 = 100$ для La_2O_3 [8]; $d = 4,35 \text{ \AA}$; $I/I_0 = 100$ и $d = 3,82 \text{ \AA}$; $I/I_0 = 70$ для $\text{Sr}(\text{PO}_3)_2$ [9]; $d = 3,016 \text{ \AA}$; $I/I_0 = 100$ и $d = 2,69 \text{ \AA}$; $I/I_0 = 85$ для $\alpha\text{-Sr}_3(\text{PO}_4)_2$ [10]; $d = 3,12 \text{ \AA}$; $I/I_0 = 100$ и $d = 3,31 \text{ \AA}$; $I/I_0 = 85$ для LaPO_4 [11]), но для окончательного суждения о наличии этих фаз необходимо исследование других разрезов системы $\text{SrO} - \text{La}_2\text{O}_3 - \text{Li}_2\text{O} - \text{P}_2\text{O}_5 - \text{H}_2\text{O}$.

Рассчитанные в данной работе параметры гексагональной ячейки немодифицированного гидроксипатита составляют $a = 9,763 \text{ \AA}$, $c = 7,282 \text{ \AA}$ и мало отличаются от данных, приведенных в [12]. Как видно из графической зависимости параметров ячейки фазы со структурой апатита от состава, представленной на рис.1, характер изменения параметров a и c приблизительно одинаков. По мере увеличения содержания модифицирующих добавок параметры уменьшаются, что обусловлено меньшими величинами кристаллических ионных радиусов Li^+ и La^{3+} по сравнению с радиусом Sr^{2+} (величины для координационного числа 6 соответственно равны 0,90; 1,17 и 1,32 $\text{ \AA}$) [13].

На рентгенограммах образцов системы $\text{Sr}_{5-2x}\text{K}_x\text{La}_x(\text{PO}_4)_3\text{OH}$ начиная с $x = 0,25$ появляются дополнительные пики, отнесенные нами к неизвестной y' -фазе ($d = 2,77 \text{ \AA}$; $3,26 \text{ \AA}$), интенсивность которых возрастает с увеличением x . В образце с $x = 1,8$ было предположено присутствие также фазы со структурой $\text{SrKLa}(\text{PO}_4)_2$.

Таблица 1. Относительные интенсивности (I/I_0) наиболее характерных линий фаз образцов системы $Sr_{5-2x}Li_xLa_x(PO_4)_3OH$

X	Фазы со структурой:								
	Sr ₅ (PO ₄) ₃ OH	La ₂ O ₃	Sr(PO ₃) ₂		α-Sr ₃ (PO ₄) ₂		LaPO ₄		y-фаза
	d=2,93Å	d=2,98 Å	d ₁ =4,35 Å d ₂ =3,80 Å		d ₁ =3,02 Å d ₂ =2,69 Å		d ₁ =3,12 Å d ₂ =3,26 Å		d=3,23 Å
			d ₁	d ₂	d ₁	d ₂	d ₁	d ₂	
- 0,25	100	-	-	-	-	-	-	-	-
0,30	100	4	-	-	-	-	-	-	-
0,40	100	5	-	-	-	-	-	-	-
0,60	100	9	6	4	-	-	-	-	-
0,80	100	16	11	9	-	-	-	-	7
1,00	100	17	11	8	6	6	-	-	9
1,40	100	35	19	11	10	4	11	10	27
1,80	100	-	-	-	68	46	73	97	78

Таблица 2. Относительные интенсивности (I/I_0) наиболее характерных линий фаз образцов системы $Sr_{5-2x}K_xLa_x(PO_4)_3OH$

X	Фазы со структурой:				
	$Sr_5(PO_4)_3OH$	$SrKLa(PO_4)_2$		y' - фаза	
	$d = 2,93\text{ \AA}$	$d_1 = 3,05\text{ \AA}$ $d_2 = 2,70\text{ \AA}$		$d_1 = 2,77\text{ \AA}$ $d_2 = 3,26\text{ \AA}$	
		d_1	d_2	d_1	d_2
0 - 0,20	100	-	-	-	-
0,25	100	-	-	Следы	-
0,30	100	-	-	3	Следы
0,35	100	-	-	4	Следы
0,40	100	-	-	8	4
0,50	100	-	-	10	5
0,80	100	6	-	10	6
1,00	100	7	-	14	7
1,40	100	10	-	15	6
1,80	100	48	30	22	9

Параметры ячейки фазы со структурой $Sr_5(PO_4)_3OH$ находятся в линейной зависимости от состава (см. рис. 2). Из графиков видно, что, как и для предыдущей системы, характер изменения параметров a и c в кристаллической решетке приблизительно одинаков. По мере увеличения содержания модифицирующих добавок их величины уменьшаются. Последнее обстоятельство на первый взгляд кажется неожиданным, так как полусумма ионных радиусов K^+ (1,52 Å) и La^{3+} (1,17 Å) равна 1,345 и больше ионного радиуса Sr^{2+} (1,32 Å), то есть параметры ячеек не должны уменьшаться. Повидимому, уменьшение параметров связано с тем, что их величины определяются, главным образом, размером иона трехвалентного металла, как это ранее было установлено при замещении ионов двухвалентного металла на ионы щелочного и редкоземельного элемента в молибдатах и вольфраматах со структурой шеелита [14].

Из рис. 1 и 2 следует, что параметры ячеек фаз со структурой апатита в обеих системах изменяются не только в гомогенной, но и в гетерогенной области. Это свиде-

тельствует о том, что изоморфное замещение происходит и при величинах x , больших 0,20 - 0,25, однако схема замещения, по-видимому, становится другой. Установить ее на основании изучения данной системы не представляется возможным. Для этого необходимо исследование других разрезов системы $\text{SrO} - \text{Me}_2\text{O} - \text{La}_2\text{O}_3 - \text{P}_2\text{O}_5 - \text{H}_2\text{O}$.

Методом инфракрасной спектроскопии исследовались лишь однофазные образцы, так как интерпретация спектров многофазных образцов с достаточной надежностью вряд ли возможна.

На ИК-спектрах немодифицированного гидроксиапатита обнаружены полосы, обусловленные колебаниями ионов PO_4^{3-} ($945, 1025$ и 1065 см^{-1} - ν_1 и ν_3 , 560 и 590 см^{-1} - ν_4 , 450 см^{-1} - ν_2), адсорбированной воды (широкая малоинтенсивная полоса в области $3300 - 3600 \text{ см}^{-1}$, обусловленная колебаниями ОН-групп, связанных водородными связями) и гидроксильных групп, не входящих в состав воды (3593 см^{-1} – валентные и 530 см^{-1} – либрационные колебания). Отнесение полос произведено в соответствии с [15, 16].

На ИК-спектрах твердых растворов ни положения, ни интенсивность полос фундаментальных колебаний иона PO_4^{3-} практически не изменяются, однако по мере увеличения значений x , как и в системе из работы [6], происходит уменьшение интенсивности полос либрационных (530 см^{-1}) колебаний и увеличение интенсивности полосы при 500 см^{-1} (рис. 3).

Аналогичным образом изменялись интенсивности полос либрационных колебаний групп ОН⁻ при замещении Sr^{2+} на Eu^{3+} в ранее исследованной системе $\text{Sr}_{10-x}\text{Eu}_x(\text{PO}_4)_6\text{O}_x(\text{OH})_{2-x}$ [17], а также при переходе оксоапатит – гидроксиапатит $\text{Ca}_{10}(\text{PO}_4)_6\text{O}_x(\text{OH})_{2-2x}\square_x$ [18]. Поэтому можно предположить, что и в исследованных нами системах происходит замещение по схеме $2\text{OH}^- \rightarrow \text{O}^{2-} + \square$. Однако нельзя исключить и другое объяснение: уменьшение интенсивности полос валентных либрационных колебаний может быть связано с морфотропным переходом, обусловленным изменением положения ОН-групп в структуре. Сходное явление наблюдалось при нагревании гидроксиапатита, вследствие чего интенсивность полос валентных колебаний ОН-групп ν (LT) уменьшилась, а ν (HT) возросла [19].

При получении гидроксиапатита по использованной нами методике иногда на ИК-спектрах обнаруживали полосы CO_3^{2-} и даже предполагается, что этот анион всегда присутствует [20]. Однако в этом случае для компенсации заряда необходим избыток катионов по сравнению со стехиометрическим гидроксиапатитом. Поэтому нами были исследованы разрезы $(5+x)\text{SrO} - 3\text{P}_2\text{O}_5$ и $5\text{SrO} - x/2\text{K}_2\text{O} - 3\text{P}_2\text{O}_5$ при $x = 0,25; 0,50; 0,75; 1,0$. Образцы прокаливались при 1200°C в закрытых крышечками тиглях и быстро охлаждались. По данным РФА полученные образцы однофазны, и с увеличением x параметр ячеек a уменьшается на $\approx 0,02 \text{ \AA}$, а c возрастает на $\approx 0,01 \text{ \AA}$. На инфракрасных спектрах присутствуют интенсивные полосы колебаний ионов CO_3^{2-} в области частот $1420 - 1460 \text{ см}^{-1}$. В то же время ни частота, ни интенсивность полос, относящихся к колебаниям ОН⁻ - групп, не изменяется. Следовательно, CO_3^{2-} входит в структуру апатита, замещая PO_4^{3-} - ионы, и образуется карбонато-фосфат В-типа [21]. Возможно, что появление полос ионов CO_3^{2-} на ИК-спектрах [20] связано с некоторым избытком катионов в шихте для синтеза гидроксиапатита.

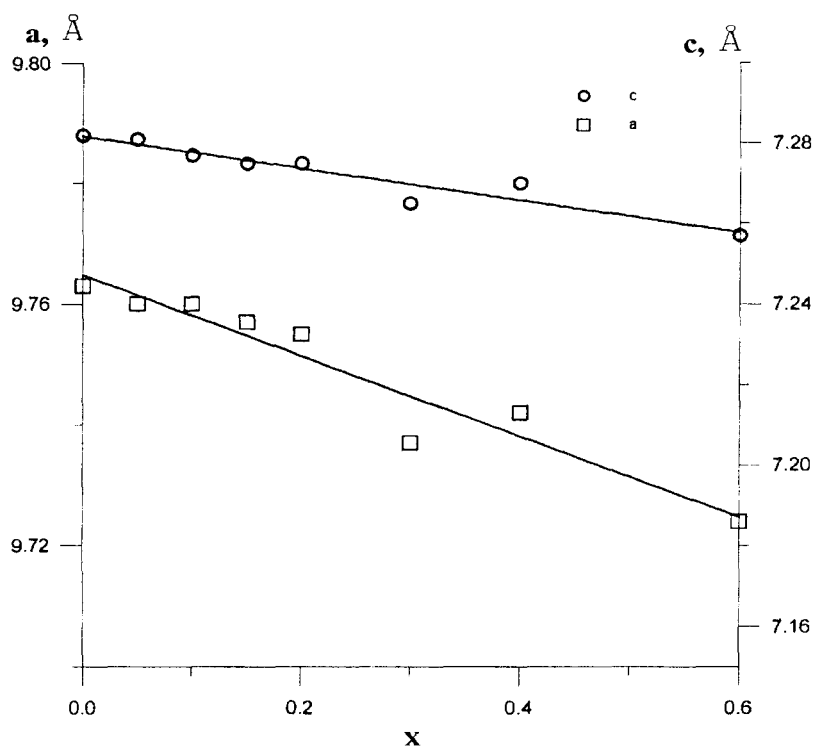


Рис. 1. Зависимость параметров «а» и «с» структуры гидроксиапатита от состава в системе $\text{Sr}_{5-2x}\text{Li}_x\text{La}_x(\text{PO}_4)_3\text{OH}$

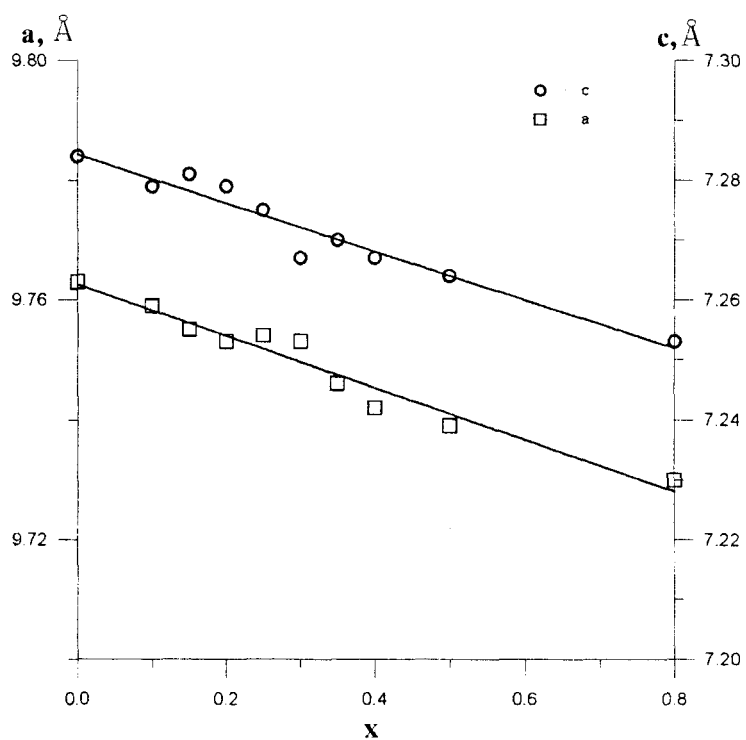


Рис. 2. Зависимость параметров «а» и «с» структуры гидроксиапатита от состава в системе $\text{Sr}_{5-2x}\text{K}_x\text{La}_x(\text{PO}_4)_3\text{OH}$

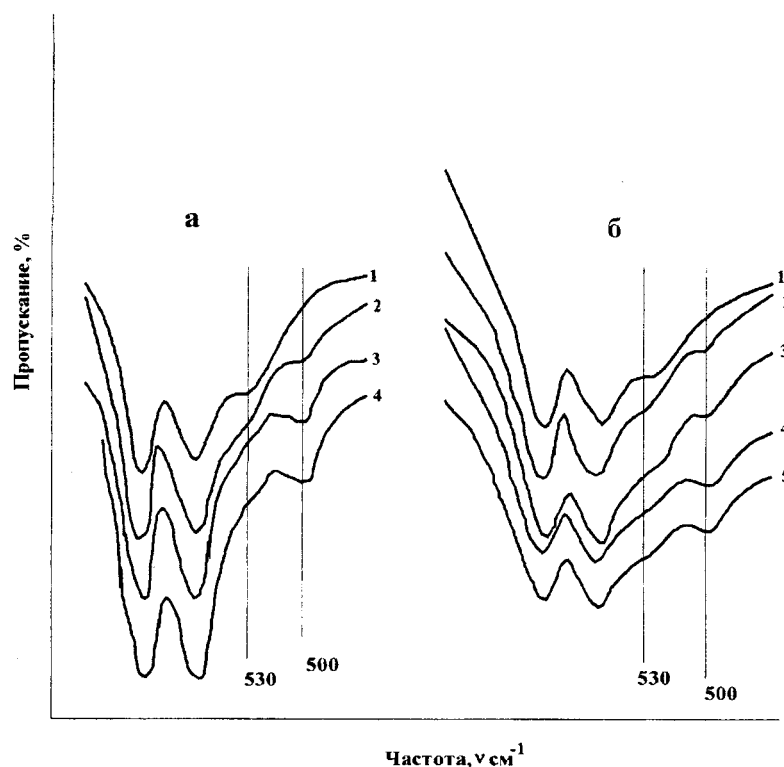


Рис. 3. ИК-спектры исходного (1) и замещенных (2 – 5) гидроксипатитов стронция предполагаемого состава $\text{Sr}_{5-2x}\text{K}_x\text{La}_x(\text{PO}_4)_3\text{OH}$ (а) и $\text{Sr}_{5-2x}\text{Li}_x\text{La}_x(\text{PO}_4)_3\text{OH}$ (б), где $x = 0; 0,1; 0,2; 0,25; 0,3$

РЕЗЮМЕ

Методами рентгенофазового аналізу та ІЧ-спектроскопії досліджено ізоморфне заміщення іонів стронцію іонами літію та калію сумісно з лантаном у синтетичному гідроксипатиті $\text{Sr}_{5-2x}\text{Me}_x\text{La}_x(\text{PO}_4)_3\text{OH}$, де Me - Li, K і $x = 0 - 1,8$, при температурі 1100 °С. Встановлено, що схема заміщення яка приведена в цій роботі, реалізується у зразках з $x \leq 0,25$ (Me - Li) та в зразках з $x \leq 0,20$ (Me - K).

Встановлено, що на ІЧ-спектрах твердих розчинів при збільшенні значень x відбувається зменшення інтенсивності полос валентних і лібраційних коливань іонів OH та збільшення інтенсивності полоси при 500 cm^{-1} . Зроблені припущення про причини цих змін. Показано, що при надлишку катіонів Sr^{2+} або K^+ утворюються карбонато-фосфати.

SUMMARY

The isomorphic substitution of strontium ions for lithium and potassium ions together with lanthanum in synthetic hydroxyapatite $\text{Sr}_{5-2x}\text{Me}_x\text{La}_x(\text{PO}_4)_3\text{OH}$, where Me - Li, K and $x = 0 - 1,8$ at the temperature 1100 °C has been studied by the IR-spectroscopy and X-ray powder diffraction. It have been shown that the presumed substitution scheme is realised in the composition range $x \leq 0,25$ (Me - Li) and $x \leq 0,20$ (Me - K).

It have been found that the x values are increased the intensity of valence and libration oscillations of OH ions is decreased and increase of intensity of a strip with 500 cm^{-1} . The

suggestions was expressed about the cause of such changes. It have been shown that carbonat-phosphates are formed at the excess of Sr^{2+} or K^{+} cations.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Минералогическая энциклопедия / Под ред. Фрея К. пер. с англ. – Л.: Недра, 1985. – 512 с.
2. Борисов С.В., Клевцова Р.Ф. / О кристаллической структуре TR-Sr-апатита // Журн. структур. химии. – 1963. – №4. – С.629-631.
3. Клевцова Р.Ф. / О кристаллической структуре стронцийапатита // Журн. структур. химии. – 1964. – 5, №2. – С.318 – 320.
4. Bonel G. / Contribution a l'étude de la carbonatation des apatites.// Ann. Chim. – 1972. – V.7. – P.65-68.
5. Крюкова А.И., Артемьева Г.Ю., Демарин В.Т., Хомякова А.О. / Изучение строения и гидролитической устойчивости Cs- и Sr- содержащих кристаллических апатитов// Радиохимия. – 1992. – №3. – С.194-200.
6. Мочалина Е.В., Гетьман Е.И., Лобода С.Н., Чагир Т.С., Готьманова Т.Т. / Об изоморфном замещении стронция натрием и лантаном в синтетическом гидроксипатите // Украинский хим. журн. – 1997. – Т.63. – №11. – С.13-16.
7. JCP DS: Powder Diffraction Fail (Pennsylvania, USA, 1983), №33. – 1348.
8. JCP DS: Powder Diffraction Fail (Pennsylvania, USA, 1983), №5. – 602.
9. JCP DS: Powder Diffraction Fail (Pennsylvania, USA, 1983), №27. – 859.
10. JCP DS: Powder Diffraction Fail (Pennsylvania, USA, 1983), №24. – 1008.
11. JCP DS: Powder Diffraction Fail (Pennsylvania, USA, 1983), №35. – 731.
12. Ali-Naghi Akhavan Niaki / Contribution a l'étude des substitutions dans les apatites // Ann. Chim. – 1961. – 6. – P.51-79.
13. Shankon R. // Acta Crystallogr. – 1976. – V.A32. – №5. – P.751.
14. Гетьман Е.И. Изоморфные замещения в вольфраматных и молибдатных системах. – Новосибирск: Наука, 1985. – 212 с.
15. Плюснина И.И. Инфракрасные спектры минералов. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1972. – 175 с.
16. Петров К.И., Воронская Г.Н. / Колебательные спектры некоторых соединений редкоземельных элементов с тетраэдрическими анионами // В кн. Колебательные спектры в неорганической химии. – М.: Наука, 1971. – С. 286-299.
17. Lacout J.Z., Gaitai A., Bonel G. / Substitution couplée (Eu, O) dans les hydroxyapatites strontiques // C.R. Acad. Sc. – 1987. – V.304, Serie 11. – №13. – P.699-702.
18. Trombe J.S. / Contribution a l'étude de la décomposition et de la réactivité des certaines apatites hydroxylées et carbonatées.// Ann. Chim. – 1973. – V.8, Serie 14. – P.251-269.
19. Reisner J., Klee W.E. // Spectrochimica Acta. – 1982. – v.38A. – №8. – P.899.
20. Гетьман Е.И., Канюка Ю.В., Лобода С.Н. / Об изоморфном замещении кальция натрием и лантаном в синтетическом гидроксипатите.// Журн. неорг. химии. – 1998. – Т.43. – №5. – С.768-772.
21. Labarthe J.-C., Bonel G., Montel G. / Sur la structure et les propriétés des apatites carbonatées de type B phospho-calciques. // Ann. Chim. – 1973. – V.8, №5. – P.289-304.

Надійшла до редакції 08.09.1998 р.

УДК 541.1:541.451-143

НЕКОТОРЫЕ ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РАСТВОРОВ-РАСПЛАВОВ ФЕРРИТ-ГРАНАТОВ

В.В.Моренко, А.В.Белый, Т.М.Дмитрук, А.Н.Николаевский

В последние десятилетия в современном приборостроении для получения материалов с цилиндрическими магнитными доменами получило развитие новое научно-техническое направление, основанное на широком применении монокристаллических пленок феррит-гранатов в области вычислительной техники, радиоэлектроники и лазерной техники. Пленки феррит-гранатов гранатов, как правило, получают методом жидкофазной эпитаксии на подложках галлий-гадолиниевого граната из оксидного раствора-расплава. В последние годы для целей получения материалов с цилиндрическими магнитными доменами успешно применяется технология смачивающей пленки раствора-расплава.

Согласно литературным и патентным данным, в данной области исследований работы имеют, как правило, эмпирический характер. Исследователями предлагаются различные составы и системы для получения пленок гранатов, исследуются свойства полученных пленок и влияние на них различных легирующих добавок, при этом исследования ведутся в прикладном направлении. Физико-химические исследования в данной области малочисленны и сводятся, в основном, к исследованию диаграмм состояния соответствующих ростовых систем. Работы, посвященные исследованию физико-химических свойств используемых растворов-расплавов, практически отсутствуют.

В данной статье представлены результаты исследований зависимостей плотности, поверхностного натяжения и вязкости растворов-расплавов от температуры.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Оценку плотности растворов-расплавов проводили в соответствии с формулой $\rho = m/V$, где m – масса расплава, V – объем, занимаемый расплавом при данной температуре. Поверхностное натяжение определяли по методу Ребиндера с использованием Pt-капилляра [1], вязкость измерялась по вибрационному методу [2].

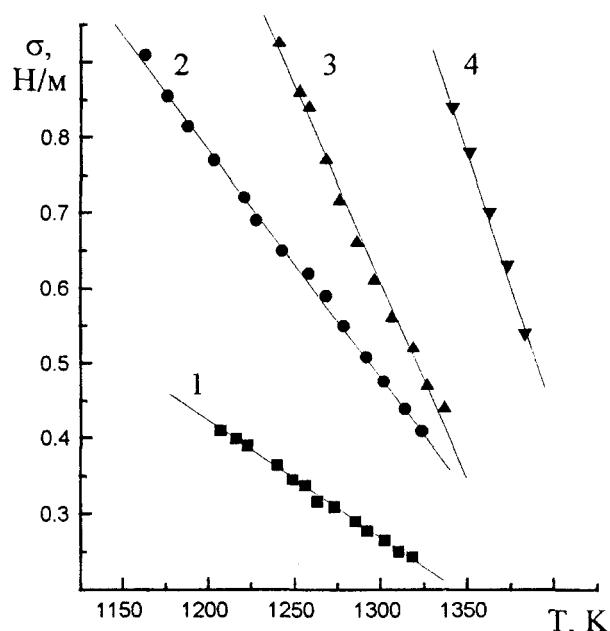
С целью выявления структурных особенностей растворов-расплавов чистого и замещенного железо-иттриевого граната (ЖИГ) на основе флюса $BaO-BaF_2-B_2O_3-PbO$ были проведены эксперименты по исследованию зависимостей вязкости, поверхностного натяжения и плотности данных расплавов от температуры и состава. Оказалось, что в исследованном диапазоне температур указанные физико-химические параметры изменяются симбатно, уменьшаясь с увеличением температуры, а зависимости выражаются прямыми линиями (коэффициент корреляции для вязкости – $0,961 \div 0,995$, для поверхностного натяжения – $0,996 \div 0,999$, для плотности – $0,974 \div 0,996$, см. таблицу).

Таблица. Коэффициенты уравнений $\eta = A + B \cdot T$, $\sigma = A + B \cdot T$ и $\rho = A + B \cdot T$ зависимостей вязкости, поверхностного натяжения и плотности от температуры

№ п/п	Содержание гранатобразующих, мол. %	A	B	коэффициент корреляции	Температура при η или σ равных 0, K
Вязкость					
1.	14,4	1,93	$-1,37 \cdot 10^{-3}$	-0,961	1411
2.	16,1	5,79	$-4,33 \cdot 10^{-3}$	-0,995	1338
3.	17,4	9,91	$-7,50 \cdot 10^{-3}$	-0,990	1321

№ п/п	Содержание гранатобразующих, мол. %	A	B	коэффициент корреляции	Температура при η или σ равных 0, К
Поверхностное натяжение					
4.	чистый флюс	2,29	$-1,56 \cdot 10^{-3}$	-0,998	1471
5.	14,4	4,43	$-3,03 \cdot 10^{-3}$	-0,999	1461
6.	17,4	7,40	$-5,23 \cdot 10^{-3}$	-0,996	1415
7.	18,7	10,42	$-7,07 \cdot 10^{-3}$	-0,997	1460
Плотность					
9.	чистый флюс	4,942	$-7,58 \cdot 10^{-1}$	-0,994	—
10.	14,4	5,367	$-9,44 \cdot 10^{-1}$	-0,974	—
11.	17,4	5,439	$-8,43 \cdot 10^{-1}$	-0,0996	—

С увеличением концентрации гранатообразующих компонентов от 14,4 до 17,7 мол. % железо-иттриевого граната в растворе-расплаве возрастают как поверхностное натяжение (рис. 1) так и вязкость (рис. 2), причем, при увеличении концентрации граната всего на 3-4%, угловой коэффициент В, отражающий влияние температуры на вязкость (или поверхностное натяжение), возрастает в 4-5 раз, откуда следует, что с увеличением концентрации граната в расплаве резко сужается диапазон температур, в которых вязкость и поверхностное натяжение имеют приемлемые значения, обеспечивающие благоприятные условия для роста гранатовых пленок.

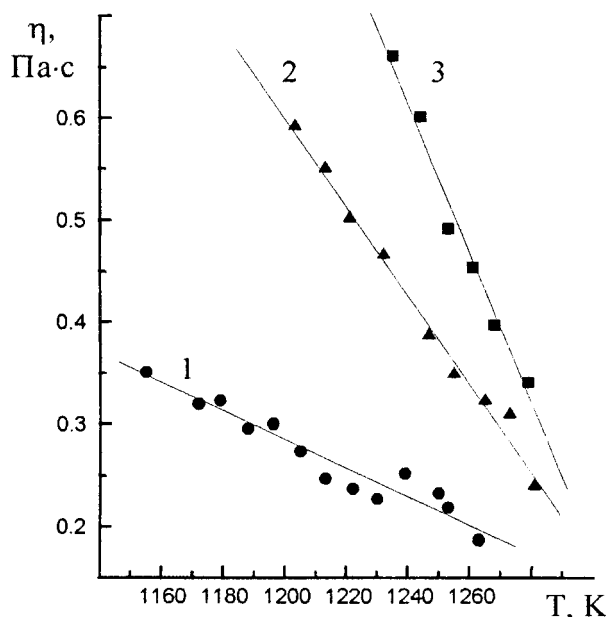


1 – чистый флюс; 2 – 14,4 мол. % ЖИГ:La; 3 – 17,4 мол. % ЖИГ:La; 4 – 18,7 мол. % ЖИГ:La;

Рис.1. Зависимости поверхностного натяжения расплавов на основе флюса BaO-BaF₂-B₂O₃-PbO от температуры

Анализ аналитических уравнений, описывающих зависимости поверхностного натяжения от температуры показал, что если приравнять поверхностное натяжение к нулю, то линии исследованных нами составов пересекут ось температур в интервале 1415÷1471 К – средняя температура 1451 К, причем максимальное отклонение от среднего значения по температуре не превышает 2,5%. Поверхностное натяжение становится равным нулю в критическом состоянии вещества, когда давление пара вещества над жидкостью равно давлению внутри жидкости и исчезает граница между жидкостью и паром. При таких низких температурах и атмосферном давлении трудно ожидать достижения истинного критического состояния, тем более если учесть, что в состав растворов-расплавов входят достаточно тугоплавкие оксиды. Более того, такая же картина наблюдается и для зависимости вязкости от температуры – линии зависимости

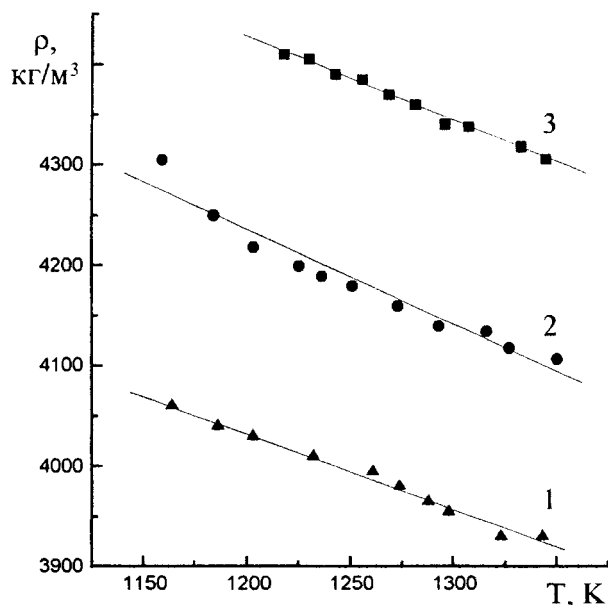
вязкости от температуры также пересекают ось температур примерно при 1357 К (отклонение по температуре $\pm 4\%$).



1 – 14,4 мол. % ЖИГ:La; 2 – 16,1 мол. % ЖИГ:La; 3 – 17,4 мол. % ЖИГ:La

Рис.2. Зависимости вязкости расплавов на основе флюса BaO-BaF₂-B₂O₃-PbO от температуры

диагональной или иной, такой, что зависимость асимптотически приближается к нулю физически его не достигая.



1 – чистый флюс; 2 – 14,4 мол. % ЖИГ:La; 3 – 17,4 мол. % ЖИГ:La

Рис.3. Зависимости плотности растворов-расплавов на основе флюса BaO-BaF₂-B₂O₃-PbO от температуры

Вероятно, такое явление объясняется аномально высокой летучестью некоторых компонентов расплава – скорее всего B₂O₃ и PbO – и связанным с ней изменением состава расплава и соответствующим изменением его структуры и реологических свойств. Очевидно, при указанных температурах соотношение компонентов в исследованных расплавах – напомним, что разница в концентрациях ЖИГ всего 3-4% – становится в пределах погрешности измерений одинаковым (погрешность измерения вязкости и поверхностного натяжения – до $\pm 7\%$), соответственно и измеренные применяемыми методами значения параметров также одинаковы. Другой возможной причиной указанного явления может быть то, что зависимости указанных параметров от температуры являются линейными только на исследованных участках, а вне пределов исследованного диапазона зависимость может быть экспонен-

Рассчитанная по уравнению Френкеля из аррениусовских координат $\ln \eta - 1/T$ энергия активации вязкого течения возрастает с увеличением содержания гранатообразующих оксидов в расплаве и изменяется от 64 кДж·моль⁻¹ для 14,4 мол. % гранатообразующих до 185 кДж·моль⁻¹ для 17,4 мол. %. Такое значительное (в три раза) увеличение энергии активации при изменении количества гранатообразующих всего на 3% говорит об образовании значительного количества ассоциатов при увеличении концентрации гранатообразующих оксидов и связанной с этим структуризацией расплава. В условиях высокой вязкости в расплавах создаются значительные диффузионные ограничения, связанные с ограниченной подвижностью частиц, по-

этому качество выращенных из таких растворов-расплавов гранатовых пленок оставляет желать лучшего.

Данные о зависимости плотности растворов-расплавов, применяемых для выращивания монокристаллических пленок феррит-гранатов, от температуры необходимы не только для технологических расчетов, но и для расчета динамической вязкости жидкой системы.

Исследование зависимостей плотности расплавов гранатов от температуры показало, что плотность указанных растворов-расплавов уменьшается с повышением температуры, и увеличивается с увеличением концентрации гранатообразующих компонентов (типичные зависимости приведены на рис. 3). По полученным экспериментальным данным нельзя судить о происходящих структурных изменениях в системе, склонной к переохлаждению.

Учитывая увеличение вязкости, плотности и поверхностного натяжения при увеличении концентрации гранатообразующих оксидов в расплаве и, как следствие, рост диффузионных ограничений, нельзя ожидать получения высококачественных гранатовых пленок из концентрированных растворов-расплавов и следует ограничить верхний предел используемых концентраций – 16 мол. % феррит-граната в рабочем расплаве, что подтверждается ростовыми экспериментами.

РЕЗЮМЕ

Досліджено залежності густини, поверхневого натягу та в'язкості розчинів-розплавів із загальним складом $\text{BaO-BaF}_2\text{-B}_2\text{O}_3\text{-PbO-Y}_2\text{O}_3\text{-Fe}_2\text{O}_3$ від складу і температури в діапазоні 1123÷1373 К. Показано, що залежності мають лінійний характер, а збільшення концентрації гранатоутворюючих оксидів призводить до збільшення дифузійних обмежень.

SUMMARY

The investigation of density, surface pressure and viscosity in dependence from composition and temperature of solution-melt with general composition $\text{BaO-BaF}_2\text{-B}_2\text{O}_3\text{-PbO-Y}_2\text{O}_3\text{-Fe}_2\text{O}_3$ was carried out within range 1123÷1373 K. It is shown that this dependencies are linear and the increase of the garnet-composing oxides concentration lead to the diffusion limitation increase.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Адам Н. К. Физика и химия поверхностей. – М.-Л.: Гостехтеориздат. – 1957. – 552 с
2. А.Н.Соловьев, А.Б.Каплун. Вибрационный метод измерения вязкости жидкостей. – Новосибирск: Наука, 1970.
3. Я.И.Френкель. Кинетическая теория жидкостей. – Л.: Наука, 1975.

Надійшла до редакції 16.09.1998 р.

Б І О Л О Г І Я

УДК 582.284: 581.14.142

УСЛОВИЯ ПРОРАСТАНИЯ ПРОПАГУЛ
ВЫСШИХ БАЗИДИАЛЬНЫХ ГРИБОВ

М.Н.Сухомлин

Интерес к исследованию условий прорастания базидиоспор грибов объясняется несколькими причинами. Во-первых, он связан с изучением дисперсии спор в пространстве, а, следовательно, с распространением их в природных условиях и выживанием во времени. Во-вторых, он вызван возможностью использовать полученные результаты для решения вопросов, связанных с поражением грибами восприимчивых хозяев и развития паразитов на начальных стадиях. Кроме того, познание оптимальных условий прорастания базидиоспор – успешный путь к получению моноспоровых культур грибов - первичного этапа селекционной работы (Banerjee P., Sunberg W., 1993).

В работе использованы пять видов ксилотрофных базидиомицетов – *Coriolus versicolor*, *Heterobasidion annosum*, *Sparassis laminosa*, *Flammulina velutipes* и *Oudemansiella mucida*, два последних относятся к культивируемым видам съедобных грибов. Карпофоры этих видов были получены в культуре на лузге подсолнечника в простерилизованных колбах. Плодовые тела *C.versicolor*, *H.annosum* и *S.laminosa* собраны в природных условиях. Работа с последними осложнялась их нестерильностью и возникающими в связи с этим проблемами заражения культур бактериями и дейтеромицетами. Кроме этого, изучали вегетативные споры *H.annosum* – конидии, которые гриб способен формировать в культуре.

Отпечатки базидиоспор, полученные на заранее простерилизованном предметном стекле, смывали дистиллированной водой для подготовки суспензии. Конидии смывали непосредственно с поверхности мицелиальной культуры. Концентрация пропагул доводилась до 50-100 в 0,1 мл суспензии. Подсчет спор вели в камере Горяева. Споры высевали на картофельно-глюкозную среду в чашки Петри и помещали в термостат при температуре 24° С. Посев спор на среду осуществляли сразу после получения суспензии и через 3 суток, определяя таким образом влияние периода набухания на процесс прорастания. О прорастании спор судили по образованию первичного мицелия и формированию монокриона.

В дальнейшем монокариотические штаммы использовали для изучения системы совместимости грибов, их аллельной конституции и физиологобиохимических особенностей клонов.

На прорастание базидиоспор оказывает влияние целый ряд факторов: температура (Mehta K., Jandaik C., 1988), свет (Mc Cracken F., 1982), состав среды (Banerjee P., Sundberg W., 1993) и ее кислотность (Santiago C., 1983), химические добавки (Fries N., 1984), экстракты растительного происхождения, концентрация углекислого газа (Morton H., French D., 1974) и др.

Нами изучалось влияние различных солей (0,1 %) и источников углерода (0,1 %) на скорость и процент прорастания спор у различных видов базидиомицетов. Добавки вносились сразу после смывания спор и после определенного периода прорастания.

При наблюдении за прорастанием базидиоспор необходимо учитывать свежесть выбранного плодового тела гриба и тип вызываемой им гнили. Поскольку отмечена различная жизнеспособность спор у грибов белой и бурой гнили (Schmidt E., French D., 1983). Процент прорастания спор грибов белой гнили остается стабильно высоким и после 5 недель с начала споруляции плодового тела, в то время как у грибов бурой гнили процент прорастания последовательно уменьшается в среднем на 50%.

Процесс прорастания базидиоспор начинается с их набухания почти в 10 раз.

Иногда при набухании размеры спор увеличиваются в 100 раз (Fries N., 1979). При этом наружная оболочка споры разрывается, и из споры начинает расти гифа, которая быстро и обильно разветвляется и образует очень тонкий первичный мицелий. Известны виды (*Fomes fomentarius*), которые формируют ростковые трубки с двух концов (Tsuneda I., Kennedy L., 1978) или имеют необычную форму прорастания, как *Panellus serotinus* (Ingold C., 1986). Верхняя третья часть споры которого расширяется в пузырек, из которого впоследствии образуется широкая первичная гифа.

У изученных гетероталлических видов отдельные клетки первичного мицелия несут одно ядро.

Как показывают наши исследования (рис.1) большинство внесенных в суспензию минеральных солей значительно стимулировало процесс прорастания базидиоспор. Однако наибольшее стимулирующее действие на все виды изученных грибов оказывал $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$. Отмечено фактически ингибирующее по сравнению с водным раствором действие MnSO_4 на споры *F.velutipes* и *O.mucida*. Немногочисленные данные о ряде веществ, подавляющих развитие базидиоспор (Saha S., Samaspati N., 1975; Schmidt E., 1987; Коре Н., Fortin J., 1990) могут быть использованы для их применения в качестве ингибиторов прорастания прорагул патогенных видов грибов и защиты древесины.

Действие солей проявлялось только после 3-дневного замачивания в них спор. Если соли добавлялись непосредственно перед посевом, количество проросших спор не отличалось достоверно от контрольного водного раствора.

Изученные виды грибов отличались периодом начала прорастания. *S.laminosa* образовывал точечные колонии уже через день после посева спор. В то время как у *C.versicolor* они появлялись только на 8-10 день. В наших опытах споры отдельных видов сохраняли жизнеспособность после 4-месячного хранения отпечатков при температуре -4°C . В литературе описаны виды (Semerdziowa M., 1992), сохраняющие способность к прорастанию при хранении в лиофилизированном виде от 6 до 12 лет. Причем моноспоровые изоляты, полученные из таких спор, сохраняли способность к биосинтезу комплекса антибиотиков.

При посеве спор на среду после 3-суточного замачивания процент проросших спор у *F.velutipes* и *O.mucida* был достоверно выше на 10,1% и 8,2% соответственно по сравнению со спорами, высаженными сразу после их смыва. У остальных видов различий не наблюдали. Вероятно, что для повышения процента прорастания спор у этих видов необходимо более длительное замачивание.

Наибольший процент прорастания наблюдали в первый день после определенного периода для разных видов. Во второй день проросло от 10 до 12% спор. В последующие дни проросло менее 1%.

При использовании различных источников углерода отмечено стимулирующее действие некоторых моно- и олигосахаридов на образование первичного мицелия из спор и конидий ксилотрофных видов грибов (рис.2). Причем наибольшей активностью в этом отношении обладала глюкоза, как для *H.annosum*, так и для *C.versicolor*. В то время как действие фруктозы достоверно не отличалось от контрольного водного раствора. Глюкоза обнаружена в соке, который выделяется из свежесрубленных лиственных деревьев и, по-видимому, в природных условиях позитивно влияет на рост попавших на древесину спор.

Отмечено увеличение процента прорастания базидиоспор у *O.mucida* (почти в 3 раза) при замачивании их в растворах с добавлением экстракта древесины лиственных пород. Порода дерева не учитывалась, хотя литературные данные свидетельствуют о слабо выраженном предпочтении в отношении к определенным сортам древесины в фазе прорастания спор (Tsuneda J., Kennedy L., 1980).

В наших исследованиях проращивание спор осуществлялось в темноте, поскольку данные свидетельствуют о значительном угнетении прорастания спор при действии белого, синего и зеленого света (Mc Cracken F., 1982).

Базидиоспоры *O.mucida* проросли на 7-й день после нанесения суспензии на

субстрат. Интересно отметить, что в первую очередь появлялись точечные колонии бактерий и только после этого из бактериальной колонии начинали расти тоненькие нити первичного мицелия. По-видимому, бактерии могут играть определенную роль в прорастании базидиоспор.

Необходимо отметить, что для успешного прорастания имеет значение и концентрация спор в растворе. Так, при концентрации спор меньше 30 на 1 мл, прорастания практически не наблюдали. Это может объясняться взаимным стимулирующим влиянием спор на прорастание.

Таким образом, в результате исследований определены растворы солей и сахаров, стимулирующие прорастание некоторых ксилотрофных базидиомицетов. Выявлены оптимальные условия для получения монобазидиоспоровых культур грибов. Отмеченные особенности и различия в прорастании базидиоспор можно рассматривать как видовые приспособления к сапротрофному и паразитическому образу жизни.

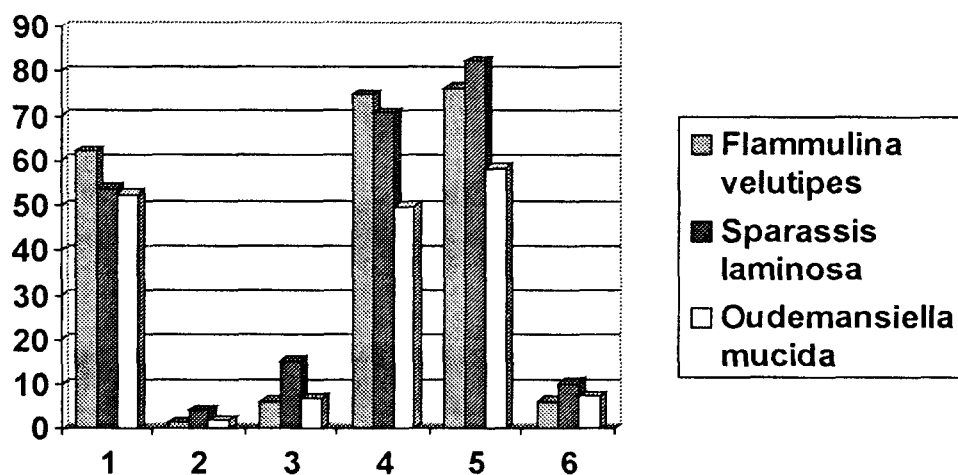


Рис.1. Влияние различных солей на прорастание базидиоспор (%).
(1 – KI; 2 – MnSO₄; 3 – MgSO₄; 4 – Ca(NO₃)₂; 5 – (NH₄)₂SO₄; 6 – H₂O).

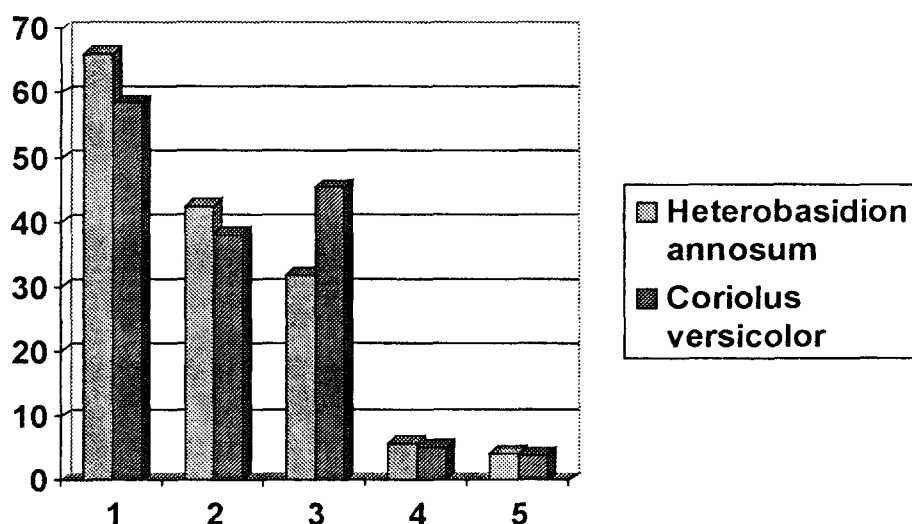


Рис.2. Влияние источника углерода на прорастание базидиоспор (%).
(1 – глюкоза; 2 – сахароза; 3 – мальтоза; 4 – фруктоза; 5 – H₂O).

РЕЗЮМЕ

Досліджені умови проростання пропагул вищих базидіальних грибів у чистій культурі. Визначено позитивний вплив деяких хімічних сполук на проростання спор. Відмічені оптимальні умови для отримання монокаріотичних культур.

SUMMARY

The results of research of conditions of spore germination in higher basidiomycetes in pure culture are stated. The stimulation of spore germination by some of non-organic solution and sugars is revealed. The optimum of conditions to reseived of monocarions is obtained.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРЫ

1. Benerjii P., Sunberg W. Preliminary observations on germination of *Pluteus basidiospores* // *Mycologia*. – 1993. – V.85, № 5. – P.811-813.
2. Fries N. Germination of spores of *Cantharellus cibarius* // *Mycologia*. – 1979. – V.71, № 2. – P.216-219.
3. Fries N. Spore germination in the higher Basidiomycetes // *Proc.Indian Acad. Sci. Plant Sci.* – 1984. – V.93, №3. – P.205-222.
4. Ingold C.T. Unusual pattern of basidiospore germination in *Panellus serotinus* // *Trans. Brit. Mycol. Soc.* – 1986. – V.86, № 1. – P.170-171.
5. Kope H.H., Fortin J.A. Germination and comparative morphology of basidiospores of *Pisolithus arhizus* // *Mycology*. – 1990. – V.82, №3. – P.350-357.
6. Mc Cracken F. Some factors affecting basidiospore germination of *Pleurotus sapidus* // *Can. J. Bot.* – 1982. – V.60, № 9. – P.1658-1661.
7. Mehta K.B., Jandaik C.L. Studies of deposition and germination of basidiospore of *Pleurotus sapidus* // *Indian J. Mycol. and Plant Pathol.* – 1988. – V. 18, № 2. – P.214-215.
8. Morton H.L., French D.W. Stimulation of germination of *Polyporus driophilus* basidiospores by carbondioxide // *Phytopathology*. – 1974. – V.64, № 1. – P.153-154.
9. Saha S.B., Samaspati N. Effect of different toxic chemicals on the spore germination of *Schizophyllum commune* // *Sci. and Cult.* – 1975. – V.41, № 11. – P.557-558.
10. Santiago C. Basidiospore germination and mycelial culture of *Volvariella volvaceae* (Bull. Ex. Fr.) Singer. // *Philipp. J. Sci.* – 1983. – V.112, № 3-4. – P.135-160.
11. Semerdziewa M. Viability of basidiospores of *Agrocybe cylindraceae* and *Oudemansiella mucida* and antibiotic activity of monosporic isolatrs in the course of 15 years of storage // *Foliamicrobiol.* – 1992. – V. 37, № 3. – P.233-236.
12. Shmidt E.L. Influence of polyoxin D on basidiospore germination of two wood decay fungi // *Mycologia*. – 1987. – V.79, № 4. – P.627-630.
13. Shmidt E.L. Variation in germination percentage of basidiospores collected successively from wood decay fungi in culture // *Can. J. Bot.* – 1983. – V.61, № 1. – P.171-173.
14. Tsuneda I., Kennedy L.L. Basidiospore germination and substrate preference in *Fomes fomentarius* and *Fomitopsis cajanderi* // *Mycologia*. – 1980. – V.72, № 1. – P.204-208.
15. Tsuneda I., Kennedy L.L. Ultrastructure of basidiospore germination in *Fomes fomentarius* // *Can.J. Bot.* – 1978. – V.56, №22. – P.2862-2872.

Надійшла до редакції 20.08.1998 р.

УДК 612.745

ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ ТЕРМОРЕГУЛЯЦИИ У ЖИВОТНЫХ ПРИ РАЗНЫХ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

И.А.Колганов, А.В.Белюсова

Адаптация организма к различным неблагоприятным факторам среды, представляет большой научный и практический интерес. Частью этой проблемы является приспособление к низким температурам. Об актуальности вопроса свидетельствует и обширная научная литература [1; 5; 8]. Можно считать установленным, что большая роль в терморегуляции принадлежит тиреоидному гормону, контролирующему, в частности, процессы окислительного фосфорилирования, формирования макроэнергетических соединений, а следовательно, регуляцию термогенеза организма [3; 6]. При этом можно выделить два типа, две стратегические адаптации: гомеостатической и гомеокинетической [1], которые в реальном организме сочетаются в различных вариантах. Воздействие субэкстремальных и экстремальных факторов приводит организм на новый уровень функционирования, проявляя пластичность и подвижность, сохраняя при этом присущие ему инертность и устойчивость. Суммирование этих двух процессов должно приводить к постоянной флуктуации функциональных показателей – закономерному явлению, охарактеризованному еще Бауэром, как принцип неустойчивого равновесия [1]. В существующей литературе этот принцип при изучении адаптации чаще всего игнорируется и обсуждается, так сказать, «стратегический» путь перехода на новый уровень функционирования. Вместе с тем интерес представляет и поиск этой «стратегии», «тактика» приспособления. Цель настоящей работы – экспериментально выявить и оценить возможность изучения переходных процессов при адаптации организма к холоду у животных, в том числе с экспериментальным гипертиреозом.

МЕТОДИКА

Реакция организма изучались как функция единичного скачка температур. Эксперимент проводился на половозрелых беспородных крысах-самцах массой 250 - 350 г. Крыс фиксировали в специальной камере, ограничивающей их подвижность, температура в которой соответствовала заданной (I серия +5°C, интенсивное охлаждение; II серия +10°C, умеренное охлаждение; III серия +20°C, нормальная температура) и поддерживалась в течение всего опыта с точностью $\pm 0,5^\circ\text{C}$. Вторая часть эксперимента проводилась в тех же условиях на крысах с экспериментальным гипертиреозом. Он вырабатывался ежедневными инъекциями L-трийодтиронина в дозе 20 мкг/кг в течение 10 дней. Ответная реакция организма в первой и второй части эксперимента изучалась по динамике ректальной температуры. Она регистрировалась медицинским термометром ТПМ-1 через каждые 5 мин в продолжении 3 ч.

Полученные данные обрабатывались методами математической статистики. Для выявления характера перехода на новый уровень функционирования использовался анализ трендов и спектральный анализ [2].

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Анализ результатов, полученных в ходе эксперимента, показывает, что в динамике снижения ректальной температуры имеются определенные различия (рис.1,3). Во-первых, обращает на себя внимание, что исходная температура у гипертиреоидных крыс значительно превышает таковую у контрольных животных (табл. 1). Это не противоречит литературным данным о том, что тиреоидные гормоны активно участвуют в продуцировании

тепла организма [1; 7; 8], но вместе с тем вводит в эксперимент некоторый дополнительный фактор, который необходимо учитывать при сопоставлении данных.

Во-вторых, температура тела у всех животных снижается. В эксперименте с температурой равной 20°C (рис.3) это снижение незначительно (приблизительно 2,1°C в обеих группах) и начальная разница между контрольными и гипертиреоидными животными сохраняется на протяжении всех трех часов опыта. У животных, подвергавшихся умеренному и сильному охлаждению, снижение температуры тела не только статистически, но и с физиологической точки зрения весьма существенно (6,8-16,5°C). Динамика снижения температуры тела у контрольных и гипертиреоидных животных при умеренном и значительном охлаждении различается. Это различие проявляется в более высокой скорости ее снижения у животных контрольной группы. Кроме того, в серии со значительным охлаждением ($t = 5^\circ\text{C}$) в контрольной группе к концу 3-го часа опыта в живых осталось три особи, остальные погибли от переохлаждения. Среднее время летального исхода составило 2 ч. 33 мин. Среди гипертиреоидных животных к концу 3-го часа опыта погибло одно животное. Средняя скорость снижения температуры тела к концу 3-го часа эксперимента составляла в контрольной группе $6,9 \pm 1,1^\circ\text{C/ч}$, у тиреоидных животных $3,9 \pm 0,4^\circ\text{C/ч}$ (рис.1).

В условиях умеренного охлаждения (температура опыта 10°C) снижение температуры тела в обеих группах было менее значительным, но из-за более высокой скорости ее снижения в контрольной, ректальная температура у гипертиреоидных крыс была к концу третьего часа на 5,7°C выше ($P < 0,05$). Результаты анализа подтверждают данные литературы об участии тиреоидных гормонов в продуцировании «внутреннего тепла», однако не позволяют сделать заключение о протекании приспособительных процессов. В какой-то степени ответ на этот вопрос может дать анализ трендов и автокорреляция. Под трендом, в общем случае, понимают долговременную эволюционно изменяющуюся составляющую, долговременные циклические колебания, кратковременные циклические колебания [2]. На них накладываются случайные составляющие, вызванные влиянием неучитываемых внешних факторов. В нашем случае первые две составляющие из-за краткости эксперимента, видимо, не окажут на суммарный тренд существенного влияния, поэтому для расчетов использовали формулы полиномиального тренда при $k=1$, т.е. гипотезу линейного тренда, состоящую в примерно одинаковой в течение опыта скорости снижения температуры тела. Значения полученных оценок коэффициентов линейного тренда приведены в табл. 2. Из нее видно, что все коэффициенты линейного тренда при 1% уровне значимости отличаются от 0, т.е. тренд действительно имеет место. В опыте с температурой 20°C коэффициент хоть и статистически достоверен, но физиологически вряд ли значим. Вероятно, это связано с тем, что условия опыта практически не отличаются от условий содержания животных (23-24°C) и переход на новый уровень регуляции проходит без заметного напряжения функциональных резервов. Оценки коэффициента в условиях умеренного и значительного охлаждения примерно одинаковы и составляют около 0,3 у контрольных и примерно в два раза меньше у гипертиреоидных животных. Это можно интерпретировать как меньшее напряжение функциональной системы. При спектральном и автокорреляционном анализе выделены квазипериодические составляющие второго и более высоких порядков, что подтверждает гипотезу о колебательном характере перехода системы терморегуляции на новый уровень функционирования (рис.2,4).

ВЫВОД

1. Тиреоидные гормоны существенным образом повышают холодовую устойчивость белых крыс; подобный эффект сохраняется в широком диапазоне внешних температур.

2. Анализ коэффициентов линейного тренда имеет физиологический смысл только в условиях интенсивного и умеренного охлаждения, причем в обеих контрольных группах он выше. Выделенные квазипериодические составляющие второго порядка подтверждают гипотезу о колебательном характере перехода системы на новый уровень функционирования.

Таблица 1. Динамика ректальной температуры при различной интенсивности охлаждения у крыс контрольной и гипертиреоидной групп

Условия эксперимента	Время, мин						
	начало	30	60	90	120	150	180
t=5°C, контроль	38,3*	33,0*	29,8*	27,1*	25,9*	24,3*	21,8*
t=5°C, гипертир	39,3*	35,7*	33,8*	31,6*	29,8*	29,5*	27,8*
t=10°C, контроль	38,9	35,6	33,0	31,6*	30,2*	28,3*	27,5*
t=10°C, гипертир	39,6	35,2	33,2	32,8*	32,6*	31,9*	33,2*
t=20°C, контроль	38,2*	36,9*	35,9*	35,9*	36,2*	36,1*	36,1*
t=20°C, гипертир	39,4*	38,0*	37,4*	37,7*	37,2*	37,1*	37,3*

Примечания: * – различия статистически достоверны (P< 0,05)

Таблица 2. Оценка коэффициентов линейного тренда

Показатели	Условия эксперимента					
	t=5°C контроль	t=5°C	t=10°C контроль	t=10°C	t=20°C контроль	t=20°C
α_1	-0,29	-0,20	-0,30	-0,14	-0,05	-0,04
Критерий Стьюдента	27,1	24,4	29,8	6,8	5,9	4,8
Уровень значимости	p<0,01	p<0,01	p<0,01	p<0,01	p<0,01	p<0,01

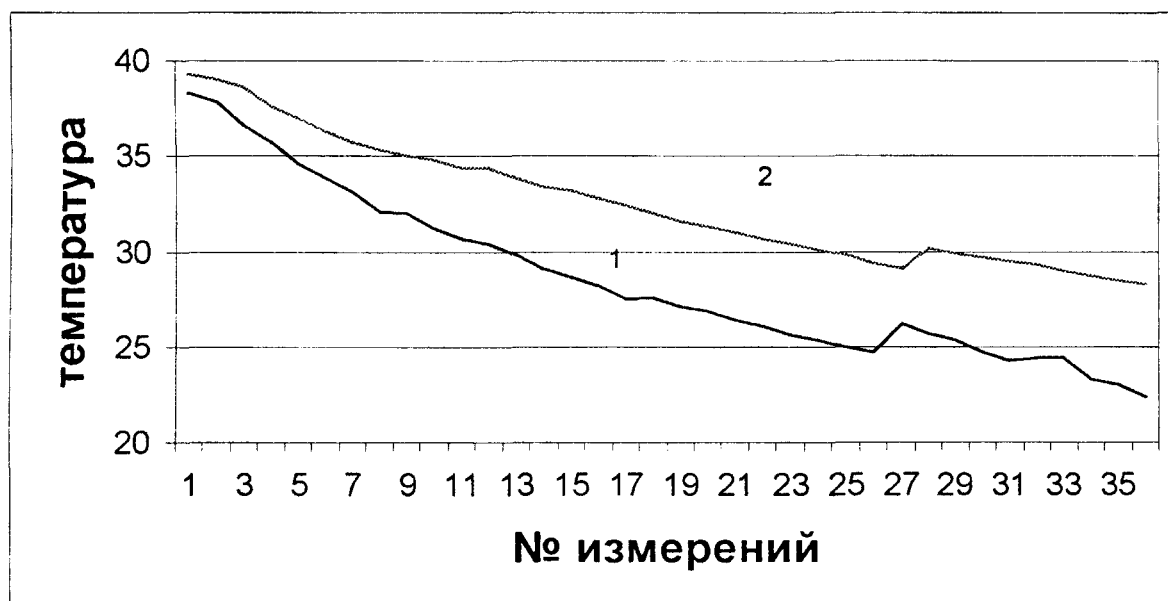


Рис. 1. Значение ректальной температуры у белых крыс контрольной (1) и гипертиреоидной (2) групп в динамике охлаждения при 5°C

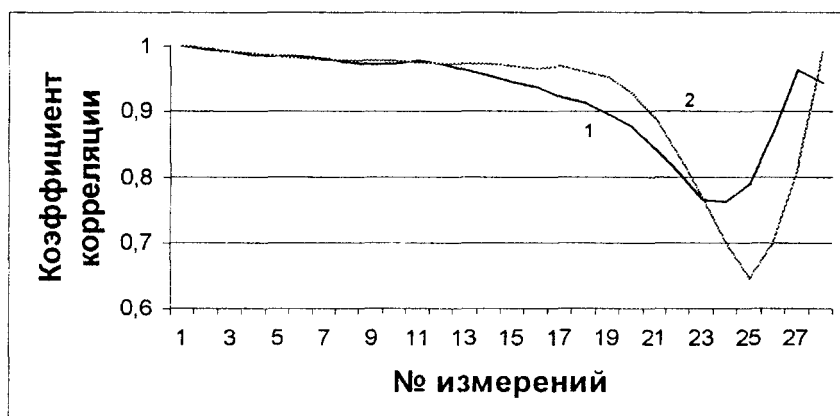


Рис.2. Значение коэффициент автокорреляции у белых крыс контрольной (1) и гипертиреотидной (2) групп в динамике охлаждения при 5°C

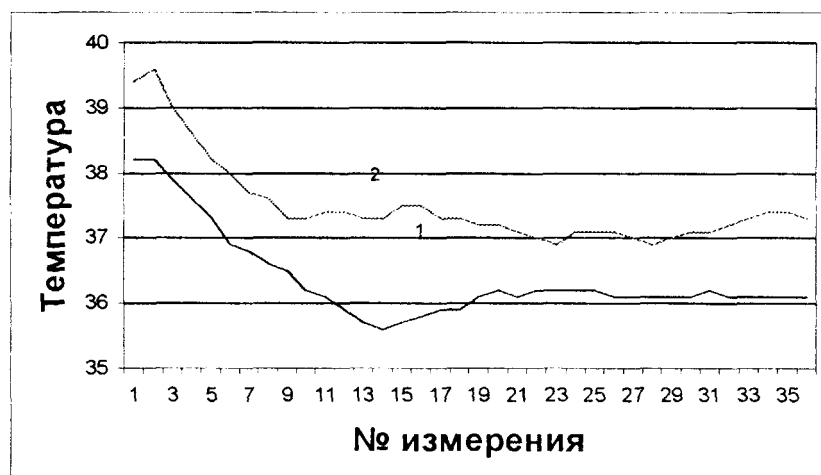


Рис.3. Значение ректальной температуры у белых крыс при контрольной (1) и гипертиреотидной (2) групп в динамике охлаждения при 20°C

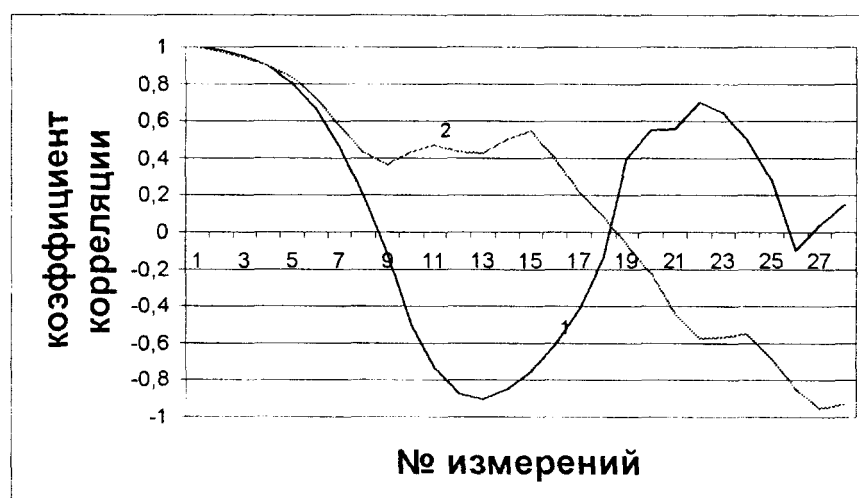


Рис.4. Значение коэффициента автокорреляции у белых крыс контрольной и гипертиреотидной (2) групп в динамике охлаждения при 20°C

РЕЗЮМЕ

В експериментах на 2-х групах білих щурів з різним тиреоїдним рівнем (еутиреоз, експериментальний гіпертиреоз) вивчався вплив зовнішніх температур (5; 10; 20°C) на холододову витривалість тварин.

При статистичній обробці матеріалів використовували аналіз коефіцієнтів лінійного тренду, автокореляційний та спектральний аналіз.

Показано, що тиреоїдні гормони суттєвим чином підвищують витривалість тварин до холоду. Виявлені квазіперіодичні складові другого порядку, що підтверджують гіпотезу про коливання системи, коли вона переходить на новий рівень функціонування.

SUMMARY

In experiments on two groups of white rats of different thyroids status (euthyrosis, experimental hyperthyrosis) the effect of different temperatures (5°C; 10°C; 20°C) on cold-resistance of animals has been studied. For statistical treatments of materials an analysis of coefficient of linear trends and spectral analysis have been used. It has been shown that thyroids hormone mainly raises the stability of the animals to effect of cold. It has been revealed the quasi-periodical components of the second order that confirm the hypothesis of oscillating nature of transition of the system on the new level of the functioning.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Иванов К.П., Основы энергетики организма. Теор. и практич. аспекты теплообмена и терморегуляции. – Л.: Наука, 1990. Т.1. – 350 с.
2. Колемаев В.А., Староверов О.В., Турундаевский В.Б. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высш. шк., 1991. – 399 с.
3. Маурисио Дакошта. Влияние адаптации к холоду, трийодтиронина и изопропиладrenalина на систему терморегуляции у белых крыс. Афтореф./ Симферополь. – 1996. – 19 с.
4. Майстрах Е.В. Физиология острого охлаждения организма // Физиология терморегуляции. – Л.: Наука, 1984. – С.181-218.
5. Соболев В.И. и др. Влияние адаптации к холоду и изопропилнорадреналина на установочную температуру тела у белых крыс // Физиол. журн. им. Сеченова. – 1994. – 80. – №5. – С.84-92.
6. Султанов Ф.Ф., Соболев В.И. Гормональные механизмы температурной адаптации. – Ашгабад, 1991. – С.5-7.
7. Султанов Ф.Ф. Особенности исследования темпов адаптаций в различных экологических условиях // Физиология человека. – 1992. – Т.2. – С.71-80.
8. Bruck K., Zeisberger E. Adaptiv changes in termoregulation and their neuropharmacological basis // Pharmacol. and Ther. – 1987. – 35, №1-2. – P.163-215.
9. Sobolev V.I. Thyroid control of thermoregulation // 5-th Meeting of Regional Thermoregulatory Group. 9th-10th May. Bechlingen, 1990. – P.20.

Надійшла до редакції 08.09.1998 р.

УДК 612-745-612.4

ВЛИЯНИЕ ТРИЙОДТИРОНИНА НА СТОЙКОСТЬ СЛЕДОВЫХ ЭФФЕКТОВ ХОЛОДОВОЙ АДАПТАЦИИ

Г.И. Чирва

Одной из важных проблем экологической физиологии является проблема адаптации организма человека и животных к неблагоприятным факторам среды, в частности к холоду. В последние годы выяснены основные механизмы, обеспечивающие формирование состояния адаптированности [1, 2, 4, 5]. Однако такой аспект обозначенной проблемы, как устойчивость сформировавшихся физиологических механизмов холодовой адаптации и влияние на них гормонального звена, остается все еще малоизученным.

В настоящей работе проведена оценка стойкости ряда физиологических следов холодовой адаптации и влияние на нее гормона трийодтиронина.

Материалы и методы. Эксперименты были проведены на 64 беспородных белых крысах-самцах возрастом 4 мес. массой около 250 г. Первоначально 48 животных адаптировались к холоду в камере при $+5^{\circ}\text{C}$ в течение 25 суток, после чего они были разделены на 3 группы. Крысы **1-й группы** (16 животных) подвергались исследованиям как адаптированные к холоду (**АХ**). Остальные две группы (вторая и третья) помещались на 15 суток в микроклиматическую камеру при температуре 30°C для изучения процесса дезадаптации и влияния на него трийодтиронина. **Второй группе** крыс (16 животных) вводился трийодтиронин (T_3) в физиологическом растворе в дозе 100 мкг/кг подкожно один раз в сутки на 2, 3, 4, 6, 8, 10, 12 и 14-е сутки дезадаптационного периода (**ДА**+ T_3). Крысы **3-й группы** (также 16 животных) «проходили» процесс 15-суточной дезадаптации без какого-либо фармакологического вмешательства (**ДА** – дезадаптация).

Наконец, животные **4-й группы** к холоду не адаптировались и служили контролем (**К** – контроль).

У животных всех четырех групп изучались следующие показатели: скорость потребления кислорода, измеренная в условиях термoneйтральной зоны; калоригенный (по приросту величины поглощения кислорода), термогенный (по приросту ректальной температуры) и хронотропный (по приросту частоты сердечных сокращений) эффекты β -адреноагониста изопропилнорадреналина (изадрин, 0.15 мг/кг внутримышечно); скорость охлаждения при -25°C . Для изучения морфологических следов у всех животных после окончания экспериментов определялась масса щитовидной железы, надпочечников, межлопаточной бурой жировой ткани, почек, сердца и печени. Все изучаемые показатели отражают состояния наиболее важных следов холодовой адаптации [1, 2, 4, 5].

Полученный цифровой материал обрабатывался общепринятыми методами математистики.

Результаты и их обсуждение. Многосуточная предварительная холодовая экспозиция при температуре 5°C , как и следовало ожидать, привела к формированию хорошо выраженных следовых эффектов (табл.1,2). Прежде всего об этом свидетельствует такой показатель, как скорость охлаждения при -25°C , которая была значительно ниже ($P<0.05$) у крыс 1-й группы (**АХ**, $0.2\pm 0.2^{\circ}\text{C}/\text{час}$), чем у контрольных животных ($4.8\pm 0.5^{\circ}\text{C}/\text{час}$). На это же указывает и возросший уровень общего обмена, калоригенный, термогенный и хронотропный эффекты β -адреномиметика изопропилнорадреналина (изадрина).

Что касается массы исследуемых тканей и органов (табл.2), то у животных, адаптированных к холоду, наблюдалась выраженная гипертрофия щитовидной железы, правого надпочечника, сердца, печени, почек и межлопаточной бурой жировой ткани. Все это свидетельствует, что 25-суточная холодовая экспозиция привела к развитию ярко выраженных следов холодовой адаптации. Эти результаты совпадают с данными, имеющимися в литературе [1, 2, 3 и др.].

После предварительной холодовой адаптации, как уже указывалось, животные

были разделены на две группы (вторую и третью) и помещались в камеру для дезадаптации при 15°C на 15 сут. Напомним, что 2-я группа животных в процессе дезадаптации получала дополнительно гормон трийодтиронин. Последующий анализ экспериментально материала показал, что в течение 15-суточного дезадаптационного периода произошло четкое угасание следов ранее выработанной холодовой адаптации. Так, скорость охлаждения при -25°C у животных ДА-группы возросла до $4.1 \pm 0.4^\circ\text{C}/\text{час}$, в то время как до периода дезадаптации составляла $0.2 \pm 0.1^\circ\text{C}/\text{час}$. Следовательно, значение данного показателя достигло уровня контроля, т.е. след полностью стирался.

Аналогичная картина наблюдалась и со стороны калоригенного и хронотропного эффекта в изопропилнорадреналина, уровня общего обмена, гипертрофии сердца и т.д. (табл.1,2, группа «ДА»).

Таким образом, через 15 суток пребывания ранее адаптированных к холоду животных в новых температурных условиях (15°C) все основные эффекты холодовой адаптации «long-term- типа» полностью стирались.

Введение в дезадаптационном периода гормона трийодтиронина (2-я группа) в значительной степени препятствовала процессу угасания адаптационных механизмов. Практически не «стирались» такие следы холодовой адаптации как холодовая устойчивость при экстремальном охлаждении, калоригенный, термогенный и хронотропный эффекты адреномиметика изопропилнорадреналина, а также гипертрофия ряда органов и тканей. Все это свидетельствует, что трийодтиронин поддерживает сохранность следов холодовой адаптации. Точками подобного действия гормона могут быть процессы трансформации энергии в калоригенно активных тканях [4], активность и концентрация ряда ферментов [1], изменения, наступающие в β -адренергическом процессе [4-7]. В результате поддерживались именно те механизмы, которые и сформировались в процессе холодовой адаптации.

Приведенные в настоящей работе данные позволяют сделать следующее заключение. Следовые эффекты холодовой адаптации «long-term» – типа обладают разной устойчивостью и практически полностью угасают после прекращения действия холода в течение 15 суток. Гормон щитовидной железы трийодтиронин, вводимый в процессе дезадаптационного периода, позволяет сохранить предварительно сформированные физиологические механизмы холодовой адаптации.

Таблица 1. Значения некоторых физиологических показателей у белых крыс после 15-суточной дезадаптации

Показатель	Адаптация к холоду (1-я группа, АХ)	Дезадаптация при 30 С с введением трийодтиронина (2-я группа, ДА+Т ₃)	Дезадаптация при 30 С (3-я группа, ДА)	Контрольная группа (К)
Скорость охлаждения при -25°C, °C/час	0.2 ± 0.1	1.5 ± 0.3	4.1 ± 0.4	4.8 ± 0.5
Потребление кислорода, мл/кг/мин:				
- исходное	20.0 ± 0.5	23.2 ± 0.4	12.6 ± 0.2	12.5 ± 0.3
- после введения изадрина	54.7 ± 1.4	57.1 ± 0.8	27.9 ± 0.5	28.8 ± 0.8
- прирост	$+34.7 \pm 1.4$	$+33.9 \pm 0.9$	$+15.3 \pm 0.4$	$+16.3 \pm 0.7$
Ректальная температура, °C:				
- исходная	36.8 ± 0.2	37.8 ± 0.1	36.6 ± 0.2	36.7 ± 0.2
- после введения изадрина	41.2 ± 0.2	41.6 ± 0.3	38.1 ± 0.2	39.3 ± 0.2
- прирост	$+4.4 \pm 0.2$	$+3.6 \pm 0.1$	$+1.5 \pm 0.2$	$+2.6 \pm 0.2$
Частота сердечных сокращений, уд/мин:				
- исходная	343 ± 6	380 ± 11	320 ± 5	332 ± 5
- после введения изадрина	567 ± 8	592 ± 7	476 ± 8	508 ± 9
- прирост	$+224 \pm 7$	$+212 \pm 9$	$+156 \pm 9$	$+156 \pm 7$

Таблица 2. Масса некоторых органов и тканей у белых крыс разных групп (мг/100 г массы тела)

Показатель	Адаптация к холоду (1-я группа, АХ)	Деадаптация при 30 °С с введением трийодтиронина (2-я группа, ДА+Т ₃)	Деадаптация при 30 °С (3-я группа, ДА)	Контрольная группа (К)
Щитовидная железа	13.2±0.5	7.2±0.8	9.3±0.4	9.7±0.4
Надпочечники:				
- левый	14.7±0.4	22.0±0.7	10.9±0.5	13.0±0.8
- правый	13.8±0.4	19.2±0.8	10.2±0.4	11.8±0.6
Почки:				
- левая	416±14	501±8	354±7	329±9
- правая	417±9	514±9	367±8	330±8
Бурая жировая ткань	326±13	476±18	313±5	141±15
Сердце	384±8	428±8	325±6	334±6
Печень	4226±94	5437±111	3326±97	3101±81

РЕЗЮМЕ

В экспериментах на білих щурах показано, що фізіологічні механізми холодової адаптації мають різну стійкість і практично повністю згасають на протязі 15 діб після припинення дії холоду. Гормон щитовидної залози трийодтиронін, який вводився в процесі деадаптаційного періоду, дозволяє зберегти раніше сформовані фізіологічні механізми холодової адаптації.

SUMMARY

The role of three-iodine-thyronine in extinguishing of trace-effects of the long-term cold adaptation was studied in rats. A possibility to control the process of the temperature disadaptation through administration on different hormonal drugs, was shown. Three-iodine-thyronine proved to be the most effective in the respect.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Иванов К.П. Основы энергетики организма: теоретические и практические аспекты. Том.1. Общая энергетика. Теплообмен и терморегуляция. – Л.: Наука, 1990. – 307 с.
2. Слоним А.Д. Эволюция терморегуляции. – Л.: Наука, 1986. – 76 с.
3. Слоним А.Д. Температура среды обитания и эволюция температурного гомеостаза // Физиол.терморегуляции. Руководство по физиологии. – Л.: Наука, 1984. –С.378-440.
4. Султанов Ф.Ф., В.И.Соболев Гормональные механизмы температурной адаптации. –Ашхабад: Ылым, 1991. – 216 с.
5. Sobolev V.I. Thyroid control of thermoregulation // 5th Meeting of Regional Thermoregulatory Group. 9th-10th May.Bechlingen, 1990. – P.20.
6. Sobolev V.I. Influence of alpha- and beta-adrenoblockers on the calorigenic effect of epinephrine in rats with experimental hyper- thyroidism // Neurosci. Behav. Physiol. 1981, 11, № 4. – P.389-391.
7. Sobolev V.I., Gaydarova E.V., Machsudov M.S., Merchelevich L. The role of thyroid hormones in thermoregulation // Life in cold environments: studies in applied and comparative physiology. Int.Symp. in Costamus, Karelia, Russian Fed., Oct.27-28,1992. Oulu:1992. – P.35.

Надійшла до редакції 14.08.1998 р.

УДК 595.423

СТРУКТУРА НАСЕЛЕНИЯ ПАНЦИРНЫХ КЛЕЩЕЙ (ACARIFORMES, ORIBATEI) КАЛЬЦЕФИТНОЙ СТЕПНОЙ КАТЕНЫ

А.Д.Штирц

Панцирные клещи, благодаря широкому распространению, высокой численности, видовому и экологическому разнообразию, быстрой реакции на изменение почвенно-растительных условий, зарекомендовали себя в качестве перспективной группы для проведения исследований, касающихся вопросов биоиндикации состояния окружающей среды [1].

Недостаточная изученность сообществ панцирных клещей степных биоценозов Донбасса определили выбор настоящего исследования. Основной целью работы является установление структуры населения орибатид степных биоценозов на примере кальцефитных степей окр. Станично-Луганского отделения Луганского государственного природного заповедника. В задачи исследования входило: изучить фаунистический состав комплексов панцирных клещей, установить основные биоценотические характеристики, такие как численность населения, удельное обилие отдельных видов, соотношение морфо-экологических групп и структуру доминирования панцирных клещей кальцефитной степной катены.

Станично-Луганское отделение (площадь 498 га) находится на левом берегу р. Северский Донец, в 30 км к северу от г. Луганска и в 7 км севернее ж.-д. ст. Кондрашевская Новая.

В конце апреля 1996 г. в окр. заповедника на участке кальцефитной степи мелового склона первой надпойменной террасы правого берега р. Северский Донец были отобраны пробы верхнего слоя почвы с подстилкой. На катене выделены 3 позиции: на вершине – элювиальная (Эль), в средней части склона – транзитная (Транс), у подножия – аккумулятивная (Ак). Пробы располагались по трансекте вдоль катены, среднее расстояние между пробами составляло 1 м. Всего обработано 45 проб (15-кратная повторность на каждой позиции катены), определено 45 видов панцирных клещей.

Для анализа структуры доминирования принята система Тишлера из Энгельманна [2] со следующими градациями: эудоминанты (Е) – >10%, доминанты (D) – >5%, субдоминанты (SD) – >2%, рецеденты (R) – >1% и субрецеденты (SR) – <1%. Для оценки биоразнообразия рассчитан индекс Шеннона (H') и индекс выровненности Пиелу (e) по стандартным формулам [3].

Одним из важнейших "организаторов" структуры экосистемы является рельеф. По геоморфологическому профилю изменяется не только влажность, но и практически все абиотические факторы, что дает возможность видовым популяциям распределяться по этому комплексному градиенту в соответствии со своими экологическими нишами. Последовательность экосистем от элювиальной (на плакоре) до аккумулятивной (депрессии) носит название катены [4].

Особым своеобразием характеризуется растительность меловых обнажений вдоль правого крутого берега Северского Донца. Число видов растений здесь довольно ограничено, проективное покрытие составляет 20-25%. На вершине степной катены полынь солянковидная (*Artemisia salsoloides*) создает заросли на плоских уступах, здесь же довольно обычны овсяница меловая (*Festuca cretacea*), качим высочайший

(*Gypsophila altissima*), володушка серповидная (*Bupleurum falcatum*). На склоне, по сыпучим осыпям, доминируют иссоп меловой (*Hyssopus cretacea*), норичник меловой (*Scrophularia cretacea*), полынь беловойлочная (*Artemisia hololeuca*), чабрец меловой (*Thymus cretacea*). У подножия преобладают левкой душистый (*Matthiola fragrans*), льнянка меловая (*Linaria cretacea*), подорожник солончаковый (*Plantago salsa*).

В результате анализа структуры сообщества панцирных клещей кальцефитной степной катены наблюдается четкая тенденция снижения биоразнообразия от элювиальной позиции к аккумулятивной (табл. 1). Население орибатид элювиальной экосистемы на плакоре характеризуется наивысшим видовым разнообразием (индекс Шеннона здесь достигает 2,88). В Ак-позиции индекс Шеннона минимален (1,41). Та же тенденция выражена в изменении индекса выровненности Пиелу. По катене этот показатель уменьшается от Эль-позиции (0,8) к Ак-позиции (0,52).

Средняя численность населения орибатид степной катены довольно высока (14000 экз./м²). Она, также как и видовое разнообразие, резко снижается при переходе от Эль-позиции (19840 экз./м²) к Транс-позиции (11440 экз./м²) и затем более плавно к Ак-позиции (10720 экз./м²).

Особенностью структуры доминирования панцирных клещей Эль-позиции является преобладание видов оппидного комплекса – *Multioppia glabra* и *Ramusella mihelcici* при относительно равномерном распределении малочисленных видов (реценденты + субреценденты), что свидетельствует о ненарушенности элювиальной экосистемы. Только здесь были обнаружены такие виды, как *Licnobelba alestensis*, *Belba rossica*, *Eremulus triglavensis*, *Eremaeus fossulatus*, *Doricranosus zachvatkini*, *Liacarus brevilamellatus*, *L. lencoranicus*, *Berniniella serratirostris*, *Oppiella nova*, *Suctobelbella alloenasuta*, *Ceratozetes minutissimus*, *Trichoribates trimaculatus* и *Parachipteria punctata*.

Структура доминирования орибатид Транс-позиции характеризуется нарастанием доли эудоминантов *M. glabra* и *R. mihelcici* и доминантов *Ceratozetoides cisalpinus*, *Liodes theleproctus* и *T. velatus* по отношению к малочисленным видам. Причем общее количество рецендентных и субрецендентных видов значительно уменьшается по сравнению с Эль-позицией (21 и 13 видов, соответственно). Только на Транс-позиции были обнаружены единичные особи *Hypochthonius luteus luteus*, *Perlohmanna coiffaiti*, *Camisia horrida*, *Hermanniella dolosa* и *Scutovertex minutus*.

Структура доминирования в сообществе орибатид аккумулятивной позиции уже далека от типичной для развитых экосистем, о чем свидетельствует и низкий уровень выровненности (0,52). Большую половину всех видов составляет эудоминант *Protoribates capucinus* (64,2%). Доминирующие позиции сохраняет также и *M. glabra*. Количество рецендентов и субрецендентов еще уменьшается и составляет всего 9 видов. Из редких видов, встречаемых только на Ак-позиции, можно отметить единичные особи *Euphthiracarus monodactylus*, *Lauropia neerlandica* и *Ceratozetes laticuspidatus*.

Анализируя структуру доминирования на катене в целом, можно отметить, что на всех трех позициях доминировали 2 вида: *M. glabra* и *P. capucinus*, отнесенные нами к эудоминантам, причем доминирование первого вида было максимальным в Эль-позиции, а второго – в Ак-позиции. Из двух доминантов – *Zygoribatula frisiae* и *R. mihelcici*, последний вид вообще не был обнаружен в Ак-позиции. Максимумы доминирования этих видов отмечены в Эль-позиции. Группы субдоминантов, рецендентов и субрецендентов составили, соответственно, 6, 8 и 27 видов (табл. 1).

Таблица 1. Видовой состав и индекс доминирования (%) панцирных клещей кальце-
фитной степной катены в окр. Станично-Луганского отделения заповедника

ВИД	Эль- позиция	Транс- позиция	Ак- позиция	Всего
1. <i>Hypochthonius luteus luteus</i> Oudms.		0,7		0,2 (SR)
2. <i>Liochthonius propinquus</i> Niedbala	0,4	1,4		0,6 (SR)
3. <i>Steganacarus</i> sp.	3,2	1,4		1,9 (R)
4. <i>Euphthiracarus monodactylus</i> (Willm.)			1,5	0,4 (SR)
5. <i>Rhysotritia ardua affinis</i> Sergienko	0,4		0,7	0,4 (SR)
6. <i>Perlohmannia coiffaiti</i> Grandjean		0,7		0,2 (SR)
7. <i>Camisia horrida</i> (Hermann)		0,7		0,2 (SR)
8. <i>Hermannia subglabra</i> Berlese	2,0	1,4		1,3 (R)
9. <i>Hermanniella dolosa</i> Grandjean		0,7		0,2 (SR)
10. <i>Hermanniella punctulata</i> Berlese	1,2	1,4		0,9 (SR)
11. <i>Liodes theleproctus</i> (Hermann)	0,4	7,0		2,1 (SD)
12. <i>Licnobelba alestensis</i> Grandjean	2,0			0,9 (SR)
13. <i>Belba rossica</i> B.-Z.	0,8			0,4 (SR)
14. <i>Metabelba pulverulenta</i> (C.L. Koch)	4,4	1,4	0,7	2,7 (SD)
15. <i>Eremaeus fossulatus</i> Kunst	4,8			2,3 (SD)
16. <i>Eremulus triglavensis</i> Tarman	0,4			0,2 (SR)
17. <i>Microzetorchestes emeryi</i> (Coggi)	4,0	4,2		3,0 (SD)
18. <i>Dorycranosus acutus</i> (Psch. - Walch.)	0,8	1,4		0,8 (SR)
19. <i>Dorycranosus splendens</i> (Coggi)	2,0	2,1	0,7	1,7 (R)
20. <i>Dorycranosus zachvatkini</i> (Kulijev)	0,4			0,2 (SR)
21. <i>Dorycranosus</i> sp.	0,8			0,4 (SR)
22. <i>Liacarus brevilamellatus</i> Mihelcic	0,8			0,4 (SR)
23. <i>Liacarus lencoranicus</i> Krivolutsky	0,8			0,4 (SR)
24. <i>Tectocephus velatus</i> (Michael)	1,6	8,4	0,7	3,2 (SD)
25. <i>Berniniella serratirostris</i> Golosova	1,2			0,6 (SR)
26. <i>Lauroppia neerlandica</i> (Oudemans)			0,7	0,2 (SR)
27. <i>Multioppia glabra</i> (Mihelcic)	22,6	26,6	11,9	20,9 (E)
28. <i>Multioppia laniseta</i> Moritz	0,8		5,2	1,7 (R)
29. <i>Oppiella nova</i> (Oudemans)	3,2			1,5 (R)
30. <i>Ramusella mihelcici</i> (Perez-Inigo)	14,9	1,4		7,4 (D)
31. <i>Suctobelbella alloenasuta</i> Moritz	0,4			0,2 (SR)
32. <i>Suctobelbella subcornigera</i> (Forssl.)	0,4		4,5	1,3 (R)
33. <i>Suctobelbella</i> sp.	4,0		3,0	2,7 (SD)
34. <i>Scutovertex minutus</i> (C.L. Koch)		0,7		0,2 (SR)
35. <i>Zygoribatula frisiae</i> (Oudemans)	9,3	8,4	0,7	6,8 (D)
36. <i>Protoribates capucinus</i> (Berlese)	4,8	21,0	64,2	24,4 (E)
37. <i>Scheloribates laevigatus</i> (C.L. Koch)	1,6		3,0	1,5 (R)
38. <i>Ceratozetes minutissimus</i> Willmann	0,4			0,2 (SR)
39. <i>Ceratozetes laticuspidatus</i> Menke			0,7	0,2 (SR)
40. <i>Ceratozetes</i> sp.			1,5	0,4 (SR)
41. <i>Ceratozetoides cisalpinus</i> Berlese	0,4	6,3		1,9 (SR)

42. <i>Trichoribates trimaculatus</i> (C.L.Koch)	0,4			0,2 (SR)
43. <i>Punctoribates minimus</i> Schaldybina	1,2	0,7		0,8 (SR)
44. <i>Oribatella quadricornuta</i> (Michael)	0,8	2,1		0,9 (SR)
45. <i>Parachipteria punctata</i> (Nicolet)	2,0			0,9 (SR)
Количество видов	36	22	15	45
Средняя плотность (экз./м ²)	19840	11440	10720	14000
Индекс Шеннона (H')	2,88	2,35	1,41	
Индекс выровненности Пиелу (e)	0,8	0,76	0,52	

Население орибатид степной катены представлено 12 морфо-экологическими типами (табл. 2). Ведущее место в комплексе орибатид Эль-позиции занимают обитатели мелких почвенных скважин (63,7%), где преобладает оппиоидный тип (62,5%). Обитатели поверхности почвы составляют 17,3%, причем здесь преобладают представители дамеоидного типа (7,6%). На долю неспециализированных форм приходится 13,7% общего количества панцирных клещей Эль-позиции. Распределение между вторично неспециализированными формами, куда относят орибатулоидный и тектоцефоидный типы, практически равномерное. Из обитателей толщи подстилки в незначительном количестве зарегистрированы представители ориботритиоидного типа.

Таблица 2. Морфо-экологические типы панцирных клещей кальцефитной степной катены окр. Станично-Луганского отделения заповедника

МОРФО-ЭКОЛОГИЧЕСКИЕ ТИПЫ	Эль-позиция	Транс-позиция	Ак-позиция
ОБИТАТЕЛИ ПОВЕРХНОСТИ ПОЧВЫ	17,3%	16,1%	0,7%
Галюмноидный	2,4%		
Карабодоидный	3,2%	3,5%	
Зеторхестоидный	4,0%	4,3%	
Дамеоидный	7,6%	8,5%	0,7%
ОБИТАТЕЛИ МЕЛКИХ ПОЧВЕННЫХ СКВАЖИН	63,7%	38,5%	26,1%
Оппиоидный	62,5%	37,8%	26,1%
Пункторибатоидный	1,2%	0,7%	
ГЛУБОКОПОЧВЕННЫЕ ФОРМЫ		0,7%	
Ломанниоидный		0,7%	
ОБИТАТЕЛИ ТОЛЩИ ПОДСТИЛКИ	5,3%	10,5%	3,7%
Нотроидный		0,7%	
Ориботритиоидный	5,3%	9,6%	3,6%
НЕСПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЕ ФОРМЫ	13,7%	34,2%	69,5%
Гипохтоноидный		0,7%	
Орибатулоидный	7,3%	3,5%	4,5%
Тектоцефоидный	6,5%	30%	65,2%

В почве обследованной Транс-позиции степной катены обнаружены представители 10 морфо-экологических типов. Комплекс орибатид здесь характеризуется снижением доли обитателей мелких почвенных скважин (38,5%), по сравнению с Эль-позицией, в основном за счет представителей оппиоидного типа, и возрастание доли

вторично неспециализированных форм до 34,2% за счет представителей тектоцефоидного типа. Несколько снизилась также и доля обитателей поверхности почвы (до 16,1%), исчезли представители галюмноидного типа. Только на Транс-позиции зарегистрированы представители ломанниоидного типа из глубокопочвенных форм.

Население панцирных клещей Ак-позиции представлено только 5 морфо-экологическими типами. Ведущее место здесь занимают представители вторично неспециализированных форм (69,5%), численность которых постепенно возрастает при переходе от Эль- к Ак-позиции. В этой группе преобладает тектоцефоидный тип, представители которого составляют 65,2% общего количества панцирных клещей Ак-позиции. Прямо пропорционально возрастанию численности вторично неспециализированных форм от Эль- к Ак-позиции, снижается численность обитателей мелких почвенных скважин, доля которых в Ак-позиции составляет 26,1%. Численность обитателей поверхности почвы и толщи подстилки очень незначительна (табл. 2).

Подводя итог, следует отметить, что полученные результаты являются "временным срезом" распределения видов на катене, которое может варьировать в течение года. Катенный принцип рассмотрения материала еще раз доказывает, какое большое влияние на сообщество панцирных клещей оказывает рельеф.

РЕЗЮМЕ

Розглянута структура населення орібатид кальцефітного степу ок. Станічно-Луганського відділення Луганського державного природного заповідника. Встановлені основні біоценотичні характеристики комплексів панцирних кліщів кальцефітної степової катени: чисельність населення, структура та характер домінування окремих видів, співвідношення морфо-екологічних груп.

SUMMARY

The structure of inhabitants of chalk steppes of Stanichno-Lugansky division of Lugansk State Nature Reserve is observed. The main biocenotic characters of oribatid complexes, such as a population size, a domination structure and morphoecological groups ratio, changing a size and a specific composition of oribatids of a chalk steppe catena, are established.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Матвеев А. А. Фаунистические комплексы панцирных клещей Белорусского Полесья и их изменение под влиянием антропогенных факторов: Автореф. дис. ... канд. биол. наук. – К., 1990. – 19 с.
2. Engelmann H.-D. Zur Dominanzklassifizierung von Bodenartropoden // Pedobiologia. – 1978. – Bd. 18, Hf. 5/6. – S. 378-380.
3. Одум Ю. Экология. Т. 2. – М.: Мир, 1986. – 376 с.
4. Мордкович В. Г., Шатохина Н. Г., Титлянова А. А. Степные катены. – Новосибирск: Наука, 1985. – 115 с.

Надійшла до редакції 25.08.1998 р.

ЕКОЛОГІЯ І ТЕХНОГЕННА БЕЗПЕКА

УДК 628.350

ПРИМЕНЕНИЕ БИОЛОГИЧЕСКОГО МЕТОДА ДЛЯ УТИЛИЗАЦИИ АЗОТА В СТОЧНЫХ ВОДАХ КОКСОХИМИЧЕСКИХ ПРЕДПРИЯТИЙ

А.Б.Ступин, М.В.Бескровная, В.И.Нездойминов

Одной из основных проблем в очистке сточных вод коксохимических заводов является удаление неорганических соединений азота. Биологическое окисление ионов аммония осуществляется в две стадии: окисление (нитрификация) и восстановление (денитрификация). Для интенсификации таких процессов в биореакторах предлагается использовать метод многоступенчатой биологической очистки иммобилизованными микроорганизмами с применением специальных носителей (ершей).

Цель данной работы – установление кинетических и технологических параметров опытно-промышленной установки с использованием ершей в качестве иммобилизаторов.

Содержание активной биомассы определяли фотоэлектроколориметрическим методом [1]. Посевным материалом служила накопительная культура нитрификаторов шламонакопителя Ясиновского коксохимического завода (ЯКХЗ). Содержание NH_4^+ , NO_2^- и NO_3^- определяли по общепринятым методикам [2].

Для определения кинетических и технологических параметров применялась опытно-промышленная установка, которая состоит из двух ступеней – нитрификации и денитрификации. Схема установки представлена на рис. 1. Каждая ступень включает биореактор, вертикальный отстойник, емкость для возвратного активного ила. Биореактор-нитрификатор оборудован тканевой системой аэрации и заполнен ершовой волокнистой насадкой для закрепления нитрифицирующих микроорганизмов. Биореактор-денитрификатор оборудован мешалкой для поддержания активного ила во взвешенном состоянии. Вертикальные отстойники служили для отстаивания и возврата активного ила в соответствующий биореактор.

Объем каждого биореактора составлял 500 л, а вертикального отстойника – 100 л (включая зону накопления осадков). Скорость вращения мешалки составляла 60-70 об.мин. Количество биомассы в биореакторе-нитрификаторе составляло 1.7÷1.9 г/л, а в биореакторе-денитрификаторе – 1.4÷1.8 г/л.

Нитрифицирующие микроорганизмы по типу питания относятся к автотрофным микроорганизмам, использующим неорганический углерод для конструктивного и энергетического метаболизма. Поэтому при выборе источника питания для процесса нитрификации исходили из того, что реагент должен содержать повышенные количества ионов HCO_3^- , CO_3^{2-} , CO_2 . В качестве источника неорганического углерода использовали чистые продукты: пищевую соду – NaHCO_3 и кальцинированную – Na_2CO_3 . При проведении опытно-промышленных испытаний при добавлении соды ориентировались на данные по скорости окисления аммонийного азота, которая составляла в лабораторных условиях 5÷10 мг N – NH_4^+ /г беззольного вещества в час при содержании аммония в обрабатываемой воде 300÷600 мг/л.

Сложность процесса денитрификации для сточных вод коксохимического производства состоит в том, что нитратный азот появляется только в процессе нитрификации, и поэтому процесс денитрификации требует специальной добавки для питания микрофлоры. Микробиологический анализ активного ила шламонакопителей ЯКХЗ показал наличие автотрофной и гетеротрофной микрофлоры. Поэтому проверялась возможность использования органических и неорганических веществ для процесса денитрификации. В табл. 1 приведены показатели гетеротрофной и автотрофной денитрификации.

Рис. 1. ОПЫТНО - ПРОМЫШЛЕННАЯ УСТАНОВКА ПО БИО-ЛОГИЧЕСКОМУ УДАЛЕНИЮ АЗОТА

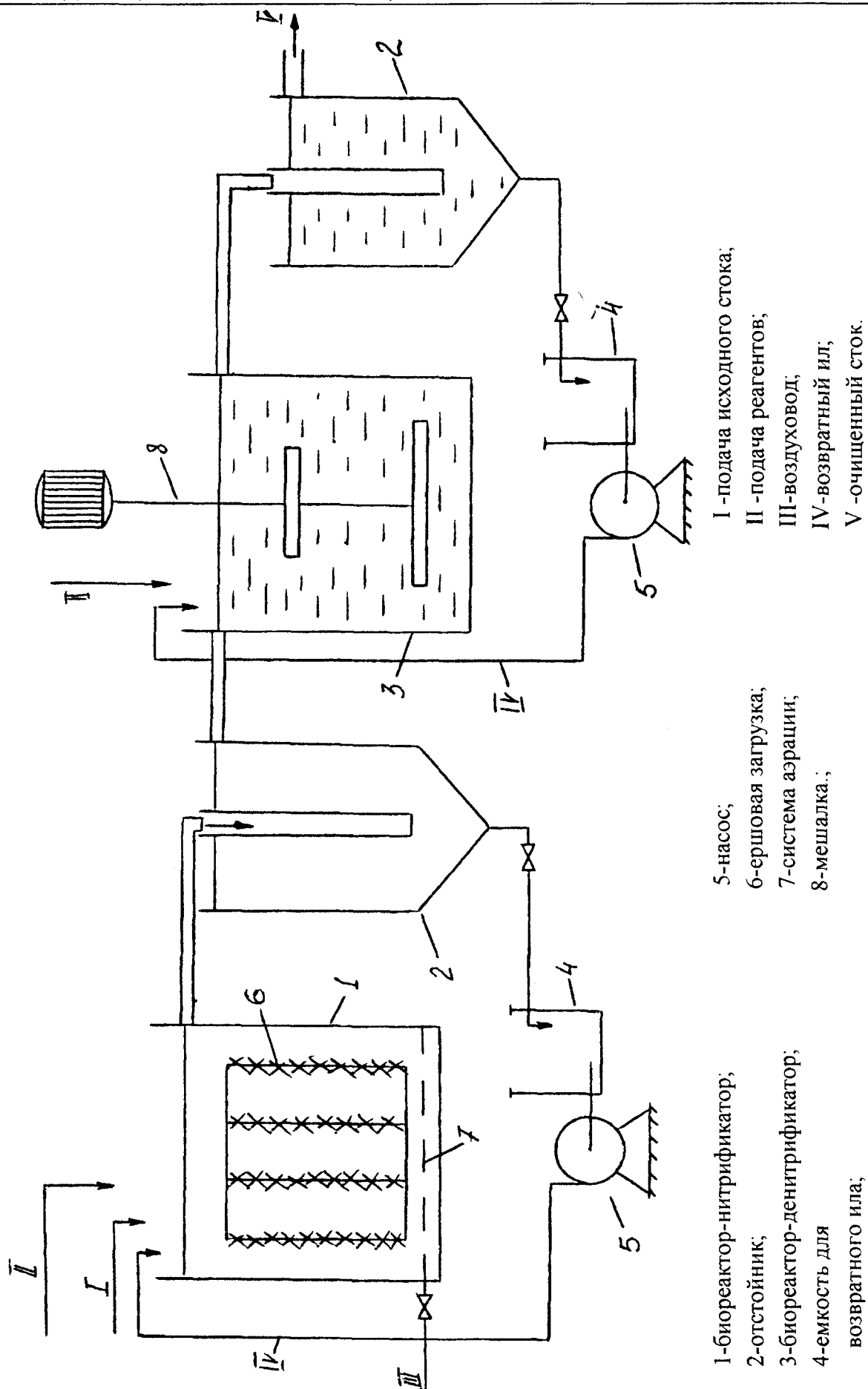


Таблица 1

Источник питания	Доза мг в-ва мг NO_3^-	Скорость восстановлен. мг NO_3^- г без. в-ва ч
Глюкоза	4	57 ÷ 65
Фенол	0.3	15 ÷ 20
$\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$	1.15	25 ÷ 30
S^-	0.57	30 ÷ 35
CNS^-	0.8	25 ÷ 30

Из таблицы следует, что наибольшая скорость восстановления нитратов достигается при использовании в качестве органического углерода – глюкозы, но ее содержание достаточно высоко и составляет 4 мг/мг NO_3^- . Так как значительные количества фенола находясь в самой сточной воде, то именно его следует признать наиболее приемлемым источником питания для денитрификации. При этом содержание фенолов должно составлять не менее 400 мг/л.

Вначале опытно-промышленная установка работала в контактном режиме для наращивания нитрифицирующей биомассы. При достижении в биореакторе-нитрификаторе содержания нитратов 350 мг/л опытно-промышленная установка была переведена в проточный режим работы. В первые дни работы установки в этом режиме содержание нитратов резко понизилось до 60 мг/л, а затем в течение последующих 10 дней постепенно возросло на выходе до 230÷280 мг/л. После этого нитрифицированный сток направляли в биореактор-денитрификатор. Туда же дозировали исходный фенолсодержащий сток.

Во время работы установки контролировали следующие параметры: расход стока, pH, содержание аммонийного, нитритного и нитратного азота, содержание активной биомассы, щелочность. Полученные результаты приведены в табл.2.

Из табл.2 видно, что исходная концентрация азота аммонийного влияет на удельные скорости его окисления и восстановления. Так, при концентрациях NH_4^+ до 600 мг/л скорость окисления составила 5 мг/л час, а свыше 1200 мг/л – 1.7 мг/л час, т.е. высокое содержание аммония резко ингибирует скорость его окисления. Сравнение скоростей окисления аммония в опытно-промышленной установке со скоростью окисления в лабораторных условиях показало, что увеличение концентрации аммонийного азота до 1200 мг/л уменьшает скорость его окисления более, чем в 3 раза.

Таким образом, одноступенчатая нитрификация и денитрификация позволяют удалить из системы 150÷200 мг/л аммонийного азота.

Результаты проведенных исследований показали перспективность биологического метода утилизации азота в сточных водах коксохимических предприятий с использованием ершей в качестве иммобилизатора. Полученные данные предлагается использовать для усовершенствования технологической схемы очистки сточных вод Ясиновского коксохимического завода, которая должна включать в себя несколько ступеней биореакторов в зависимости от содержания аммонийного азота.

Таблиця 2

Точки Отбора Проб	NH_4^+ мг/л	NO_2^- мг/л	NO_3^- мг/л	Содержа- ние активной биомассы, г	Скорость Окисле- ния $\frac{\text{мг NH}_4^+}{\text{г-акт.биом.}}$	Скорость восста- нов. $\frac{\text{мг NH}_3^-}{\text{г-акт.биом.}}$	Доза по- треб- ления щелочи $\frac{\text{мг CO}_3^{2-}}{\text{мг окис-лен.}}$	pH	Расход стока л/ч
Вход	1210	30	85					8.5	16
После I ступени	960	40	210	1.79	2.48		2.8	8.9	16
После II ступени	920	35	135	1.4		1.88		8.8	18
Вход	1300	35	110					8.9	17.5
После I ступени	1200	10	190	1.79	1.6		2.5	9.2	17.5
После II ступени	1170	5.5	125	1.4		1.86		9.1	20
Вход	790	15	80					6.9	20
После I ступени	690	250	350	1.91	5.65		6.5	7.9	20
После II ступени	590	160	100	1.83		6.28		7.7	23
Вход	700	4	3.0					7.4	22
После I ступени	530	130	310	1.91	5.86		6.7	8.4	22
После II ступени	560	40	80	1.83		6.28		8.3	25
Вход	800	1.5	80					7.9	20
После I ступени	550	60	290	1.91	4.84		6.1	8.9	20
После II ступени	690	15	100	1.83		4.8		8.7	23

РЕЗЮМЕ

Для экстремального за умовами існування екотопу (шламонакопичувача Ясинівського коксохімічного заводу) визначали кінетичні і технологічні параметри дослідно-промислової установки, яка складається з двох ступенів – нітрифікації і денітрифікації. Виходячи з отриманих даних, пропонується удосконалити технологічну схему очистки стічних вод даного підприємства від неорганічних сполук азоту. Показано, що вона повинна містити в собі декілька ступенів біореакторів в залежності від вмісту амонійного азоту.

SUMMARY

The kinetic and technological parameters of Research Industrial settler were singled out for extreme ecotype with extreme conditions of its existence. The process consists of 2(two) stages – nitrification and denitrification. According to received data, it's proposed to improve a technological scheme of purification from nonorganic nitrogen of the waste waters at the enterprise. It's shown that it contain several steps of bioreactors, depending on the contents of ammonium nitrogen.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Методы общей бактериологии / Под ред. Ф.Герхардта. – М.: Мир, 1983. – Т.1 – 536 с.; 1984. – Т.3 – 264 с.
2. Лурье Ю.Ю. Аналитическая химия промышленных сточных вод. – М.: Химия, 1984. – 448 с.

Надійшла до редакції 01.09.1998 р.

УДК 622.621.928.8

МАГНИТНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ПИЩЕВОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ И МЕДИЦИНЕ И ЭКОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ

С.В.Горобец

На современном этапе магнитные технологии, наряду с такими областями как экология и вычислительная техника, имеют отношение ко всем областям деятельности человека. Невозможно представить себе развитие какой-либо современной отрасли без учета экологических аспектов, т.е. экология объединяет все отрасли с целью решения проблемы оптимального сосуществования окружающей среды и человека. Так же невозможно представить себе отрасль человеческой деятельности, где бы не использовалось магнитное либо электромагнитное поле (МП либо ЭМП). При этом, как было отмечено в работе [1], МП в деятельности человека может быть рассмотрено в двух аспектах:

1. Использование магнитных полей в технике, где, с точки зрения экологии, МП является объектом для изучения его соответствия экологическим требованиям.

2. Использование магнитных полей как средства для решения экологических проблем.

Магнитные технологии, как средство для решения экологических проблем, применяются в следующих отраслях:

- машиностроении – очистка рабочих жидкостей гидрооборудования, очистка смазочноохлаждающих жидкостей станков с ЧПУ, использование магнитных жидкостей в качестве смазки и т.д.;

- химической промышленности – очистка жидкого аммиака при производстве азотной кислоты;

- энергетике - очистка вод котельных агрегатов тепловых электростанций, очистка вод атомных станций;

- металлургической промышленности – очистка оборотных вод, очистка доменных газов и т.д.;

- водоснабжении – очистка и обеззараживание питьевой воды, особенно подземных вод;

- очистке сточных вод;

- пищевой промышленности – очистка сыпучих и жидких пищевых продуктов, повышение сроков хранения пищевых продуктов, интенсификация технологических циклов приготовления продуктов;

- медицине и фармакологии – очистка и сепарация крови, лекарственных препаратов, заданный транспорт лекарств в организме человека, лечение бактериальных заболеваний комбинированным действием магнитных полей и химиотерапевтических препаратов, в диагностике заболеваний и т.п.

Как и в других областях промышленности, магнитные технологии получили широкое распространение в пищевой промышленности, где МП используется, с одной стороны, традиционно – для очистки сыпучих сред (сахарная, кондитерская промышленность [2]), жидких сред (производство вина, соков [3]) от загрязняющих примесей, очистки воды, используемой в производстве пищевых продуктов и т.п.; а с другой стороны, для пищевой промышленности характерно специфическое использование магнитных технологий для увеличения сроков хранения продукции и для интенсификации технологических циклов приготовления пищевых продуктов;

Большинство современных методов обработки пищевых продуктов с целью де-

за активации микроорганизмов, коренным образом изменяют природу продуктов. Так, традиционная термическая обработка (пастеризация и стерилизация) приводит к денатурации белков, разрушению ферментов и витаминов. Использование же для сохранения продуктов химических консервантов имеет негативное влияние, как на качество продуктов, так и на здоровье людей.

Перспективным методом обработки пищевых продуктов с целью повышения сроков хранения есть обработка их в импульсных магнитных полях.

Исследования показали [4], что основными преимуществами магнитно-импульсной обработки жидких продуктов есть:

- полное сохранение пищевых и вкусовых особенностей продуктов;
- экологичность – за счет исключения или уменьшения применения химических консервантов;
- универсальность, которая позволяет применить их в самых разных технологических процессах;
- относительная простота аппаратного оформления и обслуживания.

Но необходимо подчеркнуть, что природа влияния МП на микроорганизмы еще не раскрыта, и применение технологии магнитно-импульсной обработки пищевых продуктов базируется в основном на экспериментальных данных.

Это же касается и использования магнитных технологий для интенсификации технологических циклов приготовления пищевых продуктов. Так, в работах [5,6] отмечается положительное влияние на рост и развитие дрожжевых клеток магнитного поля, в работе [7] показано, что постоянные магнитные поля и переменные магнитные поля являются одним из способов активизации биохимических свойств молочнокислых бактерий, в частности их кислотообразующей способности.

Анализ литературы по использованию МП в пищевой промышленности, медицине, технике, биологии, сельском хозяйстве и других отраслях показал, что эффективность работы всех устройств, использующих магнитные поля для очистки (сепарации) и обработки рабочих сред (газообразных, жидких, сыпучих) имеет одну отправную точку – степень воздействия магнитных полей непосредственно на микрообъекты либо на микрообъекты, которые находятся в обрабатываемой магнитным полем рабочей среде. Микрообъекты могут быть органического или неорганического происхождения, а так же микроорганизмы – бактерии, клетки, грибы, вирусы и т.п.

Степень отклика всех этих микрообъектов на воздействие магнитных полей различной природы (постоянных, переменных, импульсных, высокоградиентных) зависит:

- от характеристик самого магнитного поля;
- характеристик обрабатываемых рабочих сред (магнитной восприимчивости, вязкости, температуры);
- характеристик микрообъектов (магнитной восприимчивости, дисперсности, формы);
- времени воздействия.

Для микроорганизмов к этим зависимостям добавляются следующие:

- строение микроорганизмов, размеры, форма;
- химическая активность;
- способность поглощать ионы металлов, т.е. изменять свою магнитную восприимчивость;
- способность некоторых бактерий к внутриклеточному или внеклеточному магнетитообразованию.

Наибольшее использование в технологии очистки (сепарации) рабочих сред в

разных областях получили магнитные фильтры с ферромагнитными высокоградиентными насадками, такими, как ферромагнитные шариковые насадки, порошки, стружки, сетки, магнитные жидкости; и это относится ко всем областям [8,9]. Обусловлено это тем, что высокоградиентное магнитное поле (ВГМП) на несколько порядков больше по силе влияния в отличие от постоянного МП [9]. Так, создание постоянного МП или импульсного МП такого же порядка, что и ВГМП, потребует больших затрат электроэнергии или использования дорогих материалов для создания мощных постоянных магнитов. С целью изучения отклика отдельных микрообъектов различной природы на высокоградиентное магнитное поле создана установка [10] для визуализации и исследования механизма взаимодействия слабомагнитных частиц с отдельной ферромагнитной частицей, с элементом высокоградиентной насадки или с самой ферромагнитной насадкой. Эта установка позволяет непосредственно наблюдать зависимость эффективности улавливания (эффективности отклика) слабомагнитных микрообъектов различной природы от величины внешнего магнитного поля, магнитных характеристик и дисперсности самих микрообъектов, параметров рабочей жидкости и характеристик улавливающей ферромагнитной насадки. При этом речь идет об изучении отклика именно слабомагнитных микрообъектов в связи с тем, что многочисленные исследования показали [8, 9,11], что ферромагнитные частицы легко улавливаются магнитными фильтрами, но улавливание слабомагнитных объектов (пара- и диамагнитных) требует дальнейшего изучения, развития и обобщения уже имеющихся результатов, полученных в различных отраслях. Особенно это относится, как было отмечено выше, к микроорганизмам, которые являются диа- и парамагнетиками.

Перспективность использования магнитных технологий в различных отраслях, в том числе в пищевой промышленности и медицине [4,11], делает особенно актуальными работы в области повышения эффективности отклика микрообъектов на воздействие магнитных полей, которые на современном этапе ведутся в следующих направлениях:

1. Увеличение напряженности внешнего магнитного поля, в т.ч. использование сверхпроводящих магнитов.
2. Увеличение градиента магнитного поля, создаваемого вокруг ферромагнитных насадок.
3. Новые технологии создания ферромагнитных высокоградиентных насадок для повышения эффективности фильтрации и сепарации микрообъектов из рабочих сред.
4. Изменение магнитных свойств микрообъектов.

Рассмотрим эти направления подробнее:

1. Существенное увеличение величины внешнего магнитного поля для постоянных магнитов связано с большими материальными затратами, для электромагнитов имеется технический предел в связи с перегревом, а использование сверхпроводящих магнитов [12] связано с большими материальными затратами.
2. Увеличение градиента магнитного поля, создаваемого вокруг ферромагнитных насадок возможно за счет уменьшения размеров насадок, что имеет технический предел. Перспективным в этом направлении является создание многоуровневых ферромагнитных насадок [13].
3. В работах [14,15] изложены новые подходы создания ферромагнитных высокоградиентных насадок, которые позволяют создавать ферромагнитные насадки с заданными параметрами: периодичной структурой насадки, с заданным расстоянием между элементами насадки (кластерами) и заданными размерами кластеров (диаметром и высотой). Это позволит сепарировать или отфильтровывать микрообъекты с заранее заданными характеристиками.

Интересным направлением является изменение магнитных свойств веществ. С этой

целью в технике недавно началось использование резонансной лазерной обработки веществ [16]. Лазер оказался удобным инструментом для ввода в атом необходимого количества энергии (часто в виде двух-трех фотонов). Атом с избыточной потенциальной энергией (возбужденный или ионизованный) имеет свойства, отличающие его от атома в нормальном состоянии (химическое сродство, поведение в электромагнитном поле). Благодаря этим отличиям атомы и молекулы, получившие избыточную энергию от лазера, могут быть выделены из общей массы вещества за счет связывания их химической реакцией с другими веществами или удалены электрическими или магнитными полями. Резонансное оптическое воздействие лазерным излучением применимо для многих элементов периодической таблицы, энергетически эффективно и хорошо управляемо.

Возможно изменение магнитных свойств микрообъектов посредством химических реакций. Так, анализ литературы показал, что большинство бактерий поглощают железо в виде Fe^{2+} или Fe^{3+} , тем самым увеличивая их магнитную восприимчивость. Кроме того, обнаружен класс бактерий, которые способны продуцировать магнетит как внутриклеточный, так и внеклеточный [17,18]. К этим бактериям применяется термин «магнитные бактерии». Магнетит содержится в бактериях в виде кристаллических образований, заключенных в оболочку. Эти образования называются магнетосомами. Количество и строение магнетосом зависит от видовой спецификации бактерий. Считается, что магнетосомы служат для ориентации бактерий в геомагнитном поле Земли. Но если учесть, что строение, структура и размер магнетосом имеет существенное отличие в зависимости от вида бактерий, то можно предположить, что магнетосомы могут служить катализаторами в химических реакциях, протекающих в бактериях, так как сам магнетит является сильным катализатором в химических реакциях. От строения магнетосом бактерий, безусловно, зависят их магнитные характеристики. «Магнитные бактерии» обнаружены в водах рек, озер, морей. Строение магнетосом бактерий интенсивно изучается на современном этапе химиками и биологами. По мнению автора, исследование разницы влияния высокоградиентного магнитного поля на бактерии в зависимости от строения их магнетосом позволит предсказать влияние на эти бактерии магнитных полей другой природы, например импульсных полей, которые применяются для увеличения сроков хранения пищевых продуктов.

Таким образом, появление технологий увеличения магнитных свойств веществ, возможность искусственного увеличения магнитных свойств бактерий, выявление класса «магнитных бактерий» делают возможным дальнейшее расширение использования магнитных технологий для обработки рабочих сред, содержащих микроорганизмы.

В заключение можно сказать, что анализ литературы по использованию магнитных технологий в различных отраслях показал, что наиболее интенсивно ведутся работы по созданию устройств с высокоградиентными магнитными насадками, создающими высокоградиентное МП. Исследование степени влияния высокоградиентного МП на различные микрообъекты с учетом их собственных магнитных свойств, возможного изменения их магнитных свойств, разницы в строении микроорганизмов и сравнение с влиянием на эти микрообъекты магнитного поля другой природы позволит заложить фундамент разработки эмпирических и теоретических основ влияния магнитных полей разной природы на микрообъекты различной природы, что важно как для пищевой, так и для других отраслей.

РЕЗЮМЕ

У роботі подано літературний огляд використання магнітних технологій у харчовій промисловості та медицині, проаналізовано можливі шляхи підвищення відгуку мікрооб'єктів, у тому числі мікроорганізмів, на вплив магнітного поля. Позначені шляхи, які сприяють найбільш широкому використанню магнітних технологій у харчовій та інших галузях.

SUMMARY

Literature review on using of magnetic technology in food industry and medicine is carried out in the work; possible ways are analyzed of increasing the response of micro-objects, including microorganisms, on magnetic field. The ways are planned to promote wider using of magnetic technologies in food and other branches.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Горобец С.В. Магнітні технології та екологія // Міжнародна наук.-практ. конф. «Гуманітарна освіта: фактор світової інтеграції». – Чернівці, 1997. – С.298-301.
2. Ertez magnetic filter futher reduce contamination risks // Kennedy's Confect. – 1996. – 3. – №5. – С.29.
3. Влияние магнитного поля на качество вина / Джон Вейган и др. // Physics. – 1993. – 22. – №6. – С.359-360.
4. Гулый И.С., Украинец А.И., Мыколив И.М., Дебелинский С.Н., Билинчук Н.Л., Дашковский Ю.А. / Способы увеличения сроков хранения жидких пищевых продуктов // Деп. УкрНИИТИ Госплана Украины, 1991. – 32 с.
5. Повышение активности хлебопекарных дрожжей обработкой их в магнитном поле / Ю.Ю.Ильина, И.Н.Потапова // Матер. научной конф. мол. ученых, аспирантов и студентов. – Воронеж. гос. технол. академия. – Воронеж, 1995. – С.71-72.
6. Применение магнитного поля в пищевых производствах / Э.С.Насретдинов, К.Х.Мажидов, Р.Б.Рахимов // Хранение и переработка сельхозсырья. – 1997. – №7. – С.47-48.
7. Алавердян С.Н. Влияние магнитного поля на фазы роста и кислотообразующую способность молочно-кислых бактерий // Микробиология. – 1996. – 65. – №2. – С.241-244.
8. Радовенчик В.М., Шутько А.П., Гомеля Н.Д. Водоочистка с использованием магнитных полей // Химия и технология воды. – 1995. – Т.17. – №3. – С.274-295.
9. Сандуляк А.В. Очистка жидкостей в магнитном поле. – Львов: Вища школа, 1984. – 167 с.
10. Горобец С.В., Пименов Ю.Н. Установка для визуализации и исследования эффективности работы высокоградиентной ферромагнитной насадки // Наука производство. – 1998. – №4. – С.28-31.
11. Плявинь Ю.А., Блум Э.Я Магнитные свойства и пара- и диамагнитный фторез клеток крови при высокоградиентной магнитной сепарации // Магнитная гидродинамика. – 1983. – №4. – С.3-14.
12. Effect of high magnetic field on microbial growth / Shoda Manato // I.Radrat.Res. – 1995. – 36. – №4. – P. 282.
13. Горобец С.В. Совершенствование магнитных фильтров на основе использования нового фильтрующего элемента // Известия ВУЗов: Машиностроение. – 1992. – №4-6. – С.54-57.
14. The influence of magnetic field on the ordering the structure in two-dimensional system of magnetic particles / Gorobets Yu.I., Gorobets S.V., Melnichuk I.A. // 40th Annual Conf. MMM/ – Philadelphia, 1995. – FR-19.
15. Горобец С.В., Мельничук И.А. Устойчивые упорядоченные структуры магнитных частиц на поверхности жидкости // Магнитная гидродинамика. – 1998. – Т. – №3. – С.375-378.
16. Алейников В.С. Оптические селективные технологии – одно из основных призываний лазера // Лазер-Информ. – 1997. – №126.
17. Верховцева Н.В. Образование бактериями магнетита и магнитотаксис // Успехи микробиологии. – 1992. – №25. – С.51-79.
18. Characterization and growth of magnetotactic bacteria: Implications of clean up of environmental pollution / A.S. Bahaj, P.B.James, D.C.Ellwood and J.P. Watson // J.appl.Phys.73(10) 15 May 1993.

Надійшла до редакції 14.09.1998 р.

МЕХАНИЗМ ОБРАЗОВАНИЯ БУРОГО ДЫМА ПРИ ПЕРЕЛИВАХ ЧУГУНА

Ф.В.Недопекин, В.А.Кравец, В.Н.Саржевский, В.В.Белоусов

При переливах чугуна выделяется пыль в количестве, в среднем, 0,4 кг/т чугуна. Выделяющаяся пыль состоит, в основном, из двух компонентов: графитной спели и бурого дыма – мельчайших частичек оксидов железа. Соотношение этих компонентов зависит от технологической операции и конкретных условий ее протекания. Например, при наполнении ковша чугуном - наиболее пылящей операции в миксерном отделении - содержание графитной спели в выбросах составляет 4,5-20 %, а содержание бурого дыма – 71-93 % [1, 2].

По вопросу о механизме образования бурого дыма существуют различные мнения. Однако, все выдвигаемые теории применимы к сталеплавильным процессам. Процесс образования бурого дыма, применительно к переливам чугуна, изучался в работах [1,4]. Наблюдения за переливами металла позволили подметить ряд закономерностей, позволяющих сделать предположения о механизме дымообразования. Так, при переливах чугуна отсутствует зона продувки с характерными для нее высокими температурами и, следовательно, бурый дым не может образовываться в результате испарения металла из реакционной зоны. Не происходит кипения ванны, следовательно, бурый дым не может образовываться в результате выноса металла всплывающими пузырями CO .

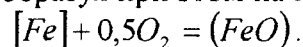
В то же время установлено, что бурый дым образуется только тогда, когда происходит диспергирование металла. Со спокойной поверхности чугуна или при осторожных переливах с небольшой высоты выделений бурого дыма не происходит.

Установлено также, что, снижая концентрацию кислорода в зоне перелива металла, например, путем подачи азота в ковш, удастся существенно снизить выбросы бурого дыма [1,4].

Совокупность этих наблюдений позволяет предположить, что бурый дым при переливах металла образуется в результате взаимодействия брызг металла с кислородом газовой фазы.

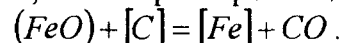
Рассмотрим процесс взаимодействия капли металла с окислительной атмосферой.

Кислород газовой фазы будет реагировать на поверхности капли металла с железом, образуя при этом на поверхности капли оксидную пленку в результате реакции



Толщина этой пленки, по данным [3], составляет, в среднем, 2 мкм, причем образование ее происходит в течение очень короткого промежутка времени (около 0,01 с) [3]. При этом, за счет тепла экзотермической реакции окисления железа, капля разогревается до температуры, зависящей от размера капли. Бурый дым образуется в результате испарения оксидов железа с поверхности окислившейся капли чугуна.

Параллельно с процессом образования оксидной пленки на поверхности капли чугуна идет процесс диффундирования углерода к внутренней поверхности оксидной пленки, на которой происходит реакция восстановления железа (рис.1)



Внутри капли образуется пузырек CO . Чем меньше капля чугуна, тем до большей температуры она разогревается. При температуре 2500^oC оксидный слой перестает существовать. Если размер капли меньше некоторого критического размера, то внутри нее не успеет образоваться пузырек монооксида углерода, достаточный для взрыва ка-

пли. В этом случае развитие капли пойдет по ветви испарения оксидов железа с ее поверхности, и выделения бурого дыма (рис. 2). Если же размер капли больше критического размера, то будет происходить взрыв с образованием более мелких капель. Данный процесс происходит до тех пор, пока размер капли не станет меньше критического либо равным ему.

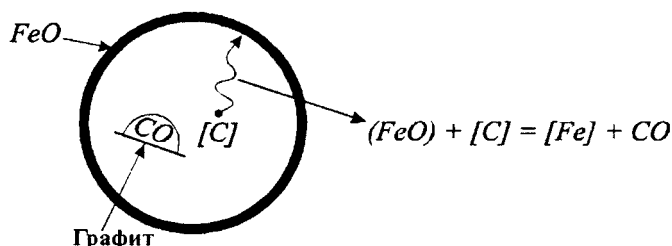


Рис. 1. Схема образования пузырька монооксида углерода в капле жидкого чугуна.

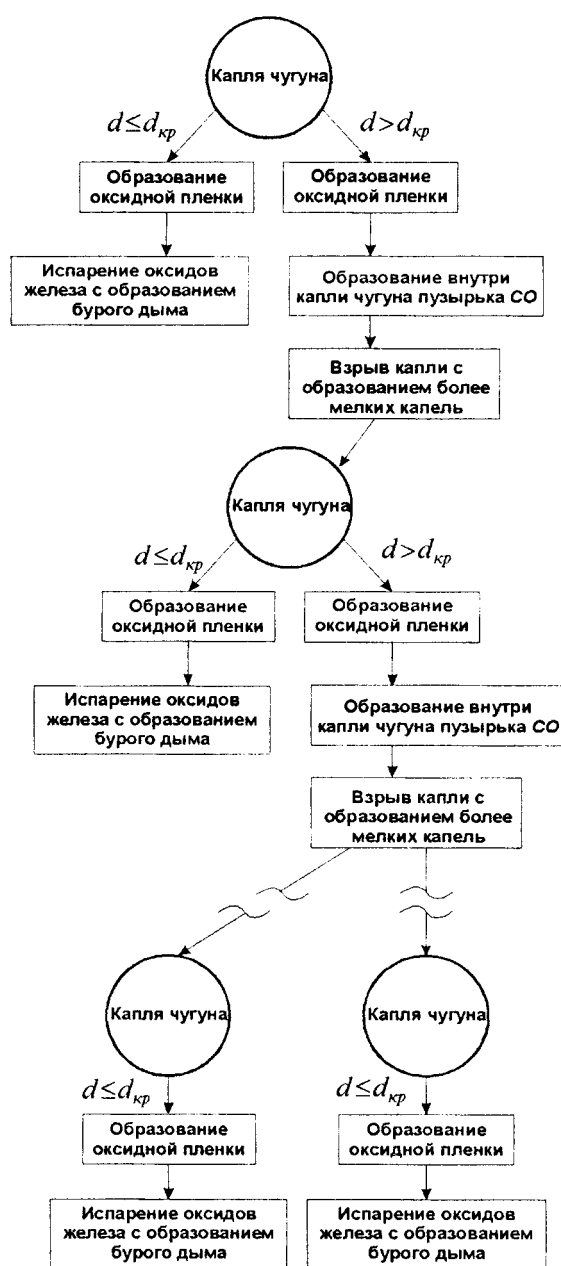


Рис. 2. «Эволюция» капли чугуна

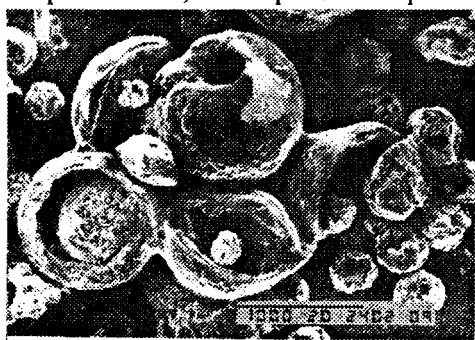
Таким образом, механизм образования бурого дыма при переливах чугуна является сложным многостадийным процессом, включающим следующие стадии:

- 1) диспергирование струи чугуна в результате удара о футерованное дно или зеркало металла в ковше с образованием большого количества крупных брызг. По данным [1] размер образующихся брызг равен, примерно, $10^{-4} \div 4 \cdot 10^{-3}$ м;
- 2) взаимодействие этих брызг с кислородом газовой фазы, образование на поверхности капель оксидного слоя и разогрев капель в результате экзотермической реакции окисления железа;
- 3) охлаждение капель, образование внутри них пузырька монооксида углерода и взрыв капель с образованием мелких брызг;
- 4) взаимодействие капель, диаметром менее критического, образующихся в результате взрыва крупных капель, с кислородом газовой фазы; разогрев капель до высоких температур, что вызывает интенсивное испарение железа и его оксидов с поверхности капли и образование бурого дыма; процесс окисления капли идет в режиме тотального горения, лимитирующим звеном является подвод кислорода из газовой фазы к поверхности капли.

Изложенная схема образования бурого дыма была проверена авторами экспериментально. На растровом электронном микроскопе JSM-T300 были сделаны фотографии различных фракций остывших брызг чугуна, взятых в миксерном отделении кислородно-конвертерного цеха металлургического комбината «Азовсталь».

На рис. 3 представлены некоторые из анализируемых фотографий. В нижней части фотографии представлена масштабная линейка – линия, длина которой соответствует указанному под ней числу слева, в микрометрах.

Из фотографий четко видны последствия взрыва брызг крупных фракций, в то время как среди мелких брызг взорвавшихся частиц очень мало. То, что среди частиц мелкой фракции все-таки встречаются взорвавшиеся брызги, как, например, на рис.3,в, говорит о том, что процесс взрыва капель – вероятностный.



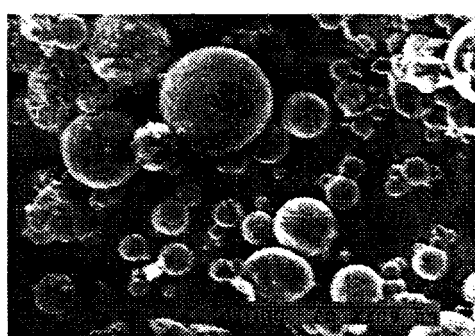
а)



б)



в)



г)

Рис. 3. Снимки брызг чугуна различных фракций:

а), б) – снимки брызг крупных фракций, в), г) – снимки брызг мелких фракций

Был проведен статистический анализ фотографий, в результате которого была получена зависимость вероятности взрыва капли чугуна от ее размера (рис. 4). Из рисунка видно, что чем меньше диаметр капли чугуна, тем меньше вероятность ее взрыва, что подтверждает изложенный выше механизм образования бурого дыма. В таблице 1 приведены данные статистического анализа фотографий, по которым строился график, представленный на рис. 4.

Учитывая, что значительная часть мелких частиц, носящих следы взрыва, является осколками более крупных брызг, можно сказать, что критический диаметр брызг составляет, примерно, 30 мкм. Брызги более крупного размера с большей вероятностью взрываются, а для частиц размером более 250 мкм вероятность взрыва составляет 100%.

Выводы

- 1) Экспериментально установлен факт взрыва брызг чугуна, образующихся при переливах металла, в результате образования пузырька монооксида углерода.
- 2) Существуют критические размеры брызг чугуна, определяющие вероятность взрыва. Капли, размером менее 30 мкм практически не взрываются, капли размером более 250 мкм взрываются со 100% вероятностью. Вероятность взрыва капель промежуточных размеров возрастает по мере увеличения их размеров.
- 3) Полученные результаты подтверждают изложенную теорию образования бурого дыма при переливах металла в результате взаимодействия брызг чугуна с кислородом газовой фазы.

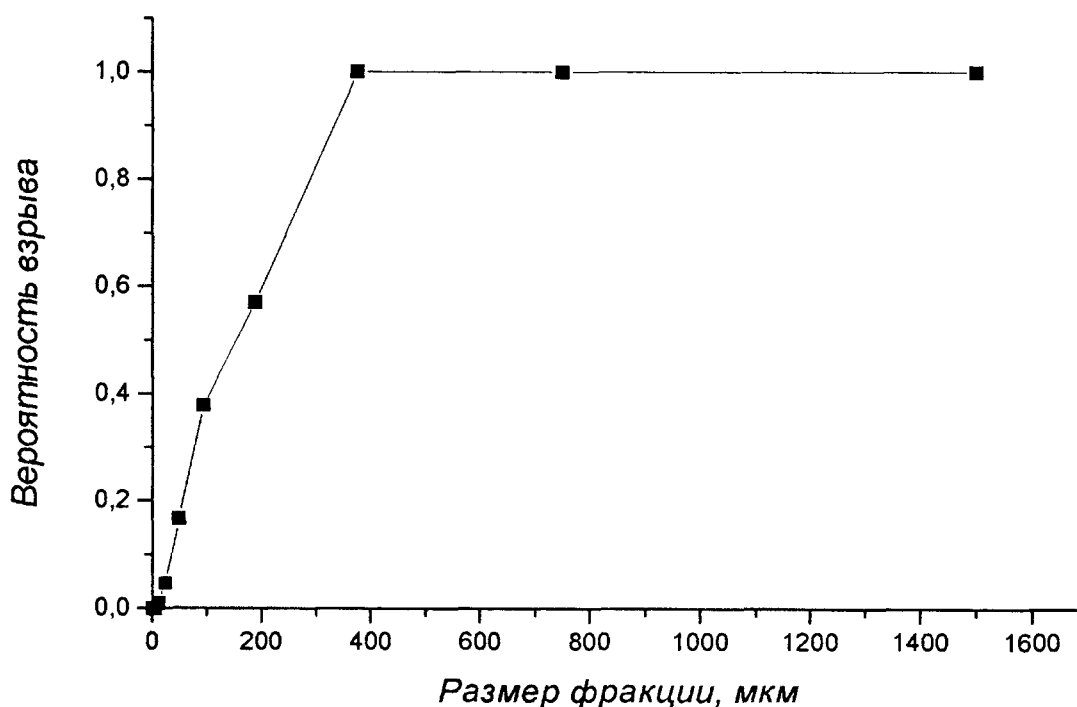


Рис. 4. Зависимость вероятности взрыва капель чугуна от их размера.

Таблица 1. Статистический анализ экспериментальных данных

Фракция, мкм	Средний размер частиц в фракции, мкм	Общее кол-во частиц в данной фракции	Кол-во взорвавшихся частиц	Вероятность взрыва, %
1 - 2	1,5	16	0	0
2 - 4	3	216	0	0
4 - 8	6	620	0	0
8 - 16	12	725	7	0,97
16 - 32	24	683	32	4,7
32 - 63	48	366	61	16,7
63 - 125	94	116	44	37,9
125 - 250	188	7	4	57,1
250 - 500	375	6	6	100
500 - 1000	750	6	6	100
1000 - 2000	1500	2	2	100

РЕЗЮМЕ

Стаття присвячена вивченню процесу утворення бурого диму при переливах металу. В даній роботі розглянуті процеси, що відбуваються при контакті бризг чавуну з киснем газової фази, модель утворення бурого диму і експериментальні дані, підтверджуючі її.

SUMMARY

The paper is devoted to study of process of formation of a red fume at floating of metal. In the given work the processes happening at contact spatter of pig-iron to oxygen of a gas phase, model of formation of a red fume and experimental datas verifying an offered model are considered.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кравец В.А. Снижение интенсивности процесса образования бурого дыма путем подачи нейтрального газа при наполнении ковша жидким чугуном: Дис. канд. техн. наук. – Мариуполь, 1989. – 158 с.
2. Доценко А.М., Левитасов Я.М., Старк С.Б. Пылегазовые выбросы миксеров металлургических заводов // Промышленная энергетика – 1981. – №10. – С.41-43.
3. Поляков А.Ю. Теоретические основы рафинирования сталеплавильной ванны. – М.: Наука. – 1975. – 200 с.
4. Недопекин Ф.В., Саржевский В.Н., Погребняк В.Г., Кравец В.А. Модель процесса пылеподавления при переливах металла путем подачи нейтрального газа / Вестник ДГАСА, 1998. – 98-2. – С.127-133.

Надійшла до редакції 15.09.1998 р.

УДК 575.55

ЭВОЛЮЦИЯ МЕГААНТРОПОСФЕРЫ

С.П.Швиндлерман

Цивилизация культурного человечества – поскольку она является формой организации новой геологической силы, создавшейся в биосфере, – не может прерваться и уничтожиться, так как это есть большое природное явление, отвечающее исторически, вернее геологически, сложившейся организованности биосферы.

В.И.Вернадский

Вспомним слова Омара Хайяма (1048-1123): «Откуда мы пришли? Куда свой путь вершим? В чем нашей жизни смысл? Он нам непостижим».

В этом году исполнилось 950 лет со дня рождения великого математика, астронома, врача, философа и поэта Гиясаддуна Абуль Фатха ибн Омара Хайяма Нишапури, но до сих пор на поставленные им вопросы строго научных ответов нет. Будут ли?

Единство человека с природой, с Космосом отражено практически во всех памятниках мировой культуры, как восточной, так и западной.

В древнейших религиозных и мифологических представлениях видны взаимосвязь между существованием человека и Вселенной, соответственно, микро- и макрокосм (например, у индусов мир представлен в виде огромного человека, Брама). Человек явно выделялся из других живых организмов, «живого вещества» (термин Вернадского) [1].

Появление человека на нашей Планете, его эволюция и связь с явлениями природы являются предметом обсуждения археологов и геологов, биологов и философов – ученых различных отраслей знаний.

Огромный научно-философский вклад в разрешение этой проблемы внес Владимир Иванович Вернадский (1863-1945). Он рассматривал человека, его появление как естественный природный процесс, то есть – результат закономерного эволюционного процесса, началом которого можно считать и образование Земли как физического тела, появление на ней первых живых организмов.

Изучая превращение человечества в «мощную геологическую силу», ученый-энциклопедист рассматривает и историю научных взглядов о сроках выделения так называемой антропогенной эры.

Согласно Вернадскому [1], одним из первых, кто выделил геологическую эру человека, был французский ученый Ж.Бюффон (1707-1788), который «исходил из идей философии Просвещения – выдвигал значение разума в концепции Мира». Существенный вклад в развитие этой идеи внес «один из творцов современной геологии» – Л.Агассиз (1807-1873). Он опирался не на геологические факты, а «исходил из особого положения человека в мироздании». В начале нашего столетия независимо друг от друга геологи У.Шухерт (1858-1942) в Нью-Хейвене и А.П.Павлов (1854-1929) в Москве «учли геологически, по-новому, давно известное изменение, какое появление цивилизации человека вносит в окружающую природу, Лик Земли». Они выделили «новую геологическую эру», наравне с тектоническими и органическими данными. Различные обоснования и, естественно, трактования необходимости выделения эры человека разными учеными были обусловлены резкими отличиями в их взглядах на длительность существования Земли. Так, Агассиз принимал существование Земли в течение

ние библейского времени – шести-семи тысяч лет, Бюффон «мыслил о длительности больше 127 тысяч лет, Шухерт и Павлов – больше миллиарда лет».

В современной научной литературе за периодом появления и функционирования человека закрепилось несколько названий: четвертичный период, ледниковый период, плейстоцен, антропоген. Эти названия отражают особенности периода. Одна из главных особенностей, которая произошла в этот геологический период, – появление человека и его материальной культуры, зарождение человечества [4].

В.И.Вернадский в своих работах впервые заложил восприятие Земли, как живого организма, в котором все процессы происходят синхронно: как геологические, так и биологические [5]. Является несомненным то, что Земля изменяется в течение времени: изменяются и климатические условия, и горные породы, и моря, и живые организмы – все, что подпадает под понятие абиотических и биотических условий. В этой связи мы и говорим об эволюции биосферы, эволюции Земли. Как любой организм в онтогенезе имеет так называемые фазы развития, так и в онтогенезе Земли можно выделить, по-нашему мнению, две глобальные стадии: Мегабиосферы (термин Вассоевича, 1976) [6] и Мегаантропосферы, столь различные по продолжительности (хотя время окончания последней неизвестно).

Известные определения Мегабиосферы и Антропосферы имеют четко выраженную пространственную характеристику. Считая, что любое пространственное состояние неотделимо от временного показателя, мы рассматриваем именно в таком аспекте отмеченные ранее глобальные стадии развития Земли. Данный подход позволяет рассматривать Мегабиосферу и Мегаантропосферу как динамичные в «пространство – времени» системы, что, впрочем, является вполне естественным.

Первая глобальная фаза – Мегабиосфера – началась практически одновременно с формированием планеты. Согласно Г.А.Заварзину [7], «начало геологической и биологической истории совпадает с точностью до сотен миллионов лет». В.И.Вернадский писал, что «для нашей Земли мы не знаем со сколько-нибудь значительной степенью вероятности геологических отложений, когда жизни на ней не было». Таким образом, Мегабиосфера началась более 4 млрд. лет назад (следует отметить, что появляющиеся в последнее время данные как о времени формирования Планеты, так и о появлении жизни на ней отодвигаются все дальше и дальше в прошлое). По мнению Г.И.Лазукова с соавторами [4], в последние десятилетия в геологических исследованиях все шире применяются методы абсолютной хронологии. Однако в определении абсолютной продолжительности плейстоцена остается много неясного: нередко одни и те же объекты разными методами или разными лабораториями датируются различно. Датировки одной и той же лаборатории, но выполненные в разные годы, также часто отличаются. Поэтому использование абсолютных датировок для надежных корреляций и синхронизаций – дело будущего.

Это была «девственная» Земля. Эту глобальную стадию ее развития, безусловно, можно подразделить на определенные фазы, но общей их особенностью была биоцентричность Планеты. Каждая фаза Мегабиосферы характеризовалась своими абиотическими и биотическими условиями, своим «набором видов» живых организмов. Одни виды, выполнив свою функцию в биосфере, исчезали, другие появлялись. Вместе с тем, до сих пор существуют прокариоты, простейшие, синезеленые водоросли и другие виды – пионеры биосферы, функция которых до сих пор не исчерпана. В Мегабиосфере все катаклизмы, катастрофы, происходившие на Земле (крупное вымирание морской фауны, великое вымирание динозавров), имели, по-видимому, биологическую обусловленность. Наивысшей стадией биосферного состояния Земли можно считать мезозойскую эру, когда биомасса Планеты была наибольшей. Затем резкий по сравнению с периодами накопления биомассы

переход (всего-то десятки миллионов лет!) в Мегаантропосферу. Данные предположения, как впрочем, и последующие, основаны на «философских изысканиях и интуиции» (выражение Вернадского [3]), а также на ряде научных обобщений.

Когда абиотические и биотические условия Земли стали благоприятными для появления человека – Земля «созрела», – возникли древнейшие люди, архантропы, или *Homo erectus* (Dubois, 1894) – полиморфный вид. Именно в этот период, 2,6-3,5 млн. лет назад (еще 10 лет назад считалось, что 1-2 млн. лет), «возник мыслящий пласт, который, зародившись в конце третичного периода, разворачивается над миром растений и животных – вне биосферы и над ней» [8]. Этот «новый покров» представляет собой Ноосферу, в понимании Тейяра де Шардена.

С момента нахождения останков древнейших людей и до настоящего времени подвергается сомнению правомочность считать их принадлежность к первым людям, а не к обезьянам [9]. Причем, к сожалению, сомнения усилились после раскрытия отдельных фальсификаций (в частности, при сборке костей черепа синантропа) [10]. Вместе с тем, в последнее время наблюдается более-менее единодушное мнение о значительной полиморфности древнейшего человека, позволяющее включить в единый вид и гейдельберского человека, и яванского человека, и синантропа, и питекантропа, и даже наиболее раннего «человека умелого». По мнению известного антрополога, Ю.Г.Рычкова [11], полиморфизм является продуктом прошедшей эволюции современного человека, материалом продолжающейся и условием будущей. «Генетическое многообразие людей проявляется сегодня в различии их устойчивости и восприимчивости к заболеваниям, различной плодовитости, различной выживаемости, не говоря уж о таких жизненно менее значимых деталях, как разное восприятие вкуса и запахов, звуков и красок мира» [12].

Открытия более тридцатилетней давности уже показали, что архантроп не является так называемым переходным звеном между человекообразной обезьяной и человеком, как это представлялось ранее. Он и не являлся животным предком человека. Архантроп – уже человек. Вместе с тем, следует отметить, что человечество до конца не согласилось с Ч.Дарвиным (1809-1882) относительно родства с обезьяной. Может поэтому и периодически возникают идеи «инопланетного посева». Согласно взглядам Л.А.Котельника и Л.В.Котельник, «эволюционная теория Дарвина отбрасывает накапливаемые знания о человеке на тысячу лет назад» [13]. Исследователи ритмической жизнедеятельности человека отмечают, что эволюция живых организмов на нашей планете обусловлена энергией Космоса. Если учесть, что 99% всех когда-либо живущих на Земле видов вымерли [14], т.е. они не переходили (не эволюционировали) в другие виды и такое громадное количество видов (около 500 млн.) не было уничтожено человеком (тем более тогда, когда его не существовало), то взгляды биоритмологов не кажутся такими уж невероятными. Каждый вид, возможно, появляясь и исчезая, выполняет свою роль в биосфере. Вот почему является «нелепостью отыскивать промежуточные звенья между обезьяной, спрыгнувшей с дерева, и человеком. Все это самостоятельные, индивидуальные производные природы» [13]. «При описании человеческой родословной необходимо совершенно исключить все представления и предположения, касающиеся того, что современные человекообразные обезьяны были предками человека» [15]. В этой связи следует вспомнить меткие и одновременно саркастические слова отца современной этологии, лауреата Нобелевской премии, австрийца Конрада Лоренца: «Столь долго разыскиваемое промежуточное звено между животными и гуманным человеком – это мы».

По мнению А.Манна [16], *Homo erectus* – человек прямоходящий, имеет много общего с современным человеком как в анатомическом, так и в культурном смысле. Именно на этой стадии развития Земли, когда человек «находился в утробе своей Ма-

тери», «складывались биологические и поведенческие механизмы современного человека». Обобщая материалы, изложенные в книге Э.Уайта и Д.Брауна «Первые люди» [17], проф. Ю.Г.Рычков писал, что в своем многообразном биологическом единстве древнейшие люди – «истинные люди, по-человечески разрешавшие проблемы своего существования, знавшие лишь одну, единую с нами стратегию жизни на Земле». Сегодня (двадцать лет спустя) можно сказать: жившие с нами по единой программе.

Древнейшие люди жили в полном единстве с окружающей их дикой природой (хотя дикая природа просто содержала в себе архантропа), но они владели и управляли таким явлением природы, как огонь. Согласно взглядам эколога, овладение огнем является более существенным воздействием на среду и самого человека, чем изготовление и пользование каменными орудиями («Труд создал человека»!). И вообще, Г.В.Ф.Гегель (1770-1831) писал, что «человек потому создает орудия, что он разумен» [18].

«Открытие огня являлось первым случаем, когда живой организм овладел и сделался хозяином одной из сил природы» – писал В.И.Вернадский [3]. «Поверхность Земли, – продолжает он, – резко изменилась после этого открытия. Человек смог пережить благодаря этому холода ледниковой эпохи. Человек создал огонь в среде живой природы, подвергая ее горению. Этим путем, путем степных палов и лесных пожаров, он получил силу, по сравнению с окружающим его животным и растительным миром, которая вывела его из ряда других организмов и явилась прообразом его будущего. Только в наше время, в XIX-XX столетиях человек овладел другим источником света и тепла – электрической энергией». Ф.Энгельс (1820-1885) писал: «На пороге истории человечества стоит открытие о движениях в теплоту. И, несмотря на гигантский тельный переворот, который совершает в социальном мире паровая машина, все же не подлежит сомнению, что добывание огня трением превосходит паровую машину по своему всемирно-историческому освободительному действию» [19].

Архантропы, изготавливая каменные рубила, обладая понятийным мышлением, а главное, – используя огонь, добытый различными способами, а не только трением [20,28], и поддерживая его, как правило, ветками деревьев одного вида (*Cirtius blacku*), «высветили» в Мегаантропосфере первую фазу – зоантропосферу («заря обитания человека»). Эта фаза характеризуется тем, что человек обитал в основном в слое наибольшей плотности биомассы Земли; численность его и воздействие на сферу обитания были столь незначительными по сравнению с сегодняшними. Вместе с тем, зоантропосфера является биоантропоцентричной по сравнению с биоцентричной в целом Мегабиосферой. Изменения в абиотической среде были обусловлены изменениями в биотической, но из последней уже начал выделяться антропогенный фактор.

За миллиарды лет на Земле еще не было такой динамичной биомассы, такого творческого «живого вещества». Передвижения его из «сгущения жизни» (термин Вернадского) – тропиков – в основном в северном направлении (поскольку пока только на суше) обуславливали и смещение всех звеньев трофической цепи. Хотя эти перемещения носили достаточно хаотический характер, но за миллионы лет северонаправленная тенденция могла обусловить определенное накопление биомассы на северной половине нашей Планеты и вызвать «реакцию» Земли. Наступившая в результате этого первая ледниковая эпоха способствовала уменьшению биомассы (естественно, в первую очередь в Северном полушарии), возвращению человека к «своей колыбели», но более чем полторатысячелетнее потепление снова вызвало расселение древнейших людей, освоение ими заново северных территорий. Наступившая вторая ледниковая эпоха и следовавшая за ней оттепель обусловили окончание зо- и начало метаантропосферы («мета» с гр. – «ниже»).

Вообще, согласно Альпийской классификации (по Пенку-Брюкнеру), были четыре ледниковые эпохи: 1 – гюнц, 2 – миндель, 3 – рисс, 4 – вюрм. Они названы по местности в Швейцарских Альпах. Каждая ледниковая эпоха длилась около 25 тыс.лет. Межледниковые эпохи: гюнц – миндель, миндель – рисс и рисс – вюрм длились соответственно 175, 200 и 100 тыс.лет [15, 20].

С появлением неандертальца (*Homo neandertaliensis* King, 1864) началось «детство» человека, проходящее на лоне Матери, любящей, но достаточно строптивой. По мнению

В.И.Громова [21], рисская ледниковая эпоха, отличавшаяся максимальным похолоданием, захватила мустьерскую культурную эпоху, то есть время неандертальцев.

Периодичностью ледниковых эпох Земля как бы настойчиво загоняла свое дитя ближе к колыбели. Именно кризисные условия обуславливали эволюцию человека. Так на смену неандертальцу пришел *Homo sapiens* L., 1735.

Однако вернемся в метаантропосферу. Неандерталец, или палеоантроп является «камнем преткновения» для всех, кто так или иначе объясняет эволюцию человека. Одни считают его промежуточной группой (а не видом) от *Homo erectus* к *Homo sapiens*, другие – «тупиковой ветвью», а третьи – вообще современным человеком. Так, Бэн Хобринк отмечает, что неандерталец ничем не отличается от современных людей, разве большим отделом черепа [9].

До сих пор антропологи не пришли к единому мнению о смене неандертальского типа человека кроманьонским. Гипотеза, которая принадлежала, в основном, советской школе антропологов, получила название моноцентризма. Смысл ее заключается в том, что исчезновение неандертальцев (почти после двухсоттысячного существования) обусловлено вытеснением их кроманьонцами, эволюционно более современными, социально более развитыми. Согласно этой гипотезе, кроманьонцы от неандертальцев произошли в одном благоприятном районе (напоминает «победу коммунизма в одной отдельно взятой стране»). На наш взгляд, эволюцию человека и, в частности, неандертальского типа вызвали скорее неблагоприятные условия: ледниковая эпоха, которая, несмотря на свою постепенность наступлений и длительность, требовала от человека совершенствования адаптационного механизма.

Гипотеза полицентризма объясняет исчезновение *Homo neandertaleinsis* как повсеместное закономерное его превращение в *Homo sapiens* под воздействием трудовой деятельности, культуры, растущего интеллекта, то есть превалирующей роли социального фактора над биологическим. Эта гипотеза больше соответствует современным представлениям об и как о закономерном природном процессе развития живой и неживой материи, обусловленным развитием как Земли, Солнечной системы, нашей Галактики, так и всей Вселенной в целом: то есть как естественный космически обусловленный процесс.

Таким образом, можно сказать, что, выполнив свою функцию во Вселенной, неандертальцы «привели» на Землю кроманьонцев. Так на смену палеоантропу пришел неантроп, так метаантропосфера «переросла» в неантропосферу.

С появлением первых людей современного вида (*Homo sapiens*) наша Планета стала антропоцентричной. Кроманьонцы, «получив в наследство» от палеоантропов всю биосферу Земли, расселились по всем континентам и всем климатическим зонам от тропической Африки до арктической Аляски [22]. Их было всего несколько миллионов, плотность населения Земного шара составила 2 человека на 100 квадратных километров [12]. До Потопа численность *Homo sapiens* была уже около 50 млн. человек. Но демографический взрыв начался с 1830 г., когда население Планеты составило уже 1 млрд. людей. В 1930 г. его величина поднялась до 2, а прогноз на 2000 год – 7.5 млрд. человек [23]. Такой рост населения является действительно «взрывом». Вместе с тем современные люди («человек разумный» явно не подходит) нашли способ сокращения своей численности – войны. Начиная с наполеоновских войн, в различных конфликтах погибло около 110 млн. человек [24], не считая жертв сталинских репрессий, военных конфликтов в странах бывшего СССР, Югославии, геноцида против собственного народа (например, в Кампучии) и т.д.

Современный человек в 60-х годах XX века расширил сферу своего присутствия: опустил ниже и поднял выше «планку» своего местопребывания, когда соответственно 23 января 1960 года батискаф «Триест» коснулся дна Марианской впадины на глубине 10019 м и 12 апреля 1961 г., когда Ю.А.Гагарин «вырвался» из притяжения Земли, начав космическую эру существования человека.

Вообще эта стадия развития Земли связана с «молодостью человека» и потому название вида, данное К.Линнеем в 1735 г. «человек разумный» довольно часто не со-

ответствует его деятельности. И все-таки несмотря ни на какие ухищрения современных, на смену *Homo sapiens* придет *Homo doctus* Sch., 1995. Это природный процесс, и хотим мы – сапиенсы – этого или не хотим – на смену неантропу придет параантроп («пара» с гр. – «около», «выше», «лучше»), как на смену архантропу пришел палеоантроп, а затем начал свой путь по Земле неоантроп. Тем более, «что мы не можем упустить из виду, что время, нами переживаемое, геологически отвечает такому критическому периоду, когда ледниковый период еще не кончился – темп изменений так медлен все-таки, что человек их не замечает» [3].

Был ли «конец света» для неандертальцев 30-40 тыс. лет назад? – Был. Так и для *Homo sapiens* он наступит, по всей видимости, где-то в XXIII веке. Здесь нет ничего удивительного. Еще В.И.Вернадский писал, что «*Homo sapiens* не является завершением создания, он не является обладателем совершенного мыслительного аппарата. А служит промежуточным звеном в длинной цепи существ, которые имеют прошлое и, несомненно, будут иметь будущее» [2]. Эволюция видов рода *Homo* – это естественный ноосферный процесс на видовом уровне.

«Процесс уже пошел». Сейчас, в переходный период, в междуфазье, вместе с неоантропом уже, возможно, живут параантропы. Да и «чистых» неоантропов не так уж много. Если считать, что психотип параантропа – правополушарники, то сейчас 70% населения Земли биполярны [25]. Это является определенной характеристикой переходного периода, перехода к «зрелости человека».

Таким образом, уже происходит постепенный (в геологическом смысле мгновенный) переход от «человека разумного» к «человеку ученому», одним из главных признаков которого являются изменения сознания, отношения к окружающей природной среде, но не исключаются, наверное, и какие-то биологические совершенствования (ведь когда-то будет затребован весь банк генов человека). Так что неоантропосфера уже «накренилась» к параантропосфере (ноосфере в понимании Вернадского).

Эта эволюция, это совершенствование, начавшееся несколько миллионов лет назад, продолжается и сейчас совместно и в единстве со своей матерью – Землей: с живой и неживой природой, с сообществами живых организмов, с окружающей и пронизывающей их минеральной средой – в полной и неразрывной связи. Естественный процесс развития Планеты обусловил появление человека: антропогенез – продолжение и одновременно составная часть биогенеза, как продолжение и составная часть совместно протекающего биогенеза и абиогенеза.

Подводя итог размышлениям об Мегаантропосфере, а с ней и о человеке, можно сделать заключение: человек произошел от человека. Это происходило миллионы лет назад и происходит в настоящее время. В противном случае должны срабатывать эволюционные идеи Ж.Б.Ламарка (1744-1829), в соответствии с которыми простейшие являются «самыми из живых организмов», и идеи Ч.Дарвина, который считал, что «исходные виды», как более примитивные и менее приспособленные, должны были исчезнуть. То есть, если бы на самом деле существовал эволюционный ряд превращений или перерождений, то на Земле остался бы только человек, как венец природы (как нет сейчас на Земле ни *Homo erectus*, ни *Homo neandertalensis*, ни даже кроманьонцев). В данном аспекте отмеченные выше эволюционные идеи не действуют, так как человек был, есть и будет человеком, пока не выполнит свое предназначение (свою программу).

Начиная с «зари человеческой сферы», продолжительность фаз уменьшилась: «утробное состояние человека» длилось миллионы лет, «детство» – десятки тысяч, «молодость» – несколько десятков. Это не значит, что «зрелость» (или ноосферная фаза Мегаантропосферы) будет самой скоротечной. Отражая изложенное, предлагаем следующую таблицу.

Сколько времени продлится Ноосфера, предугадать трудно, но даже такой «пессимист» как Нострадамус предсказывал жизни человечеству еще 5 тысяч лет и 5 веков. А может человечество будет вечным? Человечество, состоящее из будущих, более совершенных видов, возможно, и станет вечным, если перейдет на Вселенское питание, оторвавшись от «пуповины», связывающей его с Землей, выйдя за пределы Галактики, пережив собственную Мать.

Таблица. Показатели пространство-временных фаз развития Мегантропосферы

№ п/п	Фаза	Превалирующий вид (название)		Пространство-временные показатели		Состояние Планеты
		греческое	латинское	Появление вида	Ареал	
1	Зоантропосфера	Архантроп	Homo erectus	2,6 - 3,5 млн. лет	«Сгущение жизни» биосферы	Появление человека, использование огня, «активизация» биомассы, первые ледниковые эпохи, биоантропоген- трность Земли
2	Мегантропо- сфера	Палеоантроп	Homo neandertaliensis	150 - 70 тыс. лет	Старый Свет	Критическое состояние животного и растительного мира, антропобиocen- трность биосферы, каннибализм и проявление социальности
3	Неоантропо- сфера	Неоантроп	Homo sapiens	30 - 40 тыс. лет	Планета и около- земное простран- ство	«Продолжение ледниковой эпохи, ло- кальные и глобальные наводнения, эпидемии и эпизоотии, гражданские и мировые войны, возникновение чело- вечества в XVIв» [29]. И превращение его в «новую геологическую силу» [2], конфронтационная эпоха, демографи- ческий взрыв
4	Параантропо- сфера или Ноо- сфера (в пони- мании Вернад- ского)	Параантроп	Homo doctus	XXI - XXIII вв.	Солнечная система	«Использование» технологий с абсо- лютными экологическими ограниче- ниями. Приоритет охраны природы и сферы жизни над остальными целями общества. Демографические процессы подчинены цели повышения качества человека. Депопуляция. Постконфрак- тационная эпоха» [22]
5	?	?	?	?	Галактика	?
6	?	?	?	?	Вселенная	?

РЕЗЮМЕ

Пропонуються глобальні просторово-часові стадії розвитку Землі: Мегабіосфера та Мегаантропосфера. В межах Мегаантропосфери, як в середовищі існування людства, виділяються просторово-часові фази: еоантропосфера, метаантропосфера, неоантропосфера та параантропосфера (ноосфера). Поява фаз розвитку Мегаантропосфери зумовлюється тим, що з'являються та функціонують відповідні види роду Homo.

SUMMARY

Space-time stages of development of Earth is proposed: Megabiosphere and Megaantroposphere. Eoantroposphere, metaantroposphere, neoantroposphere and paraantroposphere (neosphere) is distinguished among of limit of Megaantroposphere.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вернадский В.И. Проблемы биогеохимии // Тр. БИОГЕЛ ГЕОХИ АН СССР, 1936. – Вып. 16. – С.22.
2. Вернадский В.И. Размышления натуралиста, кн.2. – С.32-33.
3. Вернадский В.И. Научная мысль как планетарное явление. – М.: Наука, 1991. – 271 с.
4. Лазуков Г.И., Гвоздовер М.Д., Рогинский Я.Я. Природа и древний человек. – М.: Мысль, 1981. – 223 с.
5. Рафкин Д. Приближение биосферного века. – К.: Эхо-Восток, 1995. – 60 с.
6. Вассоевич Н.Б. Различные толкования биосферы // Исследование органического вещества современных и ископаемых осадков. – М.: Наука, 1976. – С.381-389.
7. Заварзин Г.А. Бактерии и состав атмосферы. – М.: Наука, 1984. – 192 с.
8. Тейяр де Шарден П. Феномен человека. – М.: Наука, 1987. – 240 с.
9. Хобринк Б. Эволюция / Пер. с англ. – М.: Мартис, 1993. – 110 с.
10. Минаков П.А. О черепе *Pithecanthropus erectus* в связи с вопросом о посмертных изменениях кости (предв. сообщ.). – Русский антропологический журнал, 13, Вып. 1-2. – С. 7-24.
11. Рычков Ю.Г. Предисловие// Неандертальцы/ Дж.Констэбл. – М.: Мир, 1978. – С.5-8.
12. Рычков Ю.Г. Предисловие// Кроманьонский человек/ Придо Т. – М.: Мир, 1979. – С.5-6.
13. Котельник Л.А., Котельник Л.В. Ритмы космоса и судьбы. – Донецк: Поиск, 1994. – 93 с.
14. Вильсон Э. Этика окружающей среды // Браус Д., Вуд Д. Экологическое образование в школе. – К.: Эхо-Восток, 1995. – С.53-59.
15. Аугуста И., Буриан З. Жизнь древнего человека. – Прага: Артия, 1969. – 134с.
16. Манн А. Вступление // Первые люди. – М.: Мир, 1978. – С.7.
17. Уайт Э., Браун Д. Первые люди. – М.: Мир, 1978. – 156 с.
18. Гегель Г.В.Ф. Работы разных лет. – М.: Мысль, 1970. – Т.1. – С.306.
19. Энгельс Ф. Анти-Дюринг. – М.: ОГИЗ, 1948. – С.107-108.
20. Нестурх М.Ф. Происхождение человека. – М.: Наука, 1970. – 440 с.
21. Громов В.И. Палеонтологические и археологические стратиграфии инентальных отложений четвертичного периода СССР // Тр. ин-та геол. наук. – М.: Из-во АН СССР, 1948. – Вып.17. – 523с.
22. Придо Т. Кроманьонский человек. – М.: Мир, 1979. – 158 с.
23. Реймерс Н.Ф. Экология. // Россия Молодая. – 1994. – 367 с.
24. Смирнов Н.Н. Экология биосферной катастрофы. – М.: Знание, 1968. – 64 с.
25. Байчанинова А. Левые и правые // Дети Вселенной. – 1995, № 10 (82), стр.3.
26. Трохимчук С.В. Популяційна екологія // Конспект лекцій з курсу «Екологія та охорона природи». – К.: НМК ВО, 1990. – С. 75-88.
27. Байчанинова А. Левые и правые // Дети Вселенной. – 1995, № 10 (82), стр.3.
28. Борисловский П.И. Современная наука о происхождении человека. – Л.: Лениздат, 1956. – 88 с.
29. Захлевный А.Н. Книга для чтения по охране природы. – М.: Просвещение, 1986. – 175 с.
30. Поршнева Б.Ф. О древнейшем способе получения огня // Сов. этнография. – 1955, №1. – С.7-28.
31. Хайям Омар. Рубаи.: Собр. соч. – Ташкент: Изд. ЦК КП Узбекистана, 1981. – 128с.

Надійшла до редакції 25.08.1998 р.

УДК 628.31:351.777.613(477)

КАВИТАЦИОННОЕ ГАЗОНАСЫЩЕНИЕ В СИСТЕМАХ ОЧИСТКИ СТОЧНЫХ ВОД

М.И.Болонов, В.Г.Лобачев, В.М.Шкредов

Сточные воды предприятий пищевой промышленности содержат большое количество загрязнений в виде жира и взвешенных частиц. Для их очистки в последнее время широко используется флотация [1]. Во флотационном процессе взаимодействие дисперсных частиц с пузырьками воздуха протекает на границе трех фаз: частицы – воздуха, частицы – воды и воды – воздуха. Явление взаимного закрепления диспергированных в воде частиц и воздушных пузырьков обусловлено избытком свободной энергии на границе раздела фаз и изменением энергии свободной поверхности на всех участвующих в процессе поверхностях раздела. Такие изменения связаны с процессом смачивания частиц, являющегося одним из основных физико-химических факторов флотационного процесса.

Известно [2, 3], что флотируемость частиц различной дисперсности зависит от размера газовых пузырьков: флотируемость улучшается с повышением дисперсности газовых пузырьков и их концентрации. Прилипание флотируемых частиц к поверхности пузырька газа тем лучше, чем меньше относительная скорость их взаимного перемещения. Кроме того, необходимо, чтобы расстояние между флотируемой частицей и пузырьком газа было минимальным. Такие условия реализуются для пузырьков достаточно малого размера. При аэрировании воды крупными пузырьками последние с большой скоростью проходят через нее. При одинаковом количестве газа в единице объема количество крупных пузырьков и их поверхность будут минимальными, а расстояние между флотируемыми частицами и пузырьками газа будет относительно большим, что ухудшает эффект флотации.

Используемые в настоящее время очистные установки удаляют до 40-50% жира. Предварительная аэрация, система удаления осадков и реагентная обработка позволяют повысить извлечение жира до 60-70%, однако, при начальной концентрации жира 1200-2000 мг/л такой эффект не удовлетворяет санитарным нормам. Производственные импеллерные флотационные машины при однократной флотации позволяют достигнуть степени очистки по жиру 53% и взвешенным частицам 50%. При двукратной флотации эффект составляет: по жирам – 70% и по взвешенным частицам – 64% [4].

Более высокую степень очистки сточных вод от жира и взвешенных веществ обеспечивает напорная флотация в сочетании с коагуляцией стоков сернокислым алюминием с дозами 400 мг/л. Высокая степень очистки достигается также методом электрофлотации [4] с предварительной обработкой реагентами (800 мг/л хлорного железа и 800 мг/л хлорной извести). Однако эти методы ведут и к ухудшению регенерации жира из флотационного шлама.

Таким образом, наиболее эффективным в настоящее время является флотационный метод очистки, эффективность которого в решающей степени определяется количеством и качеством газонасыщения. Существенно улучшить показатели газонасыщения можно, используя гидродинамическую кавитацию.

Кавитация в жидкости, в первую очередь, обусловлена высокоинтенсивными процессами переноса массы, тепла и импульса, вызываемыми возникновением парогазовых пузырьков и кавитационных полостей с низким давлением. Именно эти особенности гидродинамической кавитации создают благоприятные возможности для суще-

ственного улучшения характеристик технологий и аппаратов, эффективность работы которых зависит от степени, качества и интенсивности диспергирования и гомогенизации газожидкостных смесей.

Используемый для кавитационного газонасыщения модуль состоит из конфузора (1), горловины (2) и диффузора (3) (рис.1). В горловине выполнены отверстия для пропуска атмосферного воздуха. Сточная жидкость в конфузоре ускоряется, вследствие чего давление в области среза конфузора понижается. В область пониженного давления через каналы, выполненные в горловине, самовсасыванием подается воздух. Струя жидкости, окруженная воздухом, входит в горловину, где оба потока перемешиваются. Полученная смесь поступает в приемный резервуар, где при атмосферном давлении из смеси выделяется воздух и виде микропузырьков и выносит загрязнения в пенный слой.

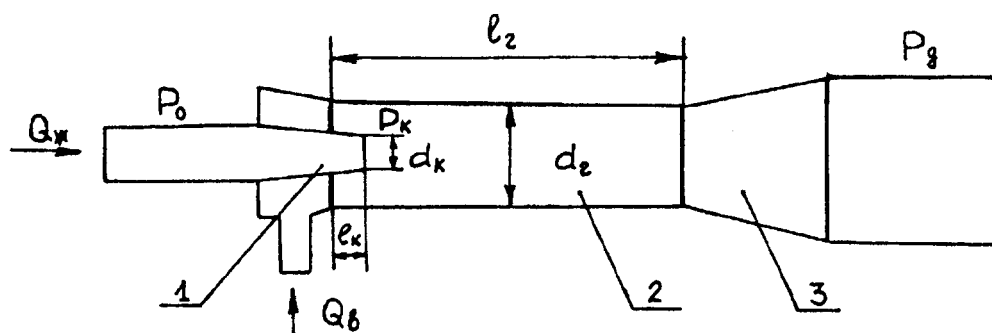


Рис.1 Схема модуля кавитационного газонасыщения:
1 – конфузор; 2 – горловина; 3 – диффузор

Для исследования структуры газожидкостного потока, генерируемого кавитатором, разработана специальная аппаратура, предназначенная для измерения газонасыщения и параметров газовых пузырьков. В качестве датчика параметров газовых пузырьков использован оптоволоконный преобразователь, состоящий из источника излучения, оптического канала, промежутка оптического канала (измерительной зоны) и приемника излучения. Оптический канал выполнен из световодов, заключенных в тонкую трубку. Промежуток между световодами источника и приемника (измерительная зона) имеет размер ~ 1 мм. Попадание пузырька воздуха в измерительную зону приводит к изменению светового потока за счет излучения на его сферической поверхности, что регистрируется аппаратурой как наличие газовой фазы.

Измерение газосодержания и распределения пузырьков по размерам проводилось с помощью блока АРГВ (анализатор размера газовых включений), разработанного в СКТБ «Турбулентность» Донецкого государственного университета. Анализатор обеспечивает распределение интервалов длительностей прохождения пузырьков чувствительной зоны первичного преобразователя по 32 каналам. Каждый канал записывает единицу при попадании длительности в соответствующий интервал. Анализ производится по измерениям 10000 пузырьков.

Предварительно были исследованы статистические характеристики оптоволоконного преобразователя. Для этого на специальной установке обеспечивалось перемещение оптического канала калибровочных цилиндров различных диаметра. Из статистических характеристик оптоволоконного преобразователя, изображенных на рис.2, видно, что при полном перекрытии чувствительной зоны амплитуда сигнала доходит до порога темнового тока. При частичном перекрытии амплитуда уменьшается пропорциональ-

но площади оптического волокна. Таким образом, данные, полученные от пузырьков с размерами меньше 100 мкм, нуждаются в корректировке.

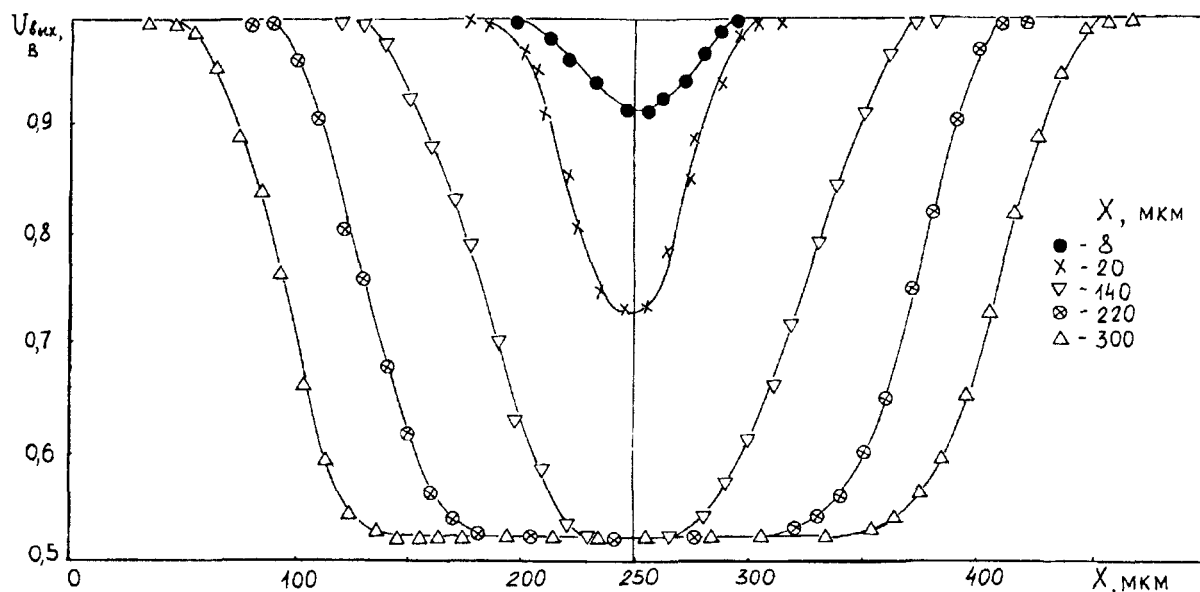


Рис.2. Зависимость выходного напряжения оптоволоконного преобразователя от диаметра калиброванных цилиндров

Измерения распределений размеров газовых пузырьков проводились непосредственно на выходе кавитационного модуля при различном газосодержании. Типичные распределения пузырьков по размерам, измеренным в точках, расположенных на разных расстояниях от оси струи, приведены на рис.3. Максимальное количество пузырьков имеют диаметр 100÷200 мкм и более 50% всех пузырьков имеют размеры до 0,8 мм. Такие пузырьки наиболее эффективны при флотационной обработке сточных вод. На рис.3 видно, что форма распределения практически одинакова для всех точек сечения. Это свидетельствует о хорошей перемешанности газожидкостной смеси, истекающей из кавитационного модуля.

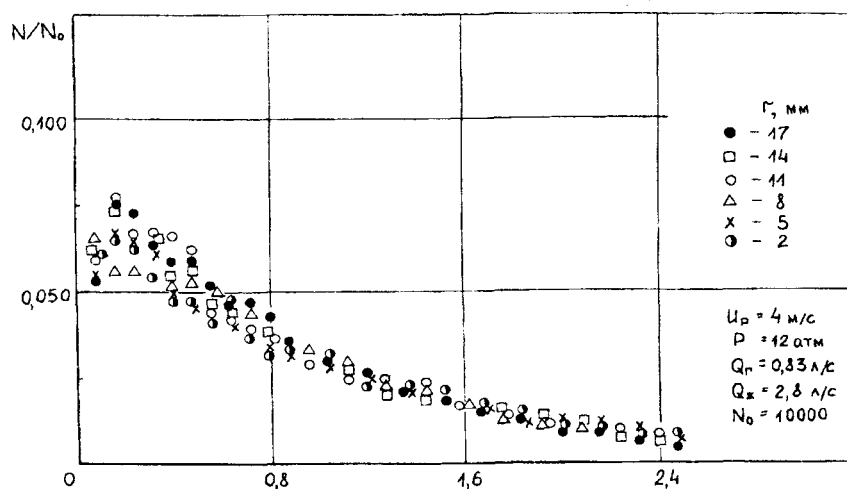


Рис.3. Нормированные распределения газовых пузырьков по размерам в различных точках поперечного сечения трубы

Отмечено, что максимум распределения пузырьков по размерам при движении газовой смеси по трубопроводу смещается в сторону больших размеров, что свидетельствует о коагуляции пузырьков. Поэтому, оптимальным является вариант размещения кавитационных модулей непосредственно во флотационной камере.

Так как температура сточных вод, поступающих на флотационную обработку, может изменяться, исследовалось влияние этого параметра на структуру генерируемого кавитационным модулем газожидкостной смеси. Расход воды, воздуха и давления на входе в кавитационный модуль поддерживались неизменными. Распределения, приведенные на рис.4, для температур в пределах 17-35°C одинаковы, то есть температура жидкости не влияет на структуру генерируемой газожидкостной смеси.

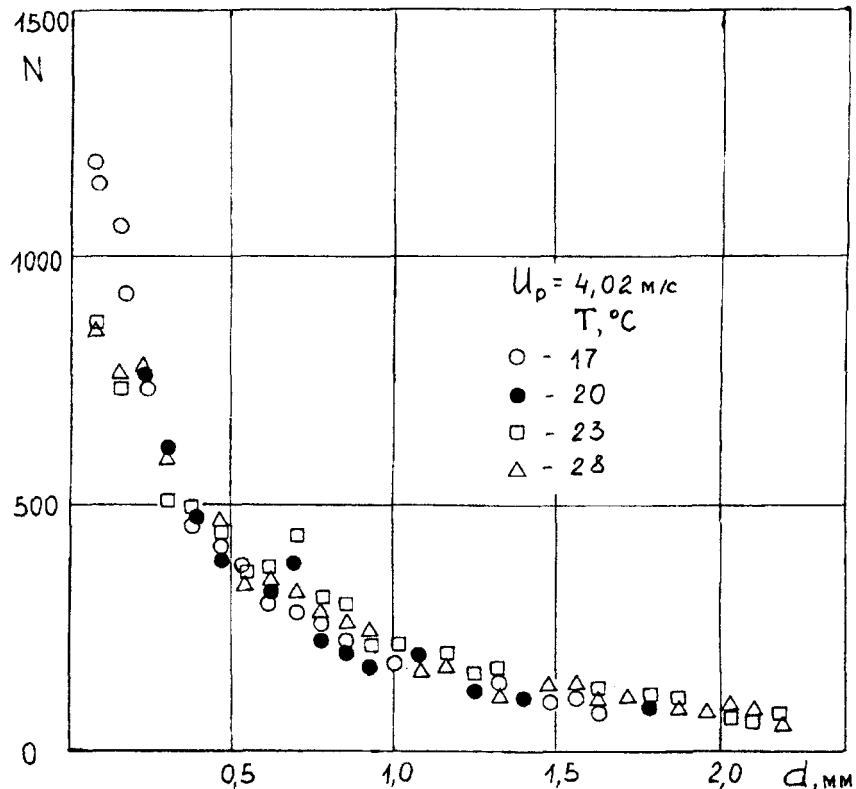


Рис.4. Распределение пузырьков по размерам при различных температурах

Наибольший интерес представляют распределения, полученные при постоянном расходе жидкости и различных расходах газа (при различном газонасыщении). Из распределений, представленных на рис.5, видно, что при эжекции небольшого количества воздуха (расход газа Q_r значительно меньше расхода воды $Q_{ж}$: $Q_r \leq Q_{ж}$) максимум распределения, по сравнению со случаем $Q_r = 0$ (работа без подсоса воздуха) смещается в область более мелких пузырьков. При большом количестве эжектируемого воздуха ($Q_r \sim Q_{ж}$) увеличивается количество больших пузырьков с размерами $> 1 \text{ мм}$.

Таким образом, при большом количестве эжектируемого воздуха генерируются более крупные пузырьки. Этот факт необходимо учитывать при настройке систем очистки, используя повышенную подачу воздуха на первой ступени очистки и пониженную подачу его на второй ступени, для более тонкой сепарации примесей. В этом случае на первой ступени очистки реализуется режим, близкий к создаваемому при импеллерной флотации, а во второй – при напорной флотации.

Визуальные исследования газожидкостной струи, истекающей из кавитационного модуля, проведенные на лабораторной установке, показывали, что на начальном участке (на близких расстояниях от кавитатора) она ведет себя как обычная затопленная струя. С уменьшением газонасыщенности длина начального участка увеличивается. На более дальних расстояниях газожидкостная струя ведет себя как плавучая, что уменьшает эффективность флотации.

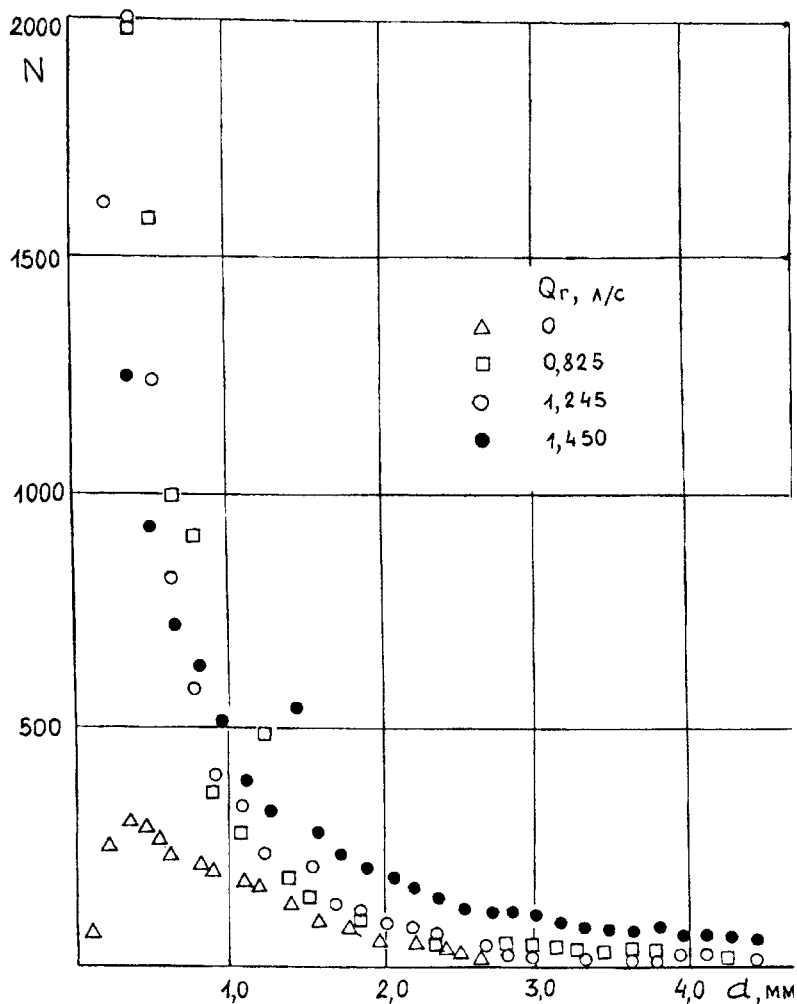


Рис.5. Распределение пузырьков воздуха по размерам при различных расходах воздуха

Предварительные испытания эффективности метода кавитационной флотации проводились с использованием реальных сточных вод на экспериментальной установке, смонтированной на Макеевском мясокомбинате. Установка имела пять модулей кавитационного газонасыщения, установленных непосредственно в одной из очистных камер. Давление на входе в коллектор составлено 0.8 ± 0.2 МПа и обеспечивало расход через систему $40-50$ м³/час. Сбор шлама на поверхности флотационной камеры проводился обычным способом с помощью механических скребков. Анализы сточных вод проводились по «Инструкции по отбору проб и проведению анализов сточных вод предприятий мясной промышленности», М., 1978.

Анализ результатов показал, что время выхода системы на режим, при котором обеспечивается наиболее эффективная очистка стоков, составляет около 3 часов. Лучшие результаты достигаются при непрерывной работе установки в течение суток при включении всех кавитационных модулей. Проведение совместно с ИТМО АН Белоруссии испытания показали достаточно высокую эффективность очистки сточных вод, которая составила в среднем по взвешенным частицам – 90%, ХПК – 68%, БПК – 63% при средней концентрации на входе по взвешенным частицам 2000-3000 мг/л, по жирам – 1500-2500 мг/л.

РЕЗЮМЕ

Розглянуто установку для очищення стічних вод методом кавітаційного газонасичення та оптимальні параметри кавітаційних модулів. Встановлено, що розподіл розміру газових бульбашок, що генеруються кавітаційним модулем, має максимум в області 100-200 мкм, який є оптимальним для ефективного флотаційного очищення стічних вод.

SUMMARY

The installation for the waste water cleaning by the cavitation aeration method and the optimum parameters of the cavitation units are considered. It is found that, the distribution of the gase bulbs size, which are generated by the cavitation unit, have maximum in the range of 100-200 mom, that is optimum for the effective flotational cleaning of the waste water.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузнецова Г.М., Степанова О.А. Охрана водных источников и очистка сточных вод на предприятиях мясной промышленности ВИР. – М.: ЦНИИТЭИмясомолпром, 1986. – 33 с.
2. Покровский В.Н., Аркачев Е.П. Методы непосредственного выделения примесей // Итоги науки и техники. Серия: Охрана природы и воспроизводство природных ресурсов. Т.2. Подготовкаи очистка сточных вод. – М., 1978. – 103 с. – (Сб. науч. тр. /ВИНИТИ).
3. Аркачев Е.П., Покровский В.Н. О выборе режимов безагрегатной флотации при очистке сточных вод от нефтепродуктов. – М., 1971, вып. 83. – С.161-166. – (Сб. научн. тр. / МЭИ).
4. Мацнев А.И. Очистка сточных вод флотацией. – Киев: Будівельник, 1976. – 241 с.

Надійшла до редакції 11.09.1998 р.

К І Б Е Р Н Е Т И К А

УДК 658.012.011.56

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ МАШИНЫ: ОТ НЕЧЕТКИХ РЕГУЛЯТОРОВ ДО СИТУАЦИОННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

А.А.Каргин, Т.Г.Петренко

Определение интеллектуальной машины. Исторически первым классом интеллектуальных управляющих систем были активные экспертные системы. Появление систем, ориентированных на хранение, обработку, пополнение, использование знаний, в которых результаты принятия решений приближались по качеству к решениям, принятым человеком-оператором, а по скорости существенно превышали время реакции человека, привело к идее активизировать деятельность этих экспертных систем. В их состав стали включать специальные дополнительные блоки формирования управляющих воздействий на основе принятых решений. Такие интеллектуальные системы, непосредственно подключенные к объекту, получили название активных экспертных систем [1]. В традиционной для экспертных систем архитектуре, содержащей в обязательном порядке базу знаний и механизм ввода, блок интерфейса с пользователем заменен на блок интерфейса с объектом.

Соединение искусственного интеллекта с теорией и практикой автоматического управления и исследования операций привело к формированию нового научного направления – теории интеллектуальных машин [2,3].

Управляющая система относится к классу интеллектуальных машин (ИМ), если ее организация соответствует следующим принципам [1,4].

Первый принцип. Наличие взаимодействия управляющей системы с объектом управления и окружением (реальным внешним миром) с использованием информационных каналов связи в реальном времени.

Второй принцип. Наличие у управляющей системы многоуровневой иерархической структуры, построенной в соответствии с правилом IPDI (Increasing Precision with Decreasing Intelligence) [4]: повышение интеллектуальности и снижение требований к точности моделей по мере повышения роста иерархии в системе (и наоборот).

Третий принцип. Сохраняемость функционирования (возможно с некоторой потерей качества или эффективности) при разрыве связей или потере управляющих воздействий от высших уровней иерархии управляющей системы.

Четвертый принцип. Открытость системы с целью повышения интеллектуальности и совершенствования собственного поведения.

Пятый принцип. Возможность прогноза изменений окружения и собственного поведения системы в динамически меняющемся мире.

В первом принципе заложено два свойства: а) непосредственная связь с внешним миром; б) реальное время.

Этими свойствами «по умолчанию» обладают системы автоматического управления (САУ) [5], и они распространяются на ИМ, поскольку последние являются гибридом интеллектуальной системы с САУ. В связи с этим замечанием при рассмотрении ИМ будем исходить из схем цифровых автоматических систем, в частности импульсных систем регулирования [6]. В составе аппаратного обеспечения ИМ имеются входные преобразователи через которые поступает информация от датчиков или других устройств контрольно-измерительной системы; выходные преобразователи, представ-

ляющие собой, по существу, запоминающие устройства и исполнительные устройства, воздействующие на объект управления. Непосредственная связь предполагает отсутствие в контуре передачи информации, звена, которым является человек-оператор.

Информация в каналах связи генерируется в дискретные моменты реального времени $\dots, t, t+T, t+2T, t+3T, \dots, t+iT, \dots$. В любом звене канала связи значение информационного сигнала в моменты времени $t \in [t+iT, t+(i+1)T]$ (внутри интервала) считаются неизвестными. Исключение составляют выходные преобразователи, у которых значение управляющего сигнала в любой момент времени $t \in (t+iT, t+(i+1)T)$ равно значению сигнала в момент времени $t+iT$.

Интеллектуальные одномерные системы автоматического управления. Известно [6], что (САУ) могут быть разомкнутыми, замкнутыми (с обратной связью) и комбинированными. Аналогично принято классифицировать ИМ, среди которых широкое распространение нашли интеллектуальные и нечеткие регуляторы [1,7,8], являющиеся «простейшими» представителями интеллектуальных машин. В статье ИМ этого класса рассматриваются на примере замкнутых систем.

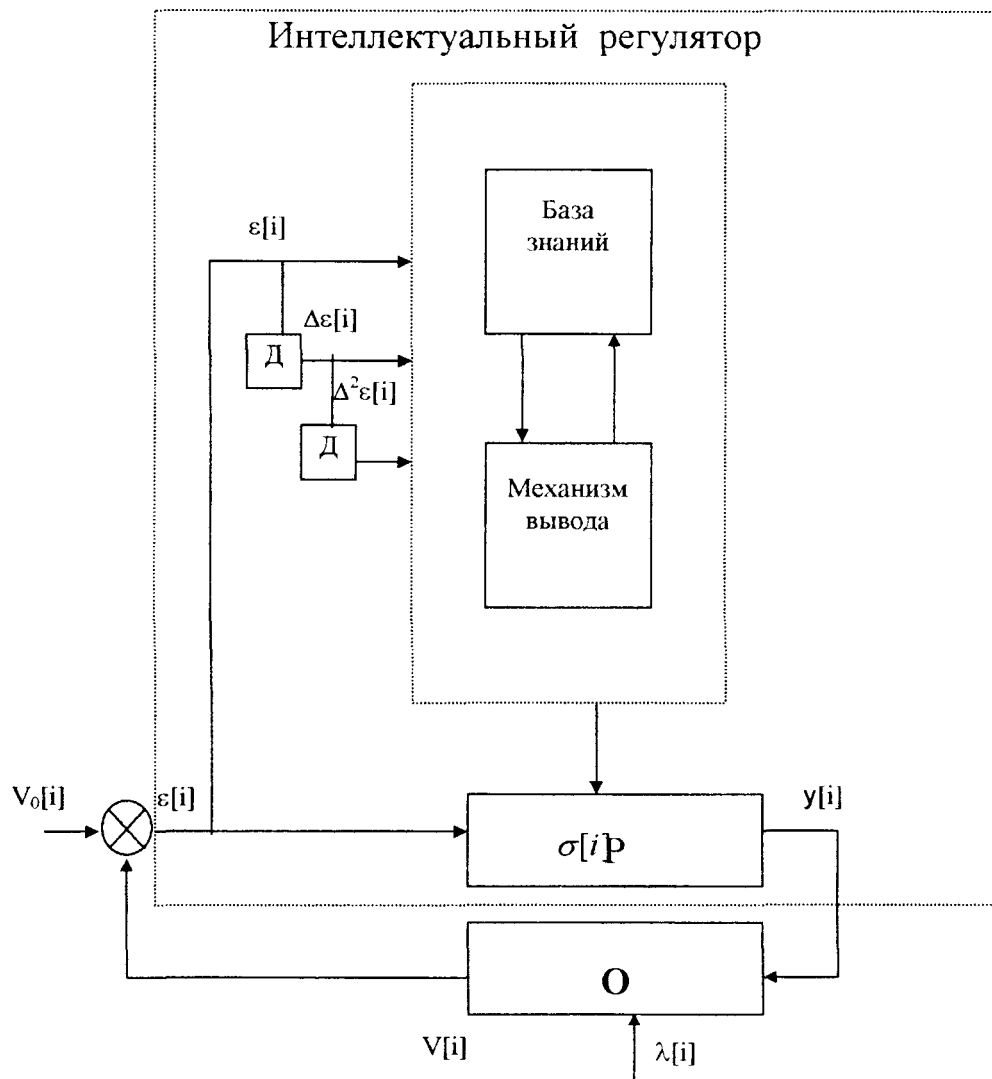


Рис. Структура интеллектуального регулятора

Задача синтеза традиционных САУ есть задача построения оптимальной системы: для заданной структуры необходимо выбрать варьируемые параметры, такими чтобы получить минимум/максимум критерия качества при заданных статистических характери-

ках задающего воздействия $V_0[i]$ и помехи $\lambda[i]$. Если характеристики известны не достаточно точно, то оптимизация теряет смысл. Для многих приложений, например, управления скоростью автомобиля характерно отсутствие достоверных моделей для всех трех элементов (объекта, помехи, задающего воздействия). Поэтому для такого класса приложений предлагается управление реализовать в виде интеллектуального или нечеткого регуляторов. Структурная схема первого приведена на рисунке.

На рисунке обозначено: $V[i]$ – регулируемая величина; $\sigma[i]$ – регулирующее воздействие; $\varepsilon[i]$ – отклонение регулируемой величины; $\Delta\varepsilon[i]$, $\Delta^2\varepsilon[i]$ – разности отклонений первого и второго порядков, соответственно; P – регулятор и O – объект управления.

Построение интеллектуальных регуляторов основано на гипотезе наличия широкого диапазона изменения ошибки или скорости ошибки, что требует систем с переменной структурой, использующих различные законы управления на разных участках фазового портрета. Таким образом, интеллектуальный регулятор должен обеспечивать три варианта управления: 1) используется один текущий; 2) выбирается новый; 3) используется два или более законов управления.

На основании экспериментальных данных измерений характеристик динамического процесса (время переходного процесса, время запаздывания, величина перерегулирования и т.п.) проектируется база знаний. Ниже приведены примеры таких правил [8].

- | | | |
|---|---|-----|
| P_1 : ЕСЛИ $\varepsilon[i] > \varepsilon_0$, | ТО $\sigma[i] = u_0$ | (1) |
| P_2 : ЕСЛИ $\varepsilon_1 < \varepsilon[i] \leq \varepsilon_0$, | ТО $\sigma[i] = k_0 u_0$ | |
| P_3 : ЕСЛИ $-\varepsilon_1 < \varepsilon[i] \leq -\varepsilon_2$, | ТО $\sigma[i] = k_1 \varepsilon[i] + k_2 \Delta\varepsilon[i]$ | |
| P_4 : ЕСЛИ $\varepsilon[i] < -\varepsilon_1$, | ТО $\sigma[i] = k_3 u_0$ | |
| P_5 : ЕСЛИ $\varepsilon_2 \leq \varepsilon[i] \leq \varepsilon_1$ и $\Delta\varepsilon[i] \leq G_1$, | ТО $\sigma[i] = k_4 \varepsilon[i] + k_5 (\varepsilon[i-n] + \dots + \varepsilon[i])$ | |
| P_6 : ЕСЛИ $\varepsilon_2 < \varepsilon[i] \leq \varepsilon_1$ и $\Delta\varepsilon[i] > G_1$, | ТО $\sigma[i] = k_6 \varepsilon[i]$ | |
| P_7 : ЕСЛИ $\varepsilon_3 < \varepsilon[i] \leq \varepsilon_2$ и $\Delta\varepsilon[i] > G_2$, | ТО $\sigma[i] = k_1 \varepsilon[i] + k_2 \Delta\varepsilon[i]$ | |
| P_8 : ЕСЛИ $\varepsilon_3 < \varepsilon[i] \leq \varepsilon_2$ и $G_2 < \Delta\varepsilon[i] \leq G_3$, | ТО $\sigma[i] = k_1 \varepsilon[i] + k_2 \Delta\varepsilon[i]$ | |
| P_9 : ЕСЛИ $\varepsilon_3 < \varepsilon[i] \leq \varepsilon_2$ и $\Delta\varepsilon[i] > G_3$, | ТО $\sigma[i] = k_1 \varepsilon[i] + k_2 \Delta\varepsilon[i]$ | |
| P_{10} : ЕСЛИ $ \varepsilon[i] \leq \varepsilon_3$ и $\varepsilon[i] \cdot \Delta\varepsilon[i] > 0$ и $ \Delta\varepsilon[i] < \sigma$, | ТО $\sigma[i] = \sigma[i-1] + k_7 \varepsilon[i] + k_8 \Delta\varepsilon[i]$ | |
| P_{11} : ЕСЛИ $ \varepsilon[i] \leq \varepsilon_3$ и $\varepsilon[i] \cdot \Delta\varepsilon[i] > 0$ и $ \Delta\varepsilon[i] > \sigma$, | ТО $\sigma[i] = \sigma[i-1] + k_7 \varepsilon[i] + k_8 \Delta\varepsilon[i]$ | |
| P_{12} : ЕСЛИ $ \varepsilon[i] \leq \varepsilon_3$ и $\varepsilon[i] \cdot \Delta\varepsilon[i] > 0$ и $\varepsilon[i] \cdot \Delta\varepsilon[i-1] > 0$, | ТО $\sigma[i] = \sigma[i-1] + k_7 \varepsilon[i] + k_8 \Delta\varepsilon[i]$ | |
| P_{13} : ЕСЛИ $ \varepsilon[i] \leq \varepsilon_3$ и $\varepsilon[i] \cdot \Delta\varepsilon[i] > 0$ и $\varepsilon[i] \cdot \Delta\varepsilon[i-1] < 0$, | ТО $\sigma[i] = \sigma[i-1] + k_7 \varepsilon[i] + k_8 \Delta\varepsilon[i]$ | |

В правилах коэффициенты $\varepsilon_0 > \varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3, G_1, G_2, G_3$ – постоянные положительные величины, которые задаются на основе априорной информации. Первая группа продукционных правил $P_1 \div P_9$ задает традиционный закон управления (П и ПИ регуляторы). Вторая группа правил $P_{10} \div P_{13}$ учитывает динамику поведения ОУ и дифференциальные характеристики процесса управления и задает алгоритм управления ПИД – регулятора.

Нечеткий регулятор имеет структуру, аналогичную приведенной на рисунке, за исключением того, что он еще выполняет функцию непосредственно регулятора P . База знаний содержит нечеткие правила типа [7]:

- | | | |
|--|---------------------------------------|-----|
| P_1 : ЕСЛИ $\varepsilon[i]$ есть P_1 , | ТО $\Delta\sigma[i]$ есть $P\sigma_1$ | (2) |
| P_2 : ЕСЛИ $\varepsilon[i]$ есть N_1 , | ТО $\Delta\sigma[i]$ есть $N\sigma_1$ | |
| P_3 : ЕСЛИ $\Delta\varepsilon[i]$ есть P_2 , | ТО $\Delta\sigma[i]$ есть $P\sigma_2$ | |
| P_4 : ЕСЛИ $\Delta\varepsilon[i]$ есть N_2 , | ТО $\Delta\sigma[i]$ есть $N\sigma_2$ | |
| P_5 : ЕСЛИ $\Delta^2\varepsilon[i]$ есть P_3 , | ТО $\Delta\sigma[i]$ есть $P\sigma_3$ | |
| P_6 : ЕСЛИ $\Delta^2\varepsilon[i]$ есть N_3 , | ТО $\Delta\sigma[i]$ есть $N\sigma_3$ | |

В правилах обозначено: P и N , соответственно, положительные и отрицательные значения отклонений и разностей; $P_i, N_i, P_{u_i}, N_{u_i}$ ($i=1,2,3$) представляют собой нечеткие

множества, с заданными функциями принадлежности. Например, для системы управления скоростью автомобиля правила имеют следующий смысл. Правило P_1 рекомендует, если скорость меньше заданной – «нажать педаль газа»; правило P_4 говорит, если скорость возрастает и набор скорости снижается, то «отпустить педаль газа». Механизм вывода реализует нечеткий МАХ-MIN логический вывод с последующей дефазификацией найденного нечеткого управления.

Кроме продукционных (1) и нечетких (2) моделей представления знаний в интеллектуальных машинах этого уровня широко используются нейронные сети [1,7,8].

Основу методологии синтеза интеллектуальных САУ составляют процедуры выбора средств интеллектуализации для решения задачи обеспечения требуемого динамического поведения САУ в тех случаях, когда традиционными средствами улучшить динамику поведения системы невозможно. Выбранные интеллектуальные средства используются с целью преодоления неопределенности информации об окружающем внешнем мире (среде) или об управляющем объекте (поведении). Задачу улучшения динамических характеристик системы можно решить различными путями: либо за счет применения традиционных методов (выбор более сложной модели САУ на исполнительном уровне) с использованием простых средств интеллектуального уровня; либо, напротив, путем разработки эффективных интеллектуальных средств, улучшающих характеристики простой модели исполнительного уровня. В первом случае усложняется модель исполнительного уровня, а следовательно, – аппаратная реализация САУ. Во втором случае усложняется программная реализация за счет повышения интеллектуального уровня.

Интеллектуальные многомерные иерархические САУ. Структурирование многомерных САУ приводит к иерархической организации системы. Главная проблема, свойственная иерархическим САУ, – это координация управляющих воздействий. Задача координации [9,10] сводится к отысканию законов управления, которые положены в основу определения воздействий передаваемых с каждого из верхних уровней на подсистемы нижележащего уровня. Кроме этого, необходимо отыскать целесообразный способ координации действий между подсистемами одного и того же уровня. Известно три принципа координации управляющих процессов [9, 10].

Принцип предсказания взаимодействий заключается в том, что управляющие воздействия с какого-либо верхнего уровня распределяются между подсистемами соседнего нижнего уровня таким образом, что каждая из подсистем становится автономной относительно всех других подсистем этого же уровня. Очевидно, что этот принцип аналогичен принципу автономности при синтезе многомерных САУ [15]. Безусловно, что подсистемы сохраняют косвенную зависимость одна от другой через верхний координирующий уровень. Этому принципу удовлетворяют большинство иерархических многомерных САУ.

Выполнение условий автономности – независимое друг от друга изменение управляемых координат – эквивалентно расчленению полного описания системы на несколько независимых описаний отдельных контуров. В этом случае к каждому отдельно взятому контуру возможно применение методов классической теории автоматического управления (синтез замкнутых либо разомкнутых дискретных систем управления, синтез инвариантных систем управления, синтез оптимальных/ экстремальных систем), если он поддается адекватному математическому описанию, или методов искусственного интеллекта.

Принцип баланса взаимодействия рассмотрим на примере двухуровневой САУ. Управляющее устройство второго уровня $УУ^2$ выдают координирующие воздействия γ_1 и γ_2 в качестве задающих воздействий на регуляторы $УУ_1^1$ и $УУ_2^1$ первого уровня. Вмешательство координатора проявляется в том, что от значений γ_1 и γ_2 зависят управляющие

воздействия YU_1^1 и YU_2^1 $\sigma_1(\gamma_1)$ и $\sigma_2(\gamma_2)$, действующие на объект управления (см.рис.). В общем случае σ_1 и σ_2 могут зависеть одновременно от γ_1 и γ_2 т.е. $\sigma_1(\gamma)$ и $\sigma_2(\gamma)$, где $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2)$. Система называется координируемой, если найдены значения $\hat{\gamma}$, такие что $\sigma_1(\hat{\gamma})$ и $\sigma_2(\hat{\gamma})$ удовлетворяют общей цели, поставленной перед системой. Для осуществления координации существенное значение имеют величины u_1 и u_2 , характеризующие перекрестное взаимодействие между управляемыми подсистемами O_1 и O_2 . Текущие значения u_1 и u_2 сопоставляются в координаторе YU^2 со значениями $\hat{u}_1(\gamma)$ и $\hat{u}_2(\gamma)$, удовлетворяющими условиям координируемости системы. Ошибка рассогласования $\varepsilon_1 = u_1 - \hat{u}_1(\gamma)$, $\varepsilon_2 = u_2 - \hat{u}_2(\gamma)$ используется при построении (синтезе) закона управления координатора YU^2 . Стратегия координации, при которой $\sigma_1(\hat{\gamma})$ и $\sigma_2(\hat{\gamma})$ удовлетворяют общей цели системы, а $u_1(\gamma) = \hat{u}_1(\gamma)$ и $u_2(\gamma) = \hat{u}_2(\gamma)$ называется принципом баланса взаимодействия.

Принципом оценки взаимодействия в координации называют условие $u_1(\gamma) \in U_1, u_2(\gamma) \in U_2$, где U_1, U_2 – допустимый диапазон изменений взаимодействий.

К иерархическим относятся «классические» системы управления технологическими процессами в энергетике, нефтяной, химической и других отраслях промышленности, в которых на верхних уровнях задача координации ставится как задача оптимального управления динамическим многомерным объектом [11] и интеллектуальные системы управления. Примером интеллектуальной многомерной иерархической машины рассматриваемого класса является система управления доменной печью [7], верхний уровень которой реализован в виде динамической экспертной системы. Она использует информацию более чем от 1000 датчиков температуры, давления, влажности и других измерительных приборов. Нижний уровень реализует комбинированное управление температурой дутья, влажностью дутья и другими контурами. Задача верхнего координационного уровня – формирование в каждый момент времени на основе знаний значений координирующих параметров для нижнего уровня. При этом используется три вида технологических знаний: диагностические знания о нагреве, фундаментальные знания о доменной печи; знания оператора печи. Например, диагностические знания содержат сведения, позволяющие диагностировать нагрев по наблюдениям оператора (цвет шлака на выходе, условия сгорания кокса перед фурмами и др.) и знания для генерации и проверки гипотез о нагреве по характеру специальной информации.

Описанные знания, представлены в трех формах: правила продукции нечеткого вида; фреймы и функции ЛИСПА. Фреймы содержат постоянные величины, которые служат исходными данными для вывода. С помощью функций ЛИСПА описываются знания процедурного типа для вычисления поправок и параметров управляющих воздействий. Другие примеры интеллектуальных иерархических машин можно найти в [12, 13].

Диспетчерское управление занимает особое место в класса иерархических многомерных систем. Это класс систем «человек-машина», традиционно развиваемый для автоматизации процесса управления с учетом оптимальных решений. Для этих систем характерно: полная автоматизация сбора и первичной обработки информации; частичная автоматизация выработки рекомендаций по управлению; принятие решений человеком и полностью автоматическая реализация управления. Диспетчерское управление является основой автоматизации транспорта (городской авто- и электротранспорт, железнодорожный и др.), а также используется на верхних уровнях цехового управления на металлургических, химических предприятиях, в энергетике. Исходя из того, что в контуре обработки информации в качестве одного из звеньев выступает человек, данный класс систем нельзя отнести к интеллектуальным машинам (не выполняется главный первый принцип), хотя известны при-

меры использования интеллектуальных методов в диспетчерском управлении. Наряду с динамическими экспертными системами при интеллектуализации диспетчерского управления используются ситуационные системы управления [14-16].

Сущность ситуационного управления состоит в следующем. На этапе синтеза системы решается задача классификации – разбиения множества возможных ситуаций на классы-эталонные и сопоставление каждому эталону управляющего решения. На этапе управления в реальном времени решается задача идентификации – модель текущей ситуации сопоставляется с эталонами и принимается управление, приписанное тому эталону, который сопоставим с текущей ситуацией. Главной задачей разработки ситуационного управления является выбор модели представления ситуации. Модель определяет аппарат теории анализа и синтеза ситуационных систем управления.

Представление ситуаций на языке ситуационного управления с использованием дискретных ситуационных сетей, RX- кодов и фреймов, развиваемые в подходах Клыкова Ю.И. [14] и Пospelова Д.А. [15] относится к семиотическим подходам, для которых характерны синтаксический и семантический разрыв между формальными средствами представления фактов и знаний и описанием ситуации на основе информации от датчиков и измерительных приборов. Это затрудняет разработку механизма автоматического построения модели ситуации на основе контрольно-измерительной информации. По этой причине на базе рассмотренных моделей невозможно создание интеллектуальных машин, удовлетворяющих изложенным принципам.

Универсальным аппаратом представления модели ситуаций (текущей и эталонной) являются нечёткие множества. Универсальность заключается в том, что любой по физической природе контролируемый параметр (дискретный или аналоговый, точный или размытый, численно или символично заданный) может быть представлен фрагментом нечёткого множества. Причём операция формирования нечёткого множества может выполняться автоматически аппаратным или программным фаздификатором. Универсальность этого подхода заключается ещё и в том, что расширяется класс задач управления. Кроме непрерывных объектов можно описывать и дискретные системы, для которых свойственна дискретность не только временного пространства, но и множеств допустимых значений параметров. Системы с дискретными входами/выходами и состояниями традиционно исследуются в рамках теории автоматов [17,18].

Главным преимуществом представления модели ситуаций нечёткими множествами является возможность в рамках единого аппарата описывать сложные гибридные системы, модель ситуации которых отражает как дискретные, так и непрерывные по значению параметры; точно измеренные и нечётко сформированные факты, а также разные динамические свойства объекта.

Нечёткое ситуационное управление имеет преимущество и перед нечёткими контроллерами, которые заключаются в том, что в них используется нечёткий вывод ситуационного типа, а не композиционный метод вывода [16].

Рассмотрим принципы ситуационного управления в изложении [16]. Модель ситуационной системы управления, как и любой интеллектуальной управляющей системы, включает базу знаний и механизм ситуационного вывода. Последний состоит из трёх блоков: блок оценки состояния (БОС); блок принятия решений (БПР); блок выдачи управляющих воздействий (БВУВ). Возможны различные модели управления. Рассмотрим простейшую из них, которую кратко можно охарактеризовать как «ситуация – действие».

База знаний содержит совокупность нечётких продукций вида:

$$\text{ЕСЛИ } S \subseteq V^i, \text{ ТО } \{x = X^i, \Omega^i\}, \quad i = \overline{1, N}, \quad (3)$$

где V^i – эталонная нечёткая ситуация, принадлежащая конечному множеству всех возможных ситуаций; S – модель текущей ситуации, поступающей на вход ситуационной системы управления от объекта управления и окружения; x – нечёткое управление; Ω^i –точное управление.

В поле ЕСЛИ правил указана операция нечёткого включения [16] – как мера близости эталонной и текущей ситуации. В поле ТО правила могут быть либо оба (нечёткие и точные) управления, либо одно из них.

Модель эталонной и текущей ситуации есть нечёткое множество типа

$$V^i = \{s \mid \mu_{V^i}(s), \forall s \in S_i\}.$$

БОС на основе поступающей на её вход информации от «аналоговых датчиков», «чётких дискретных датчиков», и «нечётких датчиков» строит модель ситуации в виде нечёткого множества. По сути дела, БОС является фадзификатором в широком смысле слова.

Модель текущей ситуации идентифицируется БПР, т.е. отыскивается правило, у которого эталонная нечёткая ситуация наиболее близка к текущей.

БВУВ реализует управление из выбранного правила на основании заложенных в нём механизмов выработки управляющих воздействий для «нечетких» и «четких исполнительных механизмов».

Изложенная идея ситуационного управления получила развитие в интеллектуальных ситуационных машинах удовлетворяющих, кроме пяти вышеупомянутых принципов, следующим двум принципам, свойственным только для ситуационных систем [19,20].

- А) Наличие механизма автоматического формирования в реальном времени многоуровневой иерархической модели ситуации, описывающей окружение и объект управления на основе разнородной информации, поступающей от датчиков, сенсорных приборов, пультов и других устройств.
- Б) Наличие ситуационного механизма формирования управляющих воздействий на объект на основе знаний в реальном времени.

Принцип А, вместе с первым и вторым принципами являются главными при отнесении ситуационной системы управления к классу интеллектуальных машин. Упомянутая выше в качестве примера модель ситуационной системы [16] по этой причине нельзя отнести к интеллектуальной машине. Примерами интеллектуальных ситуационных машин можно считать [21-23].

В заключение рассмотрения обобщим определение систем, относящихся к интеллектуальным машинам.

1. В многомерных многоуровневых иерархических системах управления главной задачей верхних уровней является координация взаимодействия отдельных управляемых подсистем. Интеллектуализация систем автоматического управления в постановке оптимальной координации осуществляется с использованием динамических экспертных систем и методов ситуационного управления. Главная особенность задач управления этого уровня – необходимость использования разнородной как по источнику, так и по представлению оперативной информации о характеристиках объекта управления и окружения, а также разнородных знаний. В динамических экспертных системах эта проблема решается путем создания гибридных моделей представления и обработки знаний (фактографические модели данных, логические, фреймовые, сетевые (семантические и нейронные), продукционные нечеткие модели знаний). Использование гибридных моделей связано с трудностями при разработке универсальных механизмов автоматического формирования управляющего сигнала. В нечетких ситуационных системах эта проблема решается путем фадзификации

разнородной по природе информации, представления ситуации однородными моделями и формирования управления механизмом ситуационного вывода.

2. Ситуационные системы могут быть классифицированы в зависимости от того, какому набору принципов они удовлетворяют.

- *Закрытые интеллектуальные ситуационные машины.* Закрытость рассматривается в интеллектуальном смысле. Эти системы удовлетворяют первому, второму и третьему принципам, а также принципам А и Б, изложенным выше.
- *Открытые интеллектуальные ситуационные машины.* Эти системы дополнительно удовлетворяют четвертому принципу интеллектуальных машин – открытости системы с целью повышения интеллектуальности. К этому классу ИСМ относятся адаптивные самообучающиеся и самоорганизующиеся системы ситуационного управления реального времени [19].
- *Рефлексивные интеллектуальные ситуационные машины* удовлетворяют пятому принципу дополнительно к первым четырем, которым удовлетворяют открытые ИСМ. Рефлексивные машины при формировании управления предварительно «проигрывают», прогнозируют развитие ситуации в зависимости от вариантов управления, а затем выбирают наиболее приемлемое управление с точки зрения поставленного перед ними критерия.

3. Задачи анализа и синтеза интеллектуальных ситуационных машин могут быть сформулированы с учетом их происхождения и класса решаемых задач. С точки зрения систем, перерабатывающих дискретную информацию в дискретные временные такты, задача анализа ИСМ может быть поставлена аналогично задаче анализа автоматов. Для заданной базы знаний (заданном множестве правил типа (3)) найти отображения «входная ситуация – управляющий сигнал» или найти значения параметров, характеризующих базу знаний, при которых существует отображение входных ситуаций в управления. Это, очевидно, задача автономного статического анализа, так как достаточно иметь базу знаний ИСМ и набор классов входных ситуаций.

С точки зрения дискретных динамических систем управления требуются знания динамических характеристик объекта управления и окружения. Задача анализа ИСМ в этом случае расширяется: определить динамические свойства системы по заданной базе знаний и динамическим характеристикам ситуаций.

Аналогично задаче анализа, возможны две постановки задачи синтеза ИСМ. В автономной трактовке задача синтеза состоит в конструировании базы знаний из типовых наборов правил по заданному поведению (отображению «класс входных ситуаций – управляющее воздействие»). В трактовке синтеза динамических систем автоматического управления задача сводится к формированию базы знаний, при которой заданное отображение входных ситуаций в управления удовлетворяют ограничениям, накладываемым на критерий качества (устойчивости и точности).

РЕЗЮМЕ

Дається класифікація інтелектуальних систем управління. Наведене визначення інтелектуальної машини. Розглянені їх представники: нечіткі регулятори, багатомірні ієрархічні інтелектуальні системи управління з активними експертними системами, систем ситуатійного управління. Наведене формальне визначення ситуатійної системи управління реального часу на підставі нечітких множин. Структурована модель ситуації відображає стан об'єкта і оточення і знаходиться в реальному часі по декларативним правилам на підставі показань сенсорів.

SUMMARY

Intelligent control systems classification are given. The fuzzy controllers, control systems with active expert systems and situational control systems models are described. On the basis of fuzzy sets the formal apparatus of real time situational control are being developed.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Захаров В.Н., Ульянов С.В. Нечеткие модели интеллектуальных промышленных регуляторов и систем управления // Эволюция и принципы построения // Изв. РАН Техническая кибернетика. – 1993. – №4.
2. Machine Intelligence // Infotech state of the art report, series 9, № 3, Pergamon Infoitech Limited, 1981.
3. Cai Z., Zhang T.T. Theory and practice on intelligence control // F. Cont. Inst Min and Met. 1989, №20, №6.
4. Saridis G.N. analytical formulation of the principle of the increasing precision with decreasing intelligence for intelligent machines // Automatica, 1989. v25, №3.
5. Максвелл Д.К., Вышнеградский И.А. Теория автоматического регулирования. – М.: 1949.
6. Бесекерский В.А. Цифровые автоматические системы. – М.: Наука, 1976.
7. Прикладные нечеткие системы // Под. Ред. Т.Терано, К.Асаи. – М.: Мир, 1993.
8. Захаров В.Н., Ульянов С.В. Нечеткие модели интеллектуальных промышленных регуляторов и систем управления // Методология проектирования / Изв.РАН Техническая кибернетика. – 1993. – №5.
9. Кухтенко А.И. О теории сложных систем с иерархической структурой управления // Сложные системы управления. – К.: Изд-во АН УССР, 1966.
10. Месарович М., Мак Д., Такахага И. Теория иерархических многоуровневых систем. – К.: Изд-во АН УССР, 1973.
11. Болтянский В.Г. Математические методы оптимального управления. М.: Радио и связь, 1969.
12. Алиев Р.А. Производственные системы с искусственным интеллектом. М.: Радио и связь, 1990.
13. Пупков К.А. Динамические экспертные системы в управлении // Интеллектуальные системы. Труды второго международного симпозиума / Под ред. К.А.Пупкова (Санкт-Петербург, 1-4 июля 1996) М.: Изд. РУДИ-ПАИМС. 1996. Т.2.
14. Клыков Ю.И. Ситуационное управление большими системами. – М.: Энергия, 1974.
15. Поспелов Д.А. Ситуационное управление: теория и практика. – М.: Наука, 1986.
16. Мелихов А.Н., Берштейн Л.Е., Коровин С.Д. Ситуационные советующие системы с нечеткой логикой. – М.: Наука, 1990.
17. Трахтенброт Б.А., Барздин Я.М. Конечные автоматы: Поведение и синтез. – М.: Энергия, 1970.
18. Грунский И.С., Козловский В.А., Пономаренко Г.Г. Представление конечных автоматов фрагментами поведения. – Киев: Наук. думка, 1990.
19. Каргин А.А. Адаптивные самообучающиеся системы ситуационного управления реального времени // Вестник Донецкого государственного университета. Серия А, Донецк, ДонГУ, 1997. – №1.
20. Каргин А.А. Принципы построения систем ситуационного управления реального времени // Праці П'ятої Української конференції з автоматичного управління «Автоматика-98»: Київ, 13-16 травня 1998. – Ч.1 – Київ: вид-во НТУУ «Київський політехнічний інститут», 1998.
21. Каргин А.А. Системы ситуационного управления реального времени // Контроль і управління в технічних системах / Збірник праць четвертої міжнародної науково-технічної конференції. Т.3. – Вінниця, ВДТУ, 1997.
22. Каргин А.А., Сытник Б.Т. Об использовании нечетких моделей знаний в задачах управления движением поездов. Ч.2. Структурированные декларативные и процедурные знания в производственных системах // Информационно-управляющие системы на железнодорожном транспорте. 1997. №1.
23. Петренко Т.Г. Интеллектуальная система управления скоростью роспуска железнодорожных составов на горках // Контроль і управління в технічних системах (КУТС-97) / Книга за матеріалами четвертої міжнародної НТК, м. Вінниця, 21-23 жовтня 1997. Т.3. – Вінниця: «УНІВЕРСУМ – Вінниця», 1997.

Надійшла до редакції 07.09.1998 р.

УДК 534.4:621.39

ПРОБЛЕМА СИНТЕЗА ДИКТОРОНЕЗАВИСИМЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ РЕЧЕВЫХ СООБЩЕНИЙ

С.В.Мышко

Введение

К актуальным проблемам в области создания систем обработки речевых образов в настоящее время относятся практически все задачи, решаемые исследователями при проектировании автоматических систем распознавания и синтеза речи.

«Одной из наиболее сложных в автоматическом распознавании речи является проблема поиска признаков, описывающих речевой сигнал. Сложность ее вытекает из неопределенности единиц распознавания.... Кроме того, мы почти ничего не знаем о том, как распределена речевая информация в акустическом сигнале и по каким основным законам она кодирована» [1].

«Проблема выбора первичного представления речевого сигнала многими считается ключевой при решении задачи автоматического распознавания. В настоящий момент по этому вопросу нет какой-либо устоявшейся идеологии» [2].

По мнению В.Н.Сорокина «в начале и середине 60-х годов доминировала правильная постановка задачи - свободный разговор с машиной, и использовалась верная методология – изучение свойств речевого сигнала... Однако в силу ряда обстоятельств с конца 60-х годов произошло почти повсеместное прекращение фундаментальных исследований и началось соперничество в создании устройств распознавания и синтеза речи... Произошла подмена конечных целей – отказ от свободного диалога и ориентация на ограниченные словари и настройку на диктора, и проблема распознавания стала рассматриваться скорее как техническая» [3]. В соответствии с этим «До настоящего времени нет общепризнанного метода обработки речевых сигналов для распознавания» [4].

Данное положение предопределяет необходимость проведения критического анализа основных идеологических и методологических положений, принимаемых на практике при решении указанных задач. Цель данного анализа состоит в обосновании перспективных направлений исследований, в результате проведения которых удастся построить методологию синтеза дикторонезависимых систем автоматической обработки речевых сообщений.

Результаты искомого критического анализа представлены в настоящей статье. При этом рассуждения проведены безотносительно к решению какой-либо конкретной задачи распознавания речевых сигналов в силу общности рассматриваемых аспектов. В качестве объекта исследования была принята произвольная звуковая волна, являющаяся носителем речевой информации.

1.1. Обоснованность выбора объектов распознавания при проектировании систем автоматической обработки речевых сообщений

Математическая постановка задачи распознавания [5] предполагает, в частности, задание множества (класса) M объектов ω , на котором существует разбиение на конечное

число подмножеств Ω_i , $i = \overline{1, n_1}$, $M = \bigcup_{i=1}^{n_1} \Omega_i$. Объекты ω задаются значениями некоторых

признаков x_j , $j = \overline{1, n_2}$, совокупность которых определяет описание $I(\omega)$ объекта ω , и «основной целью распознавания является построение на основе систематических теоретических и экспериментальных исследований эффективных вычислительных средств для от-

несения формализованных описаний... объектов к соответствующим классам» [5].

Таким образом, при проектировании системы автоматического распознавания речи и постановке соответствующей задачи должны быть определены множество M объектов ω и их описание $I(\omega)$. При этом, при функционировании системы распознавания на ее вход должны подаваться объекты распознавания.

В соответствии с представленной постановкой задачи рассмотрим обоснованность традиционных подходов к выбору объекта распознавания при проектировании автоматических систем обработки речевых сообщений.

Звуковая волна как носитель речевой информации в указанные системы вводится либо в виде функции $U(n\Delta t)$ ($n = \overline{1, N}$, $\Delta t = 1/f$, f – частота квантования по времени), соответствующей амплитудно-временному представлению (АВП) звуковой волны, либо в виде множества функций $\{f_i(n\Delta t)\}_{i=1}^m$, где $f_i(n\Delta t)$ – АВП сигнала с выхода i -го полосового фильтра.

Проводя рассуждения с учетом сделанных посылок о произвольности звуковой волны с точки зрения соответствия образам различных языковых объектов не вызывает сомнения невозможность рассмотрения $U(n\Delta t)$ или $\{f_i(n\Delta t)\}_{i=1}^m$ в качестве объекта распознавания. Действительно, в противном случае $m = \infty$, что соответствует бесконечному множеству всевозможных звуковых волн, которые могут быть порождены речевым источником, функционирующим по правилам фонетики выбранного языка, и определяет некорректность постановки задачи распознавания.

Таким образом, $U(n\Delta t)$ и $\{f_i(n\Delta t)\}_{i=1}^m$ выступают как объекты исследования в системах распознавания речи, в области определения которых необходимо установить объекты распознавания. Следовательно, при проектировании систем автоматического распознавания речи необходимо предварительно решить задачу о выборе и поиске объектов распознавания.

Рассмотрим, как решается данная задача в настоящее время. Не ограничивая общности дальнейших рассуждений, будем считать, что на вход системы подается функция $U(n\Delta t)$.

Из анализа литературных источников следует, что при проектировании систем автоматического распознавания речи, с целью определения объектов распознавания в области определения функции $U(n\Delta t)$, решается задача сегментации. Не проводя анализируя корректность постановки данной задачи, необходимо отметить, что в настоящее время нет единых теоретических посылок для ее решения и единообразия в трактовке термина «сегментация». Обобщая различные подходы к сегментации, заметим, что все они определяют попытку постановки и решения своеобразной задачи распознавания. При этом отрезки области определения функции $U(n\Delta t)$, полученные в результате сегментации, трактуются как объекты распознавания звуковых волн, являющихся носителем речевой информации.

Однако, предполагая получение объектов распознавания в результате решения задачи сегментации как задачи распознавания для постановки последней необходимо введение множества M и подмножеств Ω_j также описания $I(\omega)$ объектов ω из M . Не рассматривая в настоящем параграфе объективность формирования множества признаков x_j для описания объектов ω , проанализируем обоснованность выбора последних.

«Параметры, используемые для фонетической сегментации, обычно вычисляются с определенной частотой, которая лежит в диапазоне 50-200 Гц» [6]. Таким образом, в каче-

стве объектов распознавания при решении задачи сегментации выступает окно некоторой длины. То есть априорно задаваемый фиксированный отрезок области определения функции $U(n\Delta t)$, которым она покрывается то ли с назначенным перекрытием, то ли без него.

Приведенная цитата не характеризует частный взгляд авторов на выбор элементов множества M . Проведенный анализ показывает, что использование окон присуще практически всем системам распознавания, разработанным к настоящему времени или находящимся в стадии проектирования. Следовательно, ставя задачу об оценке обоснованности выбора объекта распознавания, необходимо проанализировать обоснованность выбора конкретного окна как элемента множества M .

Заметим, что источник речеобразования может функционировать в различных режимах, характеризующих скорость передачи речевой информации. То есть одно и то же речевое сообщение, воспроизведенное несколько раз, не может характеризоваться строго определенным временем работы источника. При этом вариации скорости приводят к изменению времени существования объектов распознавания, составляющих информационный код речевых сообщений. Следовательно, не ограничивая условий речеобразования, невозможно априорно назначить некоторый отрезок времени, который всегда кратно покрывал бы каждый искомый объект распознавания в АВП. Более того, обеспечить для всяких объектов распознавания и условий речеобразования ситуацию, при которой окно хотя бы один раз полностью содержалось в области существования искомого объекта, практически невозможно в силу того, что необходимые временные границы неизвестны.

Рассуждения и предполагая, что на вход системы поступает произвольная, в указанном выше смысле, звуковая волна, можно сделать вывод о невозможности обоснования длины окна, принятой при решении задачи сегментации, а, следовательно, и распознавания.

В соответствии с этим некорректными являются и рекомендации исследователей, состоящие в том, что «...целесообразно измерение параметров производить на отрезках такой длительности, при которой свойства сигнала не успевают много измениться» [7]. Неопределенность условий речеобразования в момент, когда $U(n\Delta t)$ поступает на вход системы, предопределяет невозможность установления отрезков, обладающих указанным свойством.

В литературе часто встречаются более «конкретные» рекомендации по выбору длины окон. Так, в [8] указано, что «оптимальная длительность интервалов анализа лежит в пределах от 15 мс до 30 мс». Однако, как следует из данной работы, представленные пределы получены при исследовании достаточно узкого класса звуковых волн с применением строго определенных процедур анализа их образов. Следовательно, при изменении класса анализируемых объектов и аппарата анализа возможно получить и другие оценки. При этом отрезок от 15 мс до 30 мс не представляет исследователям не только оптимальную длину окна, но и, в принципе, сколько-нибудь обоснованного назначения длины отрезка наблюдения.

Задача выбора окна, как объекта распознавания, отнесена [9] к проблемам «...требующих своего безотлагательного решения для успешного продвижения в области анализа, распознавания, смысловой интерпретации и синтеза речевых сигналов». «При анализе обычно пользуются пересекающимися, т.е. $\Delta T < \Delta T'$ интервалами анализа продолжительностью от 10 мс до 30 мс. Однако полной ясности ни теоретической, ни практической, каким же следует выбирать значение продолжительности интервала $\Delta T'$ и шага анализа ΔT , до сих пор нет».

Ряд исследователей полагают, что решение данной задачи частично можно получить, выбрав окно, равное величине так называемого основного тона (ОТ), либо уста-

новить окно переменной длины, оценивая динамику изменения ОТ.

Однако анализ работ, посвященных разработке алгоритмов определения ОТ, показал, что практически всем методам присуще использование пороговых величин – констант, субъективное задание полос пропускания фильтров, а также априорное на значение величины интервала анализа звуковой волны, то есть окон. Таким образом, разрабатываемые методы не могут способствовать сколько-нибудь корректному обоснованию выбора окна, а, следовательно, и объекта распознавания.

На первый взгляд отсутствие корректных методов определения ОТ не снижает актуальности задачи по разработке алгоритмов его определения. Однако более детальное исследование приемлемости ОТ для решения задачи сегментации как задачи распознавания показывает, что знание ОТ не приводит к однозначности в формировании описания объекта ω , то есть $I(\omega)$, если ω – есть отрезок, по длине равный величине ОТ. Действительно, значение ОТ рассчитывают на квазипериодических фрагментах АВП, которые характеризуют вокализованные участки речевых сообщений. При этом, исходя из того, что всякая квазипериодическая структура порождает множество квазипериодических структур, в силу неопределенности понятия квазипериода, обосновать строго тот момент времени, относительно которого следует откладывать величину ОТ, в настоящее время затруднительно. Следовательно, получаемый с использованием ОТ объект распознавания не претендует на объективность.

В работе [11] в качестве одной из основных проблем при синтезе систем автоматического распознавания речи определена следующая: «Какой длины должен быть интервал анализа, должен ли он быть постоянным или переменным...».

Как следует из материала, представленного в данном разделе, указанная проблема не имеет права на существование в силу широкой вариабельности носителя речевой информации – звуковых волн, – получаемой в результате нестационарности условий речеобразования.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что определение объекта распознавания посредством решения задачи сегментации, основанной на использовании окон, не предполагает корректного решения задачи автоматического распознавания широкого многообразия речевых сообщений. Необходимо отметить, в качестве следствия из сделанного вывода, и тот факт, что окно не может выступать и в качестве объекта распознавания в системах автоматического распознавания речевых сообщений.

Из представленных рассуждений следует, что для обоснованного выбора объектов распознавания при проектировании систем автоматической обработки речевых сообщений необходимо проведение исследований относительно изучения свойств функции $U(n\Delta t)$. При этом разрабатываемые методы в своей основе не должны строиться на использовании каких-либо априорных посылок относительно установления длины окна как интервала анализа АВП звуковых волн.

В настоящее время доминирующей является идеология, в рамках которой объекты распознавания связывают с теми фонологическими единицами, которые выступают в качестве эталонов в системах распознавания, то есть на основе установления которых заводятся множества Ω_i . В соответствии с этим для определения перспективных направлений решения задачи по выбору объектов распознавания рассмотрим фонологические аспекты проектирования систем автоматического распознавания речевых сообщений.

1.2. Фонологические аспекты проектирования систем автоматического распознавания речи

Решая задачу по проектированию систем автоматического распознавания речи, исследователи традиционно опираются на некоторые фонологические единицы или их

сочетания. При этом выбираются некоторые подмножества аллофонов, фонем, дифонов, слогов или слов, которые своими именами и задают множества Ω_i . Таким образом, задача распознавания получает своеобразную трактовку, в которой априорно назначаются Ω_i , из субъективно-статистических посылок устанавливается $I(\omega)$ для каждого Ω_i , и решается задача сегментации. Целью решения этой задачи является поиск объектов распознавания в области определения функции $U(n\Delta t)$ на основе знания множеств x_j , составляющих описания $I(\omega)$.

Представленная трактовка основывается на гипотезе, состоящей в том, что, если объект исследования изучен с точки зрения отображения свойств априорно задаваемых фонологических объектов, то последние можно выявить в области определения $U(n\Delta t)$ на основе указанных свойств. Однако, как уже было показано в п.1.1, принятая гипотеза для исследования АВП звуковых волн не выдерживает критики. Действительно, ведь, осуществляя попытку формирования $I(\omega)$ необходимо иметь объект распознавания. То есть выявление по $I(\omega)$ образов фонетических единиц в области определения функции $U(n\Delta t)$ есть решение задачи распознавания, для которой необходимо определить объекты распознавания.

Резюмируя изложенное, можно сделать вывод о том, что решение задачи по определению объектов распознавания в области определения функции $U(n\Delta t)$ необходимо осуществлять безотносительно к какому-либо множеству фонологических единиц или их сочетаний и без априорных посылок о назначении интервала анализа для просмотра АВП исследуемой звуковой волны.

Однако в силу того, что объект распознавания должен согласовываться с множествами Ω_i , то есть должен представлять образ элемента, на котором заведено хотя бы одно подмножество Ω_i , или определять элемент, не включенный в множество M , рассмотрим правомочность использования в указанном качестве фонологических единиц.

Другими словами, необходимо ответить на вопрос: «Правомочно ли фонологические единицы использовать как эталонные элементы, с которыми необходимо сопоставлять объекты распознавания?» Актуальность данного вопроса не вызывает сомнения уже в силу ранее сделанного вывода о том, что при обосновании перспективных направлений по определению объекта распознавания, нецелесообразно использовать знания о многообразии фонологических единиц.

Практически все системы распознавания речевых сообщений основываются на использовании перечисленных выше фонологических единиц. При этом необходимо отметить, что многолетняя практика проектирования указанных систем не позволила выработать единую точку зрения на то, распознавание каких фонологических единиц должно осуществляться первоначально; какие фонологические единицы необходимо распознавать, а какие нет и т.д. В литературе прослеживаются весьма разноплановые мнения по этому вопросу. Целый ряд исследователей утверждают, что необходимо распознавать фонемы, другие доказывают, что аллофоны и дифоны, третьи обосновывают, что слоги, являясь минимальной конструкцией языка, должны составлять множество эталонов и т.п.

Рассмотрим поставленный ранее вопрос безотносительно к какой-либо из перечисленных точек зрения. При этом, исходя из постановки задачи распознавания, оценку правомочности использования фонологических единиц в качестве эталонных элементов проведем с точки зрения уяснения определенности последних в терминах свойств АВП звуковых волн и степени их обособленности, вычленимости в образах речевых сообщений.

Как следует из [12] «Под фонемой подразумевают всю совокупность аллофонов, которые имеют одинаковые функции и не создают смысловых различий в данном языке». При этом «Термином «аллофон» будем представлять набор звуков, которые имеют одинаковые свойства, или одинаково информативны» [12]. «В самом общем виде под слогом подразумевается ядро гласной (или слоговое ядро) и функционально связанные с ним соседние согласные» [6].

Анализ представленных определений показывает, что заданные таким образом фонологические единицы никакой связи с функцией $U(n\Delta t)$ не имеют. С другой стороны, если на фонологических единицах заводить множество эталонов, то необходимо формировать их описания $I(\omega)$. Из определений не следует, как это возможно сделать. То есть непонятно, какой отрезок области определения функции $U(n\Delta t)$ можно трактовать как аллофон, фонема, дифон или слог, и каким множеством признаков его описывать. Определение аллофона сводится к назначению множества звуков, которые имеют одинаковые свойства. Однако какие это свойства, на множестве каких звуков возможно выбирать подмножество, определяющее аллофон, и более того, непонятно, как задается звук в терминах АВП звуковых волн.

Как следует из обширного анализа литературных источников, корректного определения фонологических единиц для их использования в системах автоматического распознавания речи, то есть, определения в терминах свойств АВП исследуемых звуковых волн, нет. Данное обстоятельство предполагает изучение способов практического использования фонологических единиц при проектировании указанных систем.

В существующих системах фонологические единицы используются декларативно, с учетом заведения субъективно-статистических пороговых величин (констант).

Разработчики систем выбирают то или иное множество образов звуковых волн, которые, по их мнению, соответствуют образам некоторой фонологической единицы. При этом формирование указанного множества осуществляется, как правило, путем оценки на слух представительности звуковой волной необходимого объекта. Затем субъективно выбирают множество признаков. Рассчитывают их на элементах сформированного множества звуковых волн. Устанавливают числовые пределы изменения каждого из признаков, и полученное описание связывают с той фонологической единицей, образы которой исследуются.

Очевидно, что такой подход к определению фонологических единиц приводит к целому ряду противоречий. Одним из них является то, что за редким исключением практически не существует двух эквивалентных множеств признаков и описаний фонологических единиц, применяемых на практике в различных системах распознавания звуковых волн, являющихся носителем речевой информации. Более того, использование субъективно-статистических посылок не предполагает применения полученных описаний фонологических единиц для распознавания всего многообразия речевых сообщений, поскольку ни один разработчик не в состоянии обосновать представительности выборки, соответствующей назначенным множеством исследуемых звуковых волн.

Из вышеизложенного следует, что корректного определения фонологических единиц в терминах АВП звуковых волн к настоящему времени не получено. Данное обстоятельство в значительной степени затрудняет использование фонологических единиц в качестве множества эталонных элементов в системах автоматического распознавания речи.

Рассмотрим второй из поставленных ранее вопросов о степени обособленности, вычленимости в образах речевых сообщений фонологических единиц. Данный вопрос является достаточно правомочным уже потому, что формируя субъективно-статистические эталоны, исследователи, как следует из вышеизложенного, подвергали

обработке звуковые волны, которые по их мнению соответствовали образам отдельных фонологических единиц.

«До сих пор живуч миф о физической представительности фонем в речи аналогично буквам в тексте, хотя давно установлено, что фонема осознается лишь после распознавания слога, а иногда и слова, то есть фонемы служат для кодирования уже распознанного сообщения. Тем не менее не прекращаются попытки распознавания фонем, а по последовательности фонем – восстановления смысла сообщения. Это является результатом почти всеобщего пренебрежения не только к изучению процессов речеобразования и восприятия, но и к анализу и использованию их достоверно установленных свойств» [3].

«В отличие от печатного текста или от искусственных (технических) сигналов речевой сигнал не допускает простого и однозначного членения на элементы (фонемы, слова, фразы), поскольку эти элементы, как уже отмечалось, не имеют явных физических границ. Они вычленяются в сознании слушателя – носителя данного языка в результате сложного многоуровневого процесса распознавания и понимания речи» [13].

Из представленных утверждений, основанных на достаточно глубоком изучении авторами рассматриваемой проблемы, следует, что постановка вопроса об обособленности и степени вычленимости фонологических единиц в АВП звуковых волн неправомерна. Действительно, фонологические единицы ввели в рассмотрение лингвисты для обозначения различных свойств и проявлений уже распознанных единиц языка. При этом фонологическая классификация является чисто субъективной для носителя языка и не может распространяться на применение к декомпозиции речевого сообщения, поступающего на другом языке. В литературе описаны эксперименты, в процессе которых слушатель, записывая иностранную речь в виде последовательных фонем, совершал множество ошибок, связанных с членением речевого потока.

Таким образом, показанная неправомерность поставленного ранее вопроса дополняет сделанные выводы о невозможности заведения множества эталонов на основе использования фонологических единиц при проектировании систем автоматического распознавания речевых сообщений. В противном случае при реализации субъективно-статистического подхода неочевидным является выбор множества звуковых волн, представляющих образы той или иной фонологической единицы.

В дополнение к сделанным выводам приведем некоторые результаты, полученные Л.Э.Калнынь. В работе «Фонетическая программа слова как основная произносительная единица» автор делает вывод о том, что «... в звуковой речи актуализируются правила и связи, которые не могут быть сведены к комбинации / нанизыванию дискретных единиц типа звук / фонема» [13]. Доказывая правомочность рассмотрения фонетической программы слова, которая актуализируясь, устанавливает связи и определяет взаимовлияние различных частей звуковых волн друг на друга при произнесении слов, автором установлено, что «... расчленение слова на дискретные единицы типа звук/фонема не имеет объективных оснований в фонетическом процессе, которым является звучащая речь» [13].

Проведенный анализ фонологических аспектов проектирования систем автоматического распознавания речи показал, что использовать фонологические единицы в качестве элементов, на которых Ω_i , в настоящее время не представляется возможным в рамках решения задачи по обработке широкого многообразия звуковых волн, являющихся носителем речевой информации. При этом заведение фонологических единиц не проясняет проблемы определения и выявления в АВП звуковых объектов распознавания.

Заключение

Из представленного анализа следует, что перспективным направлением проектирования систем автоматического распознавания речи является разработка методов об-

работки образов звуковых волн безотносительно к выбору окна и какому-либо множеству фонологических единиц.

РЕЗЮМЕ

Наведено обґрунтування необхідності проєтування систем автоматичного розпознавання мови безвідносно до вибору окна та якій-небудь множині фонологічних одиниць.

SUMMARY

It's a presentation of grounds of necessity of design systems of automatic recognition of speech irrespective of choice of window or any amount of phonological units.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рохтла М. Первичная обработка зашумленного сигнала // Автоматическое распознавание слуховых образов: Тез.докл. ХУ Всесоюзн.семина. Таллин: Изд-во ин-та кибернетики АН ЭССР, 1989. – С.227-228.
2. Галунов В.И., Жаков М.Я., Куликов Г.А., Рудженис А.И., Тампель И.Б., Фридрих В.Л. Первичный анализ в системах автоматического распознавания // Автоматическое распознавание слуховых образов : Тез.докл. ХУ Всесоюзн.семина. (АРСО-15). – Таллин: изд-во ин-та кибернетики АН ЭССР, 1989. – С.49-58.
3. Сорокин В.Н. Истинные и ложные цели в распознавании и синтезе речи // Речевая информатика. – Киев: Ин-т кибернетики им. В.М.Глушкова АН УССР, 1989. – С.40-45.
4. Мордокулова Н.Б., Трунин-Донской В.Н. Лингво-акустические проблемы создания системы распознавания слитной речи на ЭВМ / АН КиргССР, Вычислительный центр АН СССР. – Ф.: Илим, 1989. – 136 с.
5. Журавлев Ю.И., Гуревич И.Б. Распознавание образов и анализ изображений // Искусственный интеллект. Кн.2. Модели и методы: Справочник. – М.: Радио и связь, 1990. – С.149-191.
6. Методы автоматического распознавания речи/ Под ред. У.Ли. – М.: Мир, 1983. Т.1. – 411 с.
7. Гудонавичюс Р.В., Кемелис П.П., Гитавичюс А.Б. Распознавание речевых сигналов по их структурным свойствам. – Л.: Энергия, 1977. – 62 с.
8. Хоменок Л.И. Моделирование анализаторов речевых сигналов // Автоматизация дедуктивных построений, распознавание образов и интеллектуальные роботы. – Киев: Ин-т кибернетики им.В.М.Глушкова АН УССР, 1988. – С.72-79.
9. Винцюк Т.К. Анализ, распознавание и интерпретация речевых сигналов. – Киев: Наук.думка, 1987. – 264 с.
10. Винцюк Т.К., Хоменок Л.И. Влияние эффектов дискретизации, продолжительности интервала и шага анализа на надежность распознавания речевых сигналов // Автоматическое распознавание слуховых образов: Тез.докл. ХУ Всесоюзн.семина. (АРСО-15). – Таллин: Изд-во ин-та кибернетики АН ЭССР, 1989. – С. 77-78.
11. Рабинер Л.Р., Шафер Р.В. Цифровая обработка речевых сигналов: Пер.с англ. – М.: Радио и связь, 1981. – 459 с.
12. Косарев Ю.А. Естественная форма диалога с ЭВМ. – М.: Машиностроение, Ленингр. отд., 1989. – 142 с.
13. Калнынь Л.Э. Фонетическая программа слова как основная произносительная единица // ISPhS 87: Proc. th Int. Cong., of Phon., Sciences. Tallinn, Estonia, USSR, 1-7 August, 1987. – Tallinn, 1987, Vol. 3.

Надійшла до редакції 10.08.1998 р.

УДК 658.012.011.56

СИТУАЦИОННЫЙ ПОДХОД В ЗАДАЧЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ МЕТЕОУСЛОВИЙ ЗАГРЯЗНЕНИЯ ВОЗДУХА

С.А.Етик

Задача прогнозирования метеоусловий загрязнения воздуха (МУЗВ), как одна из задач метеорологического прогнозирования, относится к задачам краткосрочного, регионального прогнозирования метеорологических параметров атмосферы [1]. Задачи данного класса традиционно связаны с трудностями уже на первых этапах их решений – при формализации и сборе необходимых исходных данных – метеопараметров. Это вызвано несколькими факторами: во-первых, экономическая несостоятельность организации достаточно густой сети контрольно-измерительных станций; во-вторых, разнородность данных, которые требуют своего учета; в-третьих, недостаточная изученность причинно-следственных связей между некоторыми метеорологическими факторами и явлениями, в-четвертых, так называемый «человеческий фактор», вносящий неточность в данные, фиксация которых происходит не аппаратно, а наблюдается экспертами метеослужб. Все указанные факторы, так или иначе, приводят к «пробелам» и неточностям в представлении информации, которые метеорологи обобщенно называют *bogus data* [2], и неизбежно влекут за собой применение эмпирических методов и использование экспертных оценок данных. Кроме того, требование краткосрочности выполняемых решений практически полностью исключает использование традиционных численно-аналитических методов для данной задачи.

Региональными гидрометцентрами Украины разработаны методики прогнозирования метеоусловий загрязнения воздуха, которые включены в новое, 3-е издание руководства по краткосрочным прогнозам погоды, часть I, утвержденное Центральной методической Комиссией Украины по прогнозам. Согласно данным методикам задача краткосрочного прогнозирования МУЗВ, основывается на предположении о самостоятельности и целостности исходной предпосылки о критическом (решающем) значении метеофакторов на образование скоплений в воздушном бассейне контролируемого объекта (города или техногенного региона) массы вредных примесей [3].

Содержательно данная задача состоит в следующем: имеются результаты измерений и наблюдений за метеопараметрами не менее чем за последние 24 часа, которые представляют собой текущую метеоситуацию; имеются законы или правила поведения, распространения и развития воздушных масс в данном регионе, согласно которым, на основании имеющейся оперативной информации, можно судить о взаимном влиянии и развитии метеофакторов региона в будущем и тем самым предсказывать метеоситуацию. Кроме того, для региона требуются описания некоторых метеоситуаций, при которых возникают застойные явления в атмосфере (МУЗВ), и которые приводят к скоплению вредных примесей. Проверка гипотез о возникновении в течение ближайших 24 часов одной из подобных ситуаций, на основе баз фактов и знаний составляет основную задачу прогнозирования метеоусловий загрязнения воздуха.

Анализ действующих методических указаний по выполнению прогнозирования МУЗВ в регионах показал, что реально используется 32 метеорологических параметра окружающей среды, причем в основном в неформальном представлении. Ниже приведены два таких параметра с указанием всех их возможных значений.

Скорость ветра

Штиль
Слабый ветер
Средний
Сильный
Ураган
Шквал

Тип облачности

Ясно
Умеренная облачность
Сильная

В первом случае «неформальность» заключена в нечеткой, субъективной трактовке значений параметра экспертами-метеорологами, во втором случае облачность имеет вполне формализованное определение и числовое представление всех своих возможных значений. Однако, как отмечают метеорологи, этот метеопараметр имеет четко выраженный региональный характер и, кроме того, в настоящее время далеко не всегда удается четко выразить связь параметра облачности с другими параметрами среды. поэтому метеорологи предпочитают использовать подобные «обобщенные» значения. Такая ситуация с нечетким или неформальным определением параметров среды в задаче прогнозирования МУЗВ встречается очень часто, исключения составляют лишь несколько параметров – температура воздуха в различных слоях атмосферы, время суток, время года и некоторые другие.

Разнородность информационного описания задачи и особенности метеорологической информации создают предпосылки для использования обобщающего принципа «нечеткости знаний» [4]. В качестве формального аппарата представления метеорологических ситуаций и прежде всего метеофактов выбран аппарат теории нечетких множеств [5]. Данный аппарат может формализовать все присущие задаче прогнозирования МУЗВ нечеткости. Это и субъективность качественных оценок параметров, и неточность контрольно-измерительной аппаратуры, и недостаточная изученность причинно-следственных связей метеосреды.

С помощью нечетких множеств представляются метеофакты. Любой метеофакт описывает состояние одного параметра метеосреды или метеофактора. Например, метеофактор «скорость ветра» имеет 6 значений: {«штиль», «слабый», «средний», «средний», «сильный», «ураган», «шквал»}, будем обозначать это множество F . Соответствующее ему нечеткое множество, представляющее собственно метеофакт, будем обозначать $\tilde{F}$. Для краткости переопределим формальное задание значений метеофакторов, как например в данном случае: F_1 – «штиль»; F_2 – «слабый»; F_3 – «средний»; F_4 – «сильный»; F_5 – «ураган»; F_6 – «шквал».

Таким образом, общий вид нечеткого множества $\tilde{F}$ представляющего метеофакт «скорость ветра» будет таким:

$$\left\{ F_1/\mu_1, F_2/\mu_2, F_3/\mu_3, F_4/\mu_4, F_5/\mu_5, F_6/\mu_6 \right\}.$$

Наиболее удачная трактовка степени принадлежности нечеткого множества традиционно ссылается к теории вероятностей. А именно, степень принадлежности элемента x нечеткому множеству $\tilde{C}$ можно понимать как условную вероятность наступ-

ления события $\tilde{C}$ при наблюдении события x . Допустим, что эксперт-метеоролог, наблюдая или измеряя, или рассчитывая некоторые параметры, приходит к выводу о том, что скорость ветра сильная и считает эти знания абсолютно истинными. Данный метеофакт формально можно записать следующим образом:

$$\left\{ F_1|0, F_2|0, F_3|0, F_4|1, F_5|0, F_6|0 \right\},$$

что отражало бы полное доверие со стороны формальной системы к знаниям эксперта. Далее рассмотрим более реальный случай, когда метеоролог учитывает рекомендации и методические указания к задаче прогнозирования МУЗВ, которые утверждают необходимость учета всякого рода погрешности контрольно-измерительной аппаратуры, учета размытости и неопределенности параметра в прогнозируемом регионе, а также самое главное – учета неформальности (необъективности) определения значений метеофактора. В этом случае тот же метеофакт может быть записан и в виде:

$$\left\{ F_1|0, F_2|0.01, F_3|0.3, F_4|0.9, F_5|0.7, F_6|0 \right\}.$$

Подвергая эти значения функции принадлежности трактовке, указанной выше, обнаружим, что данная формальная запись утверждает наступление события или оправдываемость утверждения о сильной скорости ветра, вероятно, и при других утверждениях эксперта, однако с разной вероятностью (степенью возможности).

Кроме указанной, строгой, в смысле теории вероятности, утверждается и возможность другой физической трактовки функций принадлежности. При которой значения степеней принадлежности трактуются как фактор, отражающий как взаимную близость некоторых понятий при субъективных оценках, так и схожесть некоторых параметров при определении детерминирующих законов состояния среды. Например, в нашей задаче очень часто факты сильной и ураганной скорости ветра приводят к одним и тем же изменениям в метеосреде при прочих равных условиях. Рассмотрим пример формальной записи факта, установленного метеорологом об ураганной скорости ветра

$$\left\{ F_1|0, F_2|0., F_3|0.3, F_4|0.85, F_5|0.9, F_6|0.3 \right\}.$$

Совершенно естественно при некоторых значениях скорости ветра (в физическом смысле), например, при скоростях 40-60 м./с., описать такую ситуацию и как сильный, и как ураганный ветер.

Метеоситуации – как основные структурные единицы при ситуационном описании информационной модели задачи прогнозирования МУЗВ – представляются в виде множества нечетких подмножеств, отражающих некоторые метеорологические факты. Нечеткие подмножества или факты обычно называются фрагментами ситуаций. Формальная запись метеорологической ситуации выглядит следующим образом:

$$\left\{ F^k_{\sim} \right\}.$$

Или с выделенным фрагментом в виде

$$\left\{ \underset{\sim}{F^1}, \dots, \underset{\sim}{F^{k-1}}; \left\{ \underset{\sim}{F^k} \mid \underset{\sim}{\mu_1^k}, \dots, \underset{\sim}{F_m^k} \mid \underset{\sim}{\mu_m^k} \right\} \underset{\sim}{F^{k+1}}, \dots, \underset{\sim}{F^N} \right\}.$$

Аналогичным образом представляются и собственно метеоситуации загрязнения воздуха или тестовые ситуации прогнозирования МУЗВ. Главной геофизической обсерваторией имени А.И.Воейкова Госкомгидромета бывшего Советского Союза под руководством профессора Л.Р.Сонькина были выделены 11 метеоситуаций загрязнения атмосферы в г. Донецке.

Тестовые метеоситуации представляются в виде множества фрагментов – нечетких множеств – значений метеопараметров и в формальной записи ничем не отличаются от записи текущих метеоситуаций. Например, такая ситуация: «слабый ветер при высокой влажности с преобладающим влиянием антициклона» в формализованном виде представляется следующим образом:

$$\left\{ \left\{ F_1^{3.2} \mid 0,6, F_2^{3.2} \mid 0,9, F_3^{3.2} \mid 0,2, F_4^{3.2} \mid 0, F_5^{3.2} \mid 0, F_6^{3.2} \mid 0 \right\} \right. \\ \left. \left\{ F_1^{2.1} \mid 0, F_2^{2.1} \mid 0,5, F_3^{2.1} \mid 0,9 \right\} \right. \\ \left. \left\{ F_1^{1.9} \mid 0, F_2^{1.9} \mid 0, F_3^{1.9} \mid 0,2, F_4^{1.9} \mid 0,7, F_5^{1.9} \mid 0,9 \right\} \right\},$$

где $F^{3.2}, F^{2.1}, F^{1.9}$ – принятые в работе условные обозначения метеофакторов: «скорость ветра», «степень влажности» («низкая», «средняя», «высокая»), «тип воздушной массы» («циклон», «зарождающийся циклон», «периферия», «зарождающийся антициклон», «антициклон»).

Кроме формализации текущих и тестовых метеоситуаций задача прогнозирования МУЗВ требует формального описания метеорологических правил. Такие правила представляют собой неформально записанные частные законы поведения метеосреды в регионе. Например, «при слабом ветре, высокой влажности и сильной облачности можно ожидать в ближайшие 24 часа выпадение незначительных осадков».

Эти законы всегда имеют форму правил «ЕСЛИ-ТО», то есть всегда имеют условную и следственную часть. Причем обе части содержат некоторые высказывания о метеорологических параметрах.

Таким образом, правила представляются с использованием фрагментов метеоситуаций в следующем виде:

$$ЕСЛИ(F'_1, \dots, F'_k) / ТО(F''_1, \dots, F''_l)$$

Так, для приведенного правила формализованная запись будет иметь вид

$$ЕСЛИ \left\{ \left\{ F_1^{3.2} \mid 0,6, F_2^{3.2} \mid 0,9, F_3^{3.2} \mid 0,2, F_4^{3.2} \mid 0, F_5^{3.2} \mid 0, F_6^{3.2} \mid 0 \right\} \right. \\ \left. \left\{ F_1^{2.1} \mid 0, F_2^{2.1} \mid 0,5, F_3^{2.1} \mid 0,9 \right\} \right. \\ \left. \left\{ F_1^{8.2} \mid 0, F_2^{8.2} \mid 0,1, F_3^{8.2} \mid 0,9 \right\} \right\} - \\ ТО \left\{ F_1^{2.9} \mid 0, F_2^{2.9} \mid 0, F_3^{2.9} \mid 0,95 \right\}$$

где $F^{8.2}, F^{2.9}$ – обозначение параметров – «тип облачности» («ясно», «умеренная облачность», «сильная») и «количество осадков» («без осадков», «слабые», «сильные»).

Основным действием, которое будет производиться в процессе ситуационного вывода – основного механизма решения данной задачи прогнозирования – будет по-

следовательное применение к ситуациям правил из базы знаний, с целью получения ситуации критически близкой к одной из тестовых ситуаций, по мнению экспертов – метеорологов однозначно приводящей к застойным явлениям в атмосфере, а значит – к загрязнению воздуха.

Если в текущей ситуации имеются все фрагменты из условной части правила, то правило может быть применено к текущей ситуации и модифицировать ее так, чтобы фрагменты из следственной части целиком входили в порожденную ситуацию.

Применение метеорологического правила к ситуации есть операция преобразования или модификации ситуации. Причем при таком применении правил может меняться не только качественный состав ситуации (изменение значений степеней принадлежности), но и количественный ее состав (изменение состава параметров, наполняющих ситуацию). Любое правило можно представить в виде операции модификации ситуации $\mathfrak{R}$, преобразующей ситуацию $F^1_{\sim}$ в ситуацию $F^2_{\sim}$:

$$\mathfrak{R}\left(F^1_{\sim}\right)=F^2_{\sim}.$$

Если существует конечная последовательность правил, последовательно переводящая ситуацию $F_{\sim}$ в ситуацию $F'_{\sim}$, будем говорить, что $F_{\sim}$ сводима к $F'_{\sim}$ в текущем наполнении базы правил и записывать

$$\mathfrak{R}_1\left(\dots\mathfrak{R}_k\left(F_{\sim}\right)\dots\right)=F'_{\sim} \text{ или } \mathfrak{R}_{1\dots k}\left(F_{\sim}\right)=F'_{\sim}.$$

С точки зрения эксперта-метеоролога, в данном случае имеет место прогноз ситуации $F'_{\sim}$ при наблюдении ситуации $F_{\sim}$.

Однако далеко не всегда находятся решения, однозначно дающие прогноз, то есть не всегда можно найти такую последовательность правил, преобразующую исходную ситуацию к одной из тестовых. Очень часто приходится довольствоваться приближениями ситуаций. Поэтому требуется введение оценки близости ситуаций. С этой целью рассматриваются различные метрики на множестве метеоситуаций, и исследуются их свойства.

Пусть Φ – универсальное множество всех возможных ситуаций на множестве всех параметров, введенных в рассмотрение. То есть

$$\Phi = \left\{ \left\{ F^k \right\} \right\} \text{ или } \left\{ F^k \right\}.$$

Утверждение. ρ_1, ρ_2 являются расстояниями или мерами множества Φ если:

$$\rho_1\left(F^1, F^2\right)=\sqrt{\sum_i\left(\mu_i^1-\mu_i^2\right)^2}, \text{ соответственно, где } F^1 \text{ и } F^2 \text{ – ситуации.}$$

$$\rho_2\left(F^1, F^2\right)=\sum_i\left|\mu_i^1-\mu_i^2\right|$$

Будем говорить, что ситуация F сводима к F' по уровню α , если найдется хотя бы одна последовательность правил, переводящая ситуацию F в ситуацию F'' и $\rho(F', F'') = \alpha$. записать можно так:

$$\mathfrak{R}_{1 \dots k}^{\alpha} \left(\begin{matrix} F \\ \sim \end{matrix} \right) = \begin{matrix} F' \\ \sim \end{matrix}.$$

Таким образом, применение ситуаций в качестве основной структурной единицы информационного наполнения при формализации данных для задачи прогнозирования МУЗВ позволяет получить удобный инструмент анализа модели метеосреды. Применение теории нечетких множеств для формального представления модели ситуации дает возможность оценивать точность строящихся прогнозов.

РЕЗЮМЕ

Розглянуто нетрадиційні засоби побудови формальних інформаційних моделей задач прогнозування метеорологічних умов забруднення повітря. Вивчено застосування ситуаційних моделей, щодо представлення стану метеорологічного середовища та можливість застосування теорії нечітких множин, як апарата врахування нечіткостей даних. Наведено приклади моделей метеоситуацій та правил прогнозування.

SUMMARY

This article is devoted to observing of non-traditional methods of the construsting formal information models for task of prognosing meteorological air pollution condition and reviewing of the exploration situation models, which presents meteorological state and ability of using the thoery of fuzzy sets as formal method for calculation of fuzzy data.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования –М.: Статистика, 1979.
2. К.Уорк, С.Уорнер Загрязнение воздуха: Источники и контроль / Пер. с англ. Под ред. Е.Н.Тевяровского –М.: Мир, 1980.
3. Берлянд М.Е. Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы. —Л.: Гидрометеиздат, 1975.
4. Каргин А.А. Адаптивные самообучающиеся системы ситуационного управления реального времени // Вестник Донецкого государственного университета. Серия А, – Донецк: ДонГУ. – 1997. – №1.
5. Кофман. Введение в теорию нечетких множеств / Пер. с франц. – М.: Радио и связь, 1982.
6. Муравьева С.И., Казнина Н.И., Прохорова Е.К. Справочник по контролю вредных веществ в воздухе: Справочник – М.: Химия, 1988.

Надійшла до редакції 13.08.1998 р.

УДК 658.012.011.56

СИНТЕЗ СИТУАЦИОННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

В.Н.Котенко

В работе [1] дано формальное определение ситуационной системы управления реальным временем в виде нечетких множеств.

Если C – множество элементов, описывающих объект управления, то формально запрос на решение задачи управления представляется нечётким множеством

$$\underline{\psi} = \{\psi | \mu(\psi), \forall \psi \in \underline{\psi}, \psi \subset C\}.$$

Цель управления описывается также нечётким множеством

$$\underline{\varphi} = \{\varphi | \mu(\varphi), \forall \varphi \in \underline{\varphi}, \varphi \subset C\}.$$

Решением задачи управления является упорядоченная во времени последовательность ситуаций $\langle \underline{S}(t), \underline{S}(t+T), \underline{S}(t+2T), \dots, \underline{S}(t+mT) \rangle$ такая, что $\underline{\psi} \subset \underline{S}(t)$ и $\underline{\varphi} \subset \underline{S}(t+mT)$.

Полная ситуация на объекте в момент времени $t+kT$:

$$\underline{S}(t+kT) = \{\underline{C}(t+kT), \underline{U}(t+kT)\}.$$

В каждый момент времени ситуационная система управления осуществляет преобразование ситуации: $\underline{U}(t+kT) = \underline{S}(t+kT) \text{Prod } \underline{\Pi}$, где Prod – операция продуцирования нечёткого множества $\underline{U}(t+kT)$ на основании ситуации $\underline{S}(t+kT)$ по правилам из базы знаний $\underline{\Pi}$:

$$\underline{C}(t+(k+1)T) = Z(\underline{S}(t+kT)) = Z(\{\underline{U}(t+kT), \underline{C}(t+kT)\}),$$

где Z – операция, которая преобразует исходную ситуацию в момент времени $t+kT$ в ситуацию в момент времени $t+(k+1)T$. Под воздействием управления $\underline{U}(t+kT)$ и законов окружения объект переходит в новое состояние $\underline{C}(t+(k+1)T)$.

Постановка задачи динамического синтеза ситуационной системы управления имеет вид: *построить такую базу знаний $\underline{\Pi}$, которая давала бы решение задачи управления за конечное число шагов m на заданном множестве возмущающих воздействий окружения на объект.*

Рассмотрено два варианта постановки задачи.

В первом варианте $\underline{\psi} \rightarrow \underline{\varphi}$, т.е. запрос $\rightarrow$ цель, критерием является параметр α

– степень близости полученной фактической целевой ситуации к заданной целевой.

Решением задачи управления будет множество фактических ситуаций $\underline{\varphi}_1 \underline{\varphi}_2 \dots \underline{\varphi}_n$.

Среди этого множества фактических целевых ситуаций в качестве решения задачи синтеза следует выбрать ситуацию $\underline{\varphi}_k = \underline{\varphi}_{\text{опт}}$, для которой параметр α является минимальным (необходимое условие, – $\forall \underline{\varphi}_k \subset \underline{S}$).

Степени близости фактической целе-

вой к заданной целевой ситуации α_k можно вычислить, воспользовавшись, например, [2] расстоянием Хемминга $\sum_{i=1}^n |\mu_{\varphi}(x_i) - \mu_{\varphi_k}(x_i)|$ или расстоянием Евклида

$$\sqrt{\sum_{i=1}^n (\varphi(x_i) - \varphi_k(x_i))^2}.$$

Во *втором варианте* постановки задачи синтеза критерием является число d , – длина последовательности управлений, т.е. число промежуточных ситуаций, за которое достигается целевая. Цель $\varphi \in \mathcal{S}$ всегда должна быть достигнута. Задача динамического синтеза ставится в следующем виде: среди всех возможных последовательностей управлений, переводящих систему в целевую ситуацию, выбрать ту, у которой длина наименьшая:

$$\varphi_{\text{опт}} = \min d(S^m), \text{ где } S^m = \left\{ \begin{array}{l} S_1^1, S_2^1 \dots S_n^1 \\ S_1^2, S_2^2 \dots S_n^2 \\ \dots \dots \dots \\ S_1^m, S_2^m \dots S_n^m \end{array} \right\}.$$

Для формализации постановки задачи синтеза предлагается модель окружения с точки зрения ситуационного управления [3]. Модель ситуации нулевого уровня структурируется путем выделения в ней фрагментов по признаку источника информации, используемого при ее формировании: $\mathcal{C}^0 = \{\mathcal{C}_1^0, \mathcal{C}_2^0, \mathcal{C}_3^0, \mathcal{C}_4^0, \dots, \mathcal{C}_n^0\}$, где $\mathcal{C}_i^0$ – фрагмент ситуации, сформированный по признаку источника информации. Для любого $\mathcal{C}_i^0$ справедлива операция включения $\mathcal{C}_i^0 \subset \mathcal{C}^0$. В произвольный момент времени текущую ситуацию на объекте управления можно описать следующим множеством фрагментов ситуации (верхний индекс – время): $\mathcal{C}^j = \{\mathcal{C}_1^j, \mathcal{C}_2^j, \dots, \mathcal{C}_n^j\}$, где $\mathcal{C}_i^j$ – модель фрагмента ситуации i в момент времени t_j .

Фрагмент полной модели ситуации является нечетким множеством, определенным на множестве элементов объекта управления и окружения.

Пусть $C = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ – обычное множество элементов, на которых формируется полная модель ситуации нулевого уровня.

Степень близости двух фрагментов $\mathcal{C}_1$ и $\mathcal{C}_2$ определяется обычным множеством, ближайшем к нечеткому α -уровня, как: $\rho_{\alpha}(\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2) = |\mathcal{C}_1 - \mathcal{C}_2|_{\alpha}$, где $|\mathcal{C}_1 - \mathcal{C}_2|$ – абсолютная разность двух ситуаций; $\mu_{\rho_{\alpha}}(x) = |\mu_{\mathcal{C}_1}(x) - \mu_{\mathcal{C}_2}(x)|$ [4].

Различными будем называть, два фрагмента ситуации, определенные на одном и том же обычном множестве элементов, но для различных временных срезов, для которых:

$$\Omega_{\alpha}^{j, k} = \{C^j | \forall x \in C: \mu(x) = \mu_{\rho_{\alpha}}(x) \geq 0.5\},$$

где $\rho_\alpha(C_i^j, C_i^k) = |C_i^j - C_i^k|$ – обычное множество, характеризующее степень близости двух фрагментов полной ситуации, $\mu_{\rho_\alpha}(x) = |\mu_{C_i^j}(x) - \mu_{C_i^k}(x)|$.

Тождественными будем называть, два фрагмента ситуации, определенные на одном и том же обычном множестве элементов, но для различных временных срезов, для которых:

$$\Omega_\alpha = COM_{C_i^j, C_i^k}^\alpha = \{C^* | \forall x \in C: \mu(x) = \mu_{\rho_\alpha}(x) < 0.5\},$$

где $\rho_\alpha(C_i^j, C_i^k) = |C_i^j - C_i^k|$ – обычное множество, характеризующее степень близости двух фрагментов полной ситуации, $\mu_{\rho_\alpha}(x) = |\mu_{C_i^j}(x) - \mu_{C_i^k}(x)|$.

Закон – это причинно-следственная связь, обуславливающая изменение ситуации на объекте управления. Закон – это нечеткое множество $Z_{A^- A^+} = \{A^-, A^+, P_{A^- A^+}\}$,

где A^-, A^+ – нечеткие множества, для которых выполняется условие $A^- \cap A^+ = a \neq \emptyset$, $\text{dif}_{a, A^- A^+} = a' \neq \emptyset$, $a' \subset a$; $P_{A^- A^+}$ – нечеткое отношение.

Реализация закона $Z_{A^- A^+}$ – это ситуация $C_{A^- A^+}^{T_{i+1}}$, полученная применением операции условного изменения нечеткого множества $ChC_{A^- A^+}$, которая введена в [4] к ситуации $C_{A^- A^+}^{T_i}$:

$$C_{A^- A^+}^{T_{i+1}} = ChC_{A^- A^+} C_{A^- A^+}^{T_i} = Z_{A^- A^+} [C_{A^- A^+}^{T_i}]. \quad (1)$$

При синтезе традиционных систем автоматизированного управления принимают к рассмотрению два типа моделей: детерминированные и стохастические. Для синтеза ситуационных систем управления также рассмотрено два типа моделей.

Если на множестве C установлено m законов типа (1), то будем говорить о детерминированной модели мира (окружения и объекта управления):

$$Z^D = \{Z_{A_1^- A_1^+}, Z_{A_2^- A_2^+}, \dots, Z_{A_m^- A_m^+}\} \quad (2)$$

Глобальная реализация детерминированной модели – это ситуация C^+ , полученная применением m операций условного изменения нечеткого множества к ситуации C :

$$C^+ = Z^D [C] = ChC_{A_1^- A_1^+} (ChC_{A_2^- A_2^+} (\dots ChC_{A_m^- A_m^+} C) \dots).$$

По существу детерминированной модели свойственно: как только появляется ситуация, содержащая фрагмент A^- через определенное время она изменяется и характеризуется наличием фрагмента A^+ , причем, действие закона детерминировано.

Для стохастической модели на множестве C не удастся установить причинно-следственные связи. Очевидно, существует некоторое $C' \supset C$, на котором такие связи носят детерминированный характер, но в силу текущего уровня познания окружения множество C'

не может быть определено, либо технически невозможно реализовать контроль свойств $x \in C'$. Поэтому в модель стохастического окружения включают реализацию стохастических законов. Пусть $\dots t_j^i \dots t_{j+1}^i \dots$, случайные моменты времени, подчиняющиеся определенному закону распределения, в которые стохастический закон $Z_{A_i}^C$ изменяет состояние окружения.

Стохастический закон – это нечеткое множество $Z_{A_i}^C = \{A_i\}$, $A_i \subset E$.

Реализация стохастического закона – операция безусловного изменения ситуации $\underline{C}$:

$$\underline{C}^+ = Z_{A_i}^C[\underline{C}] = Ch_{A_i} \underline{C}. \quad (3)$$

Таким образом, стохастическая модель мира характеризуется как множеством стохастических законов $Z^C = \{Z_{A_1}^C, Z_{A_2}^C, \dots, Z_{A_N}^C\}$, так и множеством детерминированных законов (2), которые определены на последовательности моментов времени $\dots, T_0, \dots t_0^i, \dots T_1, t_1^i, \dots$. В моменты времени $\dots, T_0, T_1, T_2, \dots$, состояние окружения определяется глобальной реализацией множества детерминированных законов $\underline{C}^+ = Z^D[\underline{C}]$; а в моменты $\dots t_0^i, \dots t_1^i \dots$ – реализацией стохастических законов из множества Z^C .

Обозначим фрагмент реализации в виде упорядоченного множества $RZ^C = \langle \underline{C}_1, \underline{C}_2, \dots, \underline{C}_l \rangle$, где $\underline{C}_i = Z_{A_i}^C[\underline{C}_i]$.

Состояние окружения $\underline{C}$ в текущий момент времени в случае детерминированных законов определяется глобальной реализацией законов в ситуации на предшествующий момент $\underline{C}^-$, а в случае стохастических законов изменение ситуации для текущего времени $\underline{C}$ определяется по текущей ситуации $\underline{C}$.

Полную ситуацию можно представить как $C = \{C^C, C^D\}$, где C^C – множество элементов окружения, функции принадлежности которых могут быть изменены стохастическими законами, а C^D – множество элементов, функции принадлежности которых изменяются только детерминированными законами или ситуационной управляющей системой.

Две ситуации $\underline{C}_1 = \{\underline{C}_1^C, \underline{C}_1^D\}$ и $\underline{C}_2 = \{\underline{C}_2^C, \underline{C}_2^D\}$ будем называть связанными законом, если существует детерминированный закон $Z_{A^- A^+}$, для которого

$$\underline{C}_2 = \underline{C}^+ = Z_{A^- A^+}[\underline{C}_1], \text{ причем возможно } \underline{C}_1^C \neq \underline{C}_2^C.$$

Две ситуации $\underline{C}_2 = \{\underline{C}_1^C, \underline{C}_1^D\}$ и $\underline{C}_2 = \{\underline{C}_2^C, \underline{C}_2^D\}$ являются связанными правилом-законом на множестве законов $Z = \{Z^C, Z^D\}$, если $\underline{C}_2 = Z_{A_1^- A_1^+}[\underline{C}_1 \text{ Prod } \prod Y_1 D_1]$.

Две ситуации $\underline{C}_i$ и $\underline{C}_j$ являются связанными, если существует конечная последовательность ситуаций $\langle \underline{C}_1^1, \underline{C}_1^2, \dots, \underline{C}_1^m \rangle$ попарно связанных правилами-законами таких, что:

$$\tilde{C}_i^1 = Z_{\tilde{A}_i^- \tilde{A}_i^+} [C_i \text{ Prod } \prod \tilde{Y}_i D_i], \dots, \tilde{C}_j = Z_{\tilde{A}_i^m - \tilde{A}_i^m} [\tilde{C}_i^m \text{ Prod } \prod \tilde{Y}_i^m D_i^m].$$

Решением задачи управления $\tilde{\Psi} \rightarrow \tilde{\Phi}$ для $RZ^C = \emptyset$ является

$$\text{TR}_{\tilde{\Psi} \rightarrow \rho}(C_0) = \langle \tilde{C}_0, \tilde{C}_1, \dots, \tilde{C}_k \rangle.$$

Если $\{\tilde{C}_0^1, \tilde{C}_0^2, \dots, \tilde{C}_0^p, \tilde{C}_1^1, \tilde{C}_1^2, \dots, \tilde{C}_1^q, \dots, \tilde{C}_k^1, \tilde{C}_k^2, \dots, \tilde{C}_k^r\}$ – множество ситуаций для всевозможных реализаций стохастических законов,

где $\tilde{C}_0^j = Z_{\tilde{A}_j^c}^c [\tilde{C}_0]$, $\dots$, $\tilde{C}_k^l = Z_{\tilde{A}_l^c}^c [\tilde{C}_k]$, то задача динамического синтеза ставится

следующим образом, – сформировать множество ситуаций таких, что:

1) $\tilde{C}_0 = \tilde{\Psi}$; 2) $\tilde{C}_k = \tilde{\Phi}$; 3) $\tilde{C}_{i+1} = Z_{\tilde{A}_i^- \tilde{A}_i^+} [\tilde{C}_i \text{ Prod } \prod \tilde{Y}_i D_i]$, т.е. $\tilde{C}_i$ и $\tilde{C}_{i+1}$ – свя-

занные правилом-законом ситуации; 4) Любая ситуация $\tilde{C}_i^j$ из множества

$\{\tilde{C}_0^1, \tilde{C}_0^2, \dots, \tilde{C}_0^p, \dots, \tilde{C}_k^1, \tilde{C}_k^2, \dots, \tilde{C}_k^r\}$ является связанной с ситуацией $\tilde{C}_{i+1}$ из

$$\text{TR}_{\tilde{\Psi} \rightarrow \rho}(C_0) = \langle \tilde{C}_0, \tilde{C}_1, \dots, \tilde{C}_k \rangle.$$

РЕЗЮМЕ

Розвинутий синтез ситуаційних систем управління реального часу. Формалізовані запит на рішення, мета управління, рішення задачі управління. Розглянуті два варіанти постановки задачі синтезу. Модель середовища структурована шляхом виділення фрагментів ситуації. Запроваджені поняття тотожності та різниці ситуацій, закону та реалізації закону. Побудована детермінована та стохастична модель середовища та об'єкта управління. Запроваджено поняття зв'язності ситуацій. Задача динамічного синтезу сформульована через поняття ситуації.

SUMMARY

Real time control systems synthesis is developed. Request to solution, target of control, solution of control task are formed. Two versions of synthesis task putting are considered. Environment model is structured by formation of situation components. Definitions of situation identity and distinction, law and law realization are introduced. Two models of environment and object of control are built. Definition of coherence of situations is introduced. Dynamic synthesis task is formulated by means of situation conception.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каргин А.А. Адаптивные самообучающиеся системы ситуационного управления реального времени // Вестник Донецкого государственного университета. Серия А. – Донецк: ДонГУ, 1997. – №1.
2. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств. – М.: Радио и связь, 1982.
3. Каргин А.А. Об использовании нечетких знаний в задачах управления движения поездов. Часть 1. Продукционные модели знаний на основе нечетких множеств // Информационно-управляющие системы на железнодорожном транспорте. – Харьков: ХарГАЖД, 1996. – №6.
4. Каргин А.А., Сытник Б.Т. Об использовании нечетких моделей знаний в задачах управления движения поездов. Часть 2. Структурированные декларативные и процедурные знания в продукционных системах // Информационно-управляющие системы на железнодорожном транспорте. – Харьков, ХарГАЖД, 1997. – №1.

Надійшла до редакції 11.08.1998 р.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПЛАТЕЖАМИ ПРЕДПРИЯТИЯ

В.Н.Андрієнко, Т.А.Лев, К.В.Смоктий

В работе представлен один из подходов к планированию платежной политики предприятия, рассматриваемого как активная система [1].

Имеем общую схему функционирования системы «Планирование платежей предприятия» (рис. 1). «Заказчики» (блок 6) подают заявки (заключают договора) на продукцию (услуги) «Предприятия», а затем перечисляют на расчетный счет «Предприятия» в «Банке» (блок 1) деньги за поставляемую продукцию (услуги). «Банк» уведомляет «Предприятие» о поступивших денежных средствах на его расчетный счет, предоставляя «Выписку банка». «Предприятие» на основании пакета договоров (портфеля заказов), статистического анализа поступлений денежных средств за прошлые периоды, прогноза спроса на его продукцию (услуги) строит «План поступлений» денежных средств на свой расчетный счет (блок 5) на длительный период (год, квартал, месяц). Корректировка плана поступлений осуществляется при изменениях в портфеле заказов и спросе на продукцию, а также по фактическим поступлениям на основании «Выписки банка».

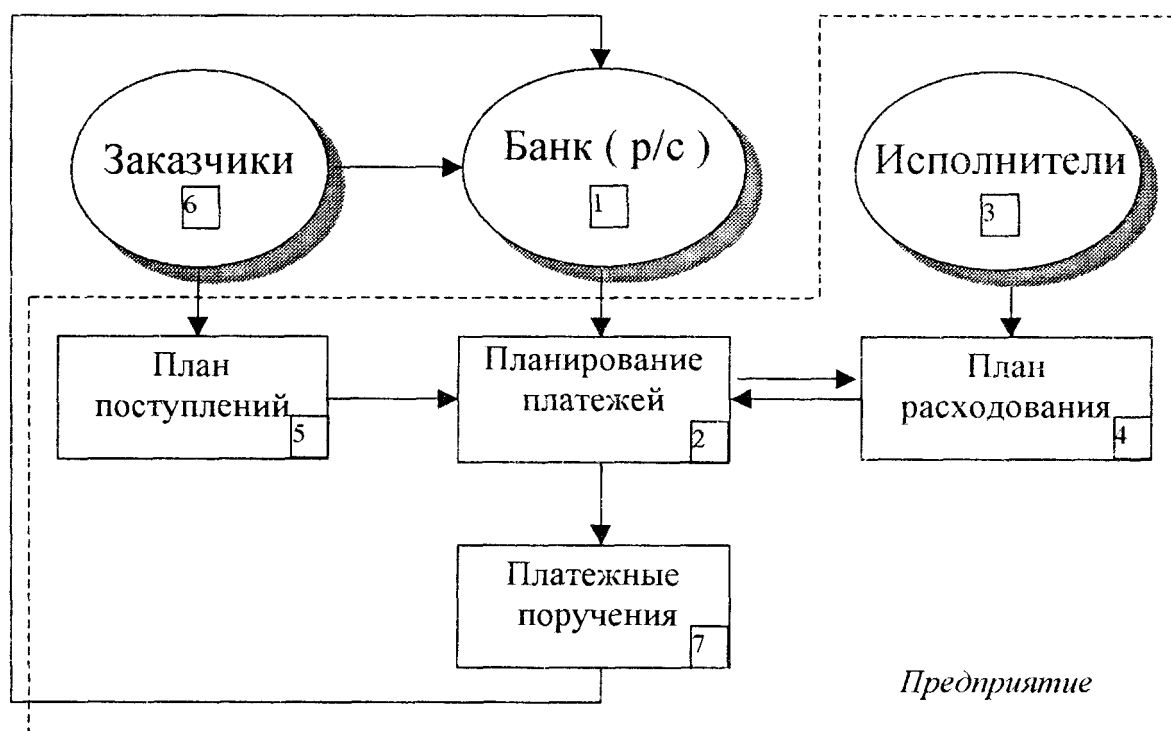


Рис. 1. Схема функционирования системы «Планирования платежей предприятия»

«Исполнители» (блок 3): подразделения предприятия, бюджет, фонды формируют «Заявки» на оплату приобретения ресурсов, услуг, необходимых для функционирования производственных процессов и отчислений в бюджет и фонды предприятия в целом. На основании «Заявок» «Предприятие» формирует «План расходов» (блок 4) на тот же период, что и «План поступлений». «План расходов» корректируется при изменении «Плана поступлений» и по фактической оплате заявок на основании «Выписки банка». Та-

ким образом, планы поступлений и расходования должны совпадать, либо иметь незначительные отличия, что предотвратит потери предприятия от инфляции [2].

Однако в нынешнем нестабильном состоянии экономики планы поступлений, как правило, не выполняются, что влечет необходимость частых и оперативных корректировок планов расходования на уровне банковского дня, в зависимости от количества денежных средств на расчетном счете предприятия.

Рассматриваемая задача – типичная задача, решаемая службой контроллинга на предприятии [3]. Находясь на пересечении учета, информационного обеспечения, контроля и координации, она связывает воедино все эти функции, переводит управление предприятием на качественно новый уровень.

Для успешного функционирования системы «Планирования платежей предприятия» (рис. 1) необходимо подключить взаимосвязанное функционирование многих подсистем учета, контроля и планирования на предприятии.

Так взаимосвязанное функционирование подсистемы «Клиент-банк», «Учет кассовых операций», «Учет банковских операций» [2] позволяет оперативно получать информацию о наличии денежных средств на расчетных счетах (их может быть несколько) и в кассе предприятия.

Взаимосвязанное функционирование подсистем «Учет материальных ценностей», «Учет дебиторской и кредиторской задолженности», «Учет подотчетных лиц», «Сбыт и реализация продукции», «Расчет заработной платы», «Ведение бюджетов» и др. позволяет оперативно проводить анализ финансового состояния предприятия с выделением в балансе его средств: распределение прибыли, образование и использование фондов экономического стимулирования, наличия собственных оборотных и приравняваемых к ним средств, состояние и использование оборотных средств, оборачиваемость оборотных средств [4].

Рассмотрим процедуру корректирования плана расходования. Пусть R – сумма средств на расчетном счете предприятия, а D – счетное множество объектов, использующих ресурс R . Элементами этого множества являются объекты (заявки на платеж) $d_i \in D$, где $i \in [1, \text{Dim}(D)]$. Каждый объект характеризуется свойствами $S, D^1, \dots, D^N$ (сумма, критическая дата платежа, дата подачи заявки на оплату, потребитель, назначение платежа, тип платежа и т.д.), где S характеризует «меру использования» ресурса R , а $D^1, \dots, D^N$ определяются для конкретной задачи.

Таким образом каждый объект множества D характеризуется $N+1$ свойством (т.е. объект представляет из себя вектор размерности $N+1$).

Пусть s_i – значение свойства S для i – того объекта d_i из D , а $d_i^1, \dots, d_i^N$ – соответственно значения свойства $D^1, \dots, D^N$, где $d_i = \{s_i, d_i^1, \dots, d_i^N\}$.

Обозначим $P(d, t)$ – приоритет объекта $d \in D$. Приоритет объекта зависит от времени t .

Определим приоритет объектов $P(d_i, t)$ из D в момент времени t через их свойства следующим образом:

$$P(d_i, t) = p_i(t) = \sum_{j=1}^N D^j(d_i, t), \quad (1)$$

где $D^j(d_i, t)$ – функция свойства j , ставящая в соответствие объекту d_i точку на числовой оси в момент времени t (j – индекс, а не показатель степени); $P(d, t)$ – функция, ставящая в соответствие объекту $d \in D$ точку числовой оси. Эту ось назовем шкалой приоритетности (обозначим ее I). Она обладает свойством: $\forall d \in D \Rightarrow P(d, t) \in I$.

На приоритет объекта влияют N факторов, определяемых как свойства объекта в момент времени t . Например, для заявок на оплату приоритет зависит от основания

документа (приказ первого руководителя, договор и т.д), типа заявки (налоги, отчисления в бюджет, фонды, заработная плата, расчеты с поставщиками за выполненные работы, предоставленные услуги), поставщика (его надежность) и т.д. Для свойств объекта, не влияющих на приоритет, значение функции $D^m(d_i, t) \equiv 0$.

Рассмотрим шкалу приоритетности I (множество значений функции приоритетов $P(d, t)$) (рис. 2). Она состоит из двух частей (подшкал) – императивной (приказной) I^{Imp} и декларативной (описательной) I^{Dec} .

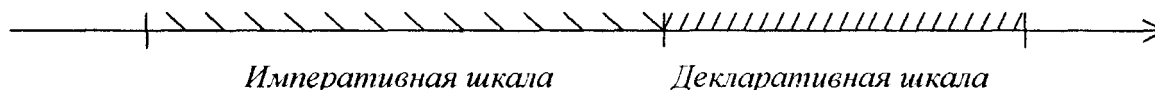


Рис.2. Шкала приоритетности

Для задачи планирования платежей предприятия в императивную часть шкалы попадут заявки на платежи с непросроченным платежом, а в декларативную часть – срок платежа которых истек.

Естественны условия: $I = I^{Dec} \cup I^{Imp}$, где $I^{Dec} \cap I^{Imp} = \emptyset$.

Определим два множества объектов

$$D^{Imp} = \{ d \mid d \in D \wedge P(d, t) \in I^{Imp} \}; \quad (2)$$

$$D^{Dec} = \{ d \mid d \in D \wedge P(d, t) \in I^{Dec} \}. \quad (3)$$

На каждом из этих множеств объектов решается оптимизационная задача.

Разделение шкалы приоритетности на две подшкалы определяется необходимостью предусмотреть два режима работы системы:

- 1) когда декларативная подшкала пуста ($D^{Dec} = \emptyset$). Определяется множество объектов с максимальной эффективностью оплаты платежей при использовании ресурса R ;
- 2) когда $D^{Dec} \neq \emptyset$ (появляются объекты с приоритетом в декларативной подшкале).

Так как при невыполнении плана поступления характерной является ситуация, когда денежных средств на расчетном счете предприятия не хватает для оплаты всех заявок, то в этом случае просроченные заявки должны попасть в множество D^{Dec} и упорядочиться по приоритетам.

Границы подшкал существенной роли не играют, однако, с учетом реализации данной системы на ПЭВМ, учитывая проблемы округления, потери значимости и переполнения в качестве границ интервалов предлагаются значения (рис. 3): $[0, 100]$, $(100, 150]$.

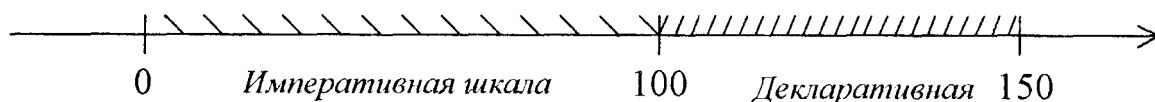


Рис.3. Пример установки границ интервалов

Формальная постановка задачи для множества D^{Imp} : необходимо выбрать объекты из D^{Imp} , использующие ресурс R с максимальной эффективностью.

$$\left\{ \max (A_1 x_1 + \dots + A_L x_L), \right. \quad (4)$$

$$\left. \sum_{i=1}^L s_i x_i \leq R, x_i \in \{ 0, 1 \}, \right\} \quad (5)$$

где $L = \text{Dim}(D^{\text{Imp}})$, $\text{Dim}(D^{\text{Imp}})$ – мощность множества D^{Imp} ; A_i – мера эффективности использования объекта $d_i \in D^{\text{Imp}}$, $A_i \geq 0$; x_i – индикаторы, показывающие включать или не включать объект d_i на оплату; s_i – сумма платежа $d_i \in D^{\text{Imp}}$.

Пусть p_i – приоритет объекта, определяемый экспертным путем. В зависимости от задач, стоящих перед предприятием, коэффициенты A_i определяются следующим образом:

1. $A_i = \frac{p_i^3}{s_i}$. Свойства коэффициента эффективности:

- ♦ Чем больше приоритет объекта p_i , тем его эффективность выше.
- ♦ Эффективность зависит от суммы s_i документа. Чем выше сумма, тем ниже эффективность.
- ♦ При равенстве приоритета эффективность выше у объекта с меньшей суммой.
- ♦ При равенстве сумм эффективность выше у объекта с большим приоритетом.

2. $A_i = p_i \times s_i$. Свойства коэффициента эффективности:

- ♦ Чем больше приоритет объекта p_i , тем его эффективность выше.
- ♦ Чем больше сумма объекта s_i , тем его эффективность выше.
- ♦ При равенстве приоритетов эффективность выше у объекта с большей суммой.
- ♦ При равенстве сумм эффективность выше у объекта с большим приоритетом.

3. $A_i = p_i \pm \frac{1}{s_i}$, где $l = \min |p_i - p_j|$, $\forall i, j: i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}, p_i \neq p_j, n = \text{Dim}(D^{\text{Imp}})$

Свойства коэффициента эффективности:

- ♦ Чем больше приоритет объекта, тем его эффективность выше.
- ♦ Эффективность зависит от суммы s_i объекта. Чем выше сумма, тем эффективность (в зависимости от знака)
 - ниже;
 - выше.
- ♦ При равенстве приоритетов эффективность выше у
 - объекта с меньшей суммой;
 - объекта с большей суммой.
- ♦ При равенстве сумм эффективность выше у объекта с большим приоритетом.

Рассмотрим формальную постановку задачи для множества D^{Dec} .

Пусть D^{Dec} обладает свойствами:

1. $\forall d_i \in D^{\text{Dec}}, d_j \in D^{\text{Dec}}, i \geq j \Rightarrow P(d_i, t) \geq P(d_j, t)$, т.е. множество упорядочено по приоритетам. Это свойство введено, т.к. множество D^{Dec} счетно (как подмножество счетного множества D).

2. $\forall d_i \in D^{\text{Dec}}, d_j \in D^{\text{Dec}}, i \geq j, P(d_i, t) = P(d_j, t) \Rightarrow d_j^1 \geq d_i^1$, т.е. при равенстве приоритетов множество упорядочено по убыванию характеристики D^1 . Например, D^1 – критическая дата платежа, т.е. последний допустимый день оплаты платежа.

Следствия из свойств D^{Dec} :

1. $\forall i \in [1; \text{Dim}(D^{\text{Dec}}) - 1] \Rightarrow P(d_i, t) \leq P(d_{i+1}, t)$.

2. $\forall d_i \in D^{\text{Dec}}, d_j \in D^{\text{Dec}}, i \geq j, P(d_i, t) = P(d_j, t) \Rightarrow P(d_j, t) = P(d_{j+1}, t) = \dots = P(d_{i-1}, t) = P(d_i, t)$.

3. Если $P(d_i, t) \geq P(d_j, t) \Rightarrow i \geq j, \forall d_i, d_j \in D^{Dec}$.

На множестве D^{Dec} необходимо выбрать из декларативной подшкалы те объекты, у которых приоритет максимальный, либо при равенстве приоритетов минимальное значение свойства D^1 , при условии, что общее использование ресурса не превосходит R .

$$\begin{cases} \max \sum_{i=1}^k p_i x_i, \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{k-m} x_i = 0, \quad \sum_{i=k-m+1}^k x_i = m, \quad x_i = \{0, 1\}, \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^k s_j x_j \leq R, \quad k = \text{Dim}(D^{Dec}), \end{cases} \quad (8)$$

где, $k = \text{Dim}(D^{Dec})$, $\text{Dim}(D^{Dec})$ – мощность множества D^{Dec} ; p_i – приоритет объекта $d_i \in D^{Dec}$; x_i – индикаторы, показывающие включать или не включать объект d_i на оплату; s_i – сумма платежа $d_i \in D^{Imp}$.

На рис. 4 представлена схема функционирования подсистемы «Планирование платежей». Цифрами обозначены: 1 – множество объектов D ; 2 – множество классифицированных объектов, каждому объекту поставлен в соответствие приоритет; 3 – множество объектов – результат решения задач; 4 – возврат объектов (заявок), не попавших в результирующее множество; 5, 6 – возмущающие воздействия (факторы внешней среды, например, наличие ресурсов на складах, дебиторская и кредиторская задолженность, свободные денежные средства).

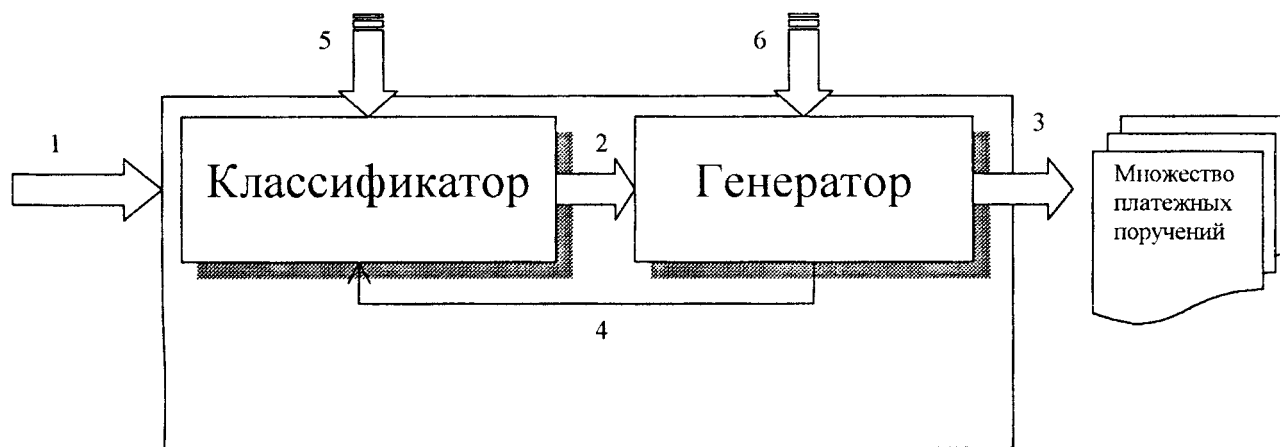


Рис.4. Схема функционирования подсистемы «Планирования платежей»

Классификатор – подсистема, предназначенная для определения приоритетов объектов.

Генератор – подсистема, решающая задачи (4)–(5) и (6)–(7)–(8), т.е. определяющая вариант множества платежей для оплаты.

Для формализации механизма работы классификатора введем следующие обозначения:

$$T^{kr}(d_i) \text{ – критическая дата платежа. Это значение свойства } D^1 \text{ для объекта } d_i$$

$$T^{kr}(d_i) = d_i^1. \quad (9)$$

$$T^{Dec}(d_i) \text{ – количество дней (период) возможной задержки}$$

$$T^{Dec}(d_i) = d_i^1 - d_i^2 + 1, \quad (10)$$

где d_i^2 значение свойства D^2 – даты подачи заявки на оплату объекта d_i . Так как $d_i^1 \geq d_i^2$, то

$$T^{\text{Dec}}(d_i) \geq 1 \quad (11)$$

$T^{\text{Imp}}(d_i, t)$ – количество дней, которые заявка провела в очереди на оплату

$$T^{\text{Imp}}(d_i, t) = t - d_i^2 + 1. \quad (12)$$

Объект d_i переходит из класса D^{Imp} в класс D^{Dec} (множество просроченных платежей) при условии, что $T^{\text{Imp}}(d_i, t) > T^{\text{Dec}}(d_i)$. Значит $\forall d_i \in D^{\text{Imp}}$ следует, что

$$T^{\text{Dec}}(d_i) \geq T^{\text{Imp}}(d_i, t) \geq 1. \quad (13)$$

Пусть $\text{Rec}(d_i, t)$ – базовое значение приоритета для объекта $d_i \in D^{\text{Imp}}$ в момент времени t .

$$\text{Rec}(d_i, t) = \frac{|I^{\text{Imp}}|}{T^{\text{Dec}}(d_i)} * (T^{\text{Imp}}(d_i, t) - 1). \quad (14)$$

С учетом (12) и (14) границы изменения $\text{Rec}(d_i, t)$

$$\text{Rec}(d_i, t) = \frac{|I^{\text{Imp}}|}{T^{\text{Dec}}(d_i)} * (T^{\text{Imp}}(d_i, t) - 1) \geq \frac{|I^{\text{Imp}}|}{T^{\text{Dec}}(d_i)} * 0 = 0. \quad (15)$$

$$\text{Rec}(d_i, t) < \frac{|I^{\text{Imp}}|}{T^{\text{Dec}}(d_i)} * T^{\text{Imp}}(d_i, t) \leq \frac{|I^{\text{Imp}}|}{T^{\text{Imp}}(d_i, t)} * T^{\text{Imp}}(d_i, t) = |I^{\text{Imp}}|. \quad (16)$$

Итак,

$$0 \leq \text{Rec}(d_i, t) < |I^{\text{Imp}}|. \quad (17)$$

Базовое значение $\text{Rec}(d_i, t)$ находится в пределах императивной шкалы.

Пусть

$$W^+ = |I^{\text{Imp}}| - \text{Rec}(d_i, t), \quad (18)$$

$$W^- = \text{Rec}(d_i, t). \quad (19)$$

Пусть $\lambda(d_i, t) \in [-1; 1]$, $\lambda(d_i, t)$ – коэффициент полезности платежа в момент времени t . Этим коэффициентом определяется важность объекта d_i из множества объектов D^{Imp} . Если $\lambda(d_i, t) \rightarrow 1$, то объект должен пройти в первую очередь. Если $\lambda(d_i, t) \rightarrow -1$, то объект мало важен для предприятия и особой срочности оплаты не требует. Коэффициент полезности определяется на основании свойств объекта d_i , соответствия объекта стратегическим целям предприятия, с учетом примечаний администрации. Тогда на множестве объектов D^{Imp} , $\forall d_i \in D^{\text{Imp}}$

$$P(d_i, t) = \begin{cases} \text{Rec}(d_i, t) + \lambda(d_i, t) * W^+, & \lambda(d_i, t) \geq 0 \\ \text{Rec}(d_i, t) + \lambda(d_i, t) * W^-, & \lambda(d_i, t) < 0. \end{cases} \quad (20)$$

Из предположения, что $I^{\text{Imp}} = [0; 100]$ проверим, что $P(d_i, t) \in I^{\text{Imp}}$:

$$\overline{x} \quad P(d_i, t) \geq \text{Rec}(d_i, t) + (-1) \times W^- = \text{Rec}(d_i, t) + (-1) \times \text{Rec}(d_i, t) = 0, \quad (21)$$

$$\overline{x} \quad P(d_i, t) \leq \text{Rec}(d_i, t) + 1 \times W^+ = \text{Rec}(d_i, t) + (|I^{\text{Imp}}| - \text{Rec}(d_i, t)) = |I^{\text{Imp}}| = 100 \quad (22)$$

С учетом (20), (21) следует:

$$0 \leq P(d_i, t) \leq |I^{\text{Imp}}| = 100. \quad (23)$$

Графическая зависимость $P(d_i, t)$ от $\lambda(d_i, t)$ приведена на рис. 5.

Таким образом, наиболее важные объекты могут иметь максимальный приоритет ($P(d_i, t) = |I^{Imp}| = 100$) в любой день своего пребывания во множестве платежей на оплату (множество D^{Imp}), если его $\lambda(d_i, t) = 1$. И наоборот, если у платежа $\lambda(d_i, t) = -1$, то его приоритет равен нулю, независимо от значения $T^{Imp}(d_i, t)$.

На множестве объектов D^{Dec} приоритет объектов определяется следующим образом:

$$P(d_i, t) = \lambda(d_i, t) * |I^{Dec}| + |I^{Imp}| = \lambda(d_i, t) \times 50 + 100, \quad (24)$$

где $\lambda(d_i, t)$ – коэффициент полезности платежа d_i из множества объектов D^{Dec} в момент времени t , при чем $\forall d_i \in D^{Dec}, \forall t > T^{kr}(d_i): \lambda(d_i, t) \in (0, +1]$.

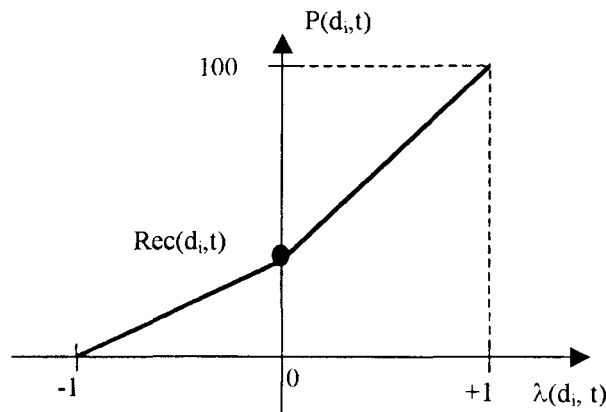


Рис.5. Графическая зависимость $P(d_i, t)$ от $\lambda(d_i, t)$

Из предположения, что $I^{Dec} = (100; 150]$ следует $P(d_i, t) \in I^{Dec}$, так как

$$0 \times 50 + 100 = 100 < P(d_i, t) \leq 1 \times 50 + 100 = 150 - \quad (25)$$

Таким образом, рассмотрен один из подходов к решению задачи планирования платежей предприятия. При конкретной реализации поставленной задачи следует учитывать, что в качестве характеристик объектов используются: сумма заявки (она определяет s_i – меру использования денежных средств заявкой), критическая дата платежа, дата подачи заявки на оплату, назначение платежа, получатель, примечания администрации и т.д.

Величины $P(d, t)$ могут быть установлены экспертным путем. При взаимосвязанном функционировании подсистем, приведенных в [2], возможно автоматизированное определение величин $\lambda(d, t)$. Тем самым подсистема «Классификатор» (см.: рис. 4) получает информационную поддержку для определения величин $P(d, t)$, $\lambda(d, t)$; подсистема «Генератор» – величин A_i (в зависимости от целей, решаемых системой в целом).

В связи с переходом экономики страны на рыночные отношения и, как следствие этого, крайней ее нестабильностью, кроме традиционных задач планирования производства (стратегического, оперативного, краткосрочного и т.д.), учитывающих влияние рынка, возникает задача планирования платежей предприятия. Планы производства могут быть теоретически обоснованы, математически описаны в виде моделей и практически составлены (решены) с применением вычислительной техники, но при отсутствии денег на расчетном счете предприятия для оплаты ресурсного обеспечения производства качество перечисленных видов планирования существенно снижается.

Приходится либо учитывать фактор риска несвоевременности получения требуемого ресурса в необходимом количестве, а это ведет к усложнению модели планирования, либо повторно решать задачи планирования при измененных ограничениях.

Альтернативой указанным подходам является решение задачи планирования платежей предприятия с учетом наличия денежных средств на его расчетном счете с максимальной эффективностью оплаты платежей. Эффективность оплаты платежей определяется задачами, стоящими перед предприятием на период планирования платежей. Этими задачами могут быть : ликвидация задолженности перед бюджетом, кредиторской задолженности ; обеспечение потребности в определенных ресурсах ; изменение финансового состояния предприятия (рентабельность, ликвидность, оборачиваемость оборотных средств и т.д.) и многие другие. Исходя из суммы денежных средств на расчетном счете предприятия, необходимо распределить заявки на платежи в зависимости от задач, стоящих перед предприятием. Например, чтобы не задерживались отчисления в бюджет, и в расчетах с поставщиками предприятие выглядело как серьезный и надежный партнер.

РЕЗЮМЕ

Розглядається один із підходів до вирішення задачі планування платежів підприємства з врахуванням наявності коштів на його розрахунковому рахунку. Враховується ефективність оплати платежів, побудована математична модель задачі, розроблений метод рішення.

SUMMARY

It is analysed one of the approaches to the solving of the problem of payment planning of the enterprise taking into account the existance of money sources on its account. It is taken into account the efficiency of payment of accounts, the mathematical model of the problem is constructed, the method of solving the problem is worked out.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бурков В.Н., Кондратьев В.В. Механизмы функционирования организационных систем. – М.: Наука, 1981. – 383 с.
2. Андриенко В.Н., Лев Т.А. Концепция организации финансового менеджмента в высшем учебном заведении. – Донецк, 1998. – 32 с.
3. Контроллинг как инструмент управления предприятием / Под ред. Н.Г.Данилочкиной. – М. : Аудит, 1998. – 279 с.
4. Лысенко Ю.Г. Модели управления хозрасчетным промышленным предприятием. – М.: Финансы и статистика, 1991. – 207 с.

Надійшла до редакції 23.09.1998 р.