

МАТЕМАТИКА

УДК 519.21

МАРТИНГАЛЬНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ НОРМИРОВАННЫХ ИНТЕГРАЛОВ ОТ ПРОЦЕССОВ СО СЛАБОЙ ЗАВИСИМОСТЬЮ¹

Б.В.Бондарев, А.А.Колосов

Введение. Настоящая работа посвящена оценке скорости сближения по вероятности в метрике пространства $C_{[0,T]}$ процесса $X_t^n = \frac{1}{\sqrt{n}} \int_0^t x_s ds$ и соответствующим образом построенного мартингала, где $x_s, s \in [0, +\infty)$ – стационарный в узком смысле случайный процесс с нулевым средним, удовлетворяющий условию сильного перемешивания [1] с коэффициентом перемешивания $\alpha(\tau)$, то есть, если $\mathfrak{F}_0^t$ – минимальная σ -алгебра, порожденная процессом $x_s, 0 \leq s \leq t$, а $\mathfrak{F}_{t+\tau}^{+\infty}$ – обозначает σ -алгебру, порожденную процессом $x_s, t+\tau \leq s \leq +\infty$, то

$$\alpha(\tau) = \sup_{A \in \mathfrak{F}_0^t, B \in \mathfrak{F}_{t+\tau}^{+\infty}} |P(AB) - P(A)P(B)| \xrightarrow{\tau \rightarrow \infty} 0, \tau > 0.$$

Хорошо известны достаточные условия для слабой сходимости последовательности X_t^n к винеровскому процессу [2]–[4], требующие ограничений на степень зависимости процесса x_s в терминах быстроты убывания коэффициента перемешивания $\alpha(\tau)$. Вопросом скорости сближения последовательности X_t^n и последовательности W_t^n – винеровских процессов, построенных на одном вероятностном пространстве с X_t^n , посвящена работа [5], близкие вопросы рассматривались в [6]. Вместе с тем представляет интерес (например, с точки зрения неравенств Колмогорова-Гаека-Реньи [7], [8]) мартингальная аппроксимация последовательности X_t^n [3], [4]. В цитированной выше работе [8] скорость сближения последовательности X_t^n и соответствующим образом построенного мартингала устанавливалась в случае слабой зависимости процесса x_s типа равномерно сильного перемешивания [1], либо при выполнении условий абсолютной регулярности [9]. В настоящей статье аналогии [8] получены для сильного перемешивания.

Вспомогательные результаты. Лемма 1 (Лемма 3.102 [4]).

Пусть $x_s - \mathfrak{F}_{t+\tau}^{+\infty}$ - измерима, тогда, если $M|x_s|^r < \infty$, то

$$\left(M \left(M(x_s | \mathfrak{F}_0^t)^q \right)^{1/q} \right) \leq 2(2^{1/q} + 1) \alpha^{1/q-1/r}(\tau) \left(M|x_s|^r \right)^{1/r}, 1 \leq q \leq r \leq \infty.$$

Лемма 2 (Следствие леммы 2.1 [2]). Пусть процесс x_s удовлетворяет условию сильного перемешивания, ξ – случайная величина, измеримая относительно $\mathfrak{F}_0^t$, а η – случайная величина, измеримая относительно $\mathfrak{F}_{t+\tau}^{+\infty}$, тогда, если существуют моменты $M|\xi|^p$, и $M|\eta|^q$ при $1/p + 1/q < 1$, то имеет место неравенство

¹ Работа выполнена при поддержке гранта INTAS-1999-00016.

$$|M\xi\eta - M\xi M\eta| \leq 12(M|\xi|^p)^{1/p} (M|\eta|^q)^{1/q} (\alpha(\tau))^{1-1/p-1/q}.$$

Лемма 3 (Замечание к теореме 1 из [7]). Пусть μ_t – мартингал, $M\mu_t^2 < +\infty$, $t \in [0, T]$, $\langle \mu, \mu \rangle_t$ – его квадратическая характеристика, $f(t)$ – возрастающая функция такая, что

$$\int_0^T \frac{Md\langle \mu, \mu \rangle_t}{f^2(t)} < +\infty. \text{ Тогда } P\{\mu_t \leq nf(t), t \in [0, T]\} \geq 1 - \frac{1}{n^2} \int_0^T \frac{Md\langle \mu, \mu \rangle_t}{f^2(t)}.$$

Основой для дальнейших рассуждений послужила работа Д.О.Чикина [3], в которой получено разложение $X_t^n = \mu_t^n + V_t^n$, где $V_t^n = \frac{1}{\sqrt{n}}(y_{nt} - y_0)$, мартингал

$$\mu_t^n = \frac{1}{\sqrt{n}} \mu_{nt}, y_t = \int_t^{+\infty} M(x_s | \mathcal{F}_0^t) ds, \mu_t = \int_0^{+\infty} M(x_s | \mathcal{F}_0^t) ds - y_0$$

и приведены условия, когда $\sup_{0 \leq t \leq T} |V_t^n| \xrightarrow{P} 0$ при $n \rightarrow \infty$.

Основные результаты.

Теорема 1. Пусть случайный процесс x_s такой, что $M|x_s|^{4m} < \infty$ для некоторого целого $m > 1$, коэффициент перемешивания $\alpha(\tau)$ такой, что $\int_0^{+\infty} \alpha^{1/2m}(\tau) d\tau < \infty$, тогда справедлива оценка

$$P\left\{\sup_{0 \leq t \leq T} |V_t^n| > \delta\right\} \leq \frac{n}{(\delta\sqrt{n})^{2m}} \left(\frac{2m}{2m-1}\right)^{2m} 2^{2m-1} (M|x_s|^{4m})^{1/2} \left(2^{2m} (2^{1/2m} + 1)^{2m} \left(\int_0^{+\infty} \alpha^{1/4m}(\tau) d\tau\right)^{2m} + T^{2m}\right).$$

Доказательство. Случайный процесс y_t , $t \geq 0$ определен, так как в условиях теоремы при $r = 2q$, $q \geq 1$

$$\begin{aligned} \int_t^{+\infty} M|M(x_s | \mathcal{F}_0^t)| ds &\leq \int_t^{+\infty} (M|M(x_s | \mathcal{F}_0^t)|^q)^{1/q} ds \leq \int_t^{+\infty} 2(2^{1/q} + 1) \alpha^{1/q-1/r}(s-t) (M|x_s|^r)^{1/r} ds \leq \\ &\leq 2(2^{1/q} + 1) (M|x_s|^r)^{1/r} \int_t^{+\infty} \alpha^{1/2q}(s-t) ds = 2(2^{1/q} + 1) (M|x_s|^{2q})^{1/2q} \int_0^{+\infty} \alpha^{1/2q}(\tau) d\tau < \infty, \end{aligned}$$

более того

$$\begin{aligned} M|y_t|^{2m} &\leq \left(\int_t^{+\infty} (M|M(x_s | \mathcal{F}_0^t)|^{2m})^{1/2m} ds\right)^{2m} \leq \\ &\leq \left(\int_t^{+\infty} 2(2^{1/2m} + 1) \alpha^{1/2m-1/4m}(s-t) (M|x_s|^{4m})^{1/4m} ds\right)^{2m} \leq \\ &\leq 2^{2m} (2^{1/2m} + 1)^{2m} (M|x_s|^{4m})^{1/2} \left(\int_t^{+\infty} \alpha^{1/4m}(s-t) ds\right)^{2m} \leq \\ &2^{2m} (2^{1/2m} + 1)^{2m} (M|x_s|^{4m})^{1/2} \left(\int_0^{+\infty} \alpha^{1/4m}(\tau) d\tau\right)^{2m}. \text{ Так как} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^{+\infty} M|M(x_s|\mathfrak{I}_0^t)|ds &\leq \int_0^t M|M(x_s|\mathfrak{I}_0^t)|ds + \int_t^{+\infty} M|M(x_s|\mathfrak{I}_0^t)|ds \leq \\ &\leq \int_0^t M|x_s|ds + \int_t^{+\infty} M|M(x_s|\mathfrak{I}_0^t)|ds < +\infty, \text{ то мартингал } \mu_t \text{ также определен.} \end{aligned}$$

Пусть $X(t) = \int_0^t x_s ds$, этот процесс является спиралью; у процесса μ_t существует модификация, являющаяся мартингалом и спиралью; процесс μ_t является квадратично интегрируемым мартингалом; поскольку μ_t – спираль, $\langle \mu, \mu \rangle_t$ также является спиралью [3]. Воспользовавшись леммой 2 и леммой 3 из [3], получаем

$$M(\mu_t)^2 = tM(\mu_1)^2 = tb^2, \quad b^2 = 2 \int_0^{+\infty} Mx_0 x_s ds. \quad (1)$$

Воспользовавшись леммой 2, имеем

$$\begin{aligned} b^2 &\leq 2 \int_0^{+\infty} Mx_0 x_s ds \leq 2 \int_0^{+\infty} 12(M|x_0|^{2m})^{1/2m} (M|x_s|^{2m})^{1/2m} (\alpha(s))^{1-1/2m-1/2m} ds \leq \\ &\leq 24(M|x_0|^{2m})^{1/2m} (M|x_s|^{2m})^{1/2m} \int_0^{+\infty} (\alpha(s))^{(m-1)/(2m)} ds < \infty, \end{aligned}$$

то есть постоянная b^2 в (1) определена.

$$P\left\{\sup_{0 \leq t \leq T} |V_t^n| > \delta\right\} = P\left\{\sup_{0 \leq t \leq T} |y_{tn}| > \delta\sqrt{n}\right\} \leq \sum_{k=1}^n P\{\xi_k > \delta\sqrt{n}\}, \quad \text{здесь} \quad \xi_k = \sup_{(k-1)T \leq t \leq kT} |y_t|,$$

$k = 1, \dots, n$.

В условиях теоремы 1 процесс y_t – стационарный процесс (см. лемму 3.84 из [4]), поэтому $P\left\{\sup_{0 \leq t \leq T} |V_t^n| > \delta\right\} \leq nP\{\xi_1 > \delta\sqrt{n}\}$.

$$\text{Как отмечалось в [3], при } 0 \leq t \leq T \quad y_t = M\left(\left[y_T + \int_t^T x_s ds\right] \middle| \mathfrak{I}_0^t\right),$$

$$\text{откуда } |y_t| \leq M\left(\left[|y_T| + \int_0^T |x_s| ds\right] \middle| \mathfrak{I}_0^t\right) = \eta_t.$$

Очевидно, что η_t – мартингал относительно потока $\mathfrak{I}_0^t$, $t \geq 0$.

Воспользовавшись неравенством Дуба для мартингалов, имеем

$$\begin{aligned} M \sup_{0 \leq t \leq T} |\eta_t|^p &\leq \left(\frac{p}{p-1} \right)^p M |\eta_T|^p \leq \left(\frac{p}{p-1} \right)^p M \left(|y_T| + \int_0^T |x_s| ds \right)^p \leq \\ &\leq \left(\frac{p}{p-1} \right)^p 2^{p-1} \left(M |y_T|^p + M \left[\int_0^T |x_s| ds \right]^p \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Далее

$$M \left[\int_0^T |x_s| ds \right]^{2m} \leq T^{2m} M |x_s|^{2m}. \quad (3)$$

$$M |y_T|^{2m} \leq 2^{2m} (2^{1/2m} + 1)^{2m} (M |x_s|^{4m})^{1/2} \left(\int_0^{+\infty} \alpha^{1/4m}(\tau) d\tau \right)^{2m}. \quad (4)$$

Из (2) с учетом (3), (4) получаем

$$M \sup_{0 \leq t \leq T} \eta_t^{2m} \leq \left(\frac{2m}{2m-1} \right)^{2m} 2^{2m-1} (M |x_s|^{4m})^{1/2} \left(2^{2m} (2^{1/2m} + 1)^{2m} \left(\int_0^{+\infty} \alpha^{1/4m}(\tau) d\tau \right)^{2m} + T^{2m} \right).$$

$$\begin{aligned} P \left\{ \sup_{0 \leq t \leq T} |\eta_t^n| > \delta \right\} &\leq n P \left\{ \xi_1 > \delta \sqrt{n} \right\} \leq \frac{n}{(\delta \sqrt{n})^{2m}} M \sup_{0 \leq t \leq T} \eta_t^{2m} \leq \\ &\leq \frac{n}{(\delta \sqrt{n})^{2m}} \left(\frac{2m}{2m-1} \right)^{2m} 2^{2m-1} (M |x_s|^{4m})^{1/2} \left(2^{2m} (2^{1/2m} + 1)^{2m} \left(\int_0^{+\infty} \alpha^{1/4m}(\tau) d\tau \right)^{2m} + T^{2m} \right). \end{aligned}$$

■ Теорема 1 доказана.

Используя результаты теоремы 1 и лемму 4, нетрудно убедиться в справедливости следующего утверждения:

Теорема 2. Пусть случайный процесс x_s такой, что $M |x_s|^{4m} < \infty$ для некоторого целого $m > 1$, коэффициент перемешивания $\alpha(\tau)$ такой, что $\int_0^{+\infty} \alpha^{1/2m}(\tau) d\tau < \infty$,

$m > \frac{1}{(1-2\alpha)}$, $0 < \alpha < 1/2$, $f(t)$ – возрастающая функция такая, что $\int_0^T \frac{dt}{f^2(t)} < +\infty$. Тогда

$$P \left\{ |X_t^n| \leq n^{\frac{(1-2\alpha)m-1}{2}} f(t) + \frac{1}{n^\alpha}, t \in [0, T] \right\} \geq 1 - \left(\frac{1}{n} \right)^{(1-2\alpha)m-1} D, \text{ где}$$

$$D = 2 \int_0^{+\infty} M x_0 x_s ds \int_0^T \frac{dt}{f^2(t)} +$$

$$\left(\frac{2m}{2m-1} \right)^{2m} 2^{2m-1} (M |x_s|^{4m})^{1/2} \left(2^{2m} (2^{1/2m} + 1)^{2m} \left(\int_0^{+\infty} \alpha^{1/4m}(\tau) d\tau \right)^{2m} + T^{2m} \right).$$

Доказательство.

$$\begin{aligned}
 & P\left\{\left|X_t^n\right| \leq n^\gamma f(t) + \frac{1}{n^\alpha}, t \in [0, T]\right\} \geq \\
 & P\left\{\left|\mu_t^n\right| + \left|V_t^n\right| \leq n^\gamma f(t) + \frac{1}{n^\alpha}, t \in [0, T], \sup_{0 \leq t \leq T} \left|V_t^n\right| \leq \frac{1}{n^\alpha}\right\} \geq \\
 & \geq P\left\{\left|\mu_t^n\right| \leq n^\gamma f(t), t \in [0, T]\right\} - P\left\{\sup_{0 \leq t \leq T} \left|V_t^n\right| > \frac{1}{n^\alpha}\right\} \geq 1 - \frac{1}{n^{2\gamma}} 2 \int_0^{+\infty} M x_0 x_s ds \int_0^T \frac{dt}{f^2(t)} - \\
 & - \left(\frac{1}{n}\right)^{(1-2\alpha)m-1} \left(\frac{2m}{2m-1}\right)^{2m} 2^{2m-1} (M|x_s|^{4m})^{1/2} \left(2^{2m} (2^{1/2m} + 1)^{2m} \left(\int_0^{+\infty} \alpha^{1/4m}(\tau) d\tau\right)^{2m} + T^{2m}\right).
 \end{aligned}$$

■ Теорема 2 доказана.

РЕЗЮМЕ

Здобуто оцінку швидкості зближення нормованого інтегралу від центрованого процесу, що відповідає умові сильного змішування, та відповідним чином побудованого мартінгалу.

SUMMARY

The estimation of convergence speed of a normalized integral from the centered process fulfilling condition strong interfusion, and in appropriate way built martingale is obtained.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Ибрагимов И.А., Линник Ю.В. Независимые и стационарно связанные величины. – М.: Наука, 1965. – 524 с.
2. Давыдов Ю.А. О сходимости распределений порожденными стационарными случайными процессами. – Теория вероятностей и ее применения. – 1968. – Т.13. – Вып. 4. – С.730-737.
3. Чикин Д.О. Функциональная предельная теорема для стационарных процессов. Мартингальный подход. – Теория вероятностей и ее применения. – 1989. – Т.34. – вып. 4. – С. 731-741.
4. Жакод Ж., Ширяев А.Н. Предельные теоремы для случайных процессов. Том 2: Пер. с англ. – М.: Физматлит, 1994. – 368 с.
5. Бондарев Б.В., Шурко И.Л. Диффузионная аппроксимация нормированных интегралов от процессов со слабой зависимостью и ее применения. – Укр. мат. журн. – 1994. – Т. 46. – № 11. – С.1449-1466.
6. Утев С.А. Неравенства для сумм слабовязисимых случайных величин и оценки скорости сходимости в принципе инвариантности. – В кн.: Предельные теоремы для сумм случайных величин. – Новосибирск: Наука, 1984. – С. 50-76.
7. Bondarev B.V., Koroljov M.E. On the Kolmogorov-Hajek-Renyi inequality and its applications. – Random Oper. and Stoch. Equ. – 1996. – Vol. 4. – № 1. – PP. 51-59.
8. Бондарев Б.В. О неравенстве Колмогорова-Гаека-Реньи для нормированных интегралов со слабой зависимостью – Теория вероятностей и ее применения. – 1997. – Т.42. – Вып. 2. – С. 225-238.
9. Ибрагимов И.А., Розанов Ю.А. Гауссовские случайные процессы. – М.: Наука, 1978. – 384 с.

Надійшла до редакції 02.03.2000 р.

УДК 517.54

ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ И ТЕОРЕМЫ ВЛОЖЕНИЯ ДЛЯ КЛАССОВ РУШЕВЕЙХА

В.А.Цанов

Исследование однолистных конформных отображений единичного круга $U = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ сопряжено со сложностями, возникающими из-за нелинейности в целом всего класса S таких отображений, нормированных условиями $f(0) = f'(0) - 1 = 0$. Один из подходов, позволяющих преодолеть трудности, состоит в изучении различных подклассов однолистных функций, выделяемых на основе геометрических или аналитических свойств. Многочисленные работы по теории однолистных функций посвящены исследованию этих классов и установлению связей между ними.

В 1975 г. Рушевейх[1] ввёл новый класс функций

$$K_n = \left\{ f(z) : \operatorname{Re} \frac{(z^n f(z))^{n+1}}{(z^{n-1} f(z))^n} > \frac{n+1}{2} \right\},$$

который обобщал известные семейства функций из класса S , в частности

$$K_0 = S_{1/2}^* = \left\{ f : \operatorname{Re} \frac{zf'}{f} > \frac{1}{2} \right\}, \quad K_1 = S^0 = \left\{ f : \operatorname{Re} \left(1 + \frac{zf''}{f'} \right) > 0 \right\}.$$

В своей работе Рушевейх доказал вложение $K_{n+1} \subset K_n$.

В данной работе рассмотрим обобщение классов Рушевейха при помощи гипергеометрических операторов $F(\alpha, \beta, \gamma)$, введенных Хохловым[2] в 1978 году.

$$F(\alpha, \beta, \gamma)f(z) = z + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(\alpha)_{n-1}(\beta)_{n-1}}{(\gamma)_{n-1}(1)_{n-1}} a_n(f) z^n, \quad \text{где } (t)_n = \frac{\Gamma(t+n)}{\Gamma(t)}, \quad f(z) = z + \sum_{n=2}^{\infty} a_n(f) z^n.$$

Условие принадлежности функции классу K_n запишется в виде

$$\operatorname{Re} \frac{F(n+2, 1, 1)f(z)}{F(n+1, 1, 1)f(z)} > \frac{1}{2}.$$

Введём обобщение класса K_n , а именно: обозначим через $R\gamma(\alpha, \beta)$ множество голоморфных в U функций $f(z) : f(0) = f'(0) - 1 = 0$, удовлетворяющих условию

$$\operatorname{Re} \frac{F(\alpha+1, \beta, \gamma)f(z)}{F(\alpha, \beta, \gamma)f(z)} > \frac{1}{2}.$$

Имеем $K_n = R_1(n+1, 1)$. Как отмечалось ранее, справедливо вложение $K_{n+1} \subset K_n$.

Более глубокие связи между классами $R\gamma(\alpha, \beta)$ устанавливает следующая теорема вложения [3].

Теорема 1. Пусть $\beta > \frac{\alpha}{2} \geq 0, \gamma > \frac{\alpha}{2} \geq 0$. Тогда справедливы следующие вложения

$$1^0 \quad R\gamma(\alpha+1, \beta) \subset R\gamma(\alpha, \beta)$$

$$2^0 \quad R\gamma(\alpha, \beta+1) \subset R\gamma(\alpha, \beta)$$

$$3^0 \quad R\gamma(\alpha, \beta) \subset R\gamma_{+1}(\alpha, \beta)$$

Доказательство теоремы вложения при одновременном изменении параметров α, β, γ является более сложной задачей.

Автору удалось получить два частных результата.

Теорема 2. $R_c(0, c+1) \subset R_{c+1}(0, c+2), c > 0$.

Теорема 3. $R_{c+2}(0, c+1) \subset R_{c+1}(0, c), c > 0$

В качестве следствия запишем утверждение теоремы 2 при $c+1=n \in N$

$$\operatorname{Re} \frac{1}{n} \left[f' + (n-1) \frac{f}{z} \right] > \frac{1}{2} \subset \operatorname{Re} \frac{1}{n+1} \left[f' + n \frac{f}{z} \right] > \frac{1}{2}$$

и теоремы 3 для оператора Бернарди

$$\operatorname{Re} \frac{\frac{c+1}{z^c} \int_0^z t^{c-1} f dt}{z} > \frac{1}{2} \subset \operatorname{Re} \frac{\frac{c}{z^{c-1}} \int_0^z t^{c-2} f dt}{z} > \frac{1}{2}.$$

РЕЗЮМЕ

Розглядається трипараметрична сукупність аналітичних функцій, які узагальнюють класи Рушевейха. Раніш автором отримана теорема вкладення сукупностей по кожному з параметрів. У цій роботі доводяться вкладення при зміні двох параметрів.

SUMMARY

Three-parameter families of analytic functions, generalizing of Ruscheweyh classes, are considering. The author has obtained the families embedding theorem for each parameter earlier. In this article the embedding with the two parameters change is proved.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ruscheweyh S. New criteria for univalent functions // Proc. AMS. 1975. – Т.49, №1. – Р.109-115.
2. Хохлов Ю.Е. Операторы и операции на классе однолистных функций // Изв. Вузов. Матем. – 1978. – №10. – С.83-89.
3. Цапов В.А. Классы однолистных функций и теоремы вложения // Донец. ун-т. – Донецк, 1995. – 12 с. – Деп. в ГНТБ Украины.

Надійшла до редакції 02.03.2000 р.

УДК 517.984+519.210

ВЫРОЖДЕННАЯ ИНТЕРПОЛЯЦИОННАЯ ЗАДАЧА В ОБОБЩЕННЫХ КЛАССАХ НЕВАНЛИННЫ

А.А.Амиришадян

Интерполяционная проблема в классах неванлиновских пар была рассмотрена в [6,1]. Соответствующие индефинитные проблемы изучались в [7,2], а вырожденная скалярная индефинитная проблема - в [5].

О п р е д е л е н и е 1. Пара $n \times n$ матриц-функций $\{\varphi(\lambda), \psi(\lambda)\}$, голоморфных в области $\Omega = \overline{\Omega} \subset C \setminus R$ называется обобщенной неванлиновской парой (или N_κ -парой) если:

1. ядро $N_{\varphi\psi}(\lambda, \mu) = \frac{\varphi(\mu)^* \psi(\lambda) - \psi(\mu)^* \varphi(\lambda)}{\lambda - \bar{\mu}}$ имеет κ отрицательных квадратов в Ω ;
2. $\psi(\bar{\lambda})^* \varphi(\lambda) = \varphi(\bar{\lambda})^* \psi(\lambda) \quad \forall \lambda \in \Omega$;
3. $\text{rank} \{ \varphi(\lambda)^* : \psi(\lambda)^* \} = n \quad \forall \lambda \in \Omega$.

Две пары $\{\varphi, \psi\}$ и $\{\varphi_1, \psi_1\}$ называются эквивалентными, если $\varphi_1(\lambda) = \varphi(\lambda)H(\lambda)$, $\psi_1(\lambda) = \psi(\lambda)H(\lambda)$ для некоторой голоморфной и обратимой в Ω матрицы-функции $H(\lambda)$. Множество эквивалентных N_κ -пар обозначим $\tilde{N}_\kappa(C^n)$.

Пусть S – замкнутое симметрическое линейное отношение в пространстве Понтрягина $(\Pi, [\cdot, \cdot])$, с непустым множеством $\hat{\rho}(S)$ точек регулярного типа, такое что дефектные подпространства $N_\lambda = \ker(S^* - \lambda)$ ($\lambda \in \hat{\rho}(S)$) конечномерные, а индексы дефекта $n_\pm(S) = \dim N_\lambda = n(S)$ ($\lambda \in C_\pm \cap \hat{\rho}(S)$).

О п р е д е л е н и е 2. Тройка $\{H, \Gamma_0, \Gamma_1\}$, где Γ_0, Γ_1 – линейные отображения из S^* в H называется граничной тройкой отношения S^* , если отображение $\Gamma: \hat{f} \rightarrow \{\Gamma_0 \hat{f}, \Gamma_1 \hat{f}\}$ из S^* в $H \oplus H$ является сюръективным и для всех $\hat{f} = \{f, f'\}$, $\hat{g} = \{g, g'\} \in S^*$ выполняется соотношение

$$[f', g] - [f, g'] = (\Gamma_1 \hat{f}, \Gamma_0 \hat{g})_H - (\Gamma_0 \hat{f}, \Gamma_1 \hat{g})_H \quad (1)$$

Граничной тройкой естественно порождаются два самосопряженных расширения $A_j = \ker \Gamma_j$ ($j = 0, 1$) и оператор-функции $\gamma(\lambda)$ и $M(\lambda)$, определенные на $\rho(A_0)$ равенствами $\hat{\gamma}(\lambda) = (\Gamma_0 | \hat{N}_\lambda)^{-1}$, $M(\lambda) = \Gamma_1 \hat{\gamma}(\lambda)$, $\gamma(\lambda) = \pi_1 \hat{\gamma}(\lambda)$, где $\hat{N}_\lambda = \{\{f_\lambda, \lambda f_\lambda\} : f_\lambda \in N_\lambda\}$, а π_1 – проектор на первую компоненту $\hat{N}_\lambda$. Пусть $\tilde{A}$ – самосопряженное расширение отношения S в пространстве Понтрягина $\tilde{\Pi} = \Pi \oplus H_1$, $\kappa = sq_-(\Pi)$. Обобщенную резольвенту $R(\lambda) = P_{\tilde{\Pi}}(\tilde{A} - \lambda)^{-1}|_{\tilde{\Pi}}$ ($\lambda \in \rho(\tilde{A})$) относят к классу $\Omega_\kappa(S)$, если выполнено условие минимальности:

$$c.l.s. \{ \Pi + (\tilde{A} - \lambda)^{-1} \Pi \mid \lambda \in \rho(\tilde{A}) \} = \tilde{\Pi} \quad (2)$$

Т е о р е м а 1. [3] Пусть L – положительное подпространство в Π , $\kappa = sq_-(\Pi)$, S – симметрическое линейное отношение, $\{H, \Gamma_0, \Gamma_1\}$ – граничная тройка, $\lambda_0 \in \rho(A_0)$. Тогда формула

$$P_L(\tilde{A} - \lambda_0)^{-1}|_L = a_{22}(\lambda_0) - a_{21}(\lambda_0)\varphi(\lambda_0)(\psi(\lambda_0) + a_{11}(\lambda_0)\varphi(\lambda_0))^{-1}a_{12}(\lambda_0), \quad (3)$$

где $a_{11}(\lambda_0) = M(\lambda_0)$, $a_{22}(\lambda_0) = P_L(A_0 - \lambda_0)^{-1}|_L$, $a_{21}(\lambda_0) = a_{12}^*(\bar{\lambda}_0) = P_L\gamma(\lambda_0)$ устанавливает взаимно-однозначное соответствие между множеством всех L -резольвент $P_LR_\lambda|_L$ ($R_\lambda \in \Omega_\kappa(S)$), голоморфных в точке λ_0 и множеством N_0 -пар $\{\varphi(\lambda), \psi(\lambda)\}$, голоморфных в λ_0 и таких, что $\det(\psi(\lambda_0) + a_{11}(\lambda_0)\varphi(\lambda_0)) \neq 0$.

Рассмотрим следующую задачу

З а д а ч а . $IP_\kappa(V, W, Z)$. Даны $n, m \in \mathbb{N}$, $\kappa, r_j \in \mathbb{Z}_+$, $z_j \in C_+$ ($j = 1, \dots, m$) и $n \times 1$ -матрицы V_{jp}, W_{jp} ($j = 1, \dots, m$; $p = 1, \dots, r_j$). Найти N_κ -пару $\{A(\lambda), B(\lambda)\}$, голоморфную в точках z_j и такую, что выполняются следующие условия

$$\sum_{k=0}^{r_j} V_{jk}^* (\lambda - z_j)^k B(\lambda) = \sum_{k=0}^{r_j} W_{jk}^* (\lambda - z_j)^k A(\lambda) + O((\lambda - z_j)^{r_j+1}), \quad \lambda \rightarrow z_j \quad (j = 1, \dots, m) \quad (4)$$

Пусть $r = \sum_{j=1}^m (r_j + 1)$. Матрицы размеров $n \times r$

$$V = (V_{10}, \dots, V_{1r_1}; V_{m0}, \dots, V_{mr_m}), \quad W = (W_{10}, \dots, W_{1r_1}; W_{m0}, \dots, W_{mr_m}) \quad (5)$$

называются данными задачи. Пусть $Z - r \times r$ -матрица, состоящая из жордановых клеток, размерами $(r_j + 1)(r_j + 1)$ и спектром $\bar{z}_j$. Говорят, что две $m \times n$ -матрицы-функции $K(\lambda), L(\lambda)$ со строками $K_j(\lambda), L_j(\lambda)$, определенные и локально голоморфные в $C \setminus R$ интерполируют данные V, W Задачи $IP_\kappa(V, W, Z)$, если (см [1])

$$K_j^{(q)}(z_j) := q! V_{jq}^*, \quad L_i^{(p)}(z_i) := p! W_{ip}^*,$$

при этом равенства (4) можно записать в виде

$$D_\lambda^p(K_i(\lambda)B(\lambda))|_{\lambda=z_i} = D_\lambda^p(L_i(\lambda)A(\lambda))|_{\lambda=z_i} \quad (D_\lambda^p = \frac{1}{p!} \frac{d^p}{d\lambda^p}), \quad (i = 1, \dots, m; p = 0, \dots, r_i) \quad (6)$$

В этих обозначениях матрица Пика имеет вид (см [1]) $P = (P_{ij}^{pq})$ ($i, j = 1, \dots, m; p = 0, \dots, r_j; q = 0, 1, \dots, r_j$)

$$P_{ij}^{pq} = D_\lambda^p D_\mu^q \frac{L_i(\lambda)K_j(\mu)^* - K_i(\lambda)L_j(\mu)^*}{\lambda - \bar{\mu}} \Big|_{\lambda=z_i, \mu=z_j} \quad (7)$$

Рассмотрим пространство $B = C^r \times C^n$ (см [1]) со скалярным произведением

$$[f, g] = (Pf_1, g_1)_{C^r} + (f_2, g_2)_{C^n} \quad (8)$$

где $f = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix}$, $g = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \end{pmatrix}$, $f_1, g_1 \in C^r$, $f_2, g_2 \in C^n$. Так как $\ker P \neq \{0\}$ пространство $(B, [\cdot, \cdot])$ является вырожденным и мы рассмотрим фактор-пространство $\Pi = B / \ker P$ со скалярным произведением, индуцированным (8). Если элемент $\tilde{f} \in \Pi$, то будем записывать его в виде $\tilde{f} = \begin{pmatrix} PP^{(-1)} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix}$, где $P^{(-1)}$ – псевдообратная матрица для матрицы

P (см [8]). Очевидно, что пространство Π является пространством Понтрягина и $sq(\Pi) = sq_-(P)$. Рассмотрим линейное симметрическое отношение S в Π , определенное следующим образом

$$S = \left\{ \left\{ \begin{pmatrix} PP^{(-1)} \\ -Vf \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} PP^{(-1)}Zf \\ Wf \end{pmatrix} \right\} : f \in C^r \right\} \quad (9)$$

и пусть G – оператор вложения C^n в Π .

Т е о р е м а 2. Пусть $sq_-(P) \leq \kappa$. Тогда для каждого минимального самосопряженного расширения $\tilde{A}$ отношения S , действующего в пространстве Понтрягина $\tilde{\Pi} \supset \Pi$ такого, что $sq_-(\tilde{\Pi}) = \kappa$ и $z_j \in \rho(\tilde{A})$ ($j = 1, \dots, m$). N_κ -пара, определенная равенством

$$\{A(\lambda), B(\lambda)\} = \{-G^*(\tilde{A} - \lambda)^{-1}G, I + \lambda G^*(\tilde{A} - \lambda)^{-1}G\} \quad (\lambda \in \rho(\tilde{A})) \quad (10)$$

является решением Задачи $IP_\kappa(V, W, Z)$.

Обратно, пусть N_κ -пара $\{A(\lambda), B(\lambda)\}$ является решением Задачи $IP_\kappa(V, W, Z)$. Тогда $sq_-(P) \leq \kappa$. Если $sq_-(P) = \kappa$ и $\det(B(z_j) + z_j A(z_j)) = I$ ($j = 1, \dots, m$), то пара $\{A(\lambda), B(\lambda)\}$ имеет вид (10), где $\tilde{A}$ – минимальное самосопряженное расширение отношения S такое, что $z_j \in \rho(\tilde{A})$ ($j = 1, \dots, m$).

Следствие 1 Если $sq_-(P) = \kappa$ и $z_j, \bar{z}_j \notin \sigma_p(S)$, ($j = 1, \dots, m$), то Задача $IP_\kappa(V, W, Z)$ имеет решение.

Пусть матрицы V, W, Z удовлетворяют условию:

$$\ker(P + V^*V) = \ker P \cap \ker V. \quad (11)$$

Можно показать, что условие (11) эквивалентно невырожденности подпространства $D(S)$. Рассмотрим прямую сумму $D(S)^{[1]} = S(0) + H_D$ (здесь подпространство H_D линейно независимо с $S(0)$) и каноническое самосопряженное расширение A_0 отношения S , определенное следующим образом:

$$A_0 = \{ \{ \tilde{f}, \tilde{f}' + f'_D \} \mid \{ \tilde{f}, \tilde{f}' \} \in S, f'_D \in H_D \}. \quad (12)$$

Пусть $\lambda_0 \in \rho(A_0)$, $H_\Pi (= \Pi)$ – пространство Гильберта со скалярным произведением $(\cdot, \cdot)_{H_\Pi} = [J, \cdot]_\Pi$, $P_{N_{\lambda_0}}$ – ортопроектор из H_Π на N_{λ_0} . Для произвольного пространства Гильберта H ($\dim H = n(S)$) определим $T \in [H, H_\Pi]$ такой, что $TT^* = P_{N_{\lambda_0}}$; $T^*T = I_H$. Кроме того, пусть $r \times r$ матрица-функция Φ_λ имеет вид

$$\Phi_\lambda = PZ - V^*W - \lambda(P + V^*V).$$

Предложение 1. Пусть данные задачи V, W, Z удовлетворяют (11) и $\lambda \in C$. Тогда верна следующая эквивалентность: $\ker \Phi_\lambda = \ker P \cap \ker V \Leftrightarrow \lambda \in \rho(A_0)$.

Т е о р е м а 3. Пусть $\lambda_0 \in \rho(A_0)$. Граничная тройка $\{H, \Gamma_0, \Gamma_1\}$ отношения S^* может быть определена соотношениями:

$$\Gamma_1 \hat{f} = T^*J(\tilde{f}_D + \lambda_0 \tilde{f}_{\lambda_0}); \quad \Gamma_0 \hat{f} = T^* \tilde{f}_{\lambda_0}, \quad (13)$$

где $\hat{f} = \{ \tilde{f} + \tilde{f}_{\lambda_0}, \tilde{f}' + \tilde{f}'_D + \lambda_0 \tilde{f}_{\lambda_0} \}$, $\{ \tilde{f}, \tilde{f}' \} \in S$, $\{ \tilde{f}_{\lambda_0}, \lambda_0 \tilde{f}_{\lambda_0} \} \in \hat{N}_{\lambda_0}$, $\tilde{f}_D \in H_D$. При выполнении условия (11), для $\lambda \in \rho(A_0)$ справедливы равенства:

$$a_{22}(\lambda) = V\Phi_{\lambda}^{(-1)}V^*;$$

$$a_{11}(\lambda) = T^*J(\lambda I + (\lambda - \lambda_0)(\lambda - \bar{\lambda}_0)) \begin{pmatrix} PP^{(-1)} \\ -V \end{pmatrix} \Phi_{\lambda}^{(-1)}(P, -V^*)T; \quad (14)$$

$$a_{21}(\lambda) = a_{12}^*(\bar{\lambda}) = ((0_{n \times r}, I_n) + (\lambda - \lambda_0)(-V\Phi_{\lambda}^{(-1)}P, a_{22}(\lambda)))T.$$

Т е о р е м а 4. Пусть $sq_-(P) = \kappa$, матрицы V, W, Z удовлетворяют соотношению (11) и $z_j \in \rho(A_0)$ ($j = 1, \dots, m$). Тогда формула

$$\begin{pmatrix} B(\lambda) \\ A(\lambda) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I + \lambda a_{22}(\lambda) \\ -a_{22}(\lambda) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda \\ -I \end{pmatrix} a_{21}(\lambda) \varphi(\lambda) (\psi(\lambda) + a_{11}(\lambda) \varphi(\lambda))^{-1} a_{12}(\lambda) \quad (15)$$

устанавливает взаимно-однозначное соответствие между множеством всех решений $\{A(\lambda), B(\lambda)\}$ Задачи $IP_{\kappa}(V, W, Z)$ таких, что $\det(B(z_j) + z_j A(z_j)) \neq 0$ ($j = 1, \dots, m$) и множеством $n(S) \times n(S)$ пар $\{\varphi(\lambda), \psi(\lambda)\} \in N_0$, голоморфных в точках z_j и таких, что $\det(\psi(z_j) + a_{11}(z_j) \varphi(z_j)) \neq 0$ ($j = 1, \dots, m$).

РЕЗЮМЕ

Розглянута вироджена індефінітна інтерполяційна проблема Неванлінни-Піка. Отримано критерій розв'язування проблеми у термінах матриці Піка. Отримано опис одного класу розв'язок.

SUMMARY

The tangential degenerated indefinite interpolation problem is classes of generalized Nevanlinna pairs is considered. A solvability criterion for the problem is given in terms of the Pick matrix. In the case when the data satisfy the additional requirements a description of some class of all the solutions of the problem is given.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. D.Alpay, P.Bruinsma, A.Dijksma, H. de Snoo, «Interpolation problems, extensions of symmetric operators and reproducing kernel spaces», Part I. – Operator Theory: Adv. and Appl. 50 (1991), 35-82.
2. A.Amirshadyan, V.Derkach «Interpolation in generalized Nevanlinna and Stieltjes classes». J. Operator Theory, 42 (1999), 145-188.
3. V.Derkach «On Krein space symmetric linear relations with caps». Methods of Functional Analysis and Topology .Vol.4(1998),no2.16-40.
4. V.A.Derkach, M.M.Malamud, «The extension theory of hermitian operators and the moment problem», J.of Math.Sci. 73 (1995) No.2, 141-242.
5. M.Kaltenback, H.Woracek «The Krein formula for generalized resolvents in degenerated inner product spaces», preprint, 1-26.
6. A.A.Nudelman, «On a new problem of moment problem type», Dokl.Akad.Nauk SSSR 233(1977), 792-795.
7. A.A.Nudelman, «On a generalization of classical intrepolation problems», Dokl.Akad.Nauk SSSR 256(1981), 790-793.
8. R.A.Penrose, «A generalized inverse for matrices». Proceedings Cambrige Phil. Soc., 51,(1955), 406-413.

Надійшла до редакції 10.03.2000 р.

УДК 513.88 + 517.43

ПОДОБИЕ ВОЛЬТЕРРОВЫХ ОПЕРАТОРОВ В СОБОЛЕВСКОМ ПРОСТРАНСТВЕ ВЕКТОР-ФУНКЦИЙ

Г.С.Дудьева

1. Введение. Напомним, что два ограниченных линейных оператора A и B , действующие в банаховом пространстве X , называются подобными, если существует автоморфизм T пространства X такой, что $TAT^{-1} = B$.

Подобие вольтерровых операторов K

$$K : f \rightarrow \int_0^x K(x,t)f(t)dt, \quad f(t) = (f_1(t), \dots, f_n(t)) \quad (1)$$

вольтеррову оператору $J \otimes B$, который является тензорным произведением оператора интегрирования на матрицу B , в пространствах $L_2[0,1] \otimes C^n$ изучалось в работах Сахновича [7], Хилла [4] и Маламуда [5].

Именно, Л. А. Сахнович [7] нашел достаточные условия подобия K и $J \otimes B$ с $B = (I_{n_1}, -I_{n_2})$.

Л. Т. Хилл получил достаточные условия подобия оператора свертки $K : f \rightarrow \int_0^x K(x-t)f(t)dt$ оператору $J \otimes B$ при $B = I_n$ в пространстве вектор-функций $L_2[0,1] \otimes C^n$.

Его работа базируется на дальнейшем развитии комплексно-аналитической техники, предложенной Р. Франкфуртом и Дж. Ровняком в [3].

Недавно М. М. Маламуд в [5] получил достаточное условие подобия K вида (1) и $J \otimes B$ для произвольной $B = B^* = \text{diag}(\lambda_1 I_{n_1}, \dots, \lambda_r I_{n_r})$.

Здесь мы обобщаем этот результат на случай пространства Соболева.

Напомним, что $W_p^k[0,1] \otimes C^n$ ($k \in Z_+, 1 \leq p \leq +\infty$) обозначает пространство вектор-функций $f(x)$, имеющих обобщенные производные до порядка k , которые принадлежат $L_2[0,1] \otimes C^n$. Это пространство является банаховым относительно нормы

$$\|f\|_{W_p^k[0,1] \otimes C^n} = \left[\sum_{l=1}^n \sum_{i=0}^k \int_0^1 |f_l^{(i)}(x)|^p dx \right]^{1/p}.$$

2. Теорема 2.1. Пусть $n \times n$ -матричное ядро $K(x,t)$ оператора K удовлетворяет следующим условиям:

1. $B = K(x,x)$ – постоянная невырожденная матрица с действительным спектром и простыми элементарными делителями;

2. $K(x,t)$ – абсолютно непрерывно по x для почти всех $t \in [0,1]$ и $K_1(x,t) = D_x K(x,t) \in L_\infty(\Omega) \otimes C^{n \times n}$;

3. $K(x,t)$ – абсолютно непрерывно по t для почти всех $x \in [0,1]$ и $D_t K_1(x,t) = D_t D_x K(x,t) \in W_\infty^k(\Omega) \otimes C^{n \times n}$, где $\Omega = \{0 \leq t \leq x \leq 1\}$.

Тогда оператор K подобен оператору $J \otimes B$ в $W_p^k[0,1] \otimes C^n$ ($k \in Z_+, 1 \leq p \leq +\infty$).

Набросок доказательства. Мы следуем доказательству теоремы 3.1 в [5]. В силу условия 1, матрица B диагонализуема, поэтому мы можем предполагать, что мат-

рица B^{-1} в (2) діагональна і $B = B^* = \text{diag}(\lambda_1 I_{n_1}, \dots, \lambda_r I_{n_r})$ – невырожденная диагональная матрица с различными собственными значениями $\lambda_j = \bar{\lambda}_j$ с кратностями n_j ($1 \leq j \leq r$).

В [5] было показано, что оператор K^{-1} с естественной областью определения $D(K^{-1}) = W_{p,0}^1[0,1] \otimes C^n$ подобен в $L_p[0,1] \otimes C^n$ оператору

$$L_0 : f \rightarrow B^{-1} \frac{df}{dx} + Q(x)f(x) - \int_0^x M(x,t)f(t)dt \quad D(L_0) = W_{p,0}^1[0,1] \otimes C^n,$$

где $Q(x)$ имеет вид: $Q(x) = (Q_{ij}(x))_{i,j=1}^r$, $Q_{ii} = 0 \quad \forall x \in [0,1]$ ($1 \leq i \leq r$).

Здесь $W_{p,0}^1[0,1]$ обозначает подпространство соболевского пространства $W_p^1[0,1]$: $W_{p,0}^1[0,1] = \{f(x) : f(x) \in W_p^1[0,1], f(0) = 0\}$.

Далее, в [5] было установлено существование треугольного оператора $I + R \in [L_p[0,1] \otimes C^n]$ $I + R : f(x) \rightarrow f(x) + \int_0^x R(x,t)f(t)dt$ с $n \times n$ -матричным ядром

$R(x,t)$, сплетающего операторы L_0 и $B^{-1} \otimes D_0$, где D_0 – сужение оператора $D = \frac{d}{dx}$ на $W_{p,0}^1[0,1]$. Именно, ядро $R(x,t)$ является решением системы

$$\begin{aligned} \lambda_i R_{ij}(x,t) = & \frac{\lambda_i Q_{ij}(\xi_{ij}(x,t))}{\lambda_i - \lambda_j} + \int_{\xi_{ij}(x,t)}^x \sum_{s=1}^r Q_{is}(\xi) R_{sj}(\xi, (\xi-x)k_{ij} + t) d\xi + \int_{\xi_{ij}(x,t)}^x M_{ij}(\xi, (\xi-x)k_{ij} + t) d\xi + \\ & + \sum_{s=1}^r \int_{\xi_{ij}(x,t)}^x (M_{is} * R_{sj})(\xi, (\xi-x)k_{ij} + t) d\xi \end{aligned} \quad (3)$$

в треугольнике ΔABC , образованном линиями

$$AB : x = t, AC : x - 1 = t / k_{min}, BC : x - 1 = tk_{min}.$$

Здесь

$$\begin{aligned} k_{ij} = & \lambda_i \lambda_j^{-1} (i, j \in \{1, \dots, r\}), k_{min} = \max\{k_{ij} : k_{ij} \in (0,1), 1 \leq i, j \leq r\}, a = k_{min} / (k_{min} - 1), b = 1 + |a|, \\ \xi_{ij}(x,t) = & \begin{cases} (\lambda_j x - \lambda_i t)(\lambda_j - \lambda_i)^{-1} & i \neq j; \\ a + (1-a)(x-t) & i = j. \end{cases} \end{aligned}$$

В (3) мы предположили, что $\lambda_i Q_{ij}(\xi_{ij}(x,t))(\lambda_i - \lambda_j)^{-1} = 0$ при $i = j$ и использовали обозначение $(M_{is} * R_{sj})(x,t) = \int_t^x M_{is}(x,\beta) R_{sj}(\beta,t) d\beta$. Для доказательства разрешимости (3) мы используем метод математической индукции.

Замечание 2.2. В скалярном случае подобие вольтеррового операторов оператору интегрирования J в соболевском пространстве $W_p^k[0,1]$ получено автором в [2].

Следствие 2.3. Пусть $n \times n$ -матричное ядро имеет вид $K(x,t) = I_n + \sum_{j=1}^N \Phi_j(x) \Psi_j(x-t)$. Здесь $\Phi_j(x)$, $\Psi_j(x)$ – $n \times n$ -матричные функции со значениями из $W_{\infty}^{k+2}[0,1]$ и такие, что $\sum_{j=1}^N \Phi_j(x) \Psi_j(0) = 0, x \in [0,1]$. Тогда ядро $K(x,t)$ удовлетворяет условиям теоремы 2.1, и, следовательно, K подобен оператору $J \otimes I_n$ в $W_p^k[0,1] \otimes C^n$.

Напомним, что кратность спектра оператора $T(\in [X])$ определяется как число (или сим-

вол ∞) $\mu_T := \inf \dim E$, где инфимум берется по всем порождающим подпространствам $E \subseteq X$. Теорема 2.1 позволяет нам подсчитать кратность μ_K для K , подобного $J \otimes B$:

Следствие 2.4. *Предположим, что число положительных собственных значений матрицы $B = K(x, x)$ равно p , а число отрицательных собственных значений равно q . Тогда кратность μ_K оператора K в $W_{p,0}^k[0,1] \otimes C^n = \{f \in W_p^k[0,1] \otimes C^n : f(0) = \dots = f^{(k-1)}(0) = 0\}$ равна $\max\{p, q\}$.*

Доказательство. Предположим, что $\lambda_j > 0$ при $1 \leq j \leq p$ и $\lambda_j < 0$ при $p+1 \leq j \leq p+q$. Положим $B_1 = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_p)$ и $B_2 = \text{diag}(\lambda_{p+1}, \dots, \lambda_{p+q})$. Как было показано в [6] в этом случае решетка $\text{Lat } A$ инвариантных подпространств оператора $A = J \otimes B$ в $L_p[0,1] \otimes C^n$ распадается: $\text{Lat } A = (\text{Lat } J \otimes B_1) \oplus (\text{Lat } J \otimes B_2)$ и $\mu_A = \max\{p, q\}$. Подобные результаты получены И. Ю. Домановым [1] для соболевских пространств $W_{p,0}^k[0,1] \otimes C^n$. Утверждение следствия следует из теоремы 2.1, если принять во внимание вид оператора преобразования.

Следствие 2.5. *Предположим, что в условиях теоремы 2.1 $n=2$ и $\sigma(B) = \{\lambda_1, \lambda_2\}$, где $\lambda_1 \lambda_2 < 0$. Тогда решетка $\text{Lat } K$ оператора K в соболевском пространстве $W_{p,0}^k[0,1] \otimes C^n$ имеет вид: $\text{Lat } K = \left\{ \bigoplus_{i=1}^2 \chi_{[a_i,1]} W_{p,0}^k[0,1] : 0 \leq a_i \leq 1 \right\}$, и, следовательно, изоморфна квадрату.*

Доказательство этого следствия подобно предыдущему.

РЕЗЮМЕ

В статті отримані достатні умови подібності вольтерових операторів оператору $J \otimes B$, де B – самоспряжена невинроджена матриця, в просторах Соболева вектор-функцій.

SUMMARY

Here we present some sufficient conditions for Volterra operators to be similar to the operator $J \otimes B$, where B is selfadjoint nonsingular matrix, in the Sobolev spaces of vector-function.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Domanov I. Yu. On Cyclic and Invariant Subspace of an Operator $J \otimes B$ in the Sobolev Spaces of Vector Function. – Methods of Functional Analysis and Topology, 1999, v. 5, 1 (to appear).
2. Dud'eva G. S. On Similarity of Volterra Operators in Sobolev Spaces. – Methods of Functional Analysis and Topology, 1999, v. 5, 1 (to appear).
3. Frankfurt R. and Rovnyak J. Finite convolution operators. – J. Math. Anal. Appl., 1975, 49, p. 347–374.
4. Hill L. T. Spectral analysis of finite convolution operators with matrix kernels. – Integral Equations and Operator Theory, vol. 3/1, 1980, p. 62–96.
5. Маламуд М. М. Вопросы единственности в обратных задачах для систем дифференциальных уравнений на конечном интервале. – Труды моск. мат. об-ва., 1999. – Т. 60. – М., УРСС. – С. 199–258.
6. Malamud M. M. Invariant and Hiperinvariant Subspace of Direct Sums of Simple Volterra Operators. – Operator theory: Advances and Applications. Integral and Differential Operators, 1998, v. 102, p. 143–167.
7. Сахнович Л. А. О приведении вольтеровых операторов к простейшему виду в пространствах вектор-функций. – Укр. мат. журнал, 1962. – Т.14. – С.114–126.

Надійшла до редакції 15.03.2000 р.

УДК 517.5

О ЦИЛИНДРАХ С ЛОКАЛЬНЫМ СВОЙСТВОМ ПОМПЕЙЮ

П.А.Машаров

В данной работе изучается следующая

Проблема. Для данного A найти $r(A) = \inf\{r > 0: A \in \wp(B_r)\}$, где $\wp(B_r)$ – совокупность множеств Помпейю на шаре B_r (см. [1]).

Ряд результатов, содержащих оценки сверху для величины $r(A)$, получены К.А.Беренстейном и Р.Гэем, см. [2], [3]. Точные значения $r(A)$ для некоторых множеств получены В.В.Волчковым, см. [1], [4], [5].

В статье получено решение указанной проблемы для некоторого класса круговых сегментов в $\mathbf{R}^2$ и некоторого класса цилиндров в $\mathbf{R}^3$. В других случаях сегментов и цилиндров получены более точные оценки искомой величины, чем известные ранее (см. [2], [3]).

Обозначим $S(\alpha) = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2: \sqrt{x^2 + y^2} \leq 1, x \geq \cos \frac{\alpha}{2}\}$ – сегмент угловой меры α ($0 < \alpha < 2\pi$); $A(\alpha, h) = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3: (x, y) \in S(\alpha), |z| \leq \frac{h}{2}\}$. Положим

$$K_1(\alpha) = \frac{(2 \sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} - 1)^2 + \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{2(2 \sin \frac{\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} - 1)}; K_2(\alpha) = \frac{1}{2} \sqrt{5 - 2 \cos \frac{\alpha}{2} - 3 \cos^2 \frac{\alpha}{2}};$$

$\alpha_0 \in (0, \pi): K_1(\alpha_0) = K_2(\alpha_0);$

$$\rho(\alpha) = \begin{cases} K_1(\alpha), & 0 < \alpha < \alpha_0; \\ K_2(\alpha), & \alpha_0 \leq \alpha \leq 2 \arccos(-\frac{1}{7}); \\ 1 - \cos \frac{\alpha}{2}, & \arccos(-\frac{1}{7}) < \frac{\alpha}{2} < \pi; \end{cases} \quad v(\alpha) = \begin{cases} \sin \frac{\alpha}{2}, & 0 < \alpha < \pi; \\ 1, & \pi \leq \alpha \leq 2\pi; \end{cases}$$

$$h_0(\alpha) > \frac{2}{\sqrt{5}} v(\alpha): 4\rho^2(\alpha)h_0^2(\alpha) = \frac{9}{16} h_0^4(\alpha) + 1 \frac{1}{2} h_0^2(\alpha)v^2(\alpha) + v^4(\alpha);$$

$$\mu(\alpha, h) = \begin{cases} \sqrt{\rho^2(\alpha) + \frac{h^2}{4}}, & h \leq h_0(\alpha); \\ \frac{1}{2h} \sqrt{1 \frac{9}{16} h^4 + 1 \frac{1}{2} h^2 v^2(\alpha) + v^4(\alpha)}, & h > h_0(\alpha); \end{cases}$$

$$\beta(\alpha, h) = \begin{cases} \sqrt{v^2(\alpha) + \frac{h^2}{4}}, & 0 < \alpha \leq \pi; \\ \min \left\{ \sqrt{1 + h^2}; \sqrt{(1 - \cos \frac{\alpha}{2})^2 + \frac{h^2}{4}} \right\}, & \pi < \alpha < 2\pi. \end{cases}$$

Теорема 1. При $0 < \alpha < \alpha_0$ имеет место оценка $v(\alpha) \leq r(S(\alpha)) \leq \rho(\alpha)$. Если $\alpha \in [\alpha_0, 2\pi)$, то $r(S(\alpha)) = \rho(\alpha)$.

Отметим, что результаты К.А.Беренстейна и Р.Гэя (см. [2], [3]) в данном случае дают оценку $r(S(\alpha)) \leq 2v(\alpha)$.

Т е о р е м а 2. *Имеет место оценка $\beta(\alpha, h) \leq r(A(\alpha, h)) \leq \mu(\alpha, h)$. Если $h > h_0(\alpha)$ или $\arccos(1 - \sqrt{1,6}) < \frac{\alpha}{2} < \pi$ и $\frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\cos^2 \frac{\alpha}{2} - 2 \cos \frac{\alpha}{2}} \leq h \leq \frac{2}{\sqrt{5}}$, то $r(A(\alpha, h)) = \mu(\alpha, h)$.*

В данном случае результаты К.А.Беренштейна и Р.Гэя (см. [2], [3]) дают оценку $r(A(\alpha, h)) \leq 2 \sqrt{v^2(\alpha) + \frac{h^2}{4}}$.

Вспомогательные утверждения

Далее точка $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ отождествляется с комплексным числом $\zeta = x + iy$. Обозначим $\Lambda(r, \alpha) = \{\sigma \in \text{ISO}(2): \sigma S(\alpha) \subset B_r^2\}$; $M_{r, \alpha}$ – множество комплекснозначных функций $f \in C^\infty(B_r^2)$, удовлетворяющих условию

$$\int_{\sigma S(\alpha)} f(x, y) dx dy = 0 \quad \forall \sigma \in \Lambda(r, \alpha). \quad (2)$$

Рассмотрим дифференциальные операторы: $D_1 = (x - \xi) \frac{\partial}{\partial y} - (y - \eta) \frac{\partial}{\partial x}$, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$.

Для любого числа $w \in \mathbb{C}$ и множества $\Omega \subset \mathbb{C}$ положим $w + \Omega = \{\zeta \in \mathbb{C}: \zeta - w \in \Omega\}$. Символами $C, c_1, c_2, \dots$ будем обозначать постоянные, в разных случаях, вообще говоря, разные.

Л е м м а 1. *Пусть $f \in M_{r, \alpha}$. Тогда 1) все частные производные от f принадлежат $M_{r, \alpha}$; $\bar{f} \in M_{r, \alpha}$ (черта означает комплексное сопряжение); 2) $D_1 f \in M_{r, \alpha}$; 3) каждое слагаемое ряда Фурье $f(\rho e^{i\varphi}) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} f_n(\rho) e^{in\varphi}$, $0 < \rho < 1$, доопределенное в точке $\zeta = 0$ по непрерывности, принадлежит $M_{r, \alpha}$; 4) для любого $n \in \mathbb{Z}$ функции $(f_n'(\rho) \pm \frac{n}{\rho} f_n(\rho)) e^{i(n \mp 1)\varphi}$, доопределенные в точке $\zeta = 0$ по непрерывности, принадлежат $M_{r, \alpha}$.*

Для доказательства достаточно повторить рассуждения из работы [5].

Л е м м а 2. *Пусть $\zeta_1 = \xi + i\eta \in \mathbb{C}$, $\zeta_2 = \zeta_1 + e^{-i\alpha/2}$, $\zeta_3 = \zeta_1 + e^{i\alpha/2}$, $S = \zeta_1 + S(\alpha)$ и $f \in C^3(S)$. Тогда*

$$\int_S D_1 \frac{\partial}{\partial y} f(x, y) dx dy = f(\zeta_2) + f(\zeta_3) - \int_{-1}^1 f\left(\xi + \cos \frac{\alpha}{2}, \eta + t \sin \frac{\alpha}{2}\right) dt; \quad (3)$$

$$\int_S \sin \frac{\alpha}{2} D_1 \frac{\partial^2}{\partial y^2} f(x, y) dx dy = \sin \frac{\alpha}{2} [f(\zeta_2) + f(\zeta_3)] - f(\zeta_3) + f(\zeta_2). \quad (4)$$

Д о к а з а т е л ь с т в о. В интегралах, стоящих слева в (3) и (4), переходим к повторным. Используя формулу Ньютона-Лейбница, после стандартных замен, интегрирования и приведения подобных получаем необходимые выражения.

С л е д с т в и е. *Пусть $f \in M_{r, \alpha}$ и $\zeta_1 + S(\alpha) \subset B_r$. Тогда*

$$\sin \frac{\alpha}{2} \frac{\partial}{\partial y} [f(\zeta_2) + f(\zeta_3)] - f(\zeta_3) + f(\zeta_2) = 0. \quad (5)$$

Д о к а з а т е л ь с т в о следует из (4) и утверждений 1), 2) леммы 1.

Для доказательства следующих лемм введем некоторые обозначения. Положим $\Omega_1(r, \alpha) = \{\zeta = (t + e^{i\alpha/2}) e^{i\varphi}: t \in \mathbb{R}, t + S(r, \alpha) \subset B_r\}$, $\Omega_2(r, \alpha) = \{\zeta = (\zeta_1 + e^{i\alpha/2}) e^{i\varphi}: \zeta_1 \in \mathbb{C}, \zeta_1 + S(\alpha) \subset B_r\}$, $\Omega_3(r, \alpha) = \{\zeta \in \mathbb{C}: 1 - \cos \frac{\alpha}{2} \sqrt{r^2 - \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \leq |\zeta| \leq r\}$.

Л е м м а 3. Пусть $f(\zeta) \neq 0$, $f(\zeta) = f_0(|\zeta|) \in M_{r,\alpha}$. Тогда $\exists n \in \mathbb{N}$ такое, что функции $f, \Delta f, \dots, \Delta^n f$ – линейно зависимы (л. з.) в $\Omega_1(r, \alpha)$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. $\forall n \in \mathbb{N}, \forall a_k \in \mathbb{C}, k = \overline{0, n}$ $F(\zeta) = F_0(|\zeta|) = \sum_{k=0}^n a_k \Delta^k f_0(|\zeta|) \in M_{r,\alpha}$.

Рассмотрим $g(|\zeta|^2) = F_0(|\zeta|)$; $u(\zeta) = \frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y} = \chi y H(|\zeta|^2)$, где $H(|\zeta|^2) = 4g''(|\zeta|^2)$. Подставляя вместо $f(\zeta)$ в (5) $u(\zeta)$ при $\zeta_1 \in \mathbb{R}$ получаем

$$\chi_2 \cdot H(|\zeta_2|^2) = 0. \quad (6)$$

Предположим теперь, что $\forall n \in \mathbb{N}$ функции $f, \Delta f, \dots, \Delta^n f$ – линейно независимы (л.н.) в $\Omega_1(r, \alpha)$. Пусть $\chi_2^* < 0$ такое, что $\zeta_2^* = \chi_2^* - i \sin \frac{\alpha}{2} \in \Omega_1(r, \alpha)$. Тогда $\exists n \in \mathbb{N}$ и $a_k \in \mathbb{C}, k = \overline{0, n}$, не все равные нулю, такие, что верны равенства

$$H(|\zeta_2^*|^2) = g(|\zeta_2^*|^2) = g'(|\zeta_2^*|^2) = 0. \quad (7)$$

По теореме единственности для решения задачи Коши, из (6) (7) следует, что $H=0$ в $\Omega_1(r, \alpha)$. Отсюда учитывая определение $H(|\zeta|^2)$ и (7), получаем $F=0$ в $\Omega_1(r, \alpha)$. Полученное противоречие доказывает лемму 3.

С л е д с т в и е. Пусть $f(\zeta) = f_0(|\zeta|) \in M_{r,\alpha}$. Тогда $f, \Delta f, \dots, \Delta^n f$ – л. з. в $\Omega_2(r, \alpha)$.

Д о к а з а т е л ь с т в о следует из (5) и леммы 3.

Л е м м а 4. Пусть $F(\zeta) = F_0(|\zeta|) \in M_{r,\alpha}$, $F=0$ в $\Omega_2(r, \alpha)$ и $r \geq \rho(\alpha)$. Тогда $F=0$ в B_r .

Д о к а з а т е л ь с т в о.

$\int_S \frac{\partial}{\partial y} (D_1 + i) f(x, y) dx dy = \int_C f(x, y) (x - \xi + i(y - \eta)) ds - \sin \frac{\alpha}{2} (f(\zeta_2) + f(\zeta_3))$, где C – дуга сегмента $\zeta_2 \zeta_3$. Отсюда, применяя предложение 2.2 из [6], получаем $F=0$ в $\Omega_3(r, \alpha)$. Далее, полагая $F(\zeta)=0$ при $|\zeta| \geq r$, и учитывая (3), получаем, что преобразование Радона функции F (см., например, [7]) равно нулю на всех прямых. Отсюда $F=0$ в B_r (см. [7]).

Л е м м а 5. Пусть $f(\zeta) \in M_{r,\alpha}$, и $r \geq \rho(\alpha)$. Тогда $f=0$ в B_r .

Д о к а з а т е л ь с т в о. По лемме 1, $f_n(\rho) e^{i n \varphi} \in \overline{M_{r,\alpha}} \forall n \in \mathbb{Z}$. Пусть $n=0$. Из лемм 3, 4 следует, что $\exists m \in \mathbb{N}$ и ненулевой набор $a_k \in \mathbb{C}, k = \overline{0, m}$ такой, что $\sum_{k=0}^m a_k \Delta^k f_0(|\zeta|) = 0$ в B_r . Пусть $b_1, \dots, b_m$ – корни многочлена $p(\zeta) = \sum_{k=0}^m a_k \zeta^k$. Обозначим $g_j(\zeta) = g_j(|\zeta|) = \left(\prod_{k=j}^m (\Delta - b_k) \right) f_0(|\zeta|)$, $j = \overline{2, m}$. Функция $g_2(\zeta) \in M_{r,\alpha}$ и удовлетворяет в B_r дифференциальному уравнению $\Delta g_2 - b_1 g_2 = 0$. Его общее решение имеет вид $g_2(|\zeta|) = C_1 J_0(\sqrt{-b_1} |\zeta|) + C_2 N_0(\sqrt{-b_1} |\zeta|)$, при $b_1 \neq 0$; $g_2(|\zeta|) = C_3 + C_4 \ln |\zeta|$, при $b_1 = 0$.

Поскольку g_2 непрерывна в $\zeta=0$, имеем $C_2 = C_4 = 0$. $\Phi = J_0(\sqrt{-b_1} |\zeta|)$ – вещественно-аналитическая, поэтому для нее из (2) следует $\int_{\sigma S(r, \alpha)} C_1 \Phi(x, y) dx dy = 0 \quad \forall \sigma \in \text{ISO}(2)$. Так как сегмент является множеством Помпейю в $\mathbb{R}^2$ (см. [8]), имеем $C_1 = 0$. Из (2) также следует $C_3 = 0$, откуда $g_2 = 0$ в B_r . Рассуждая последовательно таким же самым обра-

зом для $g_3(|\zeta|), \dots, g_m(|\zeta|)$, $f_0(|\zeta|)$, получаем $f_0=0$ в B_r . Повторяя далее рассуждения из работы [5], получаем утверждение леммы.

Доказательство основных результатов.

Доказательство теоремы 1. Пусть $r > \rho(\alpha)$. Не ограничивая общности, можно считать $f \in C^\infty(B_r)$ (общий случай следует отсюда применением стандартного процесса сглаживания). Отсюда из леммы 5 получаем оценки сверху величины $r(S(\alpha))$.

Пусть $\arccos -\frac{1}{7} \leq \frac{\alpha}{2} < \pi$, $r < \rho(\alpha)$. Тогда $\exists \varepsilon > 0$: $\forall \sigma \in \Lambda(r, \alpha)$ $B_\varepsilon \subset \sigma S(\alpha)$ и в качестве $f(\zeta) \neq 0$ следует взять такую, что $\int_{B_\varepsilon} f(\zeta) d\zeta = 0$, $f=0$ при $|\zeta| \geq \varepsilon$.

Пусть $\pi < \alpha < -\frac{1}{7}$, $r < \rho(\alpha)$. Тогда выбираем такую $f(\zeta) = f(|\zeta|)$, чтобы $f=0$ в $\Omega_3(r, \alpha) = K_{\delta,1}$ и преобразование Радона $\mathcal{R}_f(p) = 0$ при $0 \leq p \leq \sqrt{1 - \frac{r^2}{4}}$ и не равно нулю при $\sqrt{1 - \frac{r^2}{4}} < p < \delta$. Таким образом, теорема 1 доказана.

Доказательство теоремы 2. Обозначим $\Lambda(r, \alpha, h) = \{\sigma \in \text{ISO}(3): \sigma A(\alpha, h) \subset B_r^3\}$; $M_{r, \alpha, h}$ – множество комплекснозначных функций $f \in C^\infty(B_r^3)$, удовлетворяющих условию (1) $\forall \sigma \in \Lambda(r, \alpha, h)$; $\theta(t) = \sqrt{x^2 + y^2 + t^2}$, $\rho = \theta(z)$. Пусть $f \in L_{loc}(B_R^3)$, удовлетворяет (1) в B_R^3 . Не ограничивая общности, можно считать $f(x, y, z) = f_0(\rho) \in M_{R, \alpha, h}$ (общий случай следует отсюда стандартными рассуждениями (см. лемму 23 в работе [8])).

Итак, $f = f(\rho) \in M_{R, \alpha, h}$. Тогда и $\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \in M_{R, \alpha, h}$, что означает $\forall \sigma \in \Lambda(r, \alpha)$

$$\int_{\sigma S(\alpha)} dx dy \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} dz = \int_{\sigma S(\alpha)} \frac{h}{\theta(h/2)} f'(\theta(\frac{h}{2})) dx dy = 0.$$

Пусть далее $r = \sqrt{R^2 - \frac{h^2}{4}} > \rho(\alpha)$, тогда по теореме 1, $f'(\theta(\frac{h}{2})) = 0$ в B_R^3 , то есть $f'(\rho) = 0$ при $\rho \in [\frac{h}{2}, R)$.

Выберем $\sigma_1 \in \Lambda(r, \alpha)$: $\sigma_1 S(\alpha) \subset \overline{B_{v(\alpha)}}$. Тогда $0 = \int_{\sigma_1 S(\alpha)} dx dy \int_t^{t+h} \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} dz =$

$$\int_{\sigma_1 S(\alpha)} \left(\frac{t+h}{\theta(t+h)} f'(\theta(t+h)) - \frac{t}{\theta(t)} f'(\theta(t)) \right) dx dy \quad \forall t \in (-\sqrt{R^2 - v^2(\alpha)}; \sqrt{R^2 - v^2(\alpha)} - h) \text{ но,}$$

учитывая $f(\rho) = 0$ в $[\frac{h}{2}, R)$, получаем $\forall t \in [\frac{h}{2}; \sqrt{R^2 - v^2(\alpha)} - h) \int_{\sigma_1 S(\alpha)} \frac{t}{\theta(t)} f'(\theta(t)) dx dy = 0$.

Полагая $f(\rho) = 0$ при $\rho \geq R$, получаем по теореме о носителе (см. [7]), что если $\sqrt{R^2 - v^2(\alpha)} - h \geq 0$, то $f(\rho) = 0$ в B_R^3 ; если $\sqrt{R^2 - v^2(\alpha)} - h < 0$, то $f'(\rho) = 0$ при $\rho \in (h - \sqrt{R^2 - v^2(\alpha)}, R)$.

Рассмотрим $F(x, y) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} f(x, y, z) dz$. Тогда, учитывая $r > \rho(\alpha)$, имеем, $\forall \sigma \in \Lambda(r, \alpha)$

$\int_{\sigma S(\alpha)} F(x, y) dx dy = 0$, откуда $F(x, y) \in M_{r, \alpha}$ и, по теореме 1, $F = 0$ в B_r^2 , следовательно, $\forall (x, y) \in B_r^2$

$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} f(x, y, z) dz = 0$, что верно и для любой ее производной. Отсюда при $r \geq h - \sqrt{R^2 - v^2(\alpha)}$, полагая $f(\rho) = 0$ при $\rho \geq R$, получаем (см. [7]) $f'(\rho) = 0$ в B_R^3 , откуда $f = 0$ в B_R^3 .

Осталось заметить, что решением неравенства $\sqrt{R^2 - \frac{h^2}{4}} \geq h - \sqrt{R^2 - v^2(\alpha)}$ есть любые R при $h \leq \frac{2}{\sqrt{5}} v(\alpha)$ и $R \geq \frac{1}{2h} \sqrt{1 \frac{9}{16} h^4 + 1 \frac{1}{2} h^2 v^2(\alpha) + v^4(\alpha)}$ при $h > \frac{2}{\sqrt{5}} v(\alpha)$. Добавляя условие $r > \rho(\alpha)$, получаем, что при $R > \mu(\alpha, h)$, $f = f(\rho) \in M_{R, \alpha, h}$ равна нулю в B_R^3 и оценка сверху $\gamma(A(\alpha, h))$ доказана. Оценка снизу доказывается как и в теореме 1.

РЕЗЮМЕ

Вивчається локальна проблема Помпею для кругових сегментів в R^2 та циліндрів в R^3 . Отримані теореми уточнюють відомі раніше результати К. А. Беренштейна та Р. Гея.

SUMMARY

The local Pompeiu problem for circular segments in R^2 and cylinders in R^3 is been studying. Obtained theorems make more precise known earlier results of C. A. Berenstein and R. Gay.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Волчков В. В. Экстремальные задачи о множествах Помпейю // Матем. сборник. – 1998. – Т. 189. – № 7. – С. 3-22.
2. Berenstein C. A., Gay R. Le probleme de Pompeiu locale // J. Anal. Math. – 1989. – V.52. – P.133-166.
3. Berenstein C. A., Gay R. A local version of the two-circles theorem // Israel J. Math. – 1986. – V. 55. – P.267-288.
4. Волчков В. В. Экстремальные варианты проблемы Помпейю // Матем. заметки. – 1996. – Т.59. – № 5. – С.671-680.
5. Волчков В. В. Об одной экстремальной задаче, связанной с теоремой Мореры // Матем. заметки. – 1996. – Т.60. – № 6. – С.804-809.
6. Quinto E. T. Radon transform on curves in the plane // Lect. Applied Math. – 1989. – V.30. – P. 231-243
7. Хелгасон С. Группы и геометрический анализ. – М.: Мир, 1987.
8. Williams S. A. A partial solution of the Pompeiu problem // Math. Ann. – 1976. – V. 223. – P. 183-190.

Надійшла до редакції 02.03.2000 р.

М Е Х А Н І К А

УДК 539.3

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА R-ФУНКЦИЙ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ О ЗАКРИТИЧЕСКОМ ПОВЕДЕНИИ ОРТОТРОПНЫХ ПЛАСТИН

Л.В.Курпа, А.Б.Линник

В механике деформируемого твердого тела одной из основных является задача определения предельной (разрушающей в широком смысле слова) нагрузки. В теории устойчивости такой является задача исследования послебифуркационного поведения и определение в процессе ее решения несущей способности конструкции. Поскольку процесс послебифуркационного деформирования реальных конструкций происходит в условиях неоднородного напряженного состояния и определяющие соотношения между приращениями напряжений и деформаций являются нелинейными, то построение точных аналитических решений практически неосуществимо. Единственно возможным представляется построение алгоритмов численного решения такого рода задач.

Выразим напряжения σ_x, σ_y, τ через перемещения u, v , пользуясь известными выражениями [1], и подставим их в уравнения равновесия. Тогда получим:

$$AU = I(w), \quad (1)$$

причем операторы A, I определяются следующим образом

$$AU = \begin{pmatrix} \frac{E_1}{1-\nu_1\nu_2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + G \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \left(\frac{E_1\nu_2}{1-\nu_1\nu_2} + G \right) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \\ G \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{E_2}{1-\nu_1\nu_2} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \left(\frac{E_2\nu_1}{1-\nu_1\nu_2} + G \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \end{pmatrix},$$

$$I(w) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{E_1}{1-\nu_1\nu_2} \left[\frac{\partial w}{\partial x} \right]^2 + \frac{E_1\nu_2}{1-\nu_1\nu_2} \left[\frac{\partial w}{\partial y} \right]^2 \right) + G \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ G \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{E_2}{1-\nu_1\nu_2} \left[\frac{\partial w}{\partial y} \right]^2 + \frac{E_2\nu_1}{1-\nu_1\nu_2} \left[\frac{\partial w}{\partial x} \right]^2 \right) \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим уравнение равновесия в проекциях на ось z

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \lambda \left(N_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2S \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right). \quad (2)$$

При интегрировании уравнений (1), (2) надо удовлетворить определенным граничным условиям. Условия, зависящие от прогиба пластины, имеют такой же вид, что

и для жестких пластин [1]. Что касается условий, относящихся к деформации в срединной поверхности, то они формулируются следующим образом:

$$\left(\frac{E_1}{1-\nu_1\nu_2} l^2 + \frac{E_2\nu_1}{1-\nu_1\nu_2} m^2 \right) \frac{\partial u}{\partial x} + \left(\frac{E_2}{1-\nu_1\nu_2} m^2 + \frac{E_1\nu_2}{1-\nu_1\nu_2} l^2 \right) \frac{\partial v}{\partial y} + 2Glm \frac{\partial u}{\partial y} + 2Glm \frac{\partial v}{\partial x} = F_1^0, \quad (x, y) \in \partial\Omega \quad (3)$$

$$\frac{-E_1 + E_2\nu_1}{1-\nu_1\nu_2} lm \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{E_2 - E_1\nu_2}{1-\nu_1\nu_2} lm \frac{\partial v}{\partial y} + G(l^2 - m^2) \frac{\partial u}{\partial y} + G(l^2 - m^2) \frac{\partial v}{\partial x} = F_2^0, \quad (x, y) \in \partial\Omega \quad (4)$$

где F_1^0, F_2^0 имеют следующий вид:

$$F_1^0 = -\frac{1}{2} \frac{E_1 l^2 + E_2 \nu_1 m^2}{1-\nu_1\nu_2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{E_2 m^2 + E_1 \nu_2 l^2}{1-\nu_1\nu_2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 - 2Glm \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} + P_1^0,$$

$$F_2^0 = \frac{1}{2} \frac{E_1 - E_2 \nu_1}{1-\nu_1\nu_2} lm \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{E_2 - E_1 \nu_2}{1-\nu_1\nu_2} lm \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 - G(l^2 - m^2) \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} + P_2^0,$$

где P_1^0, P_2^0 – внешние нормальные и касательные к кромке пластины усилия; l, m – направляющие косинусы нормали к границе области $\partial\Omega$.

В настоящей работе, как и в [2], линейризация исходной нелинейной системы уравнений базируется на основе итерационного метода. Систему (1), (2) запишем в форме

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \lambda \left(N_{li} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2S_i \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_{2i} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (5)$$

$$AU_{i+1} = l(w_{i+1}), \quad (6)$$

где i – номер итерации.

На первом шаге итерации решаем линейную задачу изгиба пластин, принимая в качестве начального приближения нулевые значения для функции прогиба. Полученное решение является начальным приближением для геометрически нелинейной задачи изгиба пластин.

Можно показать, что вариационная формулировка задачи (5) сводится к нахождению минимума функционала

$$I_1(w) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} [D_1 w_{,11}^2 + 2D_1 \nu_2 w_{,22} w_{,11} + D_2 w_{,22}^2 + 4D_k w_{,12}^2] d\Omega +$$

$$+\frac{1}{2}\lambda\int_{\Omega}(N_1 w_1^2 + 2Sw_1 w_2 + N_2 w_2^2)d\Omega.$$

Предполагается, что усилия N_1, N_2, S известны из предыдущего шага итерации (для простоты записи индекс i опускается).

Рассмотрим вариационную постановку задачи (6), (3,4). Пусть функция $w(x, y)$ известна. Так как краевые условия (3,4) являются неоднородными, решение задачи (6), (3,4) будем искать в виде

$$U = U_0 + U_1, \quad (7)$$

где $U_0 = (u_0, v_0)$ – любая достаточное число раз дифференцируемая в Ω вектор-функция, удовлетворяющая неоднородным краевым условиям (3,4), а $U_1 = (u_1, v_1)$ – вектор-функция удовлетворяющая соответствующим однородным краевым условиям.

Подставляя (7) в уравнение (6), получим $AU_1 = l(w) - AU_0$. Можно показать, что оператор A задачи (6), (3,4) является положительным и, следовательно, задача эквивалентна вариационной

$$I_2(U_1) = (AU_1, U_1) - 2[l(w) - AU_0, U_1].$$

Выполнив преобразования окончательно получим:

$$\begin{aligned} I_2(U_1) = & \int_{\Omega} \left\{ \frac{E_1}{1-\nu_1\nu_2} u_{1,1}^2 + \frac{E_2}{1-\nu_1\nu_2} v_{1,2}^2 + \frac{E_1\nu_2 + E_2\nu_1}{1-\nu_1\nu_2} u_{1,1}v_{1,2} + G(u_{1,2} + v_{1,1})^2 + \right. \\ & + w_1^2 \left(\frac{E_1}{1-\nu_1\nu_2} u_{1,1} + \frac{E_2\nu_1}{1-\nu_1\nu_2} v_{1,2} \right) + w_2^2 \left(\frac{E_2}{1-\nu_1\nu_2} v_{1,2} + \frac{E_1\nu_2}{1-\nu_1\nu_2} u_{1,1} \right) + \\ & + G(u_{1,2} + v_{1,1})w_1w_2 + 2 \left[\frac{E_1}{1-\nu_1\nu_2} u_{0,1}u_{1,1} + \frac{E_2}{1-\nu_1\nu_2} v_{0,2}v_{1,2} + \right. \\ & \left. \left. \frac{E_1}{1-\nu_1\nu_2} (v_{0,2}u_{1,1} + u_{0,1}v_{1,2}) + G(u_{0,2} + v_{0,1})(u_{1,2} + v_{1,1}) \right] \right\} d\Omega + \\ & + \int_{\partial\Omega} \left\{ \left[\left(\frac{E_1}{1-\nu_1\nu_2} w_1^2 + \frac{E_1\nu_2}{1-\nu_1\nu_2} w_2^2 \right) \omega_1 + 2Gw_1w_2\omega_2 \right] u_1 + \right. \\ & \left. + \left[\left(\frac{E_2}{1-\nu_1\nu_2} w_2^2 + \frac{E_2\nu_1}{1-\nu_1\nu_2} w_1^2 \right) \omega_2 + 2Gw_1w_2\omega_1 \right] v_1 - 2(u_{1n}F_1^0 + v_{1n}F_2^0) \right\} dS, \end{aligned} \quad (8)$$

где $u_{1n} = u_1l + v_1m$, $v_{1n} = -u_1m + v_1l$. При этом учтено, что направляющие косинусы l и m на границе $\partial\Omega$ области Ω соответственно равны $l = -\omega_1$, $m = -\omega_2$, где $\omega(x) = 0$ – нормализованное уравнение границы области [3].

Дискретизация функционалов осуществляется на множестве функций, удовлетворяющих по крайней мере кинематическим краевым условиям. Метод построения координатных функций базируется на теории R-функций. Согласно RFM (метод R-функций) строим структуру решения, которая зависит от формы пластины и от типа

краевых условий. Например, структура решения для функций u , v , удовлетворяющих краевым условиям (3,4) может быть выбрана в виде

$$U = U_0 + U_1,$$

$$\text{где } u_0 = \frac{\omega}{P} \left(\left\{ \frac{E_1 \nu_2}{1 - \nu_1 \nu_2} m l^2 + \frac{E_2}{1 - \nu_1 \nu_2} m^3 + 2 G l^2 m \right\} F_2 - \left\{ \frac{E_2 - E_1 \nu_2}{1 - \nu_1 \nu_2} l m^2 + G (l^3 - l m^2) \right\} F_1 \right),$$

$$v_0 = \frac{\omega}{P} \left(- \left\{ \frac{E_1}{1 - \nu_1 \nu_2} l^3 + \frac{E_2 \nu_1}{1 - \nu_1 \nu_2} l m^2 + 2 G l m^2 \right\} F_2 + \left\{ \frac{E_2 \nu_1 - E_1}{1 - \nu_1 \nu_2} l^2 m + G (m l^2 - m^3) \right\} F_1 \right),$$

$$u_1 = \Phi_{11} + \frac{\omega}{P} \left(- D_1 \Phi_{11} - \left[\frac{E_1 E_2}{1 - \nu_1 \nu_2} l m^3 + \frac{E_2 \nu_1 G}{1 - \nu_1 \nu_2} l m (l^2 - m^2) + \frac{G (E_1 m l^3 - E_2 l m^3)}{1 - \nu_1 \nu_2} \right] T_1 \Phi_{11} - \frac{G}{1 - \nu_1 \nu_2} [E_2 m^2 - E_1 \nu_2 l^2] T_1 \Phi_{12} \right),$$

$$v_1 = \Phi_{12} + \frac{\omega}{P} \left(- D_1 \Phi_{12} - \left[\frac{E_1 E_2}{1 - \nu_1 \nu_2} l^3 m + \frac{E_1 \nu_2 G}{1 - \nu_1 \nu_2} l m (l^2 - m^2) + \frac{G (E_1 m l^3 - E_2 l m^3)}{1 - \nu_1 \nu_2} \right] T_1 \Phi_{12} - \frac{G}{1 - \nu_1 \nu_2} [E_2 \nu_1 m^2 - E_1 l^2] T_1 \Phi_{11} \right).$$

Здесь $P = \frac{E_1 E_2}{1 - \nu_1 \nu_2} m^2 l^2 + \frac{G}{1 - \nu_1 \nu_2} \{ E_1 l^4 - 2 E_1 \nu_2 l^2 m^2 + E_2 m^4 \}$, а Φ_{11} , Φ_{12} – неопре-

деленные компоненты структурных формул. Структурные формулы для функции прогиба в зависимости от способа закрепления краев пластины были получены в работе [4].

Для нахождения неопределенных компонент в приведенных структурных формулах разложим их в ряд по некоторой полной системе функций $\{\varphi_i\}$. Тогда искомые решения для вектора перемещений примут вид

$$w = \sum_{i=1}^N a_i B_0(\varphi_i, \omega), \quad u = \sum_{i=1}^{n_1} c_i B_1(\varphi_i, \omega), \quad v = \sum_{i=n_1+1}^{n_2} c_i B_2(\varphi_i, \omega),$$

где B_0 , B_1 , B_2 – операторы соответствующих структур решения; a_i , c_i – неопределенные коэффициенты, которые находятся из условий минимума соответствующих функционалов, т.е. из систем алгебраических уравнений

$$\frac{\partial I_1(w)}{\partial a_i} = 0, \quad i = \overline{1, N}; \quad \frac{\partial I_2(U)}{\partial c_i} = 0, \quad i = \overline{1, n_2}.$$

или $AX = B$, $\hat{A}\hat{X} = \hat{B}$, где $X = (a_1 \ a_2 \ \dots \ a_N)$, $\hat{X} = (c_1 \ c_2 \ \dots \ c_{n_2})$.

Приведем элементы матрицы Ритца $\hat{A} = [\hat{\alpha}_{ij}]$ и столбца свободных членов $\hat{B} = [\hat{b}_i]$, которые соответствуют функционалу (8):

$$\begin{aligned}
 [\hat{\alpha}_{ij}] = & \begin{cases} \int_{\Omega} \left\{ \frac{E_1}{1-\nu_1\nu_2} u_{li,1} u_{1j,1} + G u_{li,2} u_{1j,2} \right\} d\Omega, & i, j = \overline{1, n_1} \\ \int_{\Omega} \left\{ \frac{E_1 \nu_2}{1-\nu_1\nu_2} u_{li,1} \nu_{1j,2} + G u_{li,2} \nu_{1j,1} \right\} d\Omega, & \begin{cases} j = \overline{n_1+1, n_2}; i = \overline{1, n_1} \\ j = \overline{1, n_1}; i = \overline{n_1+1, n_2} \end{cases} \\ \int_{\Omega} \left\{ \frac{E_2}{1-\nu_1\nu_2} \nu_{li,2} \nu_{1j,2} + G \nu_{li,1} \nu_{1j,1} \right\} d\Omega, & i, j = \overline{n_1+1, n_2} \end{cases} \\
 [\hat{b}_i] = & \begin{cases} - \int_{\Omega} \left\{ \left(\frac{E_1}{1-\nu_1\nu_2} u_{0,1} + \frac{E_1 \nu_2}{1-\nu_1\nu_2} \nu_{0,2} \right) u_{li,1} + G (u_{0,2} + \nu_{0,1}) u_{li,2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{E_1}{1-\nu_1\nu_2} w_1^2 + \frac{E_1 \nu_2}{1-\nu_1\nu_2} w_2^2 \right) u_{li,1} + 2G w_1' w_2' u_{li,2} \right] \right\} d\Omega - \\ - \frac{1}{2} \int_{\partial\Omega} \left\{ \left(\frac{E_1}{1-\nu_1\nu_2} w_1^2 + \frac{E_1 \nu_2}{1-\nu_1\nu_2} w_2^2 \right) \omega_1 + 2G w_1' w_2' \omega_2 \right\} u_{li} - \\ - \frac{2(1-\nu^2)}{E} F_1^0 u_{1ni} \} dS, & i = \overline{1, n_1}; \\ - \int_{\Omega} \left\{ \left(\frac{E_2}{1-\nu_1\nu_2} \nu_{0,2} + \frac{E_2 \nu_1}{1-\nu_1\nu_2} u_{0,1} \right) \nu_{li,2} + G (u_{0,2} + \nu_{0,1}) \nu_{li,1} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{E_2}{1-\nu_1\nu_2} w_2^2 + \frac{E_2 \nu_1}{1-\nu_1\nu_2} w_1^2 \right) \nu_{li,2} + 2G w_1' w_2' \nu_{li,1} \right] \right\} d\Omega - \\ - \frac{1}{2} \int_{\partial\Omega} \left\{ \left(\frac{E_2}{1-\nu_1\nu_2} w_2^2 + \frac{E_2 \nu_1}{1-\nu_1\nu_2} w_1^2 \right) \omega_2 + 2G w_1' w_2' \omega_1 \right\} \nu_{li} - \\ - \frac{2(1-\nu^2)}{E} F_2^0 \nu_{1ni} \} dS, & i = \overline{n_1+1, n_2}. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Таким образом, решение поставленной задачи сведено к решению систем алгебраических уравнений. Приведенный алгоритм реализован в следующем примере.

Пример. Исследуем закритическое поведение кольцевой пластины с внешним радиусом R и внутренним r . Пусть ее края свободно оперты и радиальная сжимающая нагрузка равномерно распределена по внешнему и внутреннему краям. Положим, что ортотропная пластина сделана из фанеры, тогда при направлении волокон рубашки вдоль оси Ox упругие постоянные таковы [1]:

$$E_1 = 1,2 \cdot 10^5; \quad E_2 = 0,6 \cdot 10^5; \quad G = 0,07 \cdot 10^5; \quad \nu_1 = 0,071; \quad \nu_2 = 0,036.$$

На рис. 1 приведены зависимости параметра нагрузки $k = \frac{R^2 P}{\sqrt{D_1 D_2}}$ от максимального прогиба изотропной (И) и ортотропных (О) пластин при различных соотношениях r/R .

В работе [5] получено значение параметра критической нагрузки кольцевой изотропной пластины $k=23$, что согласуется с данными на рис. 1.

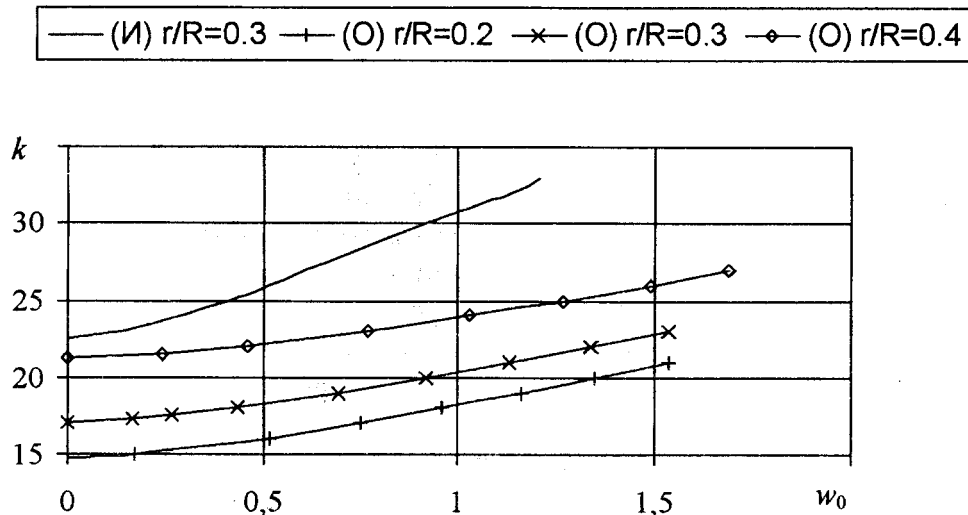


Рис. 1. Зависимость нагрузка – прогиб

Приведенные результаты подтверждают достоверность разработанного алгоритма.

РЕЗЮМЕ

У даній роботі запропоновано метод вирішення задач про закритичну поведінку ортотропних пластин, навантажених у своїй площині. Цей метод базується на застосуванні теорії R-функцій та варіаційних методах. Перевага цього підходу є в тому, що рішення знаходиться в аналітичному вигляді для пластин довільної форми при різних засобах навантаження та закріплення країв. Запропонований алгоритм проілюстровано на ряді конкретних прикладів.

SUMMARY

In the given work the method of a solution of problems about a post-buckling behavior of orthotropic plates is proposed. This method is based on joint application of the R-functions theory and variational methods. The advantages of this approach are the solution is found in an analytical aspect for arbitrary form plates in cases of different ways of load and fastening of edges. The offered algorithm is illustrated on some concrete examples.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Лехницкий С.Г. Анизотропные пластинки. – М.: Гостехиздат, 1947. – 355 с.
2. Курпа Л.В., Насриддинов Х.Ф., Шевченко А.Н. Геометрически нелинейные задачи изгиба гибких пластин сложной формы. – Харьков: ИПМаш АН УССР. 1986. – 69 с.
3. Рвачев В.Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. – К.: Наук. Думка, 1982. – 552с.
4. Рвачев В.Л., Курпа Л.В. R-функции в задачах теории пластин. – К.: Наук. Думка, 1987. – 174 с.
5. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник в трех томах / Под ред. И.А. Биргера, Я.Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1968. –Т.3. – 567с.

Надійшла до редакції 9.03.2000 р.

УДК 531.38

ОБ ОДНОЙ РЕДУКЦИИ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ОБОБЩЕННОЙ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ

Г.В.Горр, Е.М.Миронова

В динамике твердого тела большое значение имеют результаты по построению точных решений уравнений движения [1], поскольку они приносят дополнительную информацию о структуре интегральных многообразий и дают возможность проводить геометрические исследования о свойствах движения тела с неподвижной точкой.

Работа [2] посвящена изучению решений специального вида для уравнений Д.Гриоли [3]. В данной работе рассмотрена редукция системы дифференциальных уравнений обобщенной задачи динамики [4] для указанного класса решений. Получено только одно дифференциальное уравнение второго порядка на некоторую вспомогательную функцию.

1. Постановка задачи. Рассмотрим дифференциальные уравнения обобщенной задачи о движении тела в поле потенциальных и гироскопических сил [4]

$$\dot{\vec{x}}' = (\vec{x} + \vec{\lambda}) \times \alpha \vec{x} + \alpha \vec{x} \times B \vec{v} + \vec{s} \times \vec{v} + C \vec{v} \times \vec{v}, \quad (1)$$

$$\dot{\vec{v}}' = \vec{v} \times \alpha \vec{x}, \quad (2)$$

которая допускает три первых интеграла

$$\vec{v} \cdot \vec{v} = 1, \quad \vec{x} \cdot \alpha \vec{x} - 2(\vec{s} \cdot \vec{v}) + C \vec{v} \cdot \vec{v} = 2E, \quad 2(\vec{x} + \vec{\lambda}) \cdot \vec{v} - B \vec{v} \cdot \vec{v} = 2k. \quad (3)$$

В (1)-(3) введены следующие обозначения: $\vec{x}$ – вектор момента количества движения гиристы; $\vec{v}$ – единичный вектор, указывающий направление оси симметрии силовых полей; $\vec{\lambda}$ – гиристатический момент, характеризующий движение внутренних тел гиристы; $\vec{s}$ – вектор обобщенного центра масс, α – гирационный тензор, построенный в неподвижной точке; B и C – симметричные матрицы третьего порядка. В качестве подвижной системы координат, следуя [2], выберем главную систему координат. Пусть в этой системе

$$\alpha = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} B_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & B_3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} C_1 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$\vec{\lambda} = (\lambda, 0, 0), \quad \vec{s} = (s, 0, 0), \quad \vec{v} = (v_1, v_2, v_3), \quad \vec{x} = (x_1, x_2, x_3).$$

Тогда в скалярной форме уравнения (1), (2) при условиях (4) таковы

$$x_1' = (a_3 - a_2)x_2x_3 + a_2B_3x_2v_3 - a_3B_2x_3v_2 + (C_3 - C_2)v_2v_3, \quad (5)$$

$$x_2' = (a_1 - a_3)x_3x_1 - a_3x_3\lambda + a_3B_1x_3v_1 - a_1B_3x_1v_3 - sv_3 + (C_1 - C_3)v_3v_1, \quad (6)$$

$$x_3' = (a_2 - a_1)x_1x_2 + a_2x_2\lambda + a_1B_2x_1v_2 - a_2B_1x_2v_1 + sv_3 + (C_2 - C_1)v_1v_2, \quad (7)$$

$$v_1' = a_3x_3v_2 - a_2x_2v_3, \quad v_2' = a_1x_1v_3 - a_3x_3v_1, \quad v_3' = a_2x_2v_1 - a_1x_1v_2. \quad (8)$$

Запишем интегралы (3)

$$a_1x_1^2 + a_2x_2^2 + a_3x_3^2 - 2sv_1 + C_1v_1^2 + C_2v_2^2 + C_3v_3^2 = 2E, \quad (9)$$

$$2(x_1 + \lambda)v_1 + 2x_2v_2 + 2x_3v_3 - B_1v_1^2 - B_2v_2^2 - B_3v_3^2 = 2k, \quad (10)$$

$$v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 = 1.$$

Здесь E, k – постоянные первых интегралов.

Поставим задачу о редукции системы (5)-(8) к одному дифференциальному уравнению второго порядка в случае, когда компоненты вектора момента количества движения выражаются соотношениями [2]

$$x_1 = \varphi_1(v_1), \quad x_2 = v_2 \varphi_2(v_1), \quad x_3 = v_3 \varphi_3(v_1), \quad (11)$$

где $\varphi_1(v_1), \varphi_2(v_1), \varphi_3(v_1)$ – произвольные дифференцируемые функции переменной v_1 .

Рассмотрим интегрированное уравнение Пуассона. Как показано в [2], задание решения в виде (11) позволяет проинтегрировать уравнения Пуассона (8), если функции $\varphi_i(v_1)$, ($i=1,2,3$) заданы

$$\begin{aligned} v_2^2 &= 2 \int (a_1 \varphi_1(v_1) - a_3 v_1 \varphi_3(v_1)) (a_3 \varphi_3(v_1) - a_2 \varphi_2(v_1))^{-1} dv_1, \\ v_3^2 &= 1 - v_1^2 - v_2^2(v_1). \end{aligned} \quad (12)$$

Таким образом, примечательным свойством решений (11) является полное интегрирование кинематических соотношений (8).

2. Редукция системы (5)-(8). Поскольку уравнения (8) проинтегрированы, рассмотрим систему (5)-(7) и интегралы (9), (10). После подстановки (11) в данные соотношения имеем

$$\begin{aligned} (a_3 \varphi_3(v_1) - a_2 \varphi_2(v_1)) \varphi_1'(v_1) &= (a_3 - a_2) \varphi_2(v_1) \varphi_3(v_1) + a_2 B_3 \varphi_2(v_1) - \\ &- a_3 B_2 \varphi_3(v_1) + C_3 - C_2, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} v_2^2(v_1) (a_3 \varphi_3(v_1) - a_2 \varphi_2(v_1)) \varphi_2'(v_1) &= \varphi_2(v_1) (a_3 v_1 \varphi_3(v_1) - a_1 \varphi_1(v_1)) + \\ &+ (a_1 - a_3) \varphi_1(v_1) \varphi_3(v_1) - a_3 \lambda \varphi_3(v_1) + a_3 B_1 v_1 \varphi_3(v_1) - a_1 B_3 \varphi_1(v_1) - \\ &- s + (C_1 - C_3) v_1, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} v_3^2(v_1) (a_3 \varphi_3(v_1) - a_2 \varphi_2(v_1)) \varphi_3'(v_1) &= \varphi_3(v_1) (a_1 \varphi_1(v_1) - a_2 v_1 \varphi_2(v_1)) + \\ &+ (a_2 - a_1) \varphi_1(v_1) \varphi_2(v_1) + a_2 \lambda \varphi_2(v_1) + a_1 B_2 v_1 \varphi_1(v_1) - a_2 B_1 v_1 \varphi_2(v_1) + \\ &+ s + (C_2 - C_1) v_1, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} a_1 \varphi_1^2(v_1) + a_2 v_2^2(v_1) \varphi_2^2(v_1) + a_3 v_3^2(v_1) \varphi_3^2(v_1) - 2s v_1 + C_1 v_1^2 + \\ + C_2 v_2^2 + C_3 v_3^2 = 2E, \end{aligned} \quad (16)$$

$$2(\varphi_1(v_1) + \lambda)v_1 + 2v_2^2(v_1)\varphi_2(v_1) + 2v_3^2(v_1)\varphi_3(v_1) - B_1v_1^2 - B_2v_2^2 - B_3v_3^2 = 2k. \quad (17)$$

Следовательно, на функции $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$, получены три дифференциальных уравнения (13)-(15), которые допускают два интеграла (16), (17). Если при заданных $\varphi_i(v_1)$ ($i=1,2,3$) уравнения (13) – (15) выполняются, то зависимость переменной v_1 от времени можно определить из уравнения v_1' из (8) с помощью (12)

$$v_1' = \sqrt{v_2^2(v_1)v_3^2(v_1)(a_3\varphi_3(v_1) - a_2\varphi_2(v_1))}. \quad (18)$$

В рамках рассмотрения задачи интегрирования (13)-(15) возможны различные подходы. Они определены только выбором независимой новой переменной и целью получения окончательного результата. Здесь поставим задачу о нахождении уравнения

относительно переменной $v_2^2(v_1) = u(v_1)$, то есть, выразим остальные переменные задачи через $u(v_1)$. Обозначим через $u'(v_1)$ – производную по переменной v_1 и выпишем соотношение (12) в дифференциальной форме

$$2a_1\varphi_1(v_1) + a_2\varphi_2(v_1)u'(v_1) - a_3\varphi_3(v_1)(u'(v_1) + 2v_1) = 0. \quad (19)$$

Из уравнений (16), (17), (19) определим $\varphi_i(v_i)$

$$\varphi_1 = \frac{1}{2a_1y_2y_1^2} (a_2a_3y_2v_1\theta_1 + y_4\sqrt{\Delta}), \quad (20)$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{2a_1y_2y_1^2} (a_1a_3y_2\theta_1 - y_5\sqrt{\Delta}), \quad (21)$$

$$\varphi_3 = \frac{1}{2a_1y_2y_1^2} (a_2a_1y_2\theta_1 + y_3\sqrt{\Delta}), \quad (22)$$

где введены следующие обозначения

$$\begin{aligned} \theta_1 &= a_1(\beta_0 u(v_1) + n_0 + n_1 v_1 + n_2 v_1^2), \quad \theta_2 = 4a_1(\gamma_0 u(v_1) + m_0 + m_1 v_1 + m_2 v_1^2), \quad \beta_0 = B_2 - B_3, \\ \gamma_0 &= C_3 - C_2, \quad n_0 = 2k + B_3, \quad m_0 = 2E - C_3, \quad n_1 = -2\lambda, \quad m_1 = 2s, \quad n_2 = B_1 - B_3, \quad m_2 = C_3 - C_1, \\ y_1^2 &= a_1(a_3 - a_2)u(v_1) + (a_3 - a_1)a_2v_1^2 + a_1a_2, \quad y_2^2 = u'(v_1)[(a_3 - a_2)u(v_1) + a_2(1 - v_1^2)] + \\ &+ 4a_3v_1u(v_1)u'(v_1) - 4a_1u^2(v_1) + 4u(v_1)[(a_3 - a_1)v_1^2 + a_1], \\ y_3 &= 2a_1u(v_1) - a_2v_1u'(v_1), \quad y_4 = u'(v_1)[(a_3 - a_2)u(v_1) + a_2(1 - v_1^2)] + 2a_3v_1u(v_1), \\ y_5 &= a_3v_1u'(v_1) - 2a_1u(v_1) + 2(a_3 - a_1)v_1^2 + 2a_1, \quad \Delta = a_1(\theta_2v_1^2 - a_2a_3\theta_1^2). \end{aligned}$$

Таким образом, соотношения (20)-(22) определяют зависимость $\varphi_i(v_i)$ ($i = 1, 2, 3$) от функции $u(v_1)$, ее производной и параметров задачи. Подставив в (13) значение $\varphi_1(v_1)$, найденное из (19) и воспользовавшись уравнениями (14), (15), с учетом (20) – (22) получим разрешающее уравнение:

$$\begin{aligned} &4y_1^4u(v_1)(1 - v_1^2 - u(v_1))\Delta u''(v_1) + 2a_1a_2a_3(\lambda - B_1v_1)y_1^2y_2^2(a_1y_4\theta_1 - v_1y_2\sqrt{\Delta}) + \\ &+ 4a_1^2y_1^2y_2^2[(s - C_1v_1)y_4 + C_2y_5u(v_1) - C_3y_3(1 - v_1^2 - u(v_1))] + \\ &+ 2a_1^2a_3B_2u(v_1)y_1^2y_2^2(a_2y_5\theta_1 + y_2\sqrt{\Delta}) + 2a_1^2a_2B_3(1 - v_1^2 - u(v_1))y_1^2y_2^2(y_2\sqrt{\Delta} - \\ &- a_3y_3\theta_1) - y_6(a_1a_3y_2\theta_1 - y_5\sqrt{\Delta})(a_1a_2y_2\theta_1 + y_3\sqrt{\Delta}) + y_7(a_2a_3v_1y_2\theta_1 + \\ &+ y_4\sqrt{\Delta})(a_1a_2y_2\theta_1 + y_3\sqrt{\Delta}) + y_8(a_2a_3v_1y_2\theta_1 + y_4\sqrt{\Delta})(a_1a_3y_2\theta_1 - y_5\sqrt{\Delta}) + \\ &+ 4a_3y_1^2u(v_1)(1 - v_1^2 - u(v_1))(a_1a_2y_2\theta_1 + y_3\sqrt{\Delta})\sqrt{\Delta} = 0, \end{aligned} \quad (23)$$

где

$$\begin{aligned} y_6 &= 2a_2a_3v_1u(v_1) + a_2a_3v_1(1 - v_1^2)u'(v_1) + 2a_1(a_3 - a_2)u(v_1)(1 - v_1^2 - u(v_1)), \\ y_7 &= a_1a_3u(v_1)(u'(v_1) + 2v_1) + a_2(a_3 - a_1)u'(v_1)(1 - v_1^2 - u(v_1)), \\ y_8 &= a_3(a_2 - a_1)u(v_1)(u'(v_1) + 2v_1) + a_1a_2u'(v_1)(1 - v_1^2 - u(v_1)). \end{aligned}$$

Итак, исходная система дифференциальных уравнений (5)-(8) на решениях вида (11) редуцирована к одному дифференциальному уравнению (23) на функцию $u(v_1)=v_2^2(v_1)$. Если будет найдено решение уравнения (23), то $v_3^2(v_2)$ найдем из (12), $\varphi_i(v_i)$ - из (20) - (22), $x_i(v_i)$ - из (11), а зависимость v_i от времени определим из (18).

Приведем пример решения, построенного данным методом. Пусть выполнены условия

$$a_1 = a_2 = a_3 = a, B_1 = 6a, B_2 = 2a, \lambda_1 = -\frac{3}{2}a, s_1 = -\frac{65}{26}a^2, C_3 = C_1,$$

$$C_3 - C_2 = \frac{5}{4}a^2, \alpha_0 = \frac{1}{4}, \alpha_1 = 2, \alpha_2 = 4.$$

Тогда имеет место следующее решение рассматриваемой задачи

$$x_1 = \frac{b}{2} \left[v_1 \left(v_1 - \frac{7}{2} \right) + (v_1 + u) \sqrt{F_1(v_1)} \right], \quad x_2 = \frac{b}{4} \left[v_1 \left(v_1 - \frac{7}{2} \right) (4v_1 + 1) + (4v_1 - 3) \right],$$

$$x_3 = \frac{b}{2} \left[v_1 - \frac{7}{2} + \sqrt{F_1(v_1)} \right] \sqrt{F_2(v_1)}, \quad v_2 = \frac{1}{2}(1 + 4v_1), \quad v_3 = \sqrt{F_2(v_1)},$$

$$\dot{v}_1 = ab \sqrt{F_1(v_1)F_2(v_1)}, \quad F_1(v_1) = \frac{41}{6} - \frac{11}{3}v_1 + v_1^2, \quad F_{12}(v_1) = \frac{3}{4} - 2v_1 - 5v_1^2.$$

Здесь $v_1 = v_1(t)$ – эллиптическая функция от времени.

РЕЗЮМЕ

Для одного класу рішень вказана редукція шести диференціальних рівнянь узагальненої задачі динаміки до одного диференціального рівняння другого порядку.

SUMMARY

For one class of solution reduction of six differential equation set to one differential equation of the second order equation is proposed.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Горр Г.В., Кудряшова Л.В., Степанова Л.И. Классические задачи динамики твердого тела. – Киев: Наук. думка, 1978. – 294 с.
2. Горр Г.В., Узбек Е.К. К постановке задачи о решении уравнений Д.Гриоли – М.П.Харламова в специальной форме // Механика твердого тела. – 1997. – Вып.29. – С.133-139.
3. Grioli G. Questioni di dinamica del corpo rigidi // Atti. Acad. Naz. Lincei Rend. Cl.sci e natur. – 1963. – 35. – №1-2. – P.35-39.
4. Яхья Х.М. Об одном классе движений гиостата в ньютоновском, электрическом и магнитном полях // Вестник МГУ. Серия I. Математика, механика. – 1985. – №5. – С.60-63.

Надійшла до редакції 14.03.2000 р.

УДК 539.3

ТЕРМОУПРУГОЕ СОСТОЯНИЕ ОРТОТРОПНЫХ ПЛАСТИН ПОД ДЕЙСТВИЕМ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛА ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ ТЕПЛООБМЕНЕ

А.С.Гольцев

Данная статья является продолжением исследований, результаты которых опубликованы в работе [1]. Найдено решение задачи термоупругости для тонкой ортотропной бесконечной пластины, находящейся под действием сосредоточенных источников тепла в общем случае теплообмена. Предполагается произвольное распределение источников тепла по толщине пластины.

Рассмотрим тонкую ортотропную бесконечную пластину толщиной $2h$, находящуюся в тепловом контакте с внешней средой нулевой температуры. Теплообмен осуществляется через боковые поверхности по закону Ньютона. Пусть пластина нагревается произвольно распределенными по ее объему источниками тепла плотности W_0 .

Введем безразмерную систему координат $x_i (i = \overline{1,3})$, определенную с точностью до величины h . Оси координат направим вдоль главных направлений теплопроводности и упругости, которые лежат в срединной плоскости и перпендикулярны к ней. Тогда уравнения теплопроводности ортотропных пластин, учитывающие произвольный характер теплообмена с окружающей средой, записываются в безразмерной системе координат следующим образом [2]:

$$\Delta_\lambda T_1 - \mu_1 T_1 - \mu_2 T_2 = -W_1; \quad \Delta_\lambda T_2 - 3(1 + \mu_1)T_2 - 3\mu_2 T_1 = -3W_2, \quad (1)$$

где

$$\Delta_\lambda = \lambda_1 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \lambda_2 \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}; \quad \lambda_1 = \frac{\lambda_{11}}{\lambda_{33}}; \quad \lambda_2 = \frac{\lambda_{22}}{\lambda_{33}}; \quad \mu_{1,2} = \frac{1}{2}(Bi^\pm \pm Bi^-);$$

$$W_1(x_1, x_2) = \frac{1}{2\lambda_{33}} \int_{-1}^1 W_0(x_1, x_2, x_3) dx_3; \quad W_2(x_1, x_2) = \frac{1}{2\lambda_{33}} \int_{-1}^1 x_3 W_0(x_1, x_2, x_3) dx_3;$$

T_1, T_2 – интегральные характеристики температуры, средняя температура и температурный момент; $\lambda_{11}, \lambda_{22}, \lambda_{33}$ – главные коэффициенты теплопроводности; $Bi^\pm$ – критерий Био на поверхностях $x_3 = \pm 1$. Эти уравнения предполагают линейное распределение температуры по толщине пластины.

Разрешающая система классических уравнений термоупругости ортотропных пластин в безразмерной системе координат будет следующей [2]:

$$\begin{aligned} B_1 \frac{\partial^2 U_1}{\partial x_1^2} + B_3 \frac{\partial^2 U_1}{\partial x_2^2} + B_4 \frac{\partial^2 U_2}{\partial x_1 \partial x_2} &= \beta_1 \frac{\partial T_1}{\partial x_1}; \\ B_3 \frac{\partial^2 U_2}{\partial x_1^2} + B_2 \frac{\partial^2 U_2}{\partial x_2^2} + B_4 \frac{\partial^2 U_1}{\partial x_1 \partial x_2} &= \beta_2 \frac{\partial T_1}{\partial x_2}; \\ D_1 \frac{\partial^4 U_3}{\partial x_1^4} + D_3 \frac{\partial^4 U_3}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + D_2 \frac{\partial^4 U_3}{\partial x_2^4} &= -\beta_1^0 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x_1^2} - \beta_2^0 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x_2^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $B_1 = \kappa B$; $B_2 = \kappa^{-1} B$; $B_3 = 2G$; $B_4 = \nu_2 B_1 + B_3$;

$$D_1 = \kappa D \quad D_2 = \kappa^{-1} D; \quad D_3 = 2(\kappa \nu_2 D + 4G/3); \quad D = B/3;$$

$\beta_i = 3\beta_i^0 = B_i\chi_i$ ($i=1,2$); $\chi_1 = \alpha_1 + v_2\alpha_2$; $\chi_2 = v_1\alpha_1 + \alpha_2$;
 $B = 2/(1 - v_1v_2)$; $G = G_{12}/E$; $E = \sqrt{E_1E_2}$; $\kappa = \sqrt{E_1/E_2}$;
 U_i ($i=1,3$) – перемещения вдоль координатных осей x_i ($i=1,3$); E_1 , E_2 , G_{12} , v_1 , v_2 ,
 α_1 , α_2 – модули Юнга, модуль сдвига, коэффициенты Пуассона, температурные коэф-
 фициенты линейного расширения для главных направлений. Нормальные (N_1, N_2) и
 касательное (S) усилия, изгибающие (M_1, M_2) и крутящий (H) моменты в безразмер-
 ной системе координат даются формулами [2]

$$\begin{aligned} N_1 &= B_1 \left\{ \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial U_2}{\partial x_2} \right\} - \beta_1 T_1; & N_2 &= B_2 \left\{ v_1 \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + \frac{\partial U_2}{\partial x_2} \right\} - \beta_2 T_1; \\ S &= B_3 \left\{ \frac{\partial U_1}{\partial x_2} + \frac{\partial U_2}{\partial x_1} \right\}; & M_1 &= -D_1 \left\{ \frac{\partial^2 U_3}{\partial x_1^2} + v_2 \frac{\partial^2 U_3}{\partial x_2^2} \right\} - \beta_1^0 T_2; \\ M_2 &= -D_2 \left\{ v_1 \frac{\partial^2 U_3}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 U_3}{\partial x_2^2} \right\} - \beta_2^0 T_2; & H &= -\frac{4}{3} G \frac{\partial^2 U_3}{\partial x_1 \partial x_2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где усилия определены с точностью до величины Eh , а моменты – с точностью до Eh^2 .

Сосредоточенный характер температурного воздействия моделируется с помо-
 щью дельта-функции Дирака (δ) и интегральных источников тепла.

$$W_i(x_1, x_2) = W_i^* \delta(x_1, x_2) \quad (i=1,2), \quad (4)$$

где W_i^* ($i=1,2$) – мощности интегральных источников тепла, источника средней
 температуры (W_1^*) и источника температурного момента (W_2^*).

Применим двухмерное интегральное преобразование Фурье к исходной системе
 дифференциальных уравнений (1), (2) с правыми частями (4). Решение задачи тепло-
 проводности (1) в пространстве трансформант (ξ_1, ξ_2) будет таким:

$$\tilde{T}_i = (\omega Q_i + J_i) / (2\pi \Delta_T) \quad (i=1,2). \quad (5)$$

Здесь $\Delta_T = \omega^2 + (3 + 4\mu_1)\omega + \mu_0$; $\omega = \lambda_1 \xi_1^2 + \lambda_2 \xi_2^2$; $\mu_0 = 3(\mu_1 + \mu_1^2 - \mu_2^2)$;

$$Q_1 = W_1^*; \quad Q_2 = 3W_2^*; \quad J_1 = 3(1 + \mu_1)W_1^* - 3\mu_2 W_2^*; \quad J_2 = 3\mu_1 W_2^* - 3\mu_2 W_1^*.$$

Система уравнений термоупругости (2) в пространстве трансформант имеет сле-
 дующее решение:

$$\begin{aligned} \tilde{U}_1 &= (b_1 \xi_1^2 + b_2 \xi_2^2) \tilde{T}_1 / \Delta_B; & \tilde{U}_2 &= (b_3 \xi_1^2 + b_4 \xi_2^2) \tilde{T}_1 / \Delta_B; \\ \tilde{U}_3 &= (\beta_1^0 \xi_1^2 + \beta_2^0 \xi_2^2) \tilde{T}_2 / \Delta_D, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\Delta_B = B_1 B_3 \xi_1^4 + (B_3^2 + B_1 B_2 - B_4^2) \xi_1^2 \xi_2^2 + B_2 B_3 \xi_2^4$; $\Delta_D = D_1 \xi_1^4 + D_3 \xi_1^2 \xi_2^2 + D_2 \xi_2^4$;
 $b_1 = \beta_1 B_3$; $b_2 = \beta_1 B_2 - \beta_2 B_4$; $b_3 = \beta_2 B_1 - \beta_1 B_4$; $b_4 = \beta_2 B_3$.

Трансформанты внутренних силовых факторов найдем из соотношений (3), при-
 менив к ним формулу двухмерного преобразования Фурье:

$$\begin{aligned} \tilde{N}_1 &= -B_1 (i \xi_1 \tilde{U}_1 + v_2 i \xi_2 \tilde{U}_2) - \beta_1 \tilde{T}_1; & \tilde{N}_2 &= -B_2 (v_1 i \xi_1 \tilde{U}_1 + i \xi_2 \tilde{U}_2) - \beta_2 \tilde{T}_1; \\ \tilde{S} &= -B_3 (i \xi_2 \tilde{U}_1 + i \xi_1 \tilde{U}_2); & \tilde{M}_1 &= D_1 (\xi_1^2 + v_2 \xi_2^2) \tilde{U}_3 - \beta_1^0 \tilde{T}_2; \\ \tilde{M}_2 &= D_2 (v_1 \xi_1^2 + \xi_2^2) \tilde{U}_3 - \beta_2^0 \tilde{T}_2; & \tilde{H} &= 4G \xi_1 \xi_2 \tilde{U}_3 / 3. \end{aligned} \quad (7)$$

Для получения решения в исходном пространстве применим формулу обращения к выражениям (5), (6), (7). Используем методику обращения, разработанную для решения смешанных задач изотропных пластин и оболочек [3]. Решение задачи теплопроводности подробно описано в работе [4]. Выражения для перемещений приведены в работе [5], где исследовано их асимптотическое поведение. Результат обращения для внутренних силовых факторов в полярной системе координат r, φ будет следующим:

$$N_i(r, \varphi) = \frac{1}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \cos 2n\varphi \int_0^{\pi/2} \frac{1}{p(\theta)} \left[\frac{n_i(\theta) B_i}{b(\theta)} - \beta_i \right] P_{n1}(r, \theta) \cos 2n\theta d\theta ;$$

$$(i = 1, 2); \quad \varepsilon_0 = 1; \quad \varepsilon_n = 2 \quad (n \geq 1); \quad (8)$$

$$S(r, \varphi) = \frac{4G}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sin 2n\varphi \int_0^{\pi/2} \frac{n_3(\theta)}{p(\theta)b(\theta)} P_{n1}(r, \theta) \sin 2n\theta d\theta ;$$

$$M_i(r, \varphi) = \frac{1}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \cos 2n\varphi \int_0^{\pi/2} \frac{1}{p(\theta)} \left[\frac{m_i(\theta)\beta(\theta)D_i}{d(\theta)} - \beta_i^0 \right] P_{n2}(r, \theta) \cos 2n\theta d\theta ;$$

$$(i = 1, 2); \quad \varepsilon_0 = 1; \quad \varepsilon_n = 2 \quad (n \geq 1); \quad (9)$$

$$H(r, \varphi) = \frac{8G}{3\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sin 2n\varphi \int_0^{\pi/2} \frac{m_3(\theta)\beta(\theta)}{p(\theta)d(\theta)} P_{n2}(r, \theta) \sin 2n\theta d\theta .$$

Здесь $P_{n1}(r, \theta) = W_1^* \{F_{n1}(r, \theta) + 3(1 + \mu_1)F_{n2}(r, \theta)\} - 3\mu_2 W_2^* F_{n2}(r, \theta);$

$$P_{n2}(r, \theta) = 3W_2^* \{F_{n1}(r, \theta) + \mu_1 F_{n2}(r, \theta)\} - 3\mu_2 W_1^* F_{n2}(r, \theta);$$

$$F_{n1}(r, \theta) = \{c_1 G_{n,n}(a_1(\theta)r) - c_2 G_{n,n}(a_2(\theta)r)\} / c_3 ;$$

$$F_{n2}(r, \theta) = \{G_{n,n}(a_2(\theta)r) - G_{n,n}(a_1(\theta)r)\} / c_3 ;$$

$$n_1(\theta) = b_1 \cos^4 \theta + (b_2 + v_2 b_3) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + v_2 b_4 \sin^4 \theta ;$$

$$n_2(\theta) = v_1 b_1 \cos^4 \theta + (v_1 b_2 + b_3) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + b_4 \sin^4 \theta ;$$

$$n_3(\theta) = \{(b_1 + b_3) \cos^2 \theta + (b_2 + b_4) \sin^2 \theta\} \cos \theta \sin \theta ;$$

$$m_1(\theta) = \cos^2 \theta + v_2 \sin^2 \theta ; \quad m_2(\theta) = v_1 \cos^2 \theta + \sin^2 \theta ; \quad m_3(\theta) = \cos \theta \sin \theta ;$$

$$\beta(\theta) = \beta_1^0 \cos^2 \theta + \beta_2^0 \sin^2 \theta ; \quad p(\theta) = \lambda_1 \cos^2 \theta + \lambda_2 \sin^2 \theta ;$$

$$b(\theta) = B_1 B_3 \cos^4 \theta + (B_3^2 + B_1 B_2 - B_4^2) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + B_2 B_3 \sin^4 \theta ;$$

$$d(\theta) = D_1 \cos^4 \theta + D_3 \cos^2 \theta \sin^2 \theta + D_2 \sin^4 \theta ; \quad a_i(\theta) = \sqrt{c_i / p(\theta)} \quad (i = 1, 2);$$

$$c_3 = c_1 - c_2 ; \quad c_{1,2} = \left(3 + 4\mu_1 \mp \sqrt{(3 + 4\mu_1)^2 - 4\mu_0} \right) / 2 ;$$

$G_{n,n}(z)$ – специальная функция, введенная в работе [3]. По своим свойствам G -функция подобна функции Макдональда.

Полученные решения (8), (9) имеют логарифмическую особенность для нормальных усилий N_1, N_2 и изгибающих моментов M_1, M_2 при $r \rightarrow 0$. Ряды в выражениях (8), (9) быстро сходятся и для проведения практических расчетов достаточно ограничиться десятью членами.

Численные расчеты проведены для стеклопластика косоугольной намотки, для которого $\kappa = 1,935$; $G = 0,2067$; $v_1 = 0,2798$; $\alpha_1 = 0,7 \cdot 10^{-5} K^{-1}$; $\alpha_2 = 3,8 \cdot 10^{-5} K^{-1}$; $\lambda_1 = 2,306$; $\lambda_2 = 1$. Предполагалось наличие сосредоточенных интегральных источ-

ников тепла единичной мощности ($W_1^* = W_2^* = 1^0 K$). Результаты численных расчетов представлены на рис. 1 – 4, где значения усилий даны с точностью до множителя Eh , моментов – с точностью до Eh^2 , а радиальной координаты r – с точностью до h .
 $N_1, N_2 \times 10^6$ $M_1, M_2 \times 10^6$

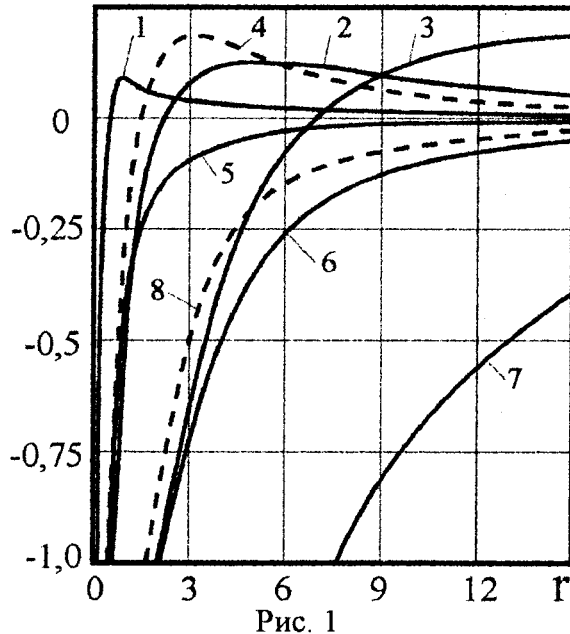


Рис. 1

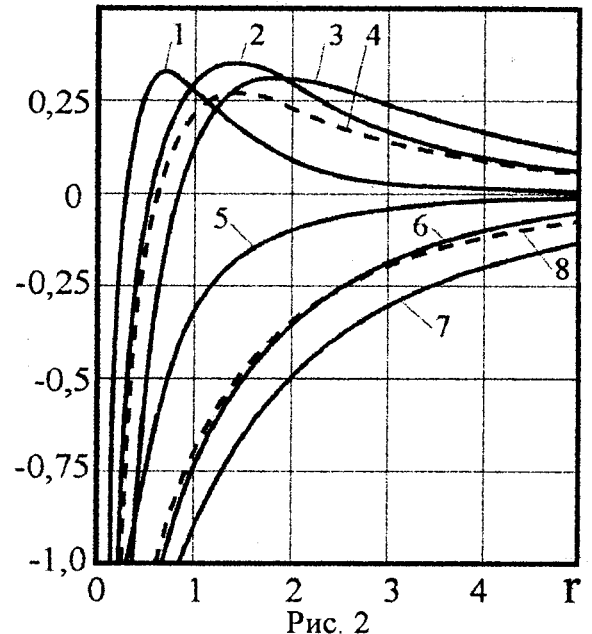


Рис. 2

На рис. 1, 2 приведены графики изменения нормальных усилий N_1 (кривые 5 – 8), N_2 (кривые 1 – 4) и изгибающих моментов M_1 (кривые 5 – 8), M_2 (кривые 1 – 4) вдоль оси x_1 ($\varphi = 0$). Сплошные линии относятся к случаю одностороннего теплообмена, когда теплообмен осуществляется лишь на верхней боковой поверхности, а нижняя теплоизолирована ($Bi^- = 0$). Кривые 1 и 5, 2 и 6, 3 и 7 соответствуют значениям параметра Bi^+ , равным 10; 1; 0,1. Штриховые линии относятся к случаю симметричного теплообмена, когда теплообмен на боковых поверхностях пластины одинаков ($Bi^+ = Bi^- = 1$).

Из графиков на рис 1, 2 следует, что значения внутренних силовых факторов существенно зависят от величины теплообмена с окружающей средой. С увеличением теплообмена значения усилий N_1 и моментов M_1 при фиксированной координате r уменьшаются по абсолютной величине. Точки, где усилия N_2 и моменты M_2 достигают своего максимального значения, с увеличением параметра Bi^+ приближаются к началу координат. Оказывает влияние на величину внутренних силовых факторов также и характер теплообмена, который в большей мере сказывается на значениях нормальных усилий.

На рис. 3, 4 приведены графики изменения нормальных и касательного усилий, изгибающих и крутящего моментов от угловой координаты φ при $r = 1$. Кривые 1, 2, 3 соответствуют следующим внутренним силовым факторам: N_1 и M_1 , N_2 и M_2 , S и H . Сплошные линии относятся к случаю одностороннего теплообмена ($Bi^+ = 1; Bi^- = 0$), пунктирные линии – к случаю симметричного теплообмена ($Bi^+ = Bi^- = 1$).

Из графиков на рис 3, 4 следует, что ортотропия материала существенно влияет на характер поведения термоупругих усилий и моментов. Аналогичные зависимости в случае изотропного материала симметричны относительно пунктирной вертикальной линии ($\varphi = \pi/4$) [1]. Для нормальных усилий N_1 и N_2 существенным является характер теплообмена.

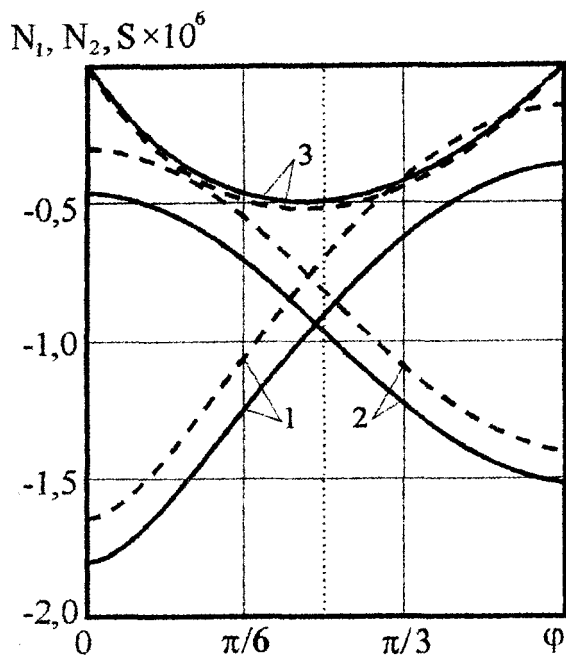


Рис. 3

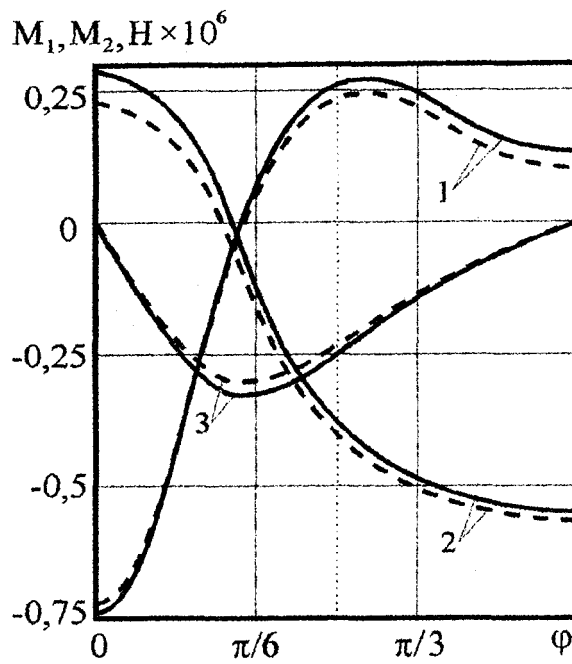


Рис. 4

Таким образом, полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что при расчете термоупругих усилий и моментов в ортотропных пластинах необходимо учитывать параметры ортотропии, характер и величину теплообмена с окружающей средой.

РЕЗЮМЕ

Вирішена задача термопружності для тонкої ортотропної нескінченної пластини, яка знаходиться під впливом зосереджених джерел тепла при довільному теплообміні. Передбачається довільний розподіл джерел тепла по товщині пластини. Подані результати чисельних досліджень.

SUMMARY

The problem of thermoelasticity for the infinite orthotropic plates with the arbitrary heat exchange under the action of point-loaded heat sources is solved. The arbitrary distribution of heat sources along the thickness of plate is assumed. The results of numerical investigations are presented.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Гольцев А.С. Фундаментальное решение уравнений плоской задачи термоупругости для тонких ортотропных пластин при симметричном теплообмене // Вісник Донецького університету, 1999. Серія А, Природничі науки. № 1. – С. 57-61.
2. Подстригач Я.С., Коляно Ю.М. Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинках. – К.: Наук. думка, 1972. – 308 с.
3. Хижняк В.К., Шевченко В.П. Смешанные задачи теории пластин и оболочек. – Донецк: Изд-во Донецк. ун-та, 1980. – 128 с.
4. Гольцев А.С. Фундаментальное решение уравнений теплопроводности ортотропных пластин в общем случае теплообмена// Современные проблемы механики сплошной среды. Труды III Междунар. конф. Ростов-на-Дону: МП «Книга», 1997. – Т.1. – С.97-101.
5. Гольцев А.С. Фундаментальное решение уравнений термоупругости для тонких ортотропных пластин в случае теплообмена// Современные проблемы концентрации напряжений. Труды Междунар. научн. конф. – Донецк: Донец. гос. ун-т., «Кассиопея», 1998. – С. 56-60.

Надійшла до редакції 09.03.2000 р.

УДК 539.3: 534.1

КОЛИВАННЯ ІЗОТРОПНИХ ПЛАСТИН З УРАХУВАННЯМ КРАЙОВИХ УМОВ ТИПУ ПЛОСКОГО ТОРЦЯ АБО ДІАФРАГМИ

Є.В.Алтухов, Ю.В.Панченко, А.Ю.Богатчук

Розглянемо ізотропну пластину, на плоских гранях котрої однорідні граничні умови мають вигляд:

$$u_3(x_1, x_2, \pm 1) = 0; \quad \sigma_{j3}(x_1, x_2, \pm 1) = 0 \quad (j = 1, 2), \quad (1)$$

або

$$u_j(x_1, x_2, \pm 1) = 0; \quad \sigma_{33}(x_1, x_2, \pm 1) = 0. \quad (2)$$

Напружений стан у пластині викликано зовнішніми зусиллями, що гармонічно змінюються в часі і прикладеними до бічної поверхні.

Побудова однорідних розв'язань розглянутої задачі зводиться до інтегрування системи рівнянь руху [1-3]

$$\begin{aligned} (1-2\nu)\partial_3^2 u_1 + (1-2\nu)(\lambda^2 D^2 + \Omega^2)u_1 + \lambda^2 \partial_1(\partial_1 u_1 + \partial_2 u_2) + \lambda \partial_1 \partial_3 u_3 &= 0; \\ (1-2\nu)\partial_3^2 u_2 + (1-2\nu)(\lambda^2 D^2 + \Omega^2)u_2 + \lambda^2 \partial_2(\partial_1 u_1 + \partial_2 u_2) + \lambda \partial_2 \partial_3 u_3 &= 0; \\ k_0^2 \partial_3^2 u_3 + (\lambda^2 D^2 + \Omega^2)u_3 + \lambda(1-2\nu)^{-1} \partial_3(\partial_1 u_1 + \partial_2 u_2) &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

з урахуванням граничних умов (1) або (2). Тут і нижче використовуються позначення, прийняті в роботах [2, 3].

Відповідно полуоберненому методі І. І. Воровича, амплітудні значення зсувів будемо шукати у вигляді суми вихрового і потенційного станів

$$u_i(x_1, x_2, x_3) = u_{ie}(x_1, x_2, x_3) + u_{in}(x_1, x_2, x_3) \quad (i = 1, 2, 3).$$

Однорідні розв'язки для вихрового стану можна записати так:

$$u_{1e}(x_1, x_2, x_3) = \sum_{k=1}^{\infty} p_k(x_3) \partial_2 B_k(x_1, x_2);$$

$$u_{2e}(x_1, x_2, x_3) = -\sum_{k=1}^{\infty} p_k(x_3) \partial_1 B_k(x_1, x_2);$$

$$u_{3e}(x_1, x_2, x_3) = 0.$$

Рівняння (3) і умови (1), (2) будуть задоволені, якщо функції $B_k(x_1, x_2)$ являються метагармонічними

$$D^2 B_k(x_1, x_2) - \lambda^{-2} (\delta_k^2 - \Omega^2) B_k(x_1, x_2) = 0,$$

а власні функції мають вид

$$p_k^+(x_3) = \cos \delta_k^+ x_3; \quad p_k^-(x_3) = (\sin \delta_k^- x_3) / \delta_k^-.$$

При цьому, якщо мають місце граничні умови (1), то

$$\delta_k^+ = k\pi; \quad \delta_k^- = (k - 0.5)\pi,$$

а у випадку співвідношень (2)

$$\delta_k^+ = (k - 0.5)\pi; \quad \delta_k^- = k\pi \quad (k = 1, 2, \dots).$$

Знаки '+' і '-' відносяться відповідно до симетричної і кососиметричної деформацій пластини щодо площини $x_3 = 0$.

Потенційне рішення знайдемо, виходячи з уявлення

$$u_n = (n(x_3) \partial_1 C(x_1, x_2), n(x_3) \partial_2 C(x_1, x_2), q(x_3) C(x_1, x_2)).$$

Тоді з умов (1), (2) і рівнянь (3) слідує спектральні задачі

$$\partial_3 n(\pm 1) = 0, \quad q(\pm 1) = 0; \tag{4}$$

$$n(\pm 1) = 0, \quad \partial_3 q(\pm 1) = 0; \tag{5}$$

$$\begin{aligned} \partial_3^2 n(x_3) + (k_0^2 \gamma^2 + \Omega^2) n(x_3) + (1 - 2\nu)^{-1} \lambda \partial_3 q(x_3) &= 0; \\ k_0^2 \partial_3^2 q(x_3) + (\gamma^2 + \Omega^2) q(x_3) + (1 - 2\nu)^{-1} \lambda^{-1} \gamma^2 \partial_3 n(x_3) &= 0, \end{aligned} \tag{6}$$

розв'язання яких залежить від значення виразу $\gamma^2 + \Omega^2 k_0^{-2}$.

Якщо $\gamma^2 + \Omega^2 k_0^{-2} > 0$, то з (4), (6) маємо:

$$\begin{aligned} n_p^+(x_3) &= k_{2p} \sin k_{2p} \cos k_{1p} x_3 - k_{1p} \sin k_{1p} \cos k_{2p} x_3, \\ n_p^-(x_3) &= k_{2p} \cos k_{2p} \sin k_{1p} x_3 - k_{1p} \cos k_{1p} \sin k_{2p} x_3, \\ q_p^+(x_3) &= \lambda^{-1} k_{1p} k_{2p}^{-1} \left((\gamma_p^+)^2 \sin k_{1p} \sin k_{2p} x_3 - k_{2p}^2 \sin k_{2p} \sin k_{1p} x_3 \right), \\ q_p^-(x_3) &= \lambda^{-1} k_{1p} k_{2p}^{-1} \left(k_{2p}^2 \cos k_{2p} \cos k_{1p} x_3 - (\gamma_p^-)^2 \cos k_{1p} \cos k_{2p} x_3 \right), \end{aligned} \tag{7}$$

де $\gamma_p^\pm$ – корені дисперсійних рівнянь

$$F_1^+(\gamma, \Omega) = \sin k_1 \sin k_2 = 0; \quad F_1^-(\gamma, \Omega) = \cos k_1 \cos k_2 = 0. \tag{8}$$

Для спектральної задачі (5), (6) власні функції і дисперсійні рівняння такі:

$$n_p^+(x_3) = \cos k_{2p} \cos k_{1p} x_3 - \cos k_{1p} \cos k_{2p} x_3,$$

$$n_p^-(x_3) = \sin k_{2p} \sin k_{1p} x_3 - \sin k_{1p} \sin k_{2p} x_3, \quad (9)$$

$$q_p^+(x_3) = \lambda^{-1} k_{2p}^{-1} \left((\gamma_p^+)^2 \cos k_{1p} \sin k_{2p} x_3 - k_{1p} k_{2p} \cos k_{2p} \sin k_{1p} x_3 \right),$$

$$q_p^-(x_3) = \lambda^{-1} k_{2p}^{-1} \left(k_{1p} k_{2p} \sin k_{2p} \cos k_{1p} x_3 - (\gamma_p^-)^2 \sin k_{1p} \cos k_{2p} x_3 \right),$$

$$F_2^+(\gamma, \Omega) = \cos k_1 \cos k_2 = 0; \quad F_2^-(\gamma, \Omega) = \sin k_1 \sin k_2 = 0. \quad (10)$$

При $\gamma^2 + \Omega^2 k_0^{-2} < 0$ власні значення γ_p і функції $n_p(x_3), q_p(x_3)$ можна отримати з (7) – (10) формальною заміною k_1 на ik_1 .

У підсумку потенційне розв'язання має вигляд:

$$u_{1n}(x_1, x_2, x_3) = \sum_{p=1}^{\infty} n_p(x_3) \partial_1 C_p(x_1, x_2),$$

$$u_{2n}(x_1, x_2, x_3) = \sum_{p=1}^{\infty} n_p(x_3) \partial_2 C_p(x_1, x_2),$$

$$u_{3n}(x_1, x_2, x_3) = \sum_{p=1}^{\infty} q_p(x_3) C_p(x_1, x_2).$$

Функції $C_p(x_1, x_2)$ є розв'язком рівняння

$$D^2 C_p(x_1, x_2) - \gamma_p^2 \lambda^{-2} C_p(x_1, x_2) = 0.$$

З рівнянь (8) і (10) слідує, що $F_1^+ = F_2^-$ і $F_1^- = F_2^+$. Тому достатньо провести аналіз кінематичних характеристик для випадку плоского торця. З рівняння (8) одержуємо чотири сімейства власних значень [4]. У площині $(\nu = i\gamma, \Omega)$ є кінцеве число дійсних і лічильну множину мнимих коренів рівняння (8).

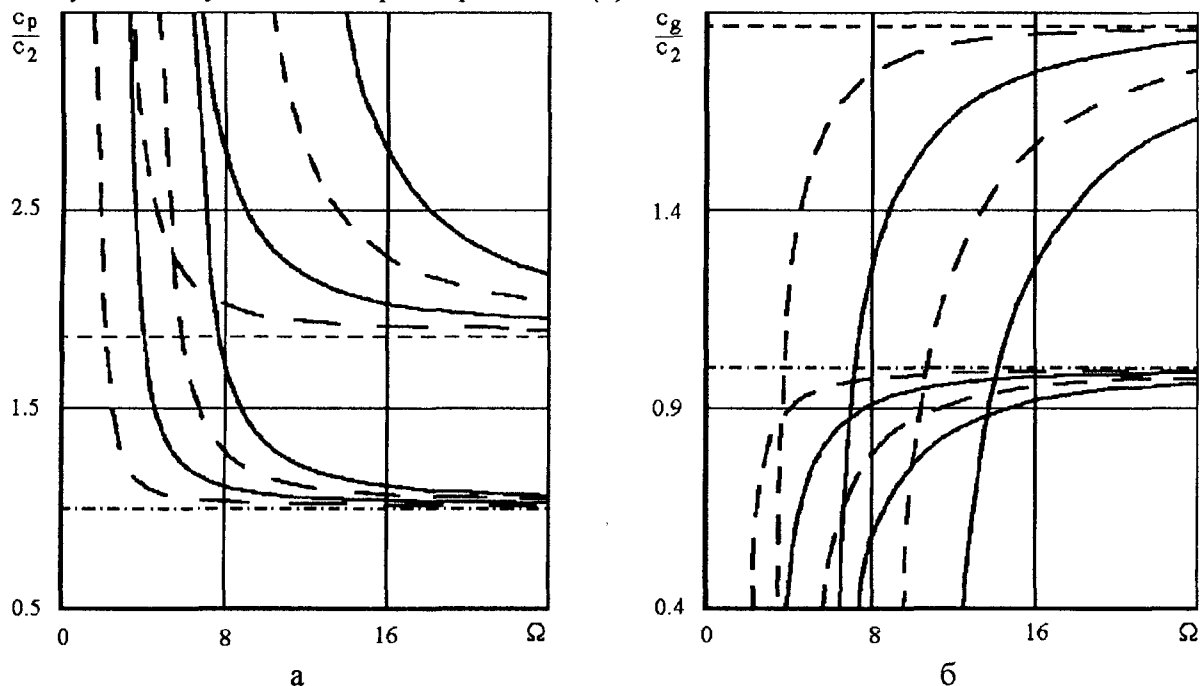


Рис. 1

Слід зазначити, що завжди існує мінімальне значення частоти $\Omega_{\min}$, нижче якої відсутні моди, що поширюються.

На рис. 1-3 при $\nu = 0.3$ показані графіки зміни фазових $c_p = c_2 \Omega / \nu$ і групових $c_g = -c_2 F'_\nu / F'_\Omega$ швидкостей. Горизонтальні штрихові і штрих пунктирні прямі лінії на усіх рисунках відповідають значенням швидкостей подовжньої (c_1) і поперечної (c_2) хвиль.

На рис. 1 наведені графіки зміни фазових (а) і групових (б) швидкостей перших двох мод кожного з чотирьох сімейств власних значень. Суцільні лінії відповідають симетричній щодо серединної площини деформації пластини, штрихові – кососиметричній деформації. Дані рис. 1 показують, що при $\Omega \rightarrow \infty$ одна група мод прямує до значення c_1 , а інша до c_2 .

На рис. 2, 3 зображені графіки зміни відповідно фазової і групової швидкостей першої моди для симетричної (а) і кососиметричної (б) деформацій пластини. Крива 1 відповідає вільним торцям [4]; 2 – діафрагмі (2); 3 – умовам жорсткого защемлення торців [1]; 4 – плоскому торцеві (1). З наведених даних слідує, що вигляд однорідних граничних умов на торцях пластини надає суттєвий вплив на характер зміни фазових і групових швидкостей в області низьких частот. У короткохвильовому режимі незалежно від виду граничних умов значення фазових і групових швидкостей наближаються до величини c_2 .

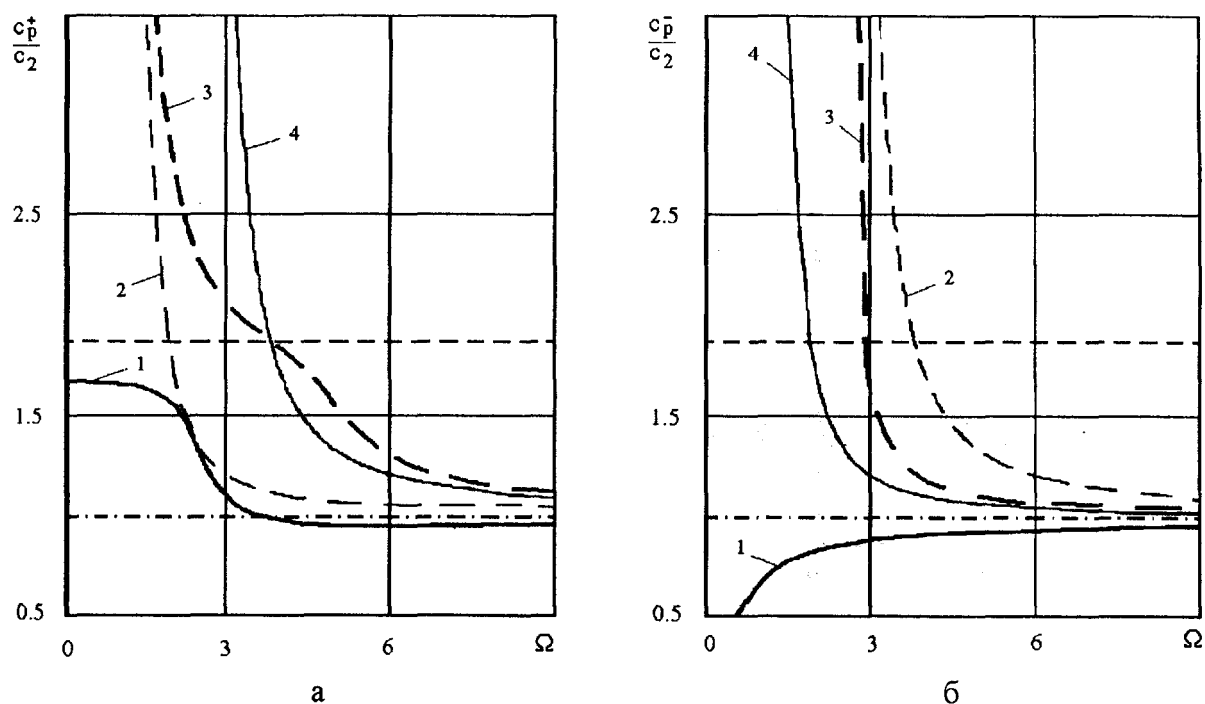


Рис. 2

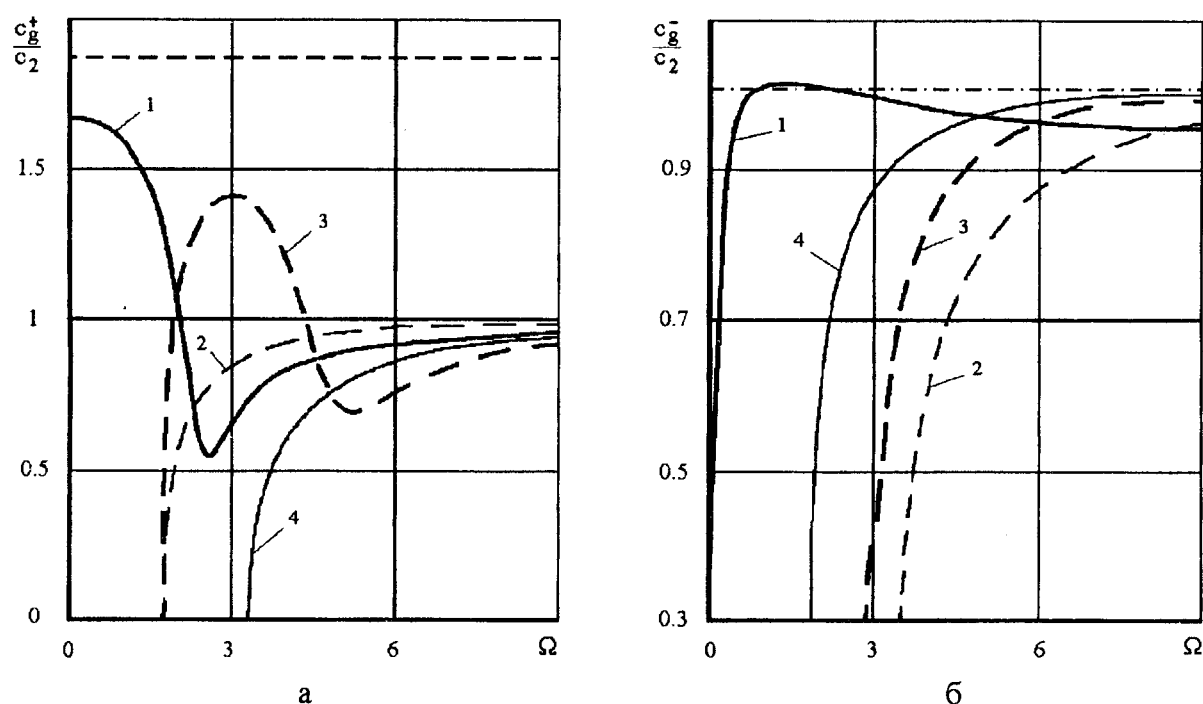


Рис. 3

РЕЗЮМЕ

Получены однородные решения трехмерных динамических задач теории упругости для изотропных пластин, торцы которых являются плоскими или покрытыми диафрагмой. Исследованы кинематические характеристики распространения мод.

SUMMARY

The homogeneous solutions for the three-dimensional dynamic problems of the theory of elasticity for the isotropic plates are obtained. The end faces of the plates are flat or are covered with the diaphragm. The kinematics performances for the distribution of modes are investigated.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Алтухов Е.В., Мысовский Ю.В., Панченко Ю.В. Трехмерные задачи установившихся колебаний изотропных пластин // Теорет. и прикл. механика. – 1996. – Вып. 26. – С.13-19.
2. Алтухов Е.В., Мысовский Ю.В., Панченко Ю.В. Смешанная пространственная задача об установившихся колебаниях пластин // Теорет. и прикл. механика. – 1996. – Вып. 27. – С.13-19.
3. Алтухов Е.В., Панченко Ю.В. Трехмерные задачи установившихся колебаний изотропных пластин // Современные проблемы концентрации напряжений: Тр. Междунар. научн. конф., Донецк, 21 – 25 июня 1998 г. Донецк, 1998. С.21-25.
4. Гринченко В.Т., Мелешко В.В. Гармонические колебания и волны в упругих телах. – Киев: Наук. думка, 1981. – 248 с.

Надійшла до редакції 14.03.2000 р.

УДК 532.595

О ДВИЖЕНИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА, ИМЕЮЩЕГО ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ ПОЛОСТЬ, ЧАСТИЧНО ЗАПОЛНЕННУЮ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТЬЮ

Ю.Н.Кононов

Рассмотрим твердое тело, имеющее цилиндрическую полость произвольного поперечного сечения σ_0 , частично заполненную до глубин h_1 и h_2 двумя идеальными не смешивающимися жидкостями плотности соответственно ρ_1 и ρ_2 ($\rho_2 \geq \rho_1$).

1. Колебания стратифицированной жидкости в цилиндрическом сосуде, совершающем заданное движение в пространстве.

Движение жидкости будем рассматривать в системе координат $oxuz$, жестко связанной с твердым телом и расположенной так, что плоскость oxy совпадает с плоскостью раздела жидкостей в невозмущенном положении, а ось oz направлена вдоль образующей цилиндрической полости. Введем в рассмотрение также абсолютную систему координат $OXYZ$, совпадающую в положении равновесия с системой $oxuz$. Движение твердого тела можно описать скоростью $\vec{V}_0(t)$ точки O и угловой скоростью $\vec{\omega}(t)$.

Обозначим через $\Phi_i^*(x, y, z, t)$ потенциал абсолютного движения жидкости в полости τ_i ($i = 1, 2$), через $\xi_1(x, y, t)$ свободную поверхность, а через $\xi_2(x, y, t)$ поверхность раздела жидкостей (внутреннюю поверхность).

В рамках линейной теории задача о колебании двухслойной идеальной жидкости может быть сформулирована следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta \Phi_i &= 0 \quad \text{в } \tau_i \quad (i = 1, 2); \\ \frac{\partial \Phi_i}{\partial n} \Big|_{S_{\text{бок}}} &= 0, \quad \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \Big|_{z=-h_2} = 0; \\ \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} &= \frac{\partial \xi_1}{\partial t}, \\ \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} + (a_{33}g + \ddot{Z}_0)\xi_1 &= -(\ddot{X}_0 + a_{31}g)x - (\ddot{Y}_0 + a_{32}g)y - \vec{\omega} \cdot \vec{\Psi}_1, \quad z = h_1; \\ \frac{\partial \xi_2}{\partial t} &= \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial z}, \quad z = 0; \\ \rho_1 \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial t} + \vec{\omega} \cdot \vec{\Psi}_1 \right) - \rho_2 \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial t} + \vec{\omega} \cdot \vec{\Psi}_2 \right) &= \\ = (\rho_2 - \rho_1) \left[(a_{33}g + \ddot{Z}_0)\xi_2 + (a_{31}g + \ddot{X}_0)x + (a_{32}g + \ddot{Y}_0)y \right], \quad z = 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь

$$\begin{aligned} \Phi_i^* &= \vec{V}_0 \cdot \vec{r}_i + \vec{\omega} \cdot \vec{\Psi}_i + \Phi_i, \quad \vec{V}_0 = (\dot{X}_0, \dot{Y}_0, \dot{Z}_0), \\ Z &= Z_0 + a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z, \end{aligned}$$

$\vec{\Psi}_i$ – потенциал Стокса-Жуковского для τ_i -ой полости [1].

Представим функции $\Phi_i(x, y, z, t)$ и $\xi_i(x, y, t)$ в виде обобщенных рядов Фурье по собственным функциям $\psi_n(x, y)$ [2]

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= \sum_n \psi_n(x, y) [A_{1n}(t)e^{k_n z} + B_n(t)e^{-k_n z}]; \\ \Phi_2 &= \sum_n \psi_n(x, y) A_{2n}(t) ch k_n(z + h_2); \\ \xi_i &= \sum_n \psi_n(x, y) \xi_{in}(t).\end{aligned}\quad (2)$$

Подставляя соотношения (2) в формулы (1), получаем систему уравнений для определения функций A_{in}, ξ_{in}, B_n :

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_{1n} &= k_n (A_{1n} e^{\chi_{1n}} - B_n e^{-\chi_{1n}}); \\ \dot{\xi}_{2n} &= k_n A_{2n} sh \chi_{2n}; \\ \dot{A}_{1n}(t) e^{\chi_{1n}} + \dot{B}_n(t) e^{-\chi_{1n}} + (a_{33}g + \ddot{Z}_0) \xi_{1n} &= -\alpha_n (a_{31}g + \ddot{X}_0) - \beta_n (a_{32}g + \ddot{Y}_0) - \dot{\vec{\omega}} \cdot \vec{\gamma}_{1n}(h_1); \\ A_{1n} - B_n &= A_{2n} sh \chi_{2n}; \\ \rho_1 (\dot{A}_{1n} + \dot{B}_{1n} + \dot{\vec{\omega}} \cdot \vec{\gamma}_{1n}(0)) - (\rho_2 - \rho_1) [(a_{33}g + \ddot{Z}_0) \xi_{2n} + \alpha_n (a_{31}g + \ddot{X}_0) + \\ &+ \beta_n (a_{32}g + \ddot{Y}_0)] = \rho_2 (\dot{A}_{2n} ch \chi_{2n} + \dot{\vec{\omega}} \cdot \vec{\gamma}_{2n}(0)),\end{aligned}\quad (3)$$

где $\chi_{in} = k_n h_i$, $\alpha_n = C_n / N_n^2$, $\beta_n = D_n / N_n^2$, $N_n^2 = \int_{\sigma_0} \psi_n^2 ds$;

$$C_n = \int_{\sigma_0} x \psi_n ds, \quad D_n = \int_{\sigma_0} y \psi_n ds, \quad \vec{\gamma}_{in} = \int_{\sigma_0} \Psi_i \Psi_n ds.$$

Разрешив систему уравнений (3) относительно ξ_{1n} и ξ_{2n} имеем:

$$\begin{aligned}\xi_{1n} + (a_{33}g + \ddot{Z}_0) k_n th \chi_{1n} \xi_{1n} - \frac{\dot{\xi}_{2n}}{ch \chi_{1n}} = \\ = -k_n th \chi_{1n} [\alpha_n (a_{31}g + \ddot{X}_0) + \beta_n (a_{32}g + \ddot{Y}_0) + \dot{\vec{\omega}} \cdot \vec{\gamma}_{1n}(h_1)];\end{aligned}\quad (4)$$

$$\begin{aligned}\rho_1 \frac{\dot{\xi}_{1n}}{sh \chi_{1n}} - (\rho_1 cth \chi_{1n} + \rho_2 cth \chi_{2n}) \xi_{2n} + k_n (\rho_1 - \rho_2) [\xi_{2n} (a_{33}g + \ddot{Z}_0) + \\ + \alpha_n (a_{31}g + \ddot{X}_0) + \beta_n (a_{32}g + \ddot{Y}_0) + k_n \dot{\vec{\omega}} \cdot [\rho_1 \vec{\gamma}_{1n}(0) - \rho_2 \vec{\gamma}_{2n}(0)]] = 0, \quad n = 1, 2, \dots\end{aligned}\quad (5)$$

Таким образом, если задан закон движения твердого тела, то коэффициенты разложения формы свободной поверхности ξ_{1n} и внутренней поверхности ξ_{2n} находятся из решения счетной системы дифференциальных уравнений (4) – (5).

В случае полного заполнения следует положить $\xi_{1n} \equiv 0$ и рассматривать только уравнение (5). При $\vec{\omega} \equiv 0$ уравнения (4) – (5) совпадают с уравнениями работы [2].

В качестве примера рассмотрим колебания физического маятника со стратифицированной жидкостью.

2. Колебания физического маятника, содержащего стратифицированную жидкость.

Обозначим через $\theta(t)$ угол отклонения физического маятника от положения равновесия, а через l_0 - расстояние от оси вращения до начала подвижной системы координат точки О. Систему координат $oxyz$ расположим так, чтобы ось oz проходила через центр тяжести поперечного сечения σ_0 и через ось вращения твердого тела. Предположим также, что центр тяжести твердого тела находится на оси oz .

В случае малых плоских колебаний физического маятника имеем:

$$a_{31} = 0, \quad a_{32} = \theta, \quad a_{33} = 1, \quad \ddot{X}_0 = \ddot{Z}_0 = 0, \quad \omega_1 = \dot{\theta}, \quad \omega_2 = 0, \quad \omega_3 = 0, \quad \ddot{Y}_0 = l_0 \ddot{\theta}.$$

Вычислим потенциалы Стокса-Жуковского ψ_{11} и ψ_{21} . Для этого представим их в виде [3]

$$\psi_{i1} = F_{i1} - yz.$$

Функции F_{i1} находятся из уравнений:

$$\Delta F_{i1} = 0, \quad \left. \frac{\partial F_{i1}}{\partial \nu} \right|_{S_{\text{бок}}} = 0, \quad \left. \frac{\partial F_{i1}}{\partial z} \right|_{\substack{z=0 \\ z=h_1 \quad (i=1) \\ z=-h_2 \quad (i=2)}} = 2y. \quad (6)$$

Легко показать, что функции F_{11} и F_{21} можно записать следующим образом:

$$F_{11} = 2 \sum_n \beta_n \frac{ch k_n z - ch k_n (z - h_1)}{sh \chi_{1n}} \psi_n; \quad (7)$$

$$F_{21} = -2 \sum_n \beta_n \frac{ch k_n z - ch k_n (z + h_2)}{sh \chi_{2n}} \psi_n.$$

С учетом соотношений (7) проведем дальнейшие вычисления:

$$\gamma_{in} = \int_{\sigma_0} (F_{i1} - yz) \psi_n ds; \quad \gamma_{1n}(h_1) = -\beta_n (f_{1n} - h_1)$$

$$\gamma_{1n}(0) = -\beta_n f_{1n}, \quad \gamma_{2n}(0) = \beta_n f_{2n}, \quad f_{in} = \frac{2th(\chi_{in}/2)}{k_n}.$$

Таким образом, система уравнений (4)-(5) в случае физического маятника будет иметь вид:

$$\ddot{\xi}_{1n} + \omega_{1n}^2 \xi_{1n} - \frac{\xi_{2n}}{ch \chi_{1n}} = -\frac{\omega_{1n}^2 \beta_n}{g} [(\Omega_{1n} - h_1)\ddot{\theta} + g\theta]; \quad (8)$$

$$\ddot{\xi}_{2n} + \omega_{2n}^2 \xi_{2n} - \frac{\rho_1}{a_n} \frac{\xi_{1n}}{sh \chi_{1n}} = -\beta_n \left(\frac{b_n}{a_n} k_n \ddot{\theta} + \omega_{2n}^2 \theta \right),$$

где

$$\omega_{1n}^2 = gk_n th \chi_{1n}, \quad \omega_{2n}^2 = \frac{\Delta \rho}{a_n} gk_n, \quad \Omega_{1n} = f_{1n} - l_0, \quad \Omega_{2n} = f_{2n} + l_0, \quad \Delta \rho = \rho_2 - \rho_1,$$

$$a_n = \rho_1 ch \chi_{1n} + \rho_2 ch \chi_{2n}, \quad b_n = \rho_1 \Omega_{1n} + \rho_2 \Omega_{2n}.$$

Для вывода уравнений малых колебаний физического маятника воспользуемся теоремой об изменении момента количества движения системы твердое тело + стратифицированная жидкость [3].

$$\frac{d\vec{G}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{G} = \vec{M}. \quad (9)$$

Здесь

$$\vec{G} = (J_0 + J_1 + J_2) \vec{\omega} + \sum_{i=1}^2 \rho_i \int_{\tau_i} \vec{r}_i \times \vec{U}_i d\tau;$$

J_0 – осевой момент инерции твердого тела; J_i – осевой момент инерции затвердевшей жидкости в полости τ_i ($i = 1, 2$); $\vec{U}_i = \nabla \Phi_i^* - \vec{\omega} \times \vec{r}_i - \vec{V}_0$ – относительная скорость жидкости в полости τ_i ; $\vec{M}$ – главный момент сил тяжести.

В проекции на ось вращения уравнение (9) примет вид:

$$J\ddot{\theta} + k^2\theta = -\rho_1 \sum_n D_n [(\Omega_{1n} - h_1)\ddot{\xi}_{1n} + g\xi_{1n}] - \sum_n D_n (b_n \ddot{\xi}_{2n} + g\Delta\rho \xi_{2n}), \quad (10)$$

где $J = J_0 + m_1 \left(\frac{h_1^2}{3} - l_0 h_1 + l_0^2 \right) + m_2 \left(\frac{h_2^2}{3} + l_0 h_2 + l_0^2 \right) + \rho_1 \sum_n C_n \beta_n (4 f_{1n} - 3 h_1) +$
 $+ \rho_2 \sum_n C_n \beta_n (4 f_{2n} - 3 h_2); m = m_0 + m_1 + m_2; m_i = \rho_i h_i S; k^2 = mg(l_0 - Z_c);$

Z_c – аппликата центра тяжести системы.

Таким образом, счетная система дифференциальных уравнений (8), (10). описывает малые плоские колебания физического маятника, частично заполненного двумя идеальными несмешивающимися жидкостями.

В случае полного заполнения ($\zeta_{1n} \equiv 0$) система уравнений (8), (10) принимает вид:

$$\ddot{\xi}_{2n} + \omega_{2n}^2 \xi_{2n} = -\beta_n \left(\frac{b_n k_n}{a_n} \ddot{\theta} + \omega_{2n}^2 \theta \right); \quad J\ddot{\theta} + k^2\theta = \sum_n D_n (b_n \ddot{\xi}_{2n} + g\Delta\rho \xi_{2n}). \quad (11)$$

Пренебрегая силами поверхностного натяжения в уравнениях работы [4], получаем уравнения (11). Уравнения (11) по форме совпадают с уравнениями работы [3], а при $\rho_1 = 0$ полностью с ними совпадают.

Запишем характеристическое уравнение для системы уравнений (8) и (10)

$$k^2 - J\sigma^2 = \sum_n \frac{D_n^2}{N_n^2 \Delta_n} \left[\rho_1 \frac{\omega_{1n}^2}{g} \tilde{\Omega}_{1n}^2 (\omega_{2n}^2 - \sigma^2) + \frac{k_n}{a_n} \tilde{\omega}_{2n} (\omega_{1n}^2 - \sigma^2) - \right. \\ \left. - \rho_1 \frac{2k_n}{a_n \operatorname{ch} \chi_{1n}} \tilde{\omega}_{2n} \tilde{\Omega}_{1n} \sigma^2 \right]. \quad (12)$$

Здесь

$$\Delta_n = (\omega_{1n}^2 - \sigma^2)(\omega_{2n}^2 - \sigma^2) - \frac{2\rho_1 \omega_{1n}^2}{a_n \operatorname{sh} \chi_{1n}} \sigma^4, \quad \tilde{\Omega}_{1n} = (\Omega_{1n} - h_1)\sigma^2 - g, \quad \tilde{\omega}_{2n} = b_n \sigma^2 - g\Delta\rho.$$

Характеристическое уравнение для системы уравнений (11) имеет вид:

$$k^2 - J\sigma^2 = \frac{1}{g\Delta\rho} \sum_n \frac{D_n^2}{N_n^2} \frac{\omega_{2n}^2 \tilde{\omega}_{2n}}{\omega_{2n}^2 - \sigma^2}. \quad (13)$$

Уравнение (13) совпадает по форме с уравнением работы [3] для однородной жидкости при наличии свободной поверхности.

Исследование характеристических уравнений (12) и (13) удобно проводить графически [3]. Искомые частоты – это точки пересечения прямой $F_1(\sigma^2) = k^2 - J\sigma^2$ с кривой $F_2(\sigma^2)$ (правая часть уравнений (12) или (13)). Кривые $F_2(\sigma^2)$ имеют счетное множество полюсов. В случае частичного заполнения – это собственные частоты колебаний стратифицированной жидкости, частично заполняющей неподвижный сосуд [2], а в случае полного заполнения – это собственные частоты колебаний стратифицированной жидкости, полностью заполняющей неподвижный сосуд ($\sigma^2 = \omega_{2n}^2$).

Графическое решение уравнения (12) показывает, что стратификация даже в случае полного заполнения уменьшает запас устойчивости, т.к. сдвигает корни влево. Необходимое условие устойчивости определяется соотношением $k^2 > F_2(0)$ или

$$k^2 > \Delta \rho g J_s, \quad (14)$$

где $J_s = \sum_n \frac{D_n^2}{N_n^2}$ – момент инерции поперечного сечения полости.

Графическое решение уравнения (11) показывает, что стратификация в случае частичного заполнения также уменьшает запас устойчивости, и необходимое условие устойчивости определяется соотношением $k^2 > F_2(0)$ или

$$k^2 > \rho_2 g J_s, \quad (15)$$

Из условия (14) следует, что в случае полного заполнения устойчивость (при прочих заданных характеристиках) определяется разностью плотностей жидкостей и величиной зеркала внутренней поверхности, а из условия (15) – устойчивость определяется плотностью нижней жидкости и зеркалом свободной поверхности (для цилиндрической поверхности зеркало свободной и внутренней поверхностях одинаковы). При $\rho_1 = 0$ условие (14) совпадает с условием [3] хорошо известным специалистам по теории корабля, перевозящего жидкие грузы.

Таким образом, известное условие для однородной жидкости обобщено на случай двух идеальных несмешивающихся жидкостей.

Для прямого кругового цилиндра были проведены численные исследования первой собственной частоты уравнения (14) в зависимости от величины стратификации $\rho_{21} = \rho_2 / \rho_1$ и глубин заполнения h_1, h_2 . Проведенные численные исследования показали, что с увеличением величины ρ_{21} первая собственная частота возрастает и быстро стремится к своему предельному значению.

РЕЗЮМЕ

Виведені рівняння руху твердого тіла, що має циліндричну порожнину, частково заповнену ідеальною стратифікованою рідиною. Розглянуто коливання фізичного маятника зі стратифікованою рідиною, одержано частотне рівняння власних коливань та досліджена стійкість положення рівноваги фізичного маятника зі стратифікованою рідиною.

SUMMARY

Equations of motion of the rigid body, having a cylindrical cavity, partially by a filled ideal stratified liquid are obtained. Vibrations of compound pendulum with perfect stratified liquid are considered. A frequency equation of own vibrations for compound pendulum is received.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Моисеев Н.Н., Петров А.А. Численные методы расчета собственных частот колебаний ограниченного объема жидкости. – М., 1966.
2. Кононов Ю.Н. О поступательном движении твердого тела с полостью, частично заполненной стратифицированной жидкостью // Вісн. Донец. ун-ту. Сер.А. – 1997. – №1. – С.66-70.
3. Моисеев Н.Н., Румянцев В.В. Динамика тела с полостями, содержащими жидкость. – М., – 1965.
4. Моисеев Г.А. Движение твердого тела, имеющего полость, целиком заполненную двумя несмешивающимися жидкостями // Математическая физика. – Вып. 13. – 1973. – С.66-72.

Надійшла до редакції 06.03.2000 р.

УДК 539.3

ДЕФОРМАЦИЯ КОНТУРА КРУГОВОГО ОТВЕРСТИЯ В ОРТОТРОПНЫХ ОБОЛОЧКАХ ПРИ РАСТЯГИВАЮЩЕЙ НАГРУЗКЕ

Е.Н.Довбня

В настоящей работе приведены результаты численных расчетов влияния упругих и геометрических параметров на деформацию контура кругового отверстия в ортотропных оболочках произвольной положительной кривизны. Используемая при этом система уравнений отличается от применявшейся в работах [1,2]: первые четыре уравнения интегральные, пятое – дифференциальное.

Рассмотрим ортотропную оболочку положительной гауссовой кривизны и постоянной толщины h , ослабленную круговым отверстием. Выберем систему ортогональных координат x, y с осями вдоль направлений упругой и геометрической симметрии оболочки. Уравнение контура отверстия имеет вид

$$x = r_0 \cos\left(\frac{s}{r_0}\right), \quad y = r_0 \sin\left(\frac{s}{r_0}\right); \quad s \in [-l, l] \quad (1)$$

где l – полудлина контура L ; r_0 – радиус отверстия. В полярных координатах

$$x = r_0 \cos(\vartheta), \quad y = r_0 \sin(\vartheta), \quad \vartheta \in [0, 2\pi). \quad (2)$$

Напряженное состояние рассматриваемой оболочки представим в виде суммы напряженного состояния в оболочке без отверстия при заданной внешней нагрузке, которое считаем известным (в дальнейшем оно будет обозначаться величинами со звездочкой), и возмущенного напряженного состояния, вызванного наличием отверстия.

Преобразуем граничные условия для возмущенного поля, задав на контуре L компоненты главного вектора $\vec{P}$ главного момента $\vec{M}^{(s)}$ усилий, действующих вдоль части L_s контура L с концом в текущей точке s относительно этой точки

$$P_x = -P_x^*; \quad P_y = -P_y^*; \quad M_x^{(s)} = -M_x^{(s)*}; \quad M_y^{(s)} = -M_y^{(s)*} \quad \text{на } L. \quad (3)$$

Для рассматриваемой задачи система граничных интегральных уравнений имеет вид

$$\int_L \sum_{j=1}^5 K_{ij}((x(t) - x(s))/\chi, \quad y(t) - y(s)) \psi_j(s) ds = \pi^2 F_i^*(t) \quad (4)$$

$$(t \in (-l, l), i = \overline{1, 4})$$

где $\psi_1 = \frac{Eh(1-\mu)}{a} \left(\frac{\partial[u]}{\partial s} \Big|_L - n_2 \frac{\lambda}{R_2} [w] \Big|_L \right); \quad \psi_2 = \frac{Eh(1-\mu)}{a} \left(\frac{\partial[v]}{\partial s} \Big|_L + n_1 \frac{[w]}{R_2} \Big|_L \right);$

$$\psi_3 = \frac{Eh(1-\mu)}{a} \frac{1}{c^2 R_2} \frac{\partial[\theta_1]}{\partial s} \Big|_L; \quad \psi_4 = \frac{Eh(1-\mu)}{a} \frac{1}{c^2 R_2} \frac{\partial[\theta_2]}{\partial s} \Big|_L;$$

$$\psi_5 = \frac{Eh(1-\mu)}{a} \frac{1}{cR_2} \left(n_1 [\theta_1]_L + \lambda n_2 [\theta_2]_L \right);$$

$$F_1(s) = -P_x(s) + c_1, \quad F_2(s) = -P_y(s) + c_2,$$

$$F_3(s) = c^2 R_2 \left(M_y^{(s)}(s) - \frac{1}{R_2} \left(c_1 (\lambda x^2 - y^2) / 2 + 2c_2 xy - c_5 y \right) + c_6 x + c_3 \right),$$

$$F_4(s) = c^2 R_2 \left(M_x^{(s)}(s) - \frac{1}{R_2} \left(c_2 (\lambda x^2 - y^2) / 2 - 2c_1 \lambda xy - \lambda c_5 x \right) - c_6 y + c_4 \right),$$

$$F_5(s) = c \left(M_z^{(s)}(s) - y c_1 + x c_2 + c_5 \right);$$

$\chi^2 = \sqrt{E_1 / E_2}$; $E = \sqrt{E_1 E_2}$; $v = \sqrt{v_1 v_2}$; $\mu = 1 - 2(1+v)G_{12} / E$; $a = \frac{(2-\mu+\mu v)}{2}$; E_1, E_2 – модули Юнга; v_1, v_2 – коэффициенты Пуассона; G_{12} – модуль сдвига для плоскостей, параллельных срединной поверхности оболочки; $c^2 = \sqrt{12(1-v^2)} / R_2 h$; $\lambda = R_2 / R_1$; R_1, R_2 – радиусы главных кривизн оболочки; $[f]_L = f^+ - f^-$ – скачок функции f при переходе через контур L со стороны внешней нормали; u, v, w – компоненты вектора перемещений; n_1, n_2 – направляющие косинусы вектора внешней нормали к L ; θ_1, θ_2 – углы поворота; c_i ($i = \overline{1, 6}$) – постоянные интегрирования.

Ядра системы (4) регулярны или имеют логарифмическую особенность [1]. Система (4) содержит четыре уравнения и пять неизвестных функций. В работах [1, 2] в качестве пятого уравнения использовалось уравнение, соответствующее третьей составляющей главного момента (в этом случае матрица ядер получается симметричной). В данной работе для улучшения сходимости при численной реализации задачи в качестве пятого уравнения использовалось соотношение

$$\frac{d^2 \psi_5}{d\vartheta^2} = cr_0 \left(\left(n_1 \frac{d\psi_3}{d\vartheta} + \lambda n_2 \frac{d\psi_4}{d\vartheta} \right) + 2(-n_2 \psi_3 + \lambda n_1 \psi_4) \right) - \psi_5. \quad (5)$$

Система граничных интегральных уравнений (4) содержит в правой части шесть неизвестных постоянных c_i , дополнительные соотношения для определения которых следуют из условий однозначности перемещений и углов поворота при обходе контура

$$\int_L \psi_3 ds = 0; \int_L \psi_4 ds = 0; \int_L (\psi_5 - c(x\psi_4 - \lambda y\psi_3)) ds = 0;$$

$$\int_L (x\psi_3 + y\psi_4) ds = 0; \quad (6)$$

$$\int_L \left(\psi_1 - \frac{c^2}{2} \left((y^2 - \lambda x^2) \psi_3 - 2\lambda xy \psi_4 + 2 \frac{y}{c} \psi_5 \right) \right) ds = 0;$$

$$\int_L \left(\psi_2 + \frac{c^2}{2} \left((y^2 - \lambda x^2) \psi_4 + 2xy \psi_3 + 2 \frac{x}{c} \psi_5 \right) \right) ds = 0.$$

Система (4) решена численно с использованием специальных квадратурных формул [3].

Рассмотрим оболочку, находящуюся под действием равномерной растягивающей нагрузки вдоль оси ОХ. Предположим, что контур отверстия загружен перерезывающими усилиями, в результате действия которых $P_z = 0$ на L .

На рисунке 1 изображен график изменения величины $\varepsilon_\tau^0 = E\varepsilon_\tau / p$, где ε_τ – деформация в касательном направлении, вдоль контура отверстия для изотропной оболочки с отношением радиусов главных кривизн $R_2/R_1 = 0.1$. Кривые 1-3 соответствуют

значениям параметра $\beta = \frac{\sqrt[4]{12(1-\nu^2)}}{\sqrt{Rh}} r_0 = 0.1; 1.0; 2.0$, где $R = \min(R_1, R_2)$.

Аналогичный график для оболочек с отношением радиусов главных кривизн $R_1/R_2 = 0.1; 1.0; 2.0; 3.0$ (кривые 1-4 соответственно) при $\beta = 1.0$ приведен на рисунке 2.

На рис. 3-5 показано изменение ε_τ^0 в характерной точке $x = 0, y = \pm R$, в зависимости от размеров отверстия для изотропной оболочки (рис. 3) и для ортотропных оболочек, изготовленных из однонаправленного волокнистого намоточного стеклопластика с упругими постоянными: $E_1 = 5,7 \cdot 10^4$ МПа, $E_2 = 1,4 \cdot 10^4$ МПа, $G_{12} = 0,575 \cdot 10^4$ МПа, $\nu_1 = 0,277$ (рис. 4) $E_1 = 1,4 \cdot 10^4$ МПа, $E_2 = 5,7 \cdot 10^4$ МПа, $G_{12} = 0,575 \cdot 10^4$ МПа, $\nu_2 = 0,277$ (рис. 5). Кривые 1-4 соответствуют тем же кривизнам оболочки, что и на рис. 2.

На основании проведенных исследований можно сделать вывод, что кривизна оболочки и ориентация главных направлений упругости материала существенно влияют на деформацию контура отверстия. Если направление упругости с меньшим модулем Юнга совпадает с направлением растягивающей нагрузки, то деформации в касательном направлении значительно выше, чем в случае, когда указанные направления ортогональны друг другу. Этот эффект проявляется тем сильнее, чем больше кривизна оболочки и радиус отверстия.

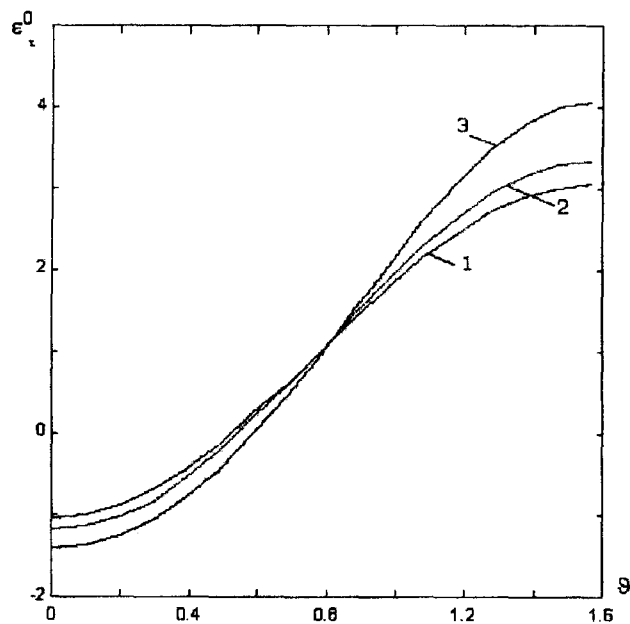


Рис. 1

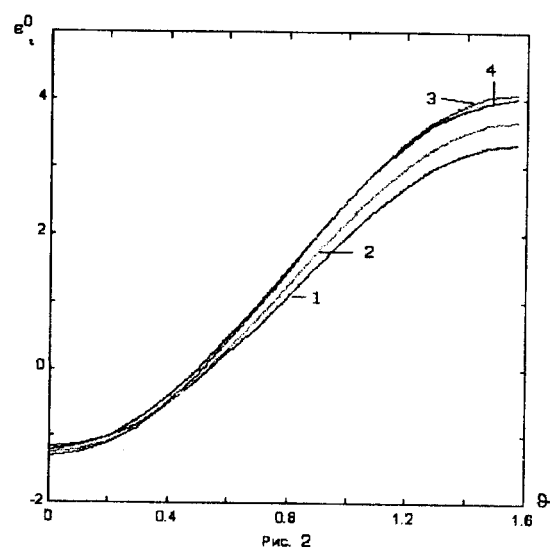


Рис. 2

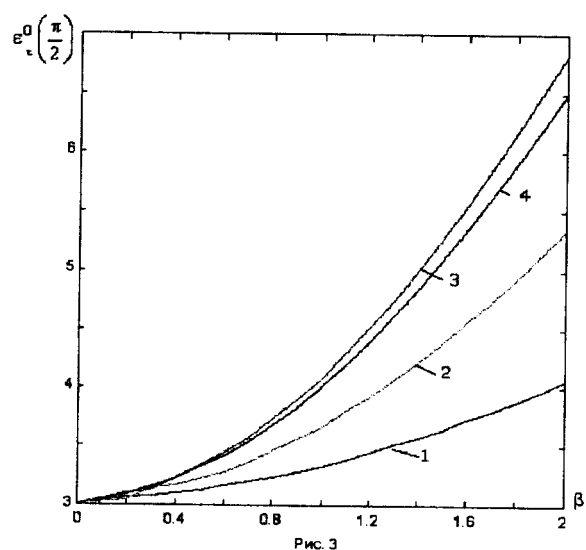


Рис. 3

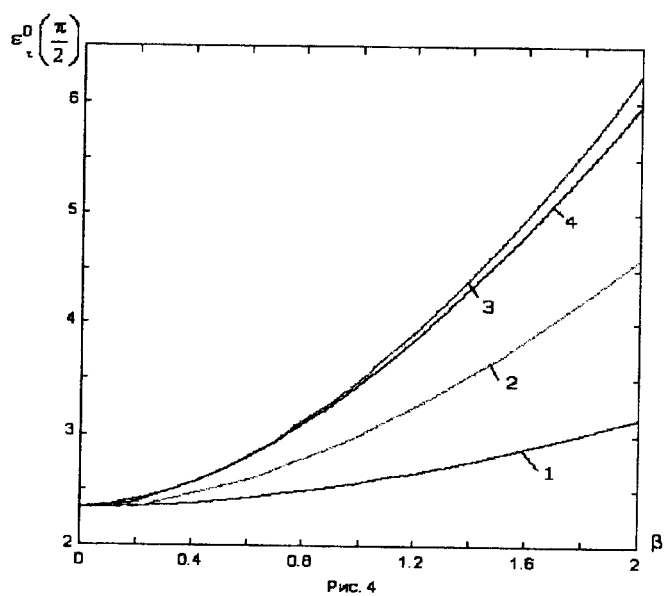


Рис. 4

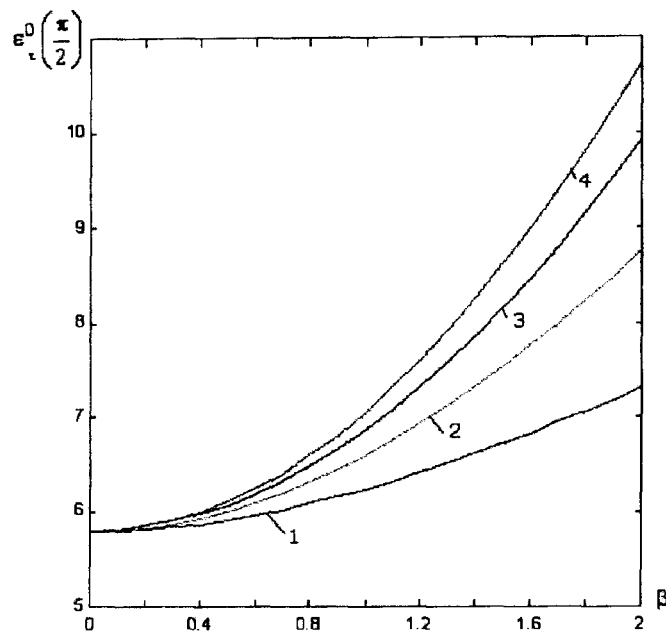


Рис. 5

РЕЗЮМЕ

У роботі використовується новий варіант системи граничних інтегральних рівнянь задачі дослідження напружено-деформованого стану ортотропної оболонки довільної кривини з круговим отвором. Приведені результати чисельних розрахунків впливу пружних і геометричних параметрів на деформацію контуру отвору в ізотропних і ортотропних оболонках різної гауссової кривини.

SUMMARY

In work the new variant of a system of boundary integral equations of the research problem of the stress-deformed state of an orthotropic shells of an arbitrary curvature with a circular cut is used. The results of numerical calculations of influence of elastic and geometric parameters on a strain of an outline of a cut in isotropic and orthotropic shells of various Gaussian curvature are reduced.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Довбня Е.Н. Система граничных интегральных уравнений для ортотропных оболочек положительной кривизны с разрезами и отверстиями // Теорет. и прикл. механика. – 1997. – Вып.26. – С.59-69.
2. Довбня Е.Н. Напряженно – деформированное состояние ортотропной оболочки с круговым отверстием // Теорет. и прикл. механика. – 1997. – № 27. – С.154-158.
3. Довбня Е.Н. Численное решение системы граничных интегральных уравнений с логарифмической особенностью в задачах теории оболочек с отверстиями // Динамические системы. – 1999. – 15. – С.122-127.

Надійшла до редакції 03.03.2000 р.

Ф І З И К А

УДК 537.632.4

РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ГИРОТРОПНОЙ ШЕРОХОВАТОЙ ПЛАСТИНКОЙ

В.Д.Пойманов

Введение.

В настоящее время изучение шероховатых поверхностей и их оптических свойств представляет большой интерес, так как на практике не удается получить идеально гладкие поверхности. Представляет интерес влияние на пропускательную и отражательную способности пластинки имеющихся на любой поверхности шероховатостей.

В данной работе предпринята попытка теоретически описать отражательные свойства шероховатой пластинки с учетом существования в ней магнитного упорядочения.

I. Отражательная способность гладкой гиротропной пластинки.

Рассмотрим нормальное падение линейно поляризованной ЭМВ единичной амплитуды на гиротропную пластинку толщины a , вектор гирации которой ориентирован перпендикулярно плоскости границы. Выберем направление нормали к границе в качестве оси z , а направление поляризации исходной волны – в качестве оси y . Тензор диэлектрической проницаемости имеет вид:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon & i\varepsilon' & 0 \\ -i\varepsilon' & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon \end{pmatrix} \quad (1)$$

(ввиду эрмитовости $\hat{\varepsilon}$ поглощение отсутствует). Так как вектор гирации имеет лишь z -компоненту, то рассеянные волны будут поляризованы в плоскости xy .

Из уравнений Максвелла в анизотропной среде:

$$(n^2 \delta_{ik} - n_i n_k - \varepsilon_{ik}) E_k = 0 \quad (2)$$

следует дисперсионное уравнение:

$$(n^2 - \varepsilon)^2 - \varepsilon'^2 = 0 \quad (3)$$

двум корням которого $n_{\pm}^2 = \varepsilon \pm \varepsilon'$ соответствует две волны круговой поляризации, для которых

$$E_{x\pm} = \pm i E_{y\pm} \quad (4)$$

и направление волнового вектора положительно. Такие волны будем обозначать индексом u . Кроме того, в пластинке имеются еще две волны, соответствующие (4), и отличающиеся направлением волнового вектора, которые будем обозначать индексом d . Введем обозначения: $E_{y\pm}^{(d,u)} = E_{(d,u)}^{\pm}$. С учетом (4) система граничных условий непрерывности компонент $\vec{E}$ и $\vec{H}$ при $z=0$ и $z=a$ имеет вид:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & i & i & -i & -i & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & n_+ & -n_+ & n_- & -n_- & 0 & 0 \\ 1 & 0 & in_+ & -in_+ & -in_- & in_- & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ie^{in_+d} & ie^{-in_+d} & -ie^{in_-d} & -ie^{-in_-d} & -1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{in_+d} & e^{-in_+d} & e^{in_-d} & e^{-in_-d} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & n_+e^{in_+d} & -n_+e^{-in_+d} & n_-e^{in_-d} & -n_-e^{-in_-d} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & in_+e^{in_+d} & -in_+e^{-in_+d} & -in_-e^{in_-d} & in_-e^{-in_-d} & -1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_x^r \\ E_y^r \\ E_u^+ \\ E_d^+ \\ E_u^- \\ E_d^- \\ E_x^t \\ E_y^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

где $E_{(x,y)}^r$ – компоненты поля отраженной волны, $E_{(x,y)}^t$ – прошедшей, $d = \frac{\omega}{c}a$ – безразмерная толщина. Решая эту систему, находим E_x, E_y и коэффициент отражения:

$$R(d) = |E_x^r|^2 + |E_y^r|^2 = \frac{1}{2} - \frac{(n_+^2 - 1) \sin^2 n_+ d}{4n_+^2 + (n_+^2 - 1)^2 \sin^2 n_+ d} - \frac{(n_-^2 - 1) \sin^2 n_- d}{4n_-^2 + (n_-^2 - 1)^2 \sin^2 n_- d} + \frac{(n_+^4 - 1)(n_-^4 - 1) \sin^2 n_+ d \sin^2 n_- d - 4(2n_+^2 - (n_+^2 - 1) \sin^2 n_+ d)(2n_-^2 - (n_-^2 - 1) \sin^2 n_- d)}{2(4n_+^2 + (n_+^2 - 1)^2 \sin^2 n_+ d)(4n_-^2 + (n_-^2 - 1)^2 \sin^2 n_- d)} \quad (6)$$

II Влияние шероховатостей.

Будем предполагать, что шероховатой является только одна сторона пластинки. Среднюю толщину обозначим как $\bar{a}$. Всю поверхность разобьем на малые участки, в пределах каждого из которых толщина постоянна. Обозначим δ дисперсию толщины, которая является важным параметром шероховатой поверхности.

Введем функцию распределения по толщине:

$$\rho(x) = \frac{1}{S_0} \frac{dS}{dx} \quad (7)$$

где S_0 – площадь элементов пластинки, ориентированных параллельно ее плоскости, dS – площадь ее элементов, соответствующих толщине dx . Очевидно

$$\int \rho(x) dx = 1 \quad (8)$$

Если структура неоднородна вдоль поверхности, то $\rho(x)$ определяется для каждого из ее участков:

$$\rho_{loc}(x) = \frac{1}{S_{loc}} \frac{dS}{dx}$$

Однако если пластинка не слишком искривлена, то можно пользоваться (7), что и предполагается в данной работе. Для не слишком искривленных поверхностей $\rho(x)$ заметно отлично от нуля лишь в области $(x - \delta, x + \delta)$. В силу (8) можно в качестве $\rho(x)$ выбрать распределение Гаусса:

$$\rho(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(x - \bar{a})^2}{\delta^2}\right) \quad (9)$$

Поток энергии в отраженной волне:

$$dW = \eta_0 R(x) dS \quad (10)$$

где $R(x)$ дается (6), η_0 – плотность потока в падающей волне. Отсюда

$$dR_s(x) = \frac{dW}{S_0 \eta_0} = \frac{1}{S_0} R(x) \frac{dS}{dx} dx = R(x) \rho(x) dx$$

Таким образом искомый коэффициент отражения

$$R_s = \int R(x) \rho(x) dx \quad (11)$$

III. Численный расчет.

Для компонент тензора диэлектрической проницаемости выберем модельные значения $\varepsilon = 2.5, \varepsilon' = 0.1$. Для коэффициента отражения получаем следующую зависимость (см. рис.1).

На рис.2 приведена зависимость коэффициента отражения для красного света ($\lambda=0.75$ мк) при средней толщине пластинки 6 мк (1) и 9 мк (2).

На рис.3 построено семейство кривых, соответствующих различным длинам волн падающего света видимой части спектра для средней толщины 5 мк (1- соответствует длине волны 0.25 мк, 2-0.35 мк, 3-0.45 мк, 4-0.55 мк, 5-0.65 мк, 6-0.75 мк).

Из рис.2 и 3 очевидно, что при $\delta \sim 0.1$ мк отражательная способность пластинки перестает зависеть от средней толщины и частоты падающего света.

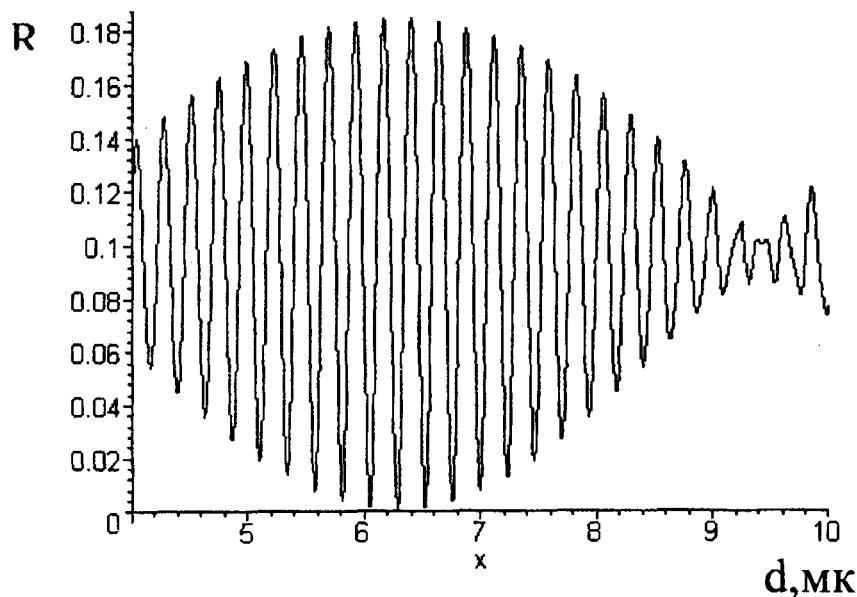


Рис. 1

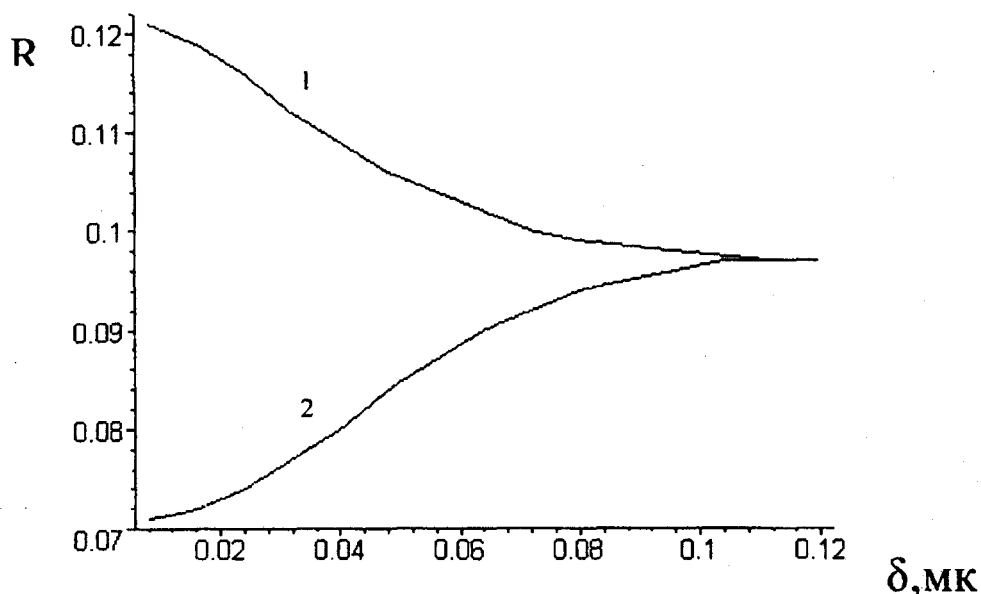


Рис. 2

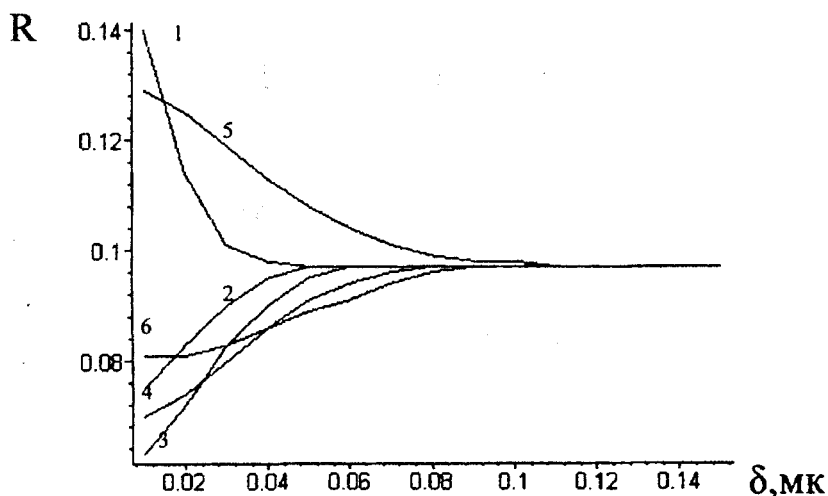


Рис. 3

Заклучение.

Отражательную способность шероховатой пластинки можно описать при помощи функции распределения, которая в данной работе моделируется гауссовой кривой. В результате усреднения по области толщины $(x-\delta, x+\delta)$ быстроосциллирующей функции $R(\omega, a)$ (период осцилляции $\ll \delta$) для всех частот видимой части спектра получается примерно одно и то же значение.

Как следует из приведенных зависимостей, существующие на любой поверхности шероховатости существенно влияют на отражательную способность пластинки: при $\delta \sim 0.1$ мк отражательные свойства для всех толщин и частот видимой части спектра практически одинакова: отражается примерно десятая часть падающей световой энергии.

РЕЗЮМЕ

У дійсній роботі вивчена відбивна спроможність плоскошорстної гіротропної пластинки, вектор гирації якої орієнтований уздовж нормалі до поверхні. Шляхом точного розв'язання системи граничних розумів отриманий коефіцієнт відбиття R від такої структури. На основі простих міркувань встановлено вид функції розподілу по товщині для однорідно шорсткуватої поверхні. Чисельно побудована залежність R від частоти падаючої електромагнітної хвилі і параметра шорсткості. Всі розрахунки виконані для поверхні з немодульованою структурою.

SUMMARY

In the present operation the reflection power plane-rough of a gyrotropic plate is investigated, the vector gyration with which is focused along a normal line to a surface. By the precise solution of system of boundary conditions the reflectivity R from such structure is received. On the basis of prime reasons the view of a distribution function on thickness for is homogeneous of a rough surface sets. The dependence R from frequency impinging electromagnetic waves and parameter of a roughness is numerically constructed. All calculations are executed for a surface with not modulated structure.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Ландау Л.Д. Лифшиц Е.М. «Электродинамика сплошных сред». – М.: «Наука», 1982. – 624 с.
2. Житарюк В.Г., Гуминецкий С.Г. Опт. и спектр. – 1996. – Т.80. – Вып. 6. – С.962.
3. Топорец А.С. «Оптика шероховатой поверхности». – Л.: «Машиностроение», 1988. – 192 с.

Надійшла до редакції 15.03.2000 р.

УДК 621.38

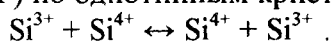
ШЕСТЬ СТАДИЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ α -SiO₂

А.Г.Милославский, А.Н.Сунцов

На основе результатов исследований электрических и оптических свойств кварца обнаружены шесть стадий объемно-зарядной поляризации кристалла.

α -SiO₂ является ключом к пониманию физики процессов, протекающих во многих кристаллических структурах. Кремнеземы и силикаты, например, образуют многочисленные соединения, главным структурным мотивом которых является, как и в кварце, кремниво-кислородный тетраэдр SiO₄ с атомами кислорода в вершинах и атомами кремния в центре [1, 2]. У α -SiO₂ тетраэдры соединены вершинами так, что каждый кислород принадлежит одновременно двум тетраэдрам, а последние, образуя спиральные цепи, завиваются вокруг тригональной оси С, создавая каналы, в которые могут проникать даже молекулы O₂ (на рис. 1 эти каналы помечены крестиками) [3].

В α -SiO_{2-x} может быть значительное количество вакансий кислорода V_O [2], а кислород растворяется в кристалле не только в вакансиях, но и в междоузлиях (в каналах) в виде O₂⁻ и O⁻ [1,2], причем концентрация кислорода [O₂⁻] >> [O⁻]. Об этом свидетельствуют и результаты исследований ионного переноса в кварце [4]. Наши исследования [5] показали, что электропроводность α -SiO₂ в направлении перпендикулярном оси С осуществляется в основном в виде прыжков поляронов малого радиуса (ПМП) по однотипным кристаллографическим узлам



Вкладом же ПМП в общую электропроводность кристалла вдоль оси С можно пренебречь, так как она осуществляется преимущественно за счет миграции ионов O₂⁻ по указанным каналам. Результаты наших измерений величины электропроводности монокристаллов α -SiO₂ хорошо согласуются по величине с результатами измерений электропроводности кварца, проведенными В. Рентгеном и А.Ф.Иоффе [6], и могут быть описаны следующими эмпирическими зависимостями:

$$\begin{aligned} \ln \sigma_1 &= 0.5 - 12333 \text{ T}^{-1}; & \ln \sigma_2 &= 2.9 - 11467 \text{ T}^{-1}; \\ \ln \sigma_3 &= 4.6 - 10866 \text{ T}^{-1}; & \ln \sigma_4 &= 5.15 - 10633 \text{ T}^{-1}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь σ_1, σ_2 и σ_3, σ_4 – проводимости кристалла перпендикулярно и параллельно оси С соответственно. Нечетные индексы проводимостей соответствуют измерениям на постоянном токе, а четные – на переменном токе. Эти зависимости можно использовать при изучении явлений поляризации кристалла.

В нашем случае поляризуемость диэлектрика состоит из трех частей: электронной, ионной и объемно-зарядной. Тогда диэлектрическую проницаемость кварца можно представить следующим образом [7]:

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_i + \varepsilon_s. \quad (2)$$

Электронная поляризуемость возникает в результате смещения электронных орбиталей атома относительно положительно заряженного ядра и наблюдается во всех твердых телах. Величина ε_e равна квадрату коэффициента преломления света в видимой области спектра [1,7]. Ионная поляризуемость кварца характеризует относительное смещение катионов Si⁴⁺ и анионов кислорода O²⁻, находящихся в узлах кристалли-

ческой решетки. Ей соответствует величина ϵ_i . Наличие вакансий кислорода также должно сказаться на величине ϵ_i , но в связи с тем, что концентрация вакансий (10^{26} м^{-3}) на несколько порядков меньше концентрации O^{2-} (10^{28} м^{-3}), то вкладом вакансий кислорода в величину ионной поляризуемости можно пренебречь.

Объемно-зарядная поляризация характерна для кристаллов, в которых имеются в наличии свободные заряды (в нашем случае междоузельный кислород O_2^- в вышеназванных каналах). Ей соответствует величина ϵ_s . В связи с тем, что ионы O_2^- в каналах не могут мигрировать перпендикулярно оси С и существенно подвижны вдоль этой оси, то следует ожидать значительную анизотропию поляризации $\alpha\text{-SiO}_2$. Обычно $\epsilon_s > \epsilon_i$ и ϵ_e [8]. Оценим величину ϵ_s с помощью зависимостей (1).

1. Оценка ϵ_s в направлении перпендикулярном оси С

Согласно литературным данным [7] $\epsilon_e + \epsilon_i = 4.9$ для $\alpha\text{-SiO}_2$ при комнатной температуре. Тогда для длины волны света 794.7 нм коэффициент преломления кварца $n = 1.538$, а $\epsilon_e = n^2 = 2.36$. Следовательно, $\epsilon_i = 2.54$.

Проводимость $\alpha\text{-SiO}_2$ перпендикулярно оси С определяется ПМР [5] и может быть представлена следующими зависимостями:

$$\sigma_1 = enU_1 \text{ и } \sigma_2 = enU_2, \quad (3)$$

где e и n – величина заряда и концентрация ПМР в $\alpha\text{-SiO}_2$, а U_1 и U_2 – подвижности поляронов в указанном направлении на постоянном и переменном токах соответственно.

Для оценки подвижности ПМР можно использовать формулу [9]:

$$U = \frac{ea^2}{kT} \cdot \frac{\omega_0}{2\pi} \exp\left[-\frac{E_a}{kT}\right]. \quad (4)$$

Здесь ω_0 – продольная частота поляризационных фононов, которую можно оценить из зависимости $\hbar\omega_0 = k\Theta$ (Θ – температура Дебая, 470К для $\alpha\text{-SiO}_2$); E_a – энергия активации полярона (0.6 эВ [5]); a – расстояние, которое преодолевает электрон (полярон) за один прыжок (расстояние между катионами кремния $a = 0.305 \div 0.308$ нм, $a_{\text{ср}} = 0.307$ нм [1,2]).

Величина подвижности U имеет смысл средней дрейфовой скорости носителей заряда при единичной напряженности электрического поля. Формулу (4) для нашего случая необходимо уточнить, так как ПМР совершают прыжки не вдоль направления электрического поля MN (рис. 1), а под некоторым углом α к нему. Для учета этого явления необходимо подвижность умножить на направляющий косинус.

Как видно из рис. 1, при миграции в направлении электрического поля электрон, совершая четыре прыжка, проходит расстояние $8,5097 \cdot 10^{-10}$ м. За один прыжок он в среднем перемещается вдоль электрического поля на $2,1274 \cdot 10^{-10}$ м, а расстояние Si – Si равно $a = 3,07 \cdot 10^{-10}$ м. Следовательно, $\cos\alpha = 0.693$ (отношение этих расстояний).

Заметим еще, что поляризация кристалла под действием внешнего электрического поля, очевидно, приводит к уменьшению подвижности ПМР в ϵ раз. Учитывая вышесказанное, перепишем зависимость (4) следующим образом:

$$U = \frac{\cos\alpha \cdot a^2}{kT\epsilon} \cdot \frac{\omega_0}{2\pi} \exp\left[-\frac{E_a}{kT}\right]. \quad (5)$$

Необходимо учесть изменение ϵ с температурой. В ионном кристалле электронная часть поляризации с ростом температуры уменьшается вследствие уменьшения плотности. По этой же причине происходит частичное уменьшение ионной поляризации, но в результате уменьшения коэффициента упругой связи наблюдается и ее увеличение. В случае малого и почти линейного роста ϵ с температурой, принято харак-

теризовать ее изменение с помощью температурного коэффициента. Температурный коэффициент $\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_i$ для α -SiO₂ в направлении перпендикулярном оси С оценивается равным $0.39 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ вплоть до 573°С для чистых искусственно выращенных и природных кристаллов [7].

Из формул (2), (3), (5) следует, что

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\varepsilon_e + \varepsilon_i + \varepsilon_s}{\varepsilon_e + \varepsilon_i}. \quad (6)$$

Отсюда имеем

$$\varepsilon_s = (\varepsilon_e + \varepsilon_i) \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1} - 1 \right). \quad (7)$$

Легко видеть, что с помощью результатов измерения электропроводности на переменном и постоянном токах (1) можно оценить вклад объемных зарядов в общую поляризацию кристалла. Для температур 350, 450, 556 и 800К величина ε_s оказалось равной 639; 359; 252 и 160 соответственно.

2. Оценка ε_s в направлении параллельном оси С

Для кварца при комнатной температуре в указанном направлении $\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_i = 4.5$, а температурный коэффициент $\gamma = 0.28 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ [7]. Электропроводность кристалла вдоль оси С состоит из двух составляющих: электронного переноса в виде поляронов малого радиуса, совершающих прыжки по катионам кремния, и потока ионов O₂⁻ по вышеназванным каналам.

Подвижность поляронов U_e можно оценить по формуле (5). Полярон совершает три прыжка (рис. 1), проходя расстояние вдоль оси С равное параметру кристаллической решетки ($5.405 \cdot 10^{-10}$ м). Ось С направлена перпендикулярно плоскости чертежа. Тогда за один прыжок полярон проходит расстояние $L = 1.802 \cdot 10^{-10}$ м. Величина a в формуле (5) равна $3.07 \cdot 10^{-10}$ м. Произведя деление L на a , находим величину направляющего косинуса (0.587). Тогда электронная составляющая проводимости на переменном токе вдоль оси С может быть представлена в виде $\sigma_e = enU_e$.

Величина σ_4 в формулах (1) – ионная составляющая проводимости на переменном токе вдоль оси С. Она была получена путем вычитания электронной составляющей σ_e , за которую ответственны ПМР, из экспериментального значения общей электропроводности.

Величина σ_3 в формулах (1) – ионная составляющая проводимости на постоянном токе вдоль оси С. Ее можно получить путем вычитания электронной составляющей $\sigma_e = enU_e$ из экспериментального значения общей электропроводности на переменном токе. Но точное значение U_e определить невозможно по формуле (5), так как неизвестна ε_s в формуле (2). Следует отметить, что σ_e намного меньше общей электропроводности. Этим фактом можно воспользоваться для оценки значения U_e без учета ε_s на первом этапе. Затем с помощью формулы (7) получить значение ε_s в первом приближении. Уточнение значений ε_s проводилось путем последовательных приближений. Суть этой методики заключается в следующем. Полученное в первом приближении значение ε_s использовалось для определения уточненного значения σ_e , которое затем применялось для определения ионной составляющей проводимости путем вычитаний σ_e из общей электропроводности. Затем с помощью формулы (7) вычислялось новое значение ε_s . Такое уточнение величины ε_s повторялось несколько раз. В нашем случае оказалось, что достаточным является второе приближение. Например, ε_s в первом и втором приближениях для 293К имеет значения 13.028 и 12.741 соответственно и отличались лишь на 2%. Можно считать, что $\varepsilon_s \approx 12.74$. Дальнейшие уточнения зна-

чений ϵ_s не целесообразны, так как они меньше погрешности, возникающей в результате измерений электропроводности. Очевидно, при исследовании других кристаллов, в случае, когда σ_e не так сильно отличается от общей электропроводности, эту процедуру уточнения ϵ_s необходимо повторить большее число раз. Для температур 350, 450, 556, 588 и 800K величина ϵ_s оказалось равной 10.7; 8.53; 7.37; 7.1 и 5.9 соответственно.

3. Обсуждение экспериментальных результатов

Анализ дефектной структуры α -SiO₂ и результатов исследований ϵ_s свидетельствует о существенном влиянии междоузельного кислорода, растворенного в каналах в виде O_2^- , на величину диэлектрической проницаемости кристалла $\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_i + \epsilon_s$. Достоверность этих выводов подтверждает проведенный нами предварительный анализ многочисленных экспериментальных результатов исследований кристаллической структуры, величины нестехиометрии, электропроводности, коэффициентов диффузии кислорода и оптических свойств кварцев.

Из полученных результатов следует, что при экспериментальном определении температурной зависимости ϵ можно ожидать резкого увеличения ее при повышенных температурах вследствие проникновения в чистый (безпримесный) кристалл ионов кислорода из окружающей газовой фазы особенно при измерении в направлении перпендикулярном оси С. Это явление и наблюдалось многими исследователями, но не было объяснено [7]. На рис. 2(а) показана анизотропия диэлектрических свойств кристалла α -SiO₂, построенная по литературным данным $\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_i$ [7], а на рис. 2(б) по результатам наших исследований ϵ_s . Из последнего рисунка видно, что наблюдается пять линейных участков, которые, очевидно, связаны с различными количественными и качественными состояниями объемных зарядов. В пределах каждого линейного участка изменение состояния количественное, а на границах участков – качественное. Об этом свидетельствуют резкие изменения энергии активации на графиках зависимости $\ln(\epsilon_s T)$ от обратной температуры (рис.3).

Количественные изменения состояния объемных зарядов связано с изменением их количества с ростом температуры. Поляризация кристалла под действием внешнего электрического поля приводит к некоторому упорядочению состояния объемных зарядов, а с ростом температуры происходит разупорядочение. Энергия активации этого процесса для каждой стадии поляризации составляют 72.7; 45.9; 41.5; 35.5; 26.6 и 1.0 мэВ соответственно. Граничные температуры для каждой стадии поляризации следующие: 323; 365; 420; 500 и 667 К соответственно. Переход к новому состоянию поляризации происходит при достижении энергии теплового движения, приходящейся на одну степень свободы, следующих значений: 27.8; 31.4; 36.2; 43.5 и 56.6 мэВ. Природа стадий поляризации объемных зарядов в α -SiO₂ составляет отдельный предмет исследований и будет обсуждена в следующей работе.

Рассмотрим предположительно какие взаимодействия возможны между зарядами O_2^- и дефектами кристаллической решетки кварца. Очевидно, что O_2^- представляет из себя довольно жесткую гантель, которая может перемещаться вдоль каналов и задерживаться вблизи вакансий V_O^+ и даже вращаться, отклоняясь в область вакансии. Это предположение следует из кристаллографических соображений. Такие задержки могут приводить к накоплению гантелей вблизи вакансий и их зарядке по индукции. Длина таких «цепочек» должна, очевидно, падать с ростом температуры. Следует отметить, что концентрация V_O^+ намного превышает концентрацию O_2^- . При сближении гантели

могут взаимодействовать между собой и независимо от вакансий. Все эти взаимодействия, вероятно, влияют на состояние поляризации.

Таким образом анализ результатов исследований электронного и ионного переноса в $\alpha\text{-SiO}_{2-x}$ позволил выявить шесть стадий поляризации объемных зарядов O_2^- . Падение величины диэлектрической проницаемости ϵ_s при повышении температуры связано с количественными и качественными изменениями состояния объемных зарядов в кварце. Каждому состоянию соответствует определенная энергия активации. Предложена оригинальная методика уточнения величины ϵ_s путем последовательных приближений.

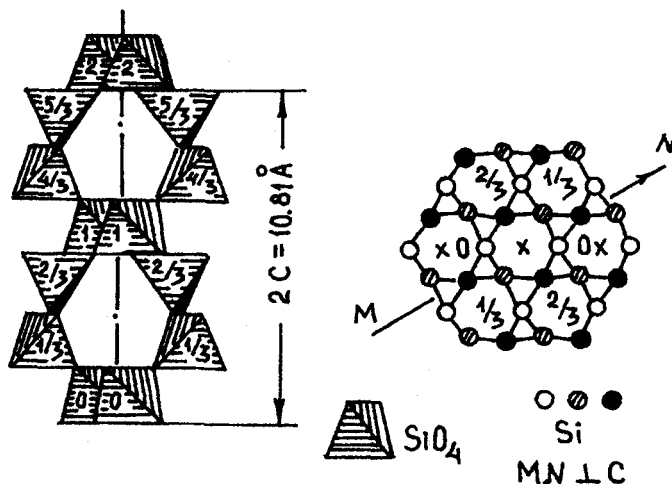


Рис. 1. Структура α -кварца (атомы Si находятся в элементарной ячейке на трех уровнях: 0, $1/3C$ и $2/3C$ вследствие действия винтовых осей третьего порядка)

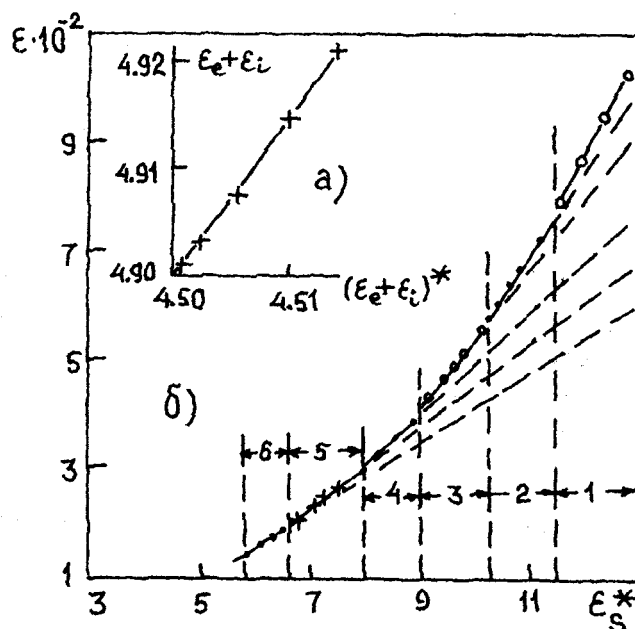


Рис. 2. Анизотропия диэлектрических свойств $\alpha\text{-SiO}_2$. По оси абсцисс отложены значения диэлектрических проницаемостей в направлении, параллельном оси C , а по оси ординат в направлении перпендикулярном оси C

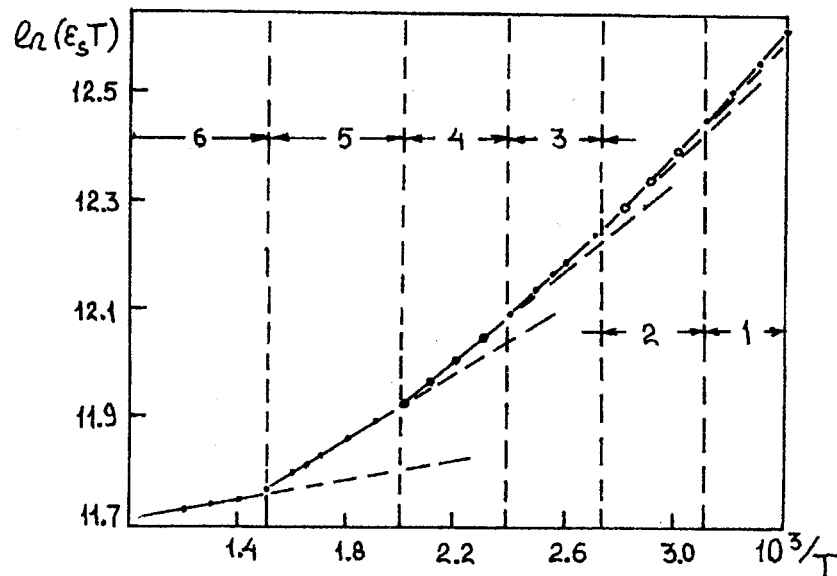


Рис. 3. Типичная зависимость $\ln(\epsilon_s T)$ от обратной температуры для диэлектрической проницаемости кварца в направлении перпендикулярном оси С

РЕЗЮМЕ

На основі результатів досліджень електропровідності кварцу на постійному та змінному струму в напрямку перпендикулярному та паралельному оптичній вісі виявлено шість стадій поляризації об'ємних зарядів O_2^- .

SUMMARY

On the basics results of investigations electroconductivity of quartz on direct and alternating current in direction perpendiculary and parallel from optical axis C was founded six stages of polarization volumetrical charges O_2^- .

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Гавриленко В.И., Грехов А.М, Корбутяк Д.В., Литовченко В.Г. Оптические свойства полупроводников. – Киев: Наукова думка, 1987. – 608 с.
2. Силинь А.Р., Трухин А.Н. Точечные дефекты и элементарные возбуждения в кристаллическом и стеклообразном SiO_2 . – Рига: Знание, 1985. – 244 с.
3. Пенкаля Т. Очерки кристаллохимии. – Ленинград: Химия, 1974. – 496 с.
4. Кофстад П. Отклонение от стехиометрии, диффузия и электропроводность простых окислов металлов. – М.: Мир, 1975. – 396 с.
5. Милославский А.Г., Сунцов А.Н. Дефекты структуры и электронный перенос в $\alpha-SiO_2$ // Физика и техника высоких давлений. – 1999. – Т.9. – № 4. – С.33-60.
6. Сканава Г.М. Физика диэлектриков. – М.-Л., 1949. – 500с.
7. Шаскольская М.П. Акустические кристаллы. – М.: Наука, 1982. – 632 с.
8. Вест А. Химия твердого тела. – М.: Наука, 1988. – 334 с.
9. Фирсов Ю.А. Поляроны. – М.: Наука, 1975. – 423 с.

Надійшла до редакції 09.03.2000 р.

УДК 577.37

К МЕХАНИЗМУ ВЛИЯНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ НА ИОННУЮ ПРОНИЦАЕМОСТЬ КЛЕТОЧНЫХ МЕМБРАН

Т.П.Потапенко, А.Н.Кучко, П.К.Хиженьков

Одной из главных мишеней действия магнитных полей являются клеточные мембраны. Работы по изучению влияния магнитных полей на проницаемость клеточных мембран можно условно разделить на три группы: по влиянию геомагнитных полей, постоянных и переменных магнитных полей на клеточные мембраны. Так, например, с изменением геомагнитного поля в биобъектах изменяется ритмичность ряда периодических процессов, связанных с циркадными, сезонными и годовыми ритмами. Геомагнитное поле, изменяя проницаемость мембран, может оказывать влияние на весь организм в целом, что подтверждается работой по изучению действия ослабленного геомагнитного поля на чувствительность клеточной культуры к ядам [1].

В сильных постоянных магнитных полях (20-30 кЭ) в 5-6 раз уменьшается скорость транспорта флуоресцирующей краски через мембраны почечных канальцев [2], магнитное поле, перпендикулярное плоскости мембраны, ускоряет транспорт флуоресцина в 2 раза, а при параллельной ориентации – эффект отсутствует.

Влияние переменных магнитных полей на проницаемость мембран клеток исследовалось как теоретически [3], так и экспериментально [4,5]. Проанализированная в [3] модель мембранного транспорта ионов показывает, что внешнее переменное электрическое поле может вызывать изменение проводимости ионных каналов в том случае, если частота приложенного поля находится в области $10^{-1} - 10^3$ Гц. В экспериментах на крысах [4] показано, что однократное воздействие на организм переменного магнитного поля снижает содержание сульфата натрия в крови и увеличивает его в тканях почек и селезенке. Под влиянием переменного магнитного поля увеличивается проницаемость гистогематического барьера тканей почек и селезенки, а так же проницаемость цитоплазматической мембраны эритроцитов.

Интересными в этом плане являются также эксперименты работы [5], где показано влияние магнитного поля на селективность проницаемости нативных каналов мембран для ионов тяжелых металлов. Так, при воздействии магнитного поля ионы бария и свинца проникают внутрь клеток в значительно больших количествах, чем при отсутствии полевого воздействия, что говорит об изменении свойств мембран.

При всем разнообразии работ, можно сделать вывод, что магнитные поля, оказывают влияние на проницаемость клеточных мембран. Однако следует заметить, что, несмотря на большое количество попыток объяснить механизм этого влияния, единственно точной физической модели этого явления еще не существует.

В данной работе предложено объяснение механизма влияния переменного магнитного поля на проницаемость клеточной мембраны.

Следуя [6] будем трактовать мембрану как одномерный энергетический барьер для ионов, высота которого различна для ионов разного сорта. Профиль энергетического барьера будет иметь максимумы на поверхностях мембраны и минимум в некоторой точке внутри мембраны. Таким образом, ион в мембране при определенных условиях может иметь связанное состояние, обусловленное наличием минимума потенциальной энергии. Вблизи этого связанного состояния могут иметь место свободные

одномерные колебания иона в направлении, перпендикулярном плоскости мембраны. Наличие переменного внешнего магнитного поля, имеющего отличную от нуля компоненту в плоскости мембраны будет оказывать параметрическое воздействие на движение иона. При определенных значениях параметров магнитного поля это воздействие может привести к существенному возрастанию амплитуды колебаний иона в направлении, перпендикулярном плоскости мембраны – параметрическому резонансу, что выразится в увеличении проницаемости клеточной мембраны.

Будем рассматривать ион как шарик массой m без магнитного момента зарядом q и радиусом R . Будем считать, что движение иона происходит в среде с постоянной эффективной вязкостью η (в этом случае предполагается, что вязкость внутриклеточного вещества, вещества мембраны и окружающей клетку среды одинаковы). Поместим систему «ион–мембрана» в параллельное плоскости мембраны однородное переменное внешнее магнитное поле с амплитудой H_0 и частотой ω_H .

Выберем декартовую систему координат следующим образом. Ось x направим перпендикулярно плоскости мембраны, а ось y – вдоль внешнего магнитного поля. В этом случае потенциальная энергия взаимодействия иона и мембраны будет функцией только одной координаты $U(x)$, а для внешнего магнитного поля можно записать

$$\vec{H} = H_0 \cos(\omega_H t) \vec{n}_y, \quad (1)$$

где t – время, $\vec{n}_y$ – единичный вектор вдоль оси y .

Уравнение, описывающее движение иона, будет иметь вид:

$$m\ddot{\vec{r}} = -\frac{dU}{dx} \vec{n}_x + \frac{q}{c} [\dot{\vec{r}} \vec{H}] - 6\pi\eta R \dot{\vec{r}}. \quad (2)$$

Здесь $\vec{r}$ – радиус-вектор иона, а $\vec{n}_x$ – единичный вектор вдоль оси x .

Поместим начало системы координат в точку минимума потенциальной энергии и будем рассматривать малые отклонения иона от этой точки. С учетом этого, после разложения потенциальной энергии в ряд вблизи положения равновесия с точностью до квадратичных по отклонению слагаемых из (2) получаем

$$\ddot{\vec{r}} = -\tilde{\omega}^2 x \vec{n}_x + \frac{q}{mc} [\dot{\vec{r}} H_0 \cos(\omega_H t) \vec{n}_y] - \frac{6\pi\eta R}{m} \dot{\vec{r}},$$

где $\tilde{\omega} = \sqrt{\frac{1}{m} \frac{d^2 U}{dx^2}} \Big|_{x=0}$ – собственная частота колебаний иона, обусловленная взаимодействием ион-мембрана.

Будем рассматривать плоское движение иона с $y = 0$. В этом случае проекция на оси декартовой системы координат уравнения движения примут вид:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\tilde{\omega}^2 x - \frac{q}{mc} \dot{z} H_0 \cos(\omega_H t) - \frac{6\pi\eta R}{m} \dot{x} \\ \ddot{z} = \frac{q}{mc} \dot{x} H_0 \cos(\omega_H t) - \frac{6\pi\eta R}{m} \dot{z} \end{cases} \quad (4)$$

Обезразмерим полученные уравнения. Производя замены

$$t \rightarrow 2t/\omega_H, \quad \omega_0 = 2\tilde{\omega}/\omega_H, \quad \varepsilon = 2qH_0/mc\omega_H, \quad \beta = 12\pi\eta R/m\omega_H \quad (5)$$

окончательно получаем следующие динамические уравнения:

$$\begin{cases} \ddot{x} + \beta \dot{x} + \omega_0^2 x = -\varepsilon \dot{z} \cos 2t \\ \ddot{z} + \beta \dot{z} = \varepsilon \dot{x} \cos 2t \end{cases} \quad (6)$$

Следует заметить, что в реальных ситуациях может оказаться, что параметр $\varepsilon < 1$. В частности, при $H_0 \sim 10$ Э, $\omega_H \sim 10^1 - 10^3$ Гц для ионов бария и свинца значение $\varepsilon \sim 10^{-2} - 10^0$.

Это дает возможность рассматривать правые части системы уравнений (6) как возмущения и применять к решению этой системы хорошо разработанные методы теории возмущений [7].

Будем считать, что гидродинамическая вязкость пренебрежимо мала ($\beta = 0$). Как показано в [7] решение уравнения (6) в этом случае можно представить в виде следующего прямого разложения по степеням ε

$$\begin{cases} x(t; \varepsilon) = x_0(t) + \varepsilon x_1(t) + \varepsilon^2 x_2(t) + \varepsilon^3 x_3(t) + \varepsilon^4 x_4(t) + \dots \\ z(t; \varepsilon) = z_0(t) + \varepsilon z_1(t) + \varepsilon^2 z_2(t) + \varepsilon^3 z_3(t) + \varepsilon^4 z_4(t) + \dots \end{cases} \quad (7)$$

имеет вид суперпозиции гармонических колебаний с частотами $\omega_0, \omega_0 \pm 2, \omega_0 \pm 4 \dots$. Данное разложение становится непригодным при больших значениях t из-за присутствия секулярных членов и при $\omega_0 \approx n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) из-за появления малых знаменателей. Таким образом, при $\omega_0 \approx n$ имеет место неограниченное возрастание амплитуды колебаний иона в мембране – резонанс – обусловленное соизмеримостью собственной частоты колебаний иона и частоты внешнего магнитного поля. Для устранения этих расхождений и нахождения вида решения вблизи резонансов произведем наряду с разложением координат (7) также разложение частоты вида

$$\omega_0^2 = n^2 + \varepsilon \delta_1 + \varepsilon^2 \delta_2 + \varepsilon^3 \delta_3 + \varepsilon^4 \delta_4 + \dots \quad (8)$$

Коэффициенты разложения δ_i определяются из требования периодичности приближенного решения. Подставляя разложения (7), (8) в систему уравнений (6) и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях ε , получаем следующую цепочку уравнений, с разной степенью точности описывающих движение иона

$$\begin{cases} \ddot{x}_0 + n^2 x_0 = 0 \\ \ddot{z}_0 = 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + n^2 x_1 = -\delta_1 x_0 - \dot{z}_0 \cos 2t \\ \ddot{z}_1 = \dot{x}_0 \cos 2t \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \ddot{x}_2 + n^2 x_2 = -\delta_1 x_1 - \delta_2 x_0 - \dot{z}_1 \cos 2t \\ \ddot{z}_2 = \dot{x}_1 \cos 2t \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \ddot{x}_3 + n^2 x_3 = -\delta_1 x_2 - \delta_2 x_1 - \delta_3 x_0 - \dot{z}_2 \cos 2t \\ \ddot{z}_3 = \dot{x}_2 \cos 2t \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \ddot{x}_4 + n^2 x_4 = -\delta_1 x_3 - \delta_2 x_2 - \delta_3 x_1 - \delta_4 x_0 - \dot{z}_3 \cos 2t \\ \ddot{z}_4 = \dot{x}_3 \cos 2t \end{cases} \quad (13)$$

Предполагая, что в отсутствие возмущения проекция скорости движения иона на ось z равна нулю, общее решение уравнения (9) можно представить в виде

$$\begin{cases} x_0 = a \cos(nt) + b \sin(nt) \\ z_0 = 0 \end{cases} \quad (14)$$

Последовательно рассмотрим случаи, с $n = 0, 1, 2$ и 3 .

В случае $n = 0$ решение (14) сводится к $x_0 = a, z_0 = 0$, а уравнения (10) принимают вид

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 = -\delta_1 a \\ \ddot{z}_1 = 0 \end{cases} \quad (15)$$

Требование отсутствия в правой части (15) слагаемого, порождающего секулярный член в решении x_1 (т.е. подчинение x_1 условию периодичности), приводит к условию $\delta_1 = 0$. С учетом этого периодические решения системы (15), удовлетворяющие начальным условиям задачи имеют вид $x_1 = 0, z_1 = 0$. Продолжив указанную итерационную процедуру, и производя аналогичные вычисления с уравнениями (11)-(13) получаем $\delta_2 = \delta_3 = \delta_4 = 0$.

Для нахождения решения вблизи $n = 1$ подставим (14) в (10) и полагая $n = 1$, находим

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + x_1 = -\delta_1 (a \cos t + b \sin t) \\ \ddot{z}_1 = (b \cos t - a \sin t) \cos 2t \end{cases} \quad (16)$$

Требование отсутствия в правых частях уравнений резонансных слагаемых, порождающих секулярные члены в x_1 , приводит к $\delta_1 = 0$. Потребовав, чтобы коэффициенты a и b в решениях (14) были полными амплитудами колебаний иона на собственной частоте, находим следующее решение системы (16)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 0 \\ \dot{z}_1 = -\frac{a}{2} \cos t + \frac{a}{6} \cos 3t + \frac{b}{2} \sin t \end{cases} \quad (17)$$

Подставляя (17) в (11) и полагая $\delta_1 = 0$ находим

$$\begin{cases} \ddot{x}_2 + x_2 = a \left(\frac{1}{6} - \delta_2 \right) \cos t + b \left(\frac{1}{6} - \delta_2 \right) \sin t + \frac{a}{4} \cos 3t - \frac{a}{12} \cos 5t - \\ \quad - \frac{b}{4} \sin 3t - \frac{b}{6} \sin 5t \\ \ddot{z}_2 = \dot{x}_1 \cos 2t \end{cases} \quad (18)$$

Секулярные слагаемые в решении отсутствуют при $\delta_2 = 1/6$. Аналогичным образом из (12) находим $\delta_3 = 0$, а из (13) - $\delta_4 \approx 0.03$ при $a = 0$, и $\delta_4 \approx -0.03$ при $b = 0$.

Таким образом, в четвертом порядке теории возмущений разложение (8) принимает вид

$$\omega_0^2 \approx 1 + \frac{1}{6} \varepsilon^2 \pm 0.03 \cdot \varepsilon^4 \quad (19)$$

Это уравнение описывает две ветви кривой, разделяющие области с периодическими (ограниченными) решениями и аperiodическими (неограниченными) решениями.

В случае $n = 2, 3$, проделав аналогичные выкладки находим соответственно

$$\omega_0^2 \approx 2^2 - \frac{1}{2}\epsilon^2 + 0.002 \cdot \epsilon^4 \quad (20)$$

$$\omega_0^2 \approx 3^2 + 0.9 \cdot \epsilon^2 - 0.02 \cdot \epsilon^4 \quad (21)$$

Как видно из (20), (21), эти выражения в отличие от (19) отписывают не резонансную область, а резонансную линию. Появление области будет иметь место в более высоких порядках теории возмущений.

Графики функций (19)-(21) изображены на рисунке.

Таким образом, в данной работе предложен механизм влияния переменного магнитного поля на ионную проницаемость клеточных мембран. Показано, что при определенных соотношениях между амплитудой и частотой внешнего магнитного поля может иметь место параметрическое увеличение амплитуды колебаний ионов, а следовательно и увеличения ионной проницаемости. В предположении малости амплитуды внешнего магнитного поля, в рамках теории возмущений, определены границы областей параметрического увеличения ионной проницаемости на плоскости амплитуда – частота внешнего магнитного поля.

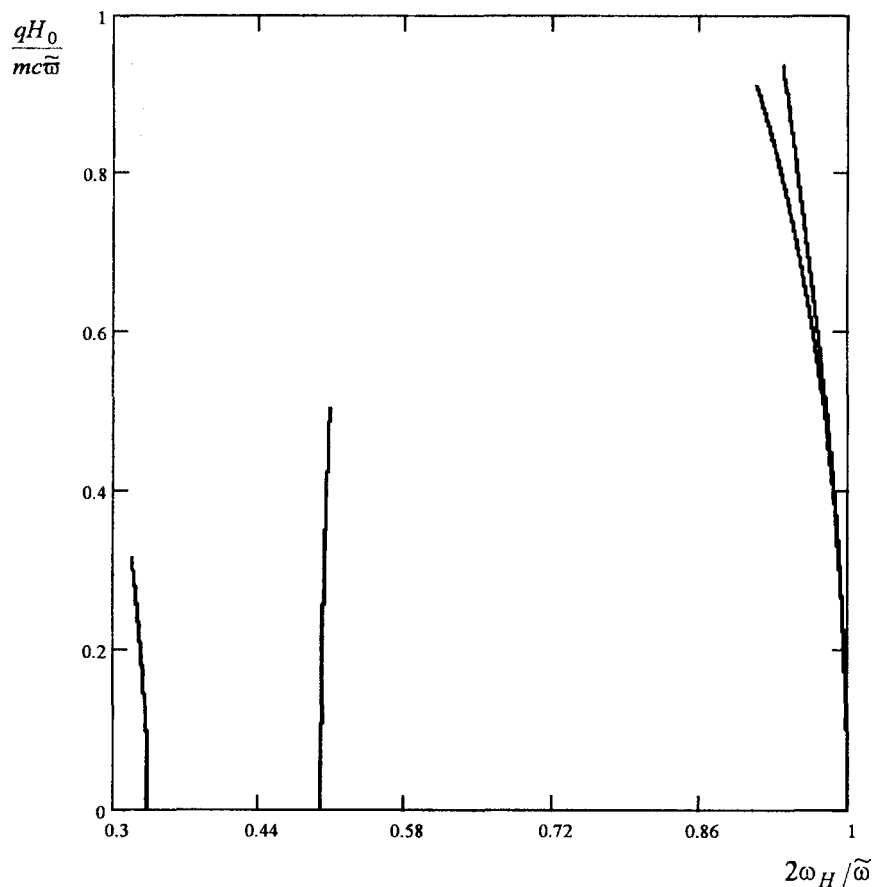


Рис. Границы областей параметрического усиления проницаемости клеточной мембраны под действием переменного магнитного поля

РЕЗЮМЕ

У роботі запропоновано пояснення механізму впливу змінних магнітних полів на іонну проникність кліткових мембран. Показано, що при певних співвідношеннях між амплітудою та частотою зовнішнього магнітного поля має місце параметричне збільшення іонної проникності. У припущенні малості амплітуди зовнішнього магнітного поля, у рамках теорії збурень, виявлені межі областей параметричного збільшення іонної проникності на площині амплітуда-частота зовнішнього магнітного поля.

SUMMARY

In this article we suggest an explanation for the influence mechanism of alternating magnetic fields on ionic permeability of cellular membranes. It is shown that for certain relations between the amplitude and the frequency of an external magnetic field the parametric increase of ionic permeability can occur.

We also find the boundaries of the domains of parametric increase of ionic permeability in the amplitude-frequency plane when the amplitude of the external magnetic field is small; this is done in the framework of the perturbation theory.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1 Казначеев В.П., Михайлова Л.П., Иванова М.П. и др. Влияние ослабленного геомагнитного поля на чувствительность клеточной культуры к ядам (двухлористой ртути) // Проблемы космической биологии. – Т.65. Биофизические и биоклинические аспекты гелиобиологии. – Л.: Наука, 1989. – С. 196-199.
- 2 Бреслер С.Е., Бреслер В.М. и др. Влияние сильных магнитных полей на активный транспорт в хориоидном сплетении // ДАН СССР. – 1978. – Т.242. – №2. – С. 465-468.
- 3 Маркевич Н.И., Сельков Е.Е. Математическая модель резонансного усиления внешних воздействий на мембраны // Биофизика – 1986. – Т.31. – 4. – С. 662-666.
- 4 Дунаев В.В., Карпенко А.В. Проницаемость сульфацила натрия через мембранные структуры различной степени организации в условиях влияния на организм низкочастотного магнитного поля // Фармакол. и токсикол. – 1983. – Т.46. – №1. – С. 62-65.
- 5 Нецветов М.В., Олександрова Н.В., Хиженков П.К. Механізм взаємодії магнітних полів та біооб'єктів на клітинному рівні // Тез. доп. II з'їзду українського біофізичного товариства. – Харків, 1998. – С. 221.
- 6 Волькенштейн М.В., Фишман С.Н. Теория явлений переноса в биологических мембранах // Биофизика. – 1969. – Т.14. – 6. – С. 1008-1016.
- 7 Найфе А. Введение в методы возмущений. – М.: Мир, 1984. – 535 с.

Надійшла до редакції 01.03.2000 р.

УДК 548.3:666.233

ВЛИЯНИЕ УСЛОВИЙ СИНТЕЗА НА СТРУКТУРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ И РОСТ АЛМАЗНЫХ ПЛЕНОК, ПОЛУЧЕННЫХ НА ПОЛИКРИСТАЛЛАХ ВОЛЬФРАМА

И.В.Сельская, П.И.Игнатенко

Искусственные алмазные пленки могут получить широкое распространение в оптике, электронике и в качестве прочных покрытий благодаря уникальным свойствам алмаза [1]. Физико-механические свойства определяются морфологией и структурой полученных алмазных пленок. Уже на начальном этапе синтеза формируется структура алмазной фазы, которая в дальнейшем определяет свойства пленки. Зарождение и рост алмаза зависит от исходных параметров синтеза. Выявление механизма роста дает возможность управлять процессами синтеза и получать материалы с заданными свойствами.

Настоящая работа посвящена изучению влияния условий синтеза на образование, рост и на структурные характеристики поликристаллических алмазных пленок, полученных методом химической транспортной реакции [2] при низких давлениях на поликристаллических вольфрамовых подложках.

Синтез кристаллических алмазных пленок осуществляется в замкнутом объеме в системе графит-водород -алмаз. Активатором служит графитовый стержень, который нагревается до температуры 2323 К. Подложки для синтеза помещают на охлаждаемый подложкодержатель. Температуру подложки изменяют от 1053 К до 1113К. В камеру напускают заранее приготовленную рабочую смесь водорода и метана.

Фазовый состав и структурные характеристики пленок (размеры блоков мозаики D , величины микродеформаций $\Delta d/d$, плотность дислокаций γ и параметр кристаллической решетки a) определяют рентгеноструктурным методом на дифрактометре ДРОН-4-07 в характеристическом излучении Cu K_α . При анализе тонкой структуры используют метод аппроксимации профилей рентгеновских интерференционных линий [3,4]. В качестве эталона используют природный алмазный порошок. Расчет плотности дислокаций проводят по методике, описанной в работе [5].

Изучение образования и рост алмазной поликристаллической пленки на вольфрамовых подложках проводят поэтапно. Начальную стадию образования изучают в течение 1800-2400 секунд. Через каждые 600 секунд синтеза проводят рентгеновский контроль получаемого покрытия на вольфраме.

Образование и рост алмазной пленки без затравочных алмазных материалов для температуры подложки 1053 К при давлении газовой смеси $1.07 \cdot 10^4$ Па, метана 2% и водорода 98% объемных исследованы в работе [6]. Согласно полученным результатам выделено четыре этапа образования и роста алмазной пленки :этап зародышеобразования, этап роста линейных размеров зародышей, этап роста частично-ориентированной «одноосной» кристаллической алмазной пленки с преимущественной ориентацией плоскости (111) относительно подложки, этап роста поликристаллической алмазной пленки. Скорость роста таких пленок порядка $9 \cdot 10^{-10}$ м/с.

Для температуры подложки 1083 К (остальные параметры синтеза не изменяются) алмазная фаза на дифрактограмме фиксируется после 600 секунд синтеза, причем присутствуют отражения от плоскости (111) и слабые отражения от плоскостей (220) и (311). Для этой температуры уже на начальном этапе синтеза образуется поликристал-

лическая алмазная пленка. Зародыши образуются и растут с произвольной ориентацией. Зародышеобразование алмазной фазы происходит сразу с началом синтеза. Скорость роста алмазной пленки $3.8 \cdot 10^{-10}$ м/с.

С повышением температуры подложки до 1113 К наблюдается уменьшение времени зародышеобразования алмазной фазы до 600 секунд по сравнению с температурой подложки 1053 К (время зародышеобразования для которой 1500 секунд). На дифрактограмме, контролирующей начало синтеза, кроме максимума от плоскости (111) присутствует максимум от плоскости (220) (рис.1), причем интенсивность последнего сильнее {(111): (220) как 45:100}. Текстура <110> преобладает и в дальнейшем. Скорость роста алмазной пленки составляет $5.75 \cdot 10^{-10}$ м/с.

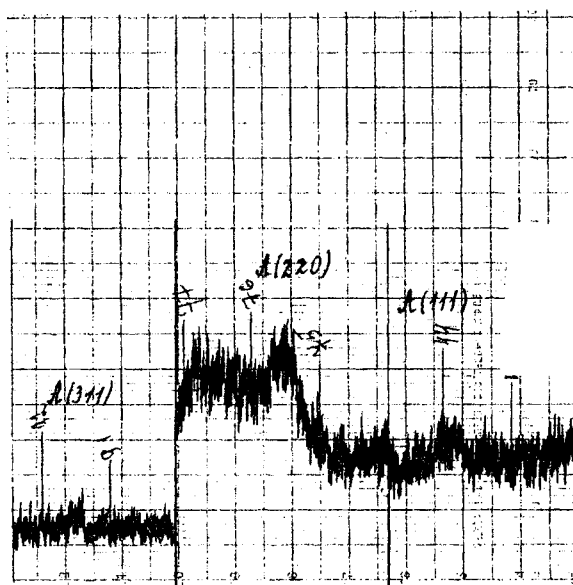


Рис.1. Дифрактограмма, контролирующая начальный этап синтеза алмазной пленки с текстурой <110> при температуре подложки 1113К без затравочных алмазных порошков

Для температур 1053 К и 1113 К прослеживается зависимость структурных характеристик от температуры (табл.1). С повышением температуры уменьшаются размер блоков мозаики и величина микродеформаций, а плотность дислокаций увеличивается. Для температуры подложки 1083 К структурные характеристики пленок отличаются. Это мелкодисперсные пленки с высокой плотностью дислокаций.

Таблица 1. Структурные характеристики алмазных плёнок, полученных на вольфраме

T, K	$D \cdot 10^{-7}$, м	$\Delta d / d \cdot 10^{-3}$	$\gamma \cdot 10^{14}$, м ⁻²
без затравочных алмазных порошков			
1053	0.97	1.11	7.50
1113	0.29	0.60	13.27
на затравочных алмазных порошках			
1053	0.46	0.98	13.96
1113	0.44	1.45	21.33

Образование и рост алмазных пленок на затравочных алмазных материалах проводится при одинаковых условиях с предыдущим экспериментом. В качестве затравочных материалов используется природный алмазный порошок с размером монокристалла до 10^{-7} м.

Для температуры подложки 1053 К алмазную фазу рентгеновский луч фиксирует после 1200 секунд синтеза. Кроме максимума от плоскости (111) на дифрактограмме присутствует слабый максимум от плоскости (220), т.е. на начальном этапе образуется поликристаллическая алмазная пленка. Такие поликристаллические алмазные пленки растут с средней скоростью $5.28 \cdot 10^{-10}$ м/с.

Характер образования и рост алмазной пленки на затравочных алмазных порошках при температуре подложки 1083 К подобен образованию и росту пленки без затравочных алмазных порошков. На начальном этапе также растет поликристаллическая алмазная пленка. Контроль синтеза после первых 600 секунд показывает, что кроме отражения от плоскости (111) присутствует и отражение от плоскости (220). Скорость роста алмазной пленки $2.78 \cdot 10^{-10}$ м/с.

Для температуры подложки 1113 К алмазная фаза рентгенографически фиксируется после 600 секунд синтеза. На дифрактограмме присутствуют отражения от плоскостей (111) и (220) (рис.2), причем интенсивность отражения (111) сильнее, чем от плоскости (220). Соотношение интенсивностей для этих плоскостей следующее (111):(220) как 100:47. Для данных пленок не наблюдается в начальный период роста алмаза текстура $\langle 110 \rangle$, т.е. затравочный алмазный материал не влияет на образование текстуры. В дальнейшей в процессе синтеза проявляется текстура $\langle 110 \rangle$, т.е. прослеживается влияние температуры подложки. Скорость роста алмазной пленки $6.9 \cdot 10^{-10}$ м/с.

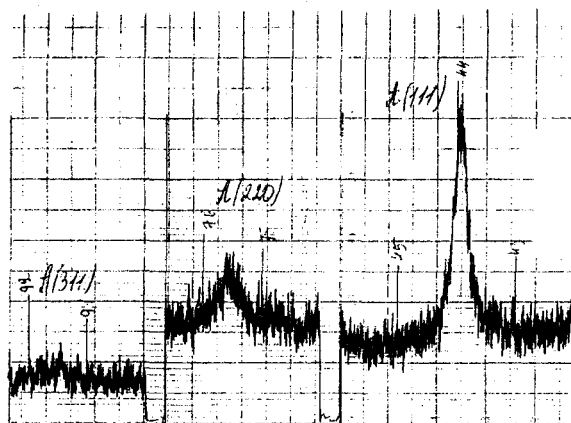


Рис. 2. Дифрактограмма, контролирующая начальный этап синтеза алмазной пленки при температуре подложки 113 К на затравочных алмазных порошках

Алмазные пленки, полученные на затравочных алмазных материалах по структурным характеристикам (табл.1) отличаются от пленок, полученных без «затравки». Это мелкодисперсные пленки с одинаковым размером блоков мозаики и с большой плотностью дислокаций. Следовательно, затравочный материал влияет на структурные характеристики: как бы «задает» размер блоков мозаики и вносит дополнительные структурные нарушения. Для температур подложек 1053 К и 1113 К прослеживается влияние температуры на структурные характеристики. С повышением температуры увеличиваются величина микродеформации и плотность дислокаций.

Из экспериментов, проводимых по образованию и росту алмазной фазы с «засевом» и без него, было установлено, что начальному этапу роста алмазной пленки на вольфрамовую подложку предшествует образование карбидов W_2C и WC . Исследования, проводимые по образованию карбидов, позволили сделать заключение, что первоначально образуется карбид W_2C . Образование и рост карбида WC происходит на карбиде W_2C в результате твердофазной реакции. Рост алмазной фазы происходит на карбиде WC .

Как изложено выше, максимальная скорость роста алмаза зафиксирована при температуре подложки 1053 К без использования затравочных материалов. Для данной температуры характерно стабильное поведение карбидов W_2C и WC (быстрое образование и выход по толщине на насыщение) и в процессе синтеза не происходит перераспределения между карбидами. Для температур подложек 1083 К и 1113 К образование карбида W_2C носит не монотонный характер. Карбид WC образуется за счет карбида W_2C . Видимо эти процессы влияют на образование и рост алмазной фазы.

С использованием затравочных алмазных материалов для температуры подложки 1053 К в начальный период не наблюдается образование карбида WC, алмазная фаза также не фиксируется. Только после образования карбида WC наблюдается и алмазная фаза.

Из полученных результатов следует, что на образование, рост и на структурные характеристики алмазной пленки влияет температура подложки и затравочный материал. Для температур подложек 1053 К и 1113 К получено, что с повышением температуры уменьшается время зародышеобразования алмазной фазы, прослеживается влияние температуры на текстурообразование и на структурные характеристики. Затравочный материал уменьшает скорость роста алмазной фазы, влияет на структурные характеристики: «задает» размер блоков мозаики и вносит дополнительные структурные нарушения. Образованию алмаза предшествует образование карбидов, которые, на наш взгляд, влияют на образование и рост алмазной фазы.

РЕЗЮМЕ

Здобуті полікристалічні алмазні плівки на вольфрамових підложках. Вивчено вплив температури підложки й затравочного матеріалу на структурні характеристики і ріст алмазних плівок. Встановлено, що температура підложки впливає на зародкоутворення та структурні характеристики. Здобуто, що затравочний матеріал зменшує швидкість росту алмазної фази і впливає на структурні характеристики.

SUMMARY

There were produced polycrystal diamond films on tungsten bases. There was studied the influence of the temperature of base and seeding material on structural characteristics and growth of diamond films. It was established that the temperature of base influences nucleus formation and structural characteristics. It was obtained that seeding material decreased the speed of growth of diamond phase and influences structural characteristics.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Field J.E. The properties of Diamond.// London. Acad. Press. 1979. 674 p.
2. Спицын Б.В. Кристаллизация алмаза методом химической транспортной реакции.// Техника средств связи. Серия: Технология производства и оборудование. – 1991. – Вып.4. – С.71-76.
3. Нагорнов В.П. Графо-аналитическое определение параметров субструктуры деформированных поликристаллов в рентгеновском методе аппроксимации с использованием функций Коши и Гаусса // Заводская лаборатория. – 1984. №10. – С.18-21.
4. Иверонова В.И., Ревкевич Г.П. Теория рассеяния рентгеновских лучей. – М.: Изд-во Моск.ун-та, 1978. – 278 с.
5. Шульженко А.А., Товстоган В.И., Шишкин В.А. и др. Физико-химические свойства и субструктура поликристаллических алмазов // Кн: «Влияние высоких давлений на структуру и свойства сверхтвердых материалов». – Киев. ИСМ АН УССР, 1985. – С.8-12.
6. Самсоненко Н.Д., Сельская И.В., Самсоненко С.Н., Гареев А.М. Влияние температуры подложки на начальные стадии синтеза алмазной пленки // Вісник Івано-Франківського крайового відділення УФТ та Прикарпатського Університету. – 1994. – № 2. – С.81-87.

Надійшла до редакції 02.03.2000 р.

УДК 538.4

ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЕ ПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ В КОЛЬЦЕВОЙ ЩЕЛИ, ПОРОЖДАЕМОЕ ВРАЩАЮЩИМСЯ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

В.П.Шамота

ВВЕДЕНИЕ

Течения, порождаемые вращающимся магнитным полем в осесимметричных сосудах, являются традиционными объектами изучения магнитной гидродинамики. Постоянный интерес к ним обусловлен широкими возможностями технологического применения МГД воздействия с целью интенсификации процессов тепло – и массообмена в существующих и вновь создаваемых агрегатах металлургии, литейного производства и энергетики и тем обстоятельством, что многие технологические установки обладают осевой симметрией. Весьма перспективным по диапазону решаемых технологических задач является метод, основанный на использовании вращающегося магнитного поля в процессах рафинирования и легирования, перемещения и дозирования жидких металлов, получения высококачественных монокристаллов, слитков и отливок и т.п.

Основной задачей магнитной гидродинамики жидких металлов является получение данных, позволяющих учитывать действие электромагнитных сил на жидкий металл с целью как усовершенствования существующих производственных процессов, так и разработки новых технологических приемов. Эта задача, в конечном счете, сводится к выяснению тех изменений в течении жидких металлов, которые происходят под влиянием электромагнитных сил, так как трансформация гидродинамических параметров в значительной мере определяет характеристики МГД – машин и ход процессов в технологических агрегатах.

В отличие от постоянного магнитного поля, действие которого на поток жидкого металла приводит к своеобразному упрощению структуры течения, заключающемся, в основном,, лишь в выравнивании поля скоростей и гашении всякого рода возмущений, действие переменного электромагнитного поля, как правило, приводит к более сложным и разнообразным изменениям в структуре течения, влияющим в свою очередь на электродинамические процессы в жидких металлах.

Важность изучения указанных проблем явилась причиной смещения акцентов в содержании исследований по магнитной гидродинамике в сторону изучения резко неоднородных турбулентных течений в переменных электромагнитных полях. Работа в этом направлении дает основание надеяться на обнаружение новых физических явлений, способных коренным образом изменить сложившиеся взгляды на природу и способы улучшения известных технологических процессов. Кроме того, возможность активного целенаправленного управления характеристиками жидкометаллических потоков открывает широкие перспективы для создания специфических МГД – устройств, принцип работы которых базируется на использовании особенностей движения жидкости в электромагнитном поле [1].

Несмотря на все расширяющееся применение вращающегося магнитного поля в технологических процессах, МГД – явления в нем до настоящего времени изучены недостаточно [2]. Немногочисленные работы в этой области в основном содержали приближенные решения одномерных стационарных задач МГД – вращения, полученные для случая ламинарного течения

жидкости и без учета влияния индукционных эффектов на течение и магнитное поле. Такое весьма грубое описание не отражает всего разнообразия явлений, возникающих в проводящей жидкости под действием вращающегося магнитного поля и определяющих технологическую пригодность МГД – воздействия.

С целью более глубокого объяснения МГД – явлений, происходящих в технологических устройствах под действием вращающегося магнитного поля, выполнен комплекс теоретических и экспериментальных исследований, результаты которых приведены в данной работе.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ, ПОРОЖДАЕМОГО ВРАЩАЮЩИМСЯ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Система уравнений, описывающих процессы, протекающие при взаимодействии проводящей жидкости и вращающегося магнитного поля, состоит из уравнений Максвелла, записанных в предположении, что токами смещения и объемными зарядами можно пренебречь,

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \operatorname{rot} \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{J}; \operatorname{div} \vec{B} = 0; \operatorname{div} \vec{E} = 0, \quad (1)$$

закона Ома

$$\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}), \quad (2)$$

уравнений Рейнольдса для турбулентного течения вязкой несжимаемой жидкости с учетом пондеромоторных сил, действующих на единицу объема

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \nabla) \vec{u} = -\nabla P + \nu \Delta \vec{u} + \frac{1}{\rho} \operatorname{div} \tau + \frac{1}{\rho} (\vec{J} \times \vec{B}), \quad (3)$$

и уравнения неразрывности

$$\operatorname{div} \vec{u} = 0. \quad (4)$$

В этих уравнениях $\vec{u}$ – осредненная скорость жидкости, $\vec{J}$ – плотность электрического тока, $\vec{B}$ – магнитная индукция, $\vec{E}$ – напряженность электрического поля, μ_0 – магнитная постоянная, μ – магнитная проницаемость жидкости, σ – проводимость жидкости, ν – кинематическая вязкость жидкости, $\tau = -\rho \overline{u_i u_j}$ – тензор рейнольдсовых напряжений. Поскольку число неизвестных, входящих в уравнения (1) – (4) превышает число уравнений, необходимы дополнительные соотношения, которые позволяли бы связать компоненты тензора рейнольдсовых напряжений с осредненной скоростью течения жидкости. Поиск этих соотношений может быть осуществлен различными способами, в том числе и эмпирически. Определение таких эмпирических соотношений для узкого круга задач о вращательном течении жидкого проводника под действием вращающегося магнитного поля и являлось одной из задач данного исследования. При этом необходимо было добиться, во-первых, качественного соответствия, т.е. получить правильный характер зависимости скорости течения то параметров, определяющих взаимодействие поля и жидкости, во-вторых, добиться количественного соответствия, т.е. получить величину и распределения скорости близкие к экспериментальным.

Заметим, что вращательное течение жидкости обладает целым рядом характерных особенностей, связанных с периодичностью такого течения и его осесимметричностью, что выделяет его в особый класс течений. Поэтому для описания вращательного течения, порождаемого вращением магнитного поля, оказалось возможным применить достаточно простую модель «внешнего трения» [3], в которой предполагается, что силы, порождаемые напряжениями Рейнольдса, можно представить в виде

$$\operatorname{div} \tau = -\rho k \bar{u}. \quad (5)$$

Здесь k – коэффициент «внешнего трения», зависящий от геометрических размеров области течения, физических свойств жидкости, частоты вращения магнитного поля и средней угловой скорости вращения жидкости. Такое предположение оправдывается тем, что в большей части экспериментов во вращательном течении жидкости можно выделить ядро, занимающее большую часть области течения и достаточно тонкие пограничные слои вблизи боковых и торцовых поверхностей сосуда. Заметим, что в модели «внешнего трения» вовсе не предполагается линейный характер зависимости сил, порождаемых рейнольдсовыми напряжениями, от осредненной скорости течения жидкости, так как средняя угловая скорость вращения жидкости Ω определяется через осредненную скорость $\bar{u}$. Кроме того, как следует из формулы (5), для напряжений Рейнольдса получаются интегральные соотношения, что и побудило к выбору названия данной модели.

МГД – ТЕЧЕНИЕ В КОЛЬЦЕВОЙ ЩЕЛИ ОГРАНИЧЕННОЙ ВЫСОТЫ

Предположим, что вязкая несжимаемая проводящая жидкость помещена в кольцевую щель, образованную двумя тонкими коаксиальными цилиндрическими поверхностями радиусами R_1 и R_2 высотой H , изготовленными из материала с малой магнитной восприимчивостью. Сосуд с жидкостью помещен в расточку индуктора, создающего вращающееся магнитное поле, ось вращения которого совпадает с осью симметрии сосуда (рис. 1.). Проводящая жидкость подобно ротору асинхронного двигателя придет во вращательное движение вслед за вращением поля. Естественно, что скорость такого движения будет меньше скорости поля из-за наличия большого числа механизмов диссипации энергии основного течения жидкости.

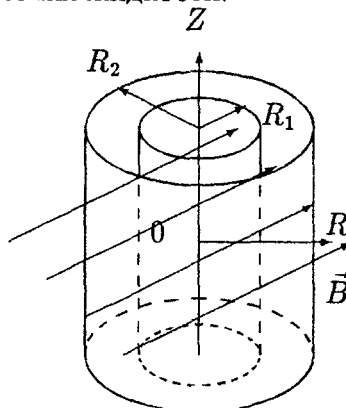


Рис. 1.

Введем векторный потенциал электромагнитного поля $\vec{A}$ с помощью соотношения $\vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A}$. Тогда после несложных преобразований из системы (1) – (2) легко получается уравнение для векторного потенциала

$$\Delta \vec{A} = \mu \mu_0 \sigma \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{u} \times \text{rot} \vec{A} \right). \quad (6)$$

Перейдем к безразмерным величинам, для чего введем характерные масштабы длины R_0 , в качестве которого выберем внешний радиус кольцевой щели, скорости u_0 , в качестве которого выберем скорость вращения магнитного поля на поверхности сосуда $u_0 = \omega_0 R_0 / p$ (здесь ω_0 – циклическая частота переменного тока в индукторе, p – число пар полюсов), магнитной индукции B_0 , в качестве которого выберем максимальное значение магнитной индукции на внешней поверхности сосуда, времени t_0 , в качестве которого выберем величину, равную отношению характерного размера к характерной скорости, плотности электрического тока $J_0 = \sigma \omega_0 B_0 R_0$, векторного электромагнитного потенциала $A_0 = B_0 / R_0$, объемной электромагнитной силы $F_0 = J_0 B_0 / \rho$.

Тогда уравнение (6) преобразуется к безразмерному виду

$$\Delta \vec{a} = \bar{\omega} \left(\frac{\partial \vec{a}}{\partial t} - \vec{v} \times \text{rot} \vec{a} \right). \quad (7)$$

Здесь $\bar{\omega} = \mu \mu_0 \sigma \omega_0 R_0^2 / p$ – относительная частота, имеющая физический смысл квадрата отношения характерного размера к глубине проникновения магнитного поля в жидкий проводник.

Будем считать, что вращающееся магнитное поле создается азимутальной волной поверхностной плотности тока, распределенной на внешней поверхности сосуда, а внешнее пространство заполнено идеальным ферромагнетиком. Кроме того, предположим, что высота расточки индуктора многократно превышает высоту столба проводящей жидкости вследствие чего можно считать, что вектор плотности электрического тока параллелен образующей цилиндрической поверхности.

Тогда для описания электродинамических процессов в цилиндрической системе отсчета r, φ, z , ось z которой совпадает с осью симметрии цилиндрической поверхности, достаточно одной z – составляющей векторного потенциала, которая должна удовлетворять уравнению

$$\Delta a_z = \bar{\omega} \left(\frac{\partial a_z}{\partial t} + \frac{v}{r} \frac{\partial a_z}{\partial \varphi} \right). \quad (8)$$

Так как на границе раздела двух сред касательная составляющая магнитной индукции изменяется на величину поверхностной плотности электрического тока, то на внешней цилиндрической поверхности граничным условием для векторного потенциала будет

$$\left. \frac{\partial a_z}{\partial r} \right|_{r=1} = e^{ip(t-\varphi)}. \quad (9)$$

На внутренней цилиндрической поверхности должны выполняться условия непрерывности касательной и нормальной составляющих вектора магнитной индукции.

Естественно, что в общем случае уравнение (9) должно решаться совместно с уравнениями движения жидкости. Однако в случае, когда относительная частота достаточно мала $\bar{\omega} < 1$ (безындукционное приближение), выражением, стоящим справа в

уравнении (9) можно пренебречь. Тогда электродинамическую часть задачи можно решать независимо от гидродинамической части. И для поля идеального индуктора решение легко находится

$$a_z = r^p e^{ip(t-\varphi)} / p. \quad (10)$$

Зная векторный потенциал, нетрудно определить плотность электромагнитных сил, действующих на проводящую жидкость, помещенную во вращающееся магнитное поле. В безындукционном приближении только азимутальная составляющая электромагнитной силы будет иметь стационарную составляющую, величину которой можно найти по формуле

$$f_\varphi = r^{2p-2} (r - v) / 2. \quad (11)$$

Постоянная составляющая плотности электромагнитных сил порождает стационарное азимутальное движение проводящей жидкости, гармонически изменяющаяся ее часть порождает вынужденное волновое движение жидкости с частотой вдвое превышающей частоту вращающегося магнитного поля, а также периодическое изменение давления в жидкости с той же частотой.

Предположим, что осредненная скорость течения имеет только одну азимутальную составляющую $v(r, z)$, для которой в случае стационарного течения будем иметь

$$\Delta_\varphi v - \lambda v + Ha_a^2 r^{2p-2} (r - v) = 0. \quad (12)$$

Здесь $\Delta_\varphi = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, λ – безразмерный коэффициент «внешнего трения», $Ha_a = B_a R_0 \sqrt{\sigma / \rho v}$ – число Гартмана, построенное по действующему значению магнитной индукции на поверхности сосуда.

Решение уравнения (12) должно удовлетворять условиям прилипания на поверхностях сосуда и условию симметрии.

$$v|_{r=\delta_r} = v|_{r=1} = v|_{z=\delta_z} = \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0. \quad (13)$$

Здесь $\delta_r = R_2 / R_0$ и $\delta_z = H / 2R_0$ безразмерные геометрические параметры.

Для отыскания решения уравнения (12), удовлетворяющего граничным условиям (13), воспользуемся методом Галеркина. Разложим $v(r, z)$ в ряд по полным системам функций $W_k(r) = J_1(\alpha_k r) - J_1(\alpha_k) Y_1(\alpha_k r) / Y_1(\alpha_k)$ и $\cos(\gamma_i z)$, где α_k – корни уравнения, J_1 и Y_1 – функции Бесселя, $\gamma_i = (2i - 1)\pi / 2\delta_z$. Легко убедиться, что данные системы функций удовлетворяют заданным граничным условиям.

$$v(r, z) = \sum_{i,k=1}^{\infty} V_{ik} W_k(r) \cos(\gamma_i z). \quad (14)$$

Подставляя разложение (14) в исходное уравнение (12), умножая полученное равенство на $r W_l(r) \cos(\gamma_j z)$ и интегрируя по радиусу от δ_r до 1 и по z от 0 до δ_z , получим следующую систему линейных алгебраических уравнений для коэффициентов разложения (14) V_{ik}

$$(\alpha_k^2 + \gamma_i^2) V_{ik} P_k \delta_{kl} \delta_{ij} + \beta^2 \delta_{ij} \sum_{l=1}^{\infty} V_{ik} Q_{kl} = \frac{2H\alpha_a^2 (-1)^{j-1}}{\delta_z} S_l, \quad (15)$$

$$\text{где } \beta^2 = \lambda + H\alpha_a^2, \quad P_k = \int_{\delta_r}^1 r W_k^2(r) dr, \quad S_l = \int_{\delta_r}^1 r^{2p} W_l(r) dr, \quad Q_{kl} = \int_{\delta_r}^1 r^{2p-1} W_k(r) W_l(r) dr.$$

В случае, когда число пар полюсов индуктора равно 1, решение системы уравнений (15) можно записать в явном виде

$$V_{ik} = \frac{2H\alpha_a^2 (-1)^{i-1} S_k}{(\alpha_k^2 + \gamma_i^2 + \beta^2) \delta_z P_k}. \quad (16)$$

В общем случае решение этой системы уравнений необходимо искать численно. В данной работе для отыскания решения системы (15) в случае, когда число пар полюсов превышает 1, использовался метод Гаусса.

Оказалось, что, коэффициент «внешнего трения», определенный ранее для течения в цилиндрическом сосуде [4], вполне пригоден и для расчета турбулентного течения в кольцевой щели.

$$\lambda = C_1 e^{C_2} (\text{Re}_\omega \Omega)^{1-\varepsilon} / (1 - \delta_r). \quad (17)$$

Здесь $\text{Re}_\omega = \frac{\omega_0 R_0^2}{\nu}$ – число Рейнольдса, построенное по скорости вращения магнитного поля на внешней поверхности кольцевой щели, Ω – средняя угловая скорость в ядре течения, $C_1 = 0,019$; $C_{21} = 10,4$; $C_{22} = 12$ – эмпирические постоянные, $\varepsilon = 0; 1/2; 1$ – эмпирический параметр, определяющий характер течения [3]. При вычислениях точки перехода от одного режима течения к другому находились, как и в работе [4], из условия минимальности средней угловой скорости вращения жидкости. При этом средняя угловая скорость вращения жидкости, входящая в формулу для коэффициента «внешнего трения», определялась методом последовательных приближений, подробно описанным в [4].

На рис. 2 представлена зависимость средней угловой скорости вращения жидкости от величины магнитной индукции (числа Гартмана) и сравнение с результатами работы [5]. На рис. 3 показана зависимость средней угловой скорости вращения жидкого проводника от высоты столба при фиксированном значении магнитной индукции, соответствующем $H\alpha_a = 9,9$. Все представленные измерения проводились в индукторе с числом пар полюсов равным единице при постоянной частоте переменного тока в индукторе (50 Гц). Значения безразмерных критериев в процессе экспериментов составляли $\bar{\omega} = 0,91$, $\text{Re}_\omega = 9,46 \cdot 10^5$.

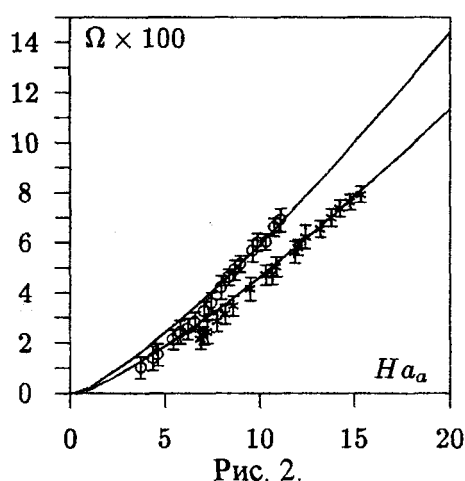


Рис. 2.
 $\circ - \delta_r = 0.408, \delta_z = 2.0,$
 $* - \delta_r = 0.588, \delta_z = 1.96.$

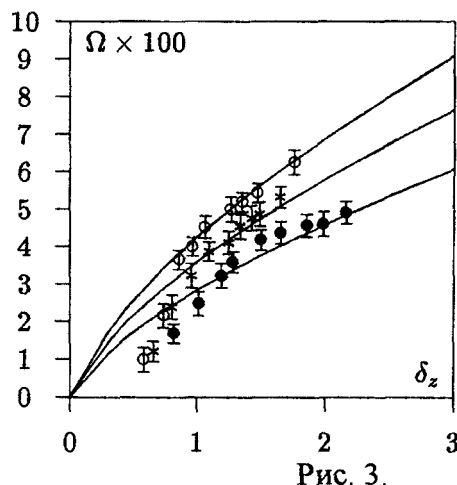


Рис. 3.
 $\circ - \delta_r = 0.235, * - \delta_r = 0.408,$
 $\bullet - \delta_r = 0.588.$

Для того чтобы убедиться в сходимости использованного приближенного решения было выполнено сравнение расчетов по предлагаемому алгоритму с точным решением, полученным в пренебрежении неоднородностью распределения скорости по вертикальной координате [5]. Результаты одного из таких сравнений показаны на рис. 4. Здесь представлено распределение скорости по радиусу щели в сечении $z=0$ при значении числа Гартмана кривая 1 соответствует точному решению для ядра течения. Отметим, что, несмотря на некоторое отличие двух кривых, получено достаточно хорошее согласование двух решений, что свидетельствует о корректности использованного метода приближенного решения.

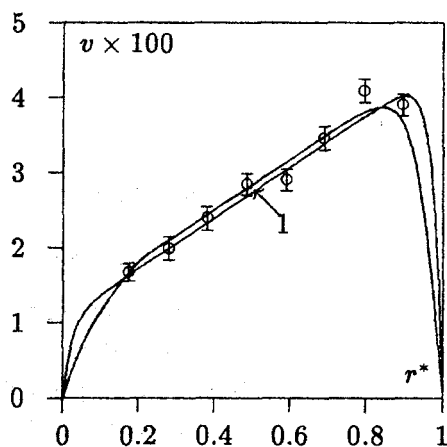


Рис. 4.

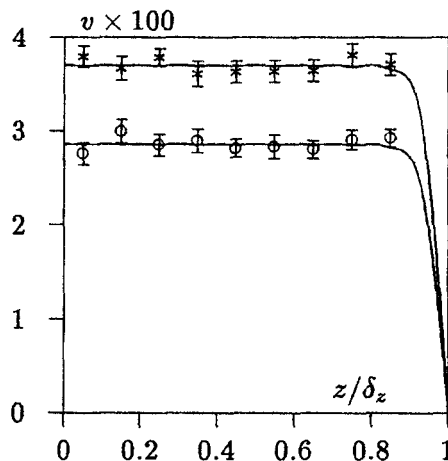


Рис. 5.

На рис. 4 показаны распределения скорости течения жидкости по радиусу при $\delta_r = 0.235, \delta_z = 0.784, \bar{\omega} = 0.91, Re_{\omega} = 9.46 \cdot 10^5, Ha_a = 11.3$. Здесь $r^* = (r - \delta_r) / (1 - \delta_r)$. Для сравнения на рис. 4 приведены результаты измерений, выполненных с помощью двухканального зонда конструкции Пуарье [6] при тех же значениях безразмерных параметров. На рис. 5 изображены распределения осредненной скорости течения жидкого проводника по высоте щели в двух сечениях $\circ - r = 0.5$ и $* - r = 0.75$. Расчеты и измерения проводились при тех же значениях безразмерных параметров взаимодействия.

ВЫВОДЫ

Выполненные измерения и расчеты распределения скорости течения жидкого проводника, порождаемого в кольцевой щели вращающимся магнитным полем, подтвердили факт существования ядра течения, в котором распределение осредненной скорости по высоте однородно, а по радиусу – линейно. Это ядро занимает большую часть области течения, т.е. пограничные слои на боковых и торцовых поверхностях сосуда достаточно тонки. При увеличении магнитной индукции или при уменьшении ширины зазора толщина пограничного слоя убывает и наоборот.

В заключение автор хотел бы выразить искреннюю благодарность проф. А.Б. Капусте за постоянное внимание к рассматриваемым вопросам и обсуждение полученных результатов.

РЕЗЮМЕ

Теоретично та експериментально досліджено течію рідкого металу у кільцевій щілині обмеженої висоти. Ця течія породжується обертовим магнітним полем із довільною кількістю пар полюсів. Розглянуто випадок, коли відносна частота має невеликі значення. Для опису течії застосовано напівемпіричну модель «зовнішнього тертя». Одержано задовільне узгодження теоретичних кривих та експериментальних даних при різних режимах течії рідини.

SUMMARY

The turbulent flow of a liquid metal in finite length annular slot has been studied theoretically and by experiments. This flow caused by the action of the rotating magnetic field with arbitrary number of pole pair. The semiempirical model of «external friction» was used for the flow calculation. The satisfactory agreement of theoretical curves and experimental data has been obtained in different flow regimes.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Крысько С.Б., Позняк А.А., Клявиных Я.Я. Вопросы методики повышения эффективности кольцевого перемешивателя расплавов // Магнитная гидродинамика. – 1997. – Т. 33, № 2. – С. 226-231.
2. Гельфгат Ю.М., Приеде Я. МГД течения во вращающемся магнитном поле (обзор) // Магнитная гидродинамика. – 1995. – Т. 32, № 2. – С.214-230.
3. Капуста А.Б., Шамота В.П. Квазиламинарные и турбулентные течения проводящей жидкости, возбуждаемые вращающимся магнитным полем // Магнитная гидродинамика. – 1996. – Т. 32, №1. – С.43-49.
4. Шамота В.П. Течение проводящей жидкости в кольцевой щели, порождаемое вращающимся магнитным полем // Магнитная гидродинамика. – 1997. – Т. 33, № 1. – С. 56-59.
5. Шамота В.П. Течение проводящей жидкости в цилиндрическом сосуде конечных размеров, порождаемое вращающимся магнитным полем // Магнитная гидродинамика. – 1999. – Т. 35, № 3. – С. 294-298
6. Poirier Y. Contribution a l'etude experimentale de la magnetodynamique des liquides // Alger. Sciences Physiques. – 1960. – Т. VI, № 1. – P. 5-101.

Надійшла до редакції 06.03.2000 р.

УДК 621.375:621.382.029.6.001.63

ВЛИЯНИЕ НАСТРОЙКИ ВХОДНОЙ СОГЛАСУЮЩЕЙ ЦЕПИ ТРАНЗИСТОРА ПО ВТОРОЙ ГАРМОНИКЕ НА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ И УСИЛИТЕЛЬНЫЕ СВОЙСТВА СВЧ УСИЛИТЕЛЯ МОЩНОСТИ

В.Г.Крыжановский, И.Н.Шевченко

Введение. Исследование влияния форм токов и напряжений коллектора на КПД транзисторных усилителей мощности сверхвысокочастотного диапазона (ТУМ СВЧ) проводилось в работах [1, 2]. В них получены соотношения для КПД ТУМ в зависимости от спектрального наполнения коллекторных тока и напряжения. В [2] также определена величина вклада параметрических эффектов на барьерной емкости коллекторного перехода транзистора в КПД ТУМ СВЧ класса F [1]. В [3] показано, что спектром коллекторного тока и напряжения можно управлять не только выходной, но и входной согласующей цепью. Экспериментальные исследования влияния уровня высших гармоник во входном токе транзистора усилительного устройства на его характеристики приведены в [4 – 6]. В работах [4, 5] исследовались умножители частоты по схеме с общим эмиттером (ОЭ), у которых в базовой цепи присутствовал последовательный колебательный контур. Этот контур имел резонансную частоту, близкую к частоте генерируемой гармоники. Показано, что коэффициент усиления таких умножителей на четыре и пять достигал ~ 10 дБ (при ~ 6 дБ без контура). Однако в этих работах не дано теоретического описания полученных результатов.

Данная работа ставит целью теоретически исследовать влияние уровня и фазы второй гармоники во входном токе транзистора на характеристики ТУМ СВЧ по схеме с общей базой (ОБ) класса C, путем численного моделирования его работы.

2. Постановка задачи. Рассмотрим ТУМ СВЧ класса C, в котором используется транзистор 2Т995А-2 [7] (рис.1). T – эквивалентная схема собственно транзистора, в качестве которой использовалась модель первого порядка биполярного транзистора [8]. 1 и 2 – цепи, содержащие паразитные элементы корпуса, эмиттерного и коллекторного выводов [7], а так же элементы согласования на основной частоте. U_s – источник сигнала с амплитудой 4.0 В и частотой $f_0 = 3.0$ ГГц и внутренним сопротивлением $R_1 = 50.0$ Ом, U_0 – источник питания 14.0 В, нагрузка $R_3 = 50.0$ Ом.

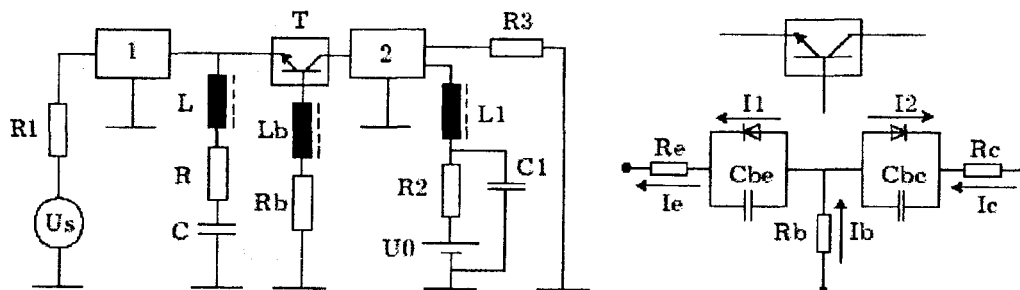


Рис.1 Транзисторный усилитель СВЧ – мощности класса C и модель первого порядка биполярного транзистора

Контур R - L - C настроен на частоту, близкую к частоте второй гармоники основного сигнала. Чтобы исключить влияние корпуса и выводов, этот контур внесен внутрь корпуса транзистора и подключен непосредственно к эмиттеру. Такой подход позволя-

ет имитировать импеданс произвольной входной согласующей цепи на частоте второй гармоники и легко изменять его значение.

При моделировании работы усилителя использовался метод анализа, основанный на численном решении системы нелинейных дифференциальных уравнений усилителя неявным методом Кунцмана – Бутчера 8-го порядка [9]. Моделирование работы базового варианта усилителя класса *C* (при $R \rightarrow \infty$) показало, что он обладает такими параметрами: потребляемая мощность $P_0 = 3.41 \text{ Вт}$, мощность в нагрузке $P_n = 0.98 \text{ Вт}$, КПД $\eta = 0.29$, коэффициент передачи $K_p = 3.39$ раза.

3. Влияние уровня и фазы второй гармоники в токе коллектора на КПД усилителя. Варьируя добротность Q контура $R-L-C$ от 0 до ∞ соответствующим изменением величины сопротивления R , будем регулировать уровень второй гармоники одной из двух составляющих тока эмиттера I_e (рис. 1) – тока I_s контура $R-L-C$. Для каждого значения сопротивления R оптимизируем элементы согласующих цепей 1 и 2 и индуктивность L (рис. 1) так, чтобы усилитель имел максимальные выходную мощность и амплитуду второй гармоники в токе I_s .

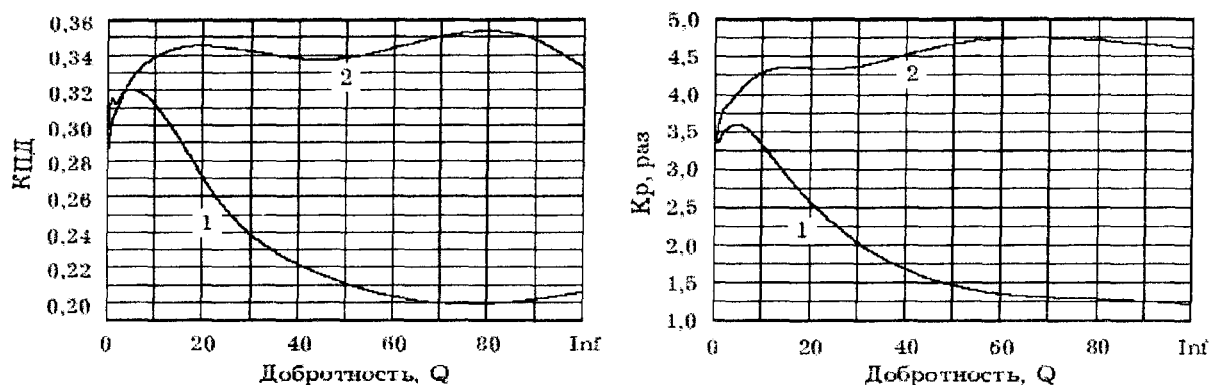


Рис. 2. КПД и коэффициент передачи K_p усилителя в зависимости от добротности контура $R-L-C$

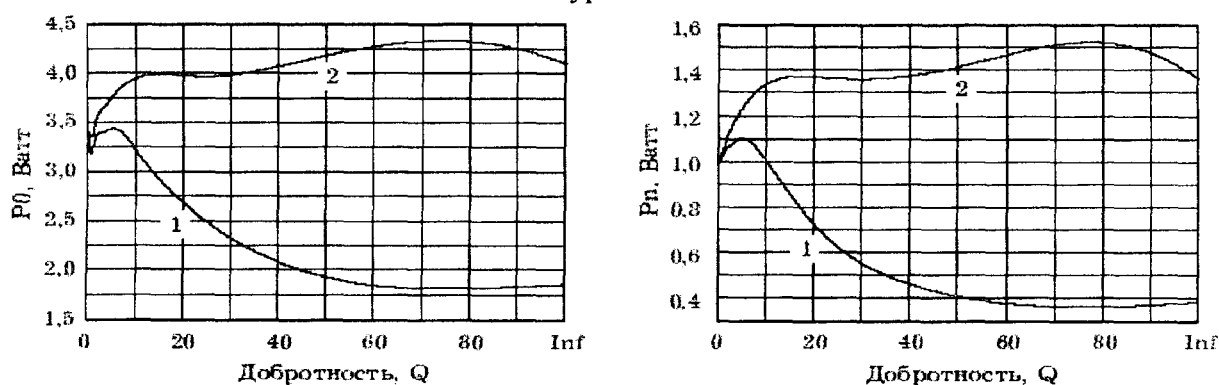


Рис. 3. Потребляемая P_0 и выходная P_n мощности в зависимости от добротности контура $R-L-C$

Зависимость основных параметров усилителя от добротности Q приведена на рис.2, 3 – графики с номером 1, первой и второй гармоник напряжения U_{be} и тока эмиттера I_e на рис. 4 – графики с номерами 1 и 3 соответственно.

Полученные результаты показывают снижение КПД η и коэффициента передачи k_p с увеличением уровня второй гармоники в эмиттерном токе. Причину такого явления необходимо искать в процессах, происходящих в транзисторе и его согласующих цепях. На-

стройка согласующих цепей усилителя, полученная в процессе оптимизации, с увеличением добротности контура $R-L-C$ от 0 до ∞ приводит к возрастанию второй гармоники тока I_e с 0.034 А до 0.2 А (в токе I_s с 0 до 0.2 А) и снижению амплитуд вторых гармоник в напряжении U_{be} с 0.95 В до 0.076 В и токе емкости C_{be}^{bar} с 0.14 А до 0.039 А. Подобное поведение токов и напряжений показывает, что контур $R-L-C$ замыкает эмиттерный переход на частоте второй гармоники на «землю». При этом вторая гармоника тока, генерируемого генератором тока I_1 (рис. 1) идет не через барьерную емкость C_{be}^{bar} , а через контур $R-L-C$. Снижение уровня второй гармоники в напряжении U_{be} ослабляет модуляцию барьерной емкости C_{be}^{bar} на частоте этой гармоники, что сопровождается снижением параметрических эффектов переноса энергии от вторых гармоник тока и напряжения емкости C_{be}^{bar} к первой. В нашем случае этот эффект подтверждается уменьшением амплитуд первых гармоник в напряжении U_{be} с 1.94 В до 1.22 В и токе I_e с 0.49 А до 0.31 А. Снижение амплитуды первой гармоники в токе I_e и напряжении U_{be} снижает скорость перезаряда барьерной емкости эмиттерного перехода C_{be}^{bar} и ухудшает инжекцию носителей из эмиттерного перехода в коллекторный [10]. Что в конечном итоге и приводит к ухудшению параметров ТУМ (рис. 2, 3). Этот результат говорит о том, что бесконтрольное поведение импеданса входной согласующей цепи по второй гармонике может существенно снизить энергетические показатели ТУМ СВЧ.

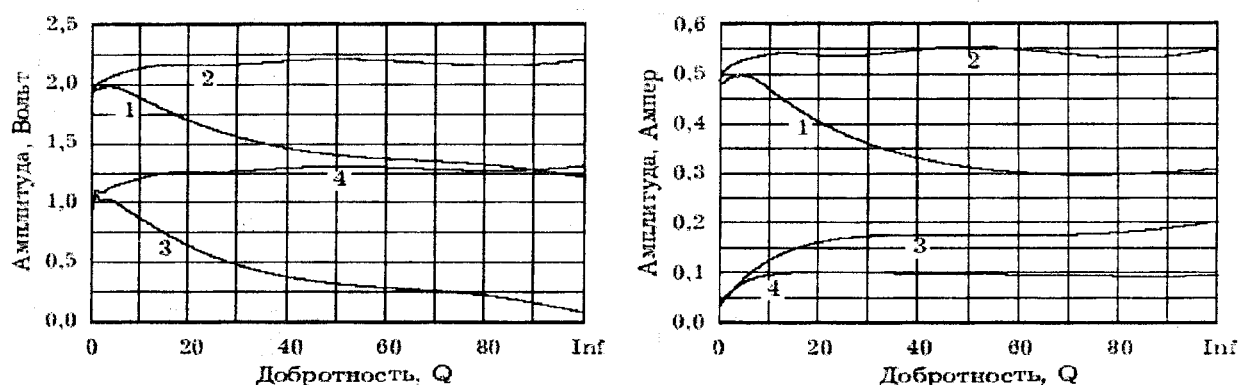


Рис. 4. Зависимость амплитуд первой и второй гармоник эмиттерного напряжения и тока от добротности контура $R-L-C$

Продолжая оптимизацию элементов схемы на достижение максимального коэффициента передачи, добавим дополнительный варьируемый параметр – разность фаз между вторыми гармониками эмиттерного тока и напряжения, которая определяется расстройкой контура $R-L-C$. Вариацией этого параметра будем добиваться максимизации КПД усилителя. Результаты такого процесса приведены на рис. 2, 3 – графики с номером 2. Наибольшее увеличение КПД усилителя по сравнению с базовым вариантом составило ~6%. Коэффициент передачи усилителя возрос в ~1.4 раза. Данные рис. 2, 3 говорят о том, что потребляемая мощность возрастала с увеличением КПД η и коэффициента передачи k_p . Поэтому основной вклад в увеличение η и k_p должно вносить увеличение выходной мощности (более быстрое, чем рост потребляемой мощности). Чтобы разобраться в причинах повышения КПД и k_p , исследуем изменения напряжений и токов в усилителе.

На рис. 4 представлены первые и вторые гармоники напряжения U_{be} и тока эмиттера I_e – графики с номерами 2 и 4 соответственно, зависимости амплитуд гар-

моник тока источника I_1 , контура $R-L-C$ и тока емкости C_{be}^{bar} от добротности контура $R-L-C$ представлены на рис. 5. Наиболее интересным является поведение второй гармоники в токе эмиттера I_e (рис. 4) и одной из двух его составляющих – токе I_s контура $R-L-C$ (рис.5). Разность этих токов, начиная с $Q \geq 20$ оставалась постоянной. Это значит, что входная согласующая цепь транзистора 1 (рис. 1) не влияла на уровень второй гармоники в эмиттерном токе. Этот уровень всецело определялся величиной импеданса контура $R-L-C$. Зависимости основных параметров усилителя (рис. 2, 3) от Q показывают, что их рост начался с $Q \approx 20$. Это означает, что существует оптимальный уровень второй гармоники в токе эмиттера (в данном случае от $0.0083 + i \cdot 0.064 A$ до $0.039 + i \cdot 0.066 A$), позитивно влияющий на параметры усилителя в целом (ср. рис. 2, 3 и рис. 4, 5). Далее, как следует из поведения амплитуды второй гармоники тока барьерной емкости C_{be}^{bar} , ее уровень возрос с $0.14 A$ ($Q = 0$) до $0.18 A$ ($Q = \infty$). Это повышение однозначно определяется величиной тока I_s контура $R-L-C$ (рис. 5). В отличие от предыдущего случая, увеличение амплитуды второй гармоники тока емкости C_{be}^{bar} , при конечном и ненулевом импедансе контура $R-L-C$, приводит к возрастанию амплитуды второй гармоники в напряжении U_{be} на $0.36 B$. Одновременное увеличение уровня вторых гармоник в токе и напряжении нелинейной емкости C_{be}^{bar} усиливает параметрический перенос энергии от этих гармоник к первым, что подтверждается ростом амплитуды первой гармоники в напряжении U_{be} на $0.27 B$ и токе I_e на $0.063 A$ (рис. 4). В свою очередь, увеличение амплитуды первой гармоники в напряжении U_{be} ускоряет отпирание транзистора. При увеличении скорости отпирания транзистора должен формироваться более резкий фронт тока I_1 , инжектируемого из эмиттерного перехода в коллекторный (рис. 1). Это подтверждается ростом амплитуд первой и третьей гармоник тока I_1 соответственно на $0.065 A$ и $0.023 A$ и снижением второй на $0.012 A$ (рис. 5).

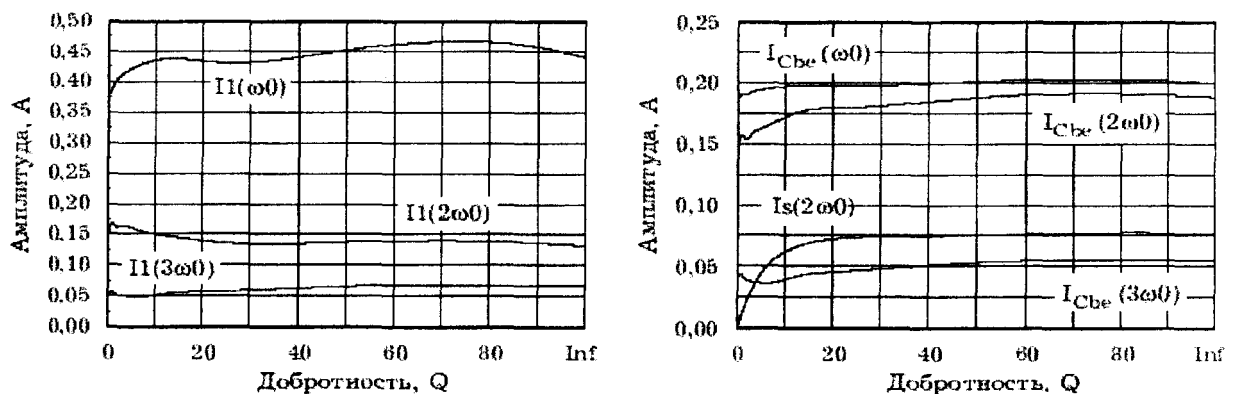


Рис. 5. Амплитуды гармоник тока I_1 (рис. 1), тока барьерной емкости C_{be}^{bar} и тока контура $R-L-C$ от добротности Q этого контура

Таким образом, результатом второго способа оптимизации параметров элементов согласующих цепей получилась такая их настройка, при которой увеличился уровень первой гармоники в токе I_1 , инжектируемого из эмиттерного перехода в коллекторный, что и привело к повышению коэффициента передачи и КПД усилителя.

4. Заключение. Полученные результаты исследований позволяют сделать вывод о том, что возможность управления в УМ СВЧ класса С по схеме с ОБ уровнем и фазой второй гармоники эмиттерного тока транзистора, согласованного по входу и выходу на ос-

новой частоте, позволяет повышать КПД и коэффициент передачи такого усилителя. Доказано существование оптимальных амплитудно-фазовых соотношений между первой и второй гармониками в токе эмиттера, при которых возрастает КПД и выходная мощность усилителя. Максимизация КПД η и выходной мощности P_n исследуемого усилителя соответствующим подбором значений элементов согласующих цепей для основной частоты и второй гармоники позволила увеличить η и P_n в 1.36 и 1.15 раза соответственно.

РЕЗЮМЕ

Досліджена робота підсилювача класу С в залежності від настроювання входних согласующих кіл по другій гармоніці. Досліджена залежність коефіцієнту передачі підсилювача та його ККД від амплітуди та фази другої гармоніки емітерного струму та напруги. Показано, що настроюванням входних кіл транзистора на гармоніках основного сигналу можна у де якому ступені регулювати струм заряду бар'єрної ємності емітерного переходу й цим поліпшити комутаційні властивості транзистору.

SUMMARY

Functioning an class C amplifier depending on adjustment input matching transistor chains on the second harmonica was explored. Straight dependency of factor of issue of amplifier and its efficiency from the amplitude and phase of second harmonica of emitter current and voltage was demonstrated. Also shown that adjusting an input transistors chain on harmonicas of main signal possible in certain degrees to adjust a current of charge an barrier capacity of emitter transition and hereunder perfect switching characteristic of transistor.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Raab F.H. Class F Power Amplifiers with maximally Flat Waveform. IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. – 1997. – V. 45. – P. 2007-2013.
2. Крыжановский В.Г., Шевченко И.Н. Влияние форм тока и напряжения коллектора на КПД транзисторного усилителя СВЧ-мощности класса F(H) и учетом параметрических эффектов // Радиотехника. Всеукр. межвед. Науч.-техн. сб. 1998. – Вып. 108. – С.81-88.
3. Крыжановский В.Г., Шевченко И.Н. Формирование форм коллекторного тока и напряжения в транзисторных усилителях СВЧ-мощности классов F и H // Радиотехника. Всеукр. межвед. Науч.-техн. сб. – 1998. – Вып.106. – С.162-168.
4. О'Клок мл., Дофине. Транзисторные умножители частоты с большим коэффициентом усиления, «ТИИЭР». – Т.58. – №9. – 1970. – С.70-72.
5. О'Клок мл. Высокий коэффициент усиления и умножения частоты в транзисторе с резким изменением входных параметров, «ТИИЭР». – Т.60. – №2. – 1972. – С.116-117.
6. Бердыев В.С., Петров Б.Е. Влияние высших гармоник на энергетические характеристики транзисторных СВЧ усилителей, «Сборник научных трудов по проблемам микроэлектроники», – М.: МИЭТ, Вып. 25, 1976. – С.103-106.
7. Перельман Б.Л., Петухов В.М. Новые транзисторы. Справочник. – М.: «СОЛОН», «МИКРОТЕХ». – Т.1. – 1994. – 261 с.
8. Архангельская И.Т., Архангельский А.Я. Модель первого порядка переноса и накопления носителей заряда в полупроводнике и модель биполярного транзистора на ее основе. Изв. Вузов СССР – Радиоэлектроника. – 1974. – Т. XVII. – №6. – С.104-111.
9. Хайрер Э., Нерсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 512 с.
10. Агаханян Т.М., Основы транзисторной электроники. – М.: Энергия, 1974. – 255 с.

Надійшла до редакції 02.03.2000 р.

УДК 533.915

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИМПУЛЬСНОГО ПЛАЗМЕННОГО ГИДРОАКУСТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ

В.И.Федун, Ю.Е.Коляда, О.Н.Буланчук, В.В.Гаркуша

Генераторы плотной низкотемпературной плазмы находят широкое применение в технологических процессах и физическом эксперименте [1]. Благодаря высокому удельному энергосодержанию плазменных потоков они используются в процессах преобразования электрической энергии в другие ее виды: тепловую [2], кинетическую микро- и макрочастиц [3], оптического излучения [4].

В работах [5, 6] показано, что при инжекции плазменных потоков в жидкость возможна генерация низкочастотных акустических полей. В качестве источника плазменного сгустка использовался импульсный эрозионный плазменный ускоритель [7], в котором формирование интенсивного потока плазмы и его инжекция в окружающую среду происходит за счет протекания электрического тока дугового разряда через газ, заполняющий полость камеры генератора. Выделяемая в канале разряда энергия приводит к нагреву газа до высоких ($\sim 10^4$ К) температур и повышению давления до сотен атмосфер. Пульсация образовавшейся парогазовой полости сопровождается излучением упругих волн. В работе [8] изучалась динамика полости на примере электрического разряда в жидкости. Показано, что первый импульс сжатия существенным образом определяется законом ввода энергии $E(t)$ в плазму, а при выполнении условия $E / (\rho c^3 \tau^5) > 1$ возникает ударная волна. Здесь ρ и c – плотность жидкости и скорость звука в ней, E – полная энергия введенная в плазму за полное время разряда τ . Образование ударной волны, характерной для всех взрывных источников, является нежелательным явлением при генерации низкочастотных акустических полей, так как значительная часть ее энергии диссипирует в тепло. Реализация разряда в среде газа позволяет в широких пределах управлять его амплитудно-временными характеристиками посредством электротехнических параметров цепи и исполнением камеры генератора, а, следовательно, достигнуть необходимого энерговклада в плазму за требуемое время.

Для исследования процессов генерации упругих волн при инжекции плазменных сгустков в жидкость важным является вопрос эффективности преобразования энергии накопителя в энергию плазменного сгустка, которая в конечном счете определяет эффективность возбуждаемых акустических колебаний в среде.

В этой связи настоящая работа посвящена исследованию электрических характеристик импульсного газонаполненного генератора, погруженного в жидкость. Схема проведения эксперимента изображена на рис.1. Плазменный эрозионный ускоритель (ПЭУ) представлял собой толстостенную цилиндрическую камеру выполненную из диэлектрика с максимально расположенными кольцевым (1) и стержневым (2) электродами. Межэлектродное

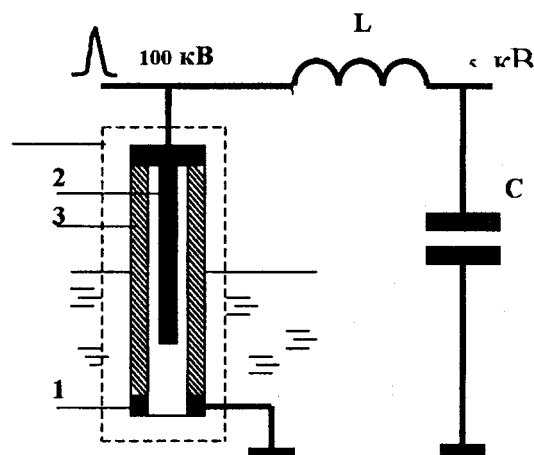


Рис. 1. Принципиальная схема установки.

расстояние варьировалось в пределах от 50 до 150 мм. Диэлектрический корпус (3) пушки имел размеры: длина 50 см, внешний диаметр 4,5 см., внутренний – 0,8 см. Разрядная камера заполнена воздухом при атмосферном давлении. Емкостной накопитель энергии С представлял собой батарею конденсаторов типа К41И-7 с рабочим напряжением 5 кВ. Запасаемая в нем энергия варьировалась до 37,5 кДж. Электрическая прочность межэлектродного промежутка была значительно выше рабочего напряжения накопителя, поэтому для инициации разряда использовался генератор высоковольтных импульсов (до 100 кВ). Для коммутации разрядного промежутка и регулировки длительности разряда использовалась переменная индуктивность $L = 0,15 \div 0,30$ мГн. Плазменная пушка помещалась в резервуар с водой размерами $2 \times 2 \times 2$ м³.

На рис. 2 представлены характерные осциллограммы тока I и напряжения U на межэлектродном промежутке, а также полученная в результате их обработки временная зависимость сопротивления R разряда. Видно, что после высоковольтного пробоя сопротивление канала разряда падает, достигая минимального значения ранее, чем ток примет максимальное, а затем возрастает, когда ток стремится к нулю.

Сопротивление разряда может определяться многими факторами: индуктивностью L и емкостью C цепи, напряжением на разрядном промежутке, длиной межэлектродного зазора, размерами и материалом диэлектрического корпуса. Рассмотрим некоторые из этих зависимостей.

На рис.3 представлены зависимости сопротивления R канала разряда от времени при различных напряжениях накопителя энергии U_0 и неизменных параметрах: емкости C , индуктивности L цепи и геометрических размерах камеры (межэлектродном расстоянии S). Из приведенных графиков видно, что сопротивление плазмы, практически, не зависит от рабочего напряжения емкостного накопителя.

На рис.4 изображены зависимости сопротивления канала разряда при различных емкостях накопителя энергии и неизменных параметрах: рабочем напряжении накопителя энергии, индуктивности цепи и геометрических размеров камеры. Из приведенных графиков также следует слабая зависимость сопротивления плазмы от емкости цепи.

Таким образом, электрические параметры цепи при фиксированных геометрических размерах камеры ускорителя практически не влияют на сопротивление канала разряда. Данные результаты позволяют предположить, что сопротивление обусловлено в первую очередь теплофизическими характеристиками материала корпуса и межэлектродным расстоянием.

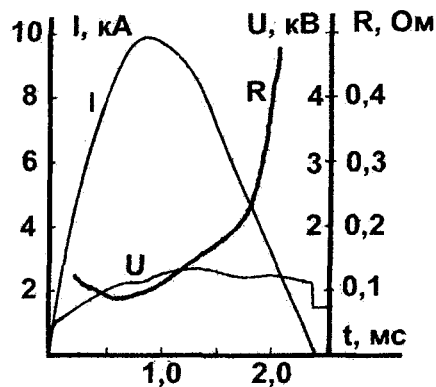


Рис. 2. Осциллограммы тока и напряжения и временная зависимость сопротивления разряда

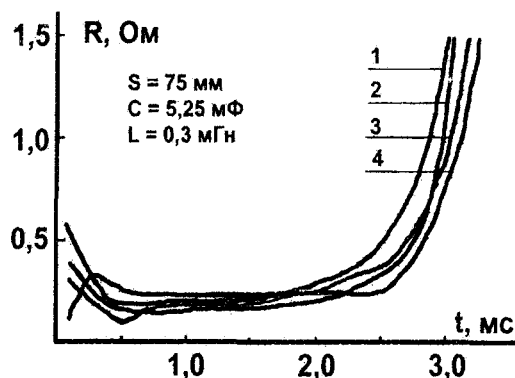


Рис. 3. Временные зависимости сопротивления канала разряда при рабочих напряжениях накопителя: 1- 2,0 кВ; 2 – 3.0 кВ; 3- 3.5 кВ; 4 – 4.5 кВ

Наибольший практический интерес представляют разряды с максимальной передачей энергии накопителя в плазму. Показателем эффективности такой передачи является остаточное напряжение на электродах ускорителя. (Так на рис. 2 показано остаточное напряжение $\sim 0,7$ кВ). Для исследуемой конструкции ускорителя экспериментально определены оптимальные межэлектродные зазоры, которые отвечают условию полной передачи энергии накопителя в плазму при различных емкостях конденсаторной батареи. На рис. 5 представлены семейства временных зависимостей сопротивлений при оптимальных размерах межэлектродного промежутка. (В эксперименте рабочее напряжение накопителя энергии составляло 5 кВ, индуктивность цепи – 0,3 мГн). Отсюда следует, что минимальное сопротивление разрядов в течении длительности

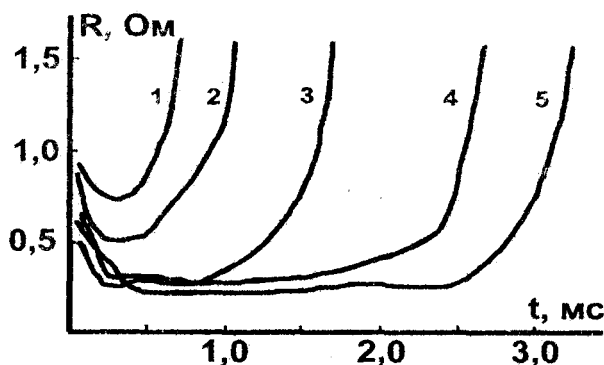


Рис. 5. Временные зависимости сопротивления канала разряда при оптимальной длине разрядного промежутка S и емкостях накопителя энергии C (1 – $S = 165$ мм, $C = 0,45$ мФ; 2 – $S = 130$ мм, $C = 0,75$ мФ; 3 – $S = 90$ мм, $C = 1,8$ мФ; 4 – $S = 80$ мм, $C = 4,2$ мФ; 5 – $S = 75$ мм, $C = 5,25$ мФ)

пряжения, строгая линейная зависимость от длины промежутка указывают на несущественную роль коллективных процессов в разряде – турбулентный механизм проводимости. Определяющими, при этом, являются теплофизические свойства материала диэлектрического корпуса генератора.

Таким образом, проведенные исследования позволяют определить условия эффективной передачи энергии от накопителя в

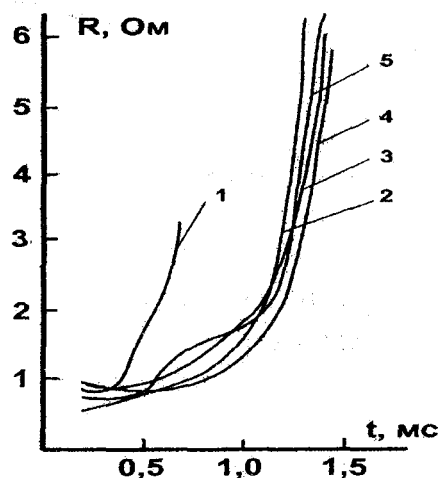


Рис. 4. Временные зависимости сопротивления канала разряда при $U_0 = 5$ кВ, $L = 0,3$ мГн, $S = 145$ мм и емкостях накопителя: 1 – 150 мФ; 2 – 1,05 мФ; 3 – 1,50 мФ; 4 – 2,25 мФ; 5 – 3,0 мФ

импульса тока определяется только длиной промежутка S (минимумы представленных кривых). На рис. 6 представлена зависимость минимального сопротивления канала разряда от величины межэлектродного зазора, полученная при обработке графиков, изображенных на рис. 5. Из представленных экспериментов следует, что проводимость канала разряда исследуемого генератора можно объяснить в рамках классической теории проводимости. Отсутствие зависимости сопротивления от прикладываемого на-

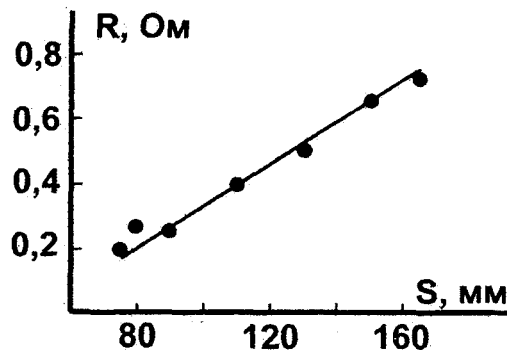


Рис. 6. Зависимость минимального сопротивления канала разряда от длины межэлектродного промежутка

плазменный сгусток, инжектируемый в жидкость. Полученные результаты открывают возможность исследования амплитудно-временных характеристик возбуждаемых низкочастотных акустических полей и управления их спектральным составом для конкретных прикладных задач.

РЕЗЮМЕ

В роботі експериментально досліджуються електротехнічні характеристики газонаповненого імпульсного плазмового генератора, зануреного в рідину. Показано, що опір дугового розряду в порожнині генератора визначається теплофізичними характеристиками матеріалу діелектричного корпусу та відстанню між електродами. Для конструкції, що досліджується, визначені оптимальні відстані між електродами, для яких енергія накопичувача повністю передається в плазму.

SUMMARY

Electrical characteristics of the gas-filled impulse generator submerged in liquid are investigated. It is shown that an arc discharge resistance is determined by the heat-physics characteristics of the dielectric chamber material and the distance between electrodes. For the investigated device optimal distances between electrodes at which storage energy transferred into plasma fully are found.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Глебов И. А., Рутберг Ф.Г. Мощные генераторы плазмы. – Энергоатомиздат, 1985. – 152 с.
2. Жуков М.Ф., Смоляков В.Я., Урюков Б.А. Электродуговые нагреватели газа (плазмотроны). – М.: Наука, 1973. – 230 с.
3. Мозон Б.М. Ускорение макрочастиц для управляемого термоядерного синтеза // УФН, 1981. – Т.134. – Вып. 4. – С.611-639.
4. Импульсные источники света / Под ред. И.С. Маршака. – М.: Энергия, 1978. – 472 с.
5. Коляда Ю.Е. Генерация акустических полей при инжекции плотных плазменных сгустков в жидкость // Доповіді Національної академії наук України, 1999. – № 6. – С.91-95.
6. Коляда Ю.Є., Федун В.І. Патент України №24496 «Джерело пружних хвиль в рідині» // Оф. бюлетень «Промислова власність». – Київ, т.5 (ч.ІІ), 1998.
7. Минько Л.Я. Получение и исследование импульсных плазменных потоков. Минск: Наука и техника, 1970. – 184 с.
8. Наугольных К.А., Рой Н.А. Электрические разряды в воде. – М.: Наука, 1971. – 115 с.

Надійшла до редакції 06.03.2000 р.

УДК 532.517.4

БАЛАНС ЭНЕРГИИ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПОТОКОВ РАСТВОРОВ ПОВЕРХНОСТНО-АКТИВНЫХ ВЕЩЕСТВ

П.В.Асланов, В.М.Максимцов

В настоящее время, несмотря на большой интерес к явлению снижения сопротивления, не существует единой точки зрения относительно механизма снижения турбулентного трения добавками полимеров и мицеллообразующих поверхностно-активных веществ (МПАВ). Трудности в обосновании гипотез связаны со сложностью изучаемого явления, которое с позиций классической гидродинамики обладает рядом аномалий, а также отсутствием представительной теории неоднородной пристенной турбулентности. Для понимания физической природы эффекта снижения сопротивления и построения рациональных схем расчета турбулентных течений жидкости с добавками необходимо знать особенности их влияния на структуру турбулентности вблизи стенки, где сосредоточена практически вся продукция турбулентной энергии и ее диссипация.

Ранее [1-3] было показано, что основное влияние добавок поверхностно-активных веществ заключается в увеличении пристенной области течения, включающей вязкий подслой и переходную зону, и уменьшение относительных размеров турбулентного ядра, уменьшение, по сравнению с течением воды, пульсационных составляющих скорости, при этом, в отличие от добавок полимеров, добавки МПАВ приводят также к уменьшению продольных пульсаций скорости.

Одной из важных характеристик, определяющих структуру турбулентного потока, является плотность энергии пульсаций скорости. В эксперименте можно измерить только спектральные функции по частотам, связанные с соответствующей одномерной спектральной функцией по волновым числам. Тем не менее одномерный спектр служит достаточно хорошим приближением к трехмерному спектру (исключая область малых волновых чисел), что позволяет получить по нему важную информацию о структуре турбулентного потока.

С целью более детального изучения структуры турбулентных течений со сниженным сопротивлением трения нами были выполнены исследования турбулентных течений растворов МПАВ в канале квадратного сечения. С помощью лазерного доплеровского анемометра были измерены профили осредненной и пульсационной составляющих скорости, а также спектров продольных пульсаций скорости. Измерения турбулентных характеристик проводились при течении воды и раствора цетилпиридиний хлористый (ЦПХ) в канале сечением $0,04 \times 0,04$ м. Измерения одномерных энергетических спектров продольных пульсаций скорости были проведены в двух точках с координатами $y = 2,5$ и 20 мм, которые расположены в переходной зоне, при течении снижающего трения раствора, и в области турбулентного ядра (на оси канала) соответственно. Результаты измерений приведены на рис. 1 в виде зависимости нормированной спектральной плотности энергии продольных пульсаций скорости $E^+ = E(k)/\sqrt{u'^2}$ от безразмерного волнового числа $k^+ = kR_z$, где $\sqrt{u'^2}$ — среднеквадратичное значение продольных пульсаций скорости, R_z — гидравлический радиус канала.

Из рис. 1 видно, что как при течении воды, так и раствора ЦПХ, можно выделить интервал значений k^+ (инерционный интервал), в котором выполняется «закон $5/3$ ». В то же время спектральные кривые расходятся в области высоких и низких волновых чисел. При этом в области больших значений k^+ кривые для раствора ЦПХ расположены ниже, чем для воды, что свидетельствует о гашении высокочастотных пульсаций скорости. В свою очередь, в области низких волновых чисел спектральная плотность энергии E^+ в растворе ЦПХ выше, чем в воде. Следовательно, в потоке с добавками МПАВ возрастает относительная доля энергии, содержащейся в движениях большого масштаба.

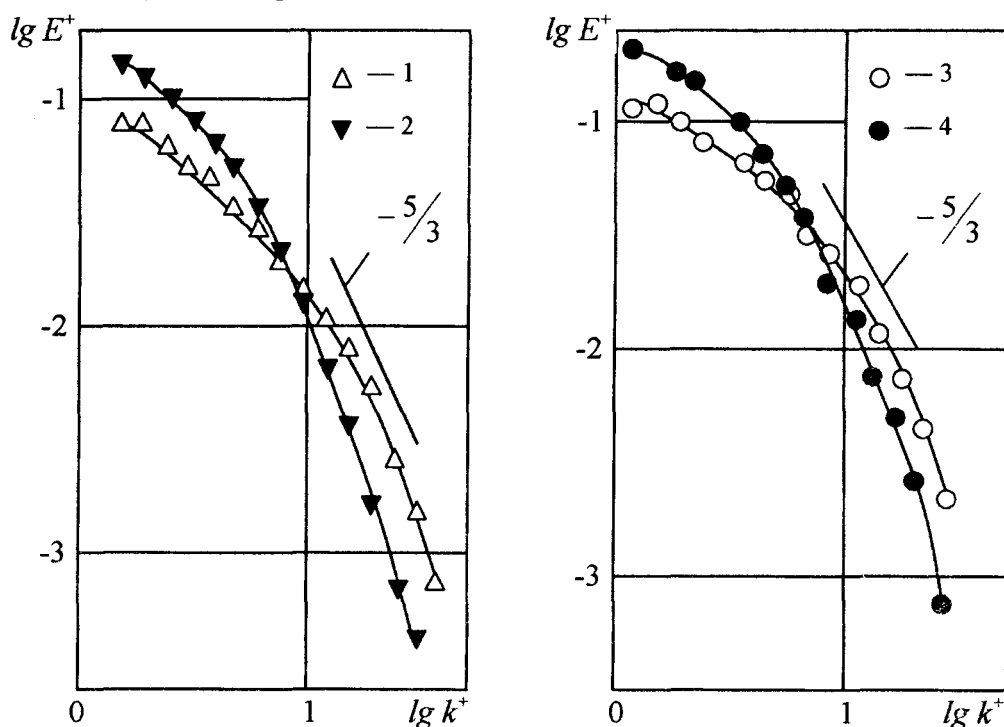


Рис. 1. Спектры продольных пульсаций скорости при течении воды (1, 3) и водного раствора цетилпиридиний хлорида (2, 4) при $y = 2,5$ мм (1, 2) и 20 мм (3, 4)

В целом добавки поверхностно-активных веществ приводят к существенному изменению в распределении энергии пульсаций скорости по спектру волновых чисел. Можно сказать, что они как бы «перекрывают» спектральный канал передачи турбулентной энергии в его высокочастотной части путем изменения структуры мелкомасштабной турбулентности. Отметим, что аналогичное воздействие на перестройку энергетического спектра продольных пульсаций скорости оказывают добавки полиакриламида.

В турбулентном потоке диссипация энергии происходит в вихрях наименьшего размера [4], когда на движение существенное влияние оказывают силы внутреннего трения (вязкости). Это означает, что энергия сосредоточенная в высокочастотной части спектра, быстро рассеивается вследствие трения. Скорость этого рассеивания характеризуется средней удельной диссипацией турбулентной энергии ϵ . Зная ϵ и предполагая изотропность мелкомасштабных пульсаций скорости, можно определить внутренний (колмогоровский) масштаб турбулентности, совпадающий по порядку своего значения с масштабом наибольших из тех возмущений, на которые вязкость еще оказыва-

ет существенное влияние. По опытным данным, с использованием соотношений $\varepsilon = 2\nu \int_0^{\infty} k^2 E(k) dk$ и $\lambda_0 = \varepsilon^{-1/4} \nu^{3/4}$ была проведена оценка диссипации турбулентной

энергии ε и колмогоровского масштаба λ_0 для течений воды и раствора ЦПХ. Рассчитанные значения ε и λ_0 для точек с координатами $y = 2,5$ и 20 мм приведены в таблице:

y, мм	Вода		Раствор ЦПХ	
	$10^4 \varepsilon$, Дж/кг·с	$10^4 \lambda_0$, м	$10^4 \varepsilon$, Дж/кг·с	$10^4 \lambda_0$, м
2,5	5,16	2,04	4,65	3,90
20	1,48	2,79	0,37	4,14

Анализ результатов расчета значений величин ε и λ_0 показывает, что введение добавок МПАВ в турбулентный поток жидкости приводит к уменьшению диссипации турбулентной энергии и возрастанию колмогоровского масштаба турбулентности. Аналогичное влияние на ε и λ_0 оказывают также добавки полимеров [5]. В этой работе показано, что с добавлением к воде полимера происходит уменьшение значения ε , причем тем больше, чем выше концентрация полимерной добавки.

Таким образом, эффект снижения турбулентного трения в растворах полимеров и мицеллообразующих поверхностно-активных веществ связан с уменьшением диссипации кинетической энергии пульсационного движения и увеличения средних линейных размеров турбулентных возмущений (вихрей), посредством которых осуществляется диссипация турбулентной энергии в тепло.

Процессы порождения турбулентной энергии и диссипации в канале связаны с потоком энергии в направлении от оси канала к стенке. Из внешней части потока энергия передается в пристеночную область со скоростью $\bar{U} \cdot \tau$ ($\bar{U}$ — осредненная по времени локальная скорость, $\tau = \tau_w (1 - y/H)$ — локальное касательное напряжение, H — полувысота канала), где она частично превращается в турбулентную энергию, а частично переходит в тепло вследствие прямой диссипации.

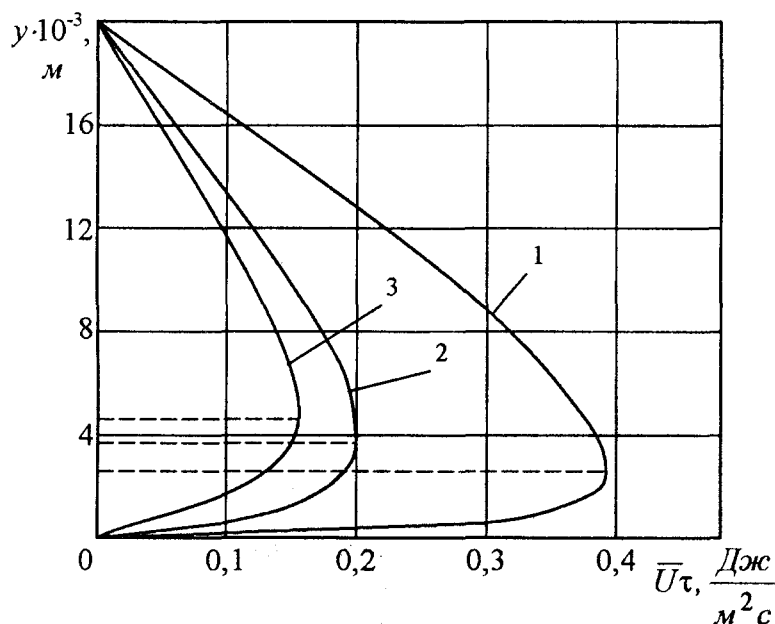


Рис. 2. Распределение скорости переноса энергии $\bar{U}\tau$ по сечению потока.

тично переходит в тепло вследствие прямой диссипации.

На рис. 2 приведено распределение скорости переноса энергии, рассчитанное из измеренных профилей скорости и локальных касательных напряжений, в растворах со снижающими трение добавками МПАВ. В эксперименте использовалось поверхностно-активное вещество техническая паста «метаупон». На рисунке представлены результаты для турбулентного течения воды (кривая 1), растворов метаупона концентрациями 0,2 % и 0,3 %, кривые 2 и 3

соответственно. Измерения приводились при числе Рейнольдса 21000, значения величины эффекта снижения трения составляли 44 и 59 %, соответственно. На основании приведенных данных можно сделать вывод, что под воздействием добавок значение $\bar{U} \cdot \tau$ существенно уменьшается практически по всему сечению потока. С увеличением величины эффекта снижения сопротивления поток кинетической энергии более равномерно распределяется по сечению канала и при этом максимальное значение $\bar{U} \cdot \tau$ сдвигается на большее расстояние от стенки. Аналогичные результаты получены и для растворов полимеров [2].

Представляет интерес анализ экспериментального материала в виде зависимостей безразмерных величин $(\bar{U}\tau)^+ = (\bar{U}\tau)/(\bar{U}\tau)_{max} = f(y/H)$, где $(\bar{U}\tau)_{max}$ — максимальное значение скорости переноса энергии, абсолютное значение и местоположение по сечению потока которой зависят от конкретных условий течения жидкости.

Точку, где $(\bar{U}\tau)^+ = 1$ можно представить как некоторую границу, выше которой скорость притока энергии осредненного движения превосходит скорость потерь энергии (складывающейся из диссипации и порождения). Ниже этой точки имеет противоположная тенденция, т. е. скорость потерь энергии осредненного движения превышает скорость ее притока.

Как результат проведенного анализа, по-видимому, определенный интерес может представить следующий факт:

$$\int_0^1 (\bar{U}\tau)^+ d(y/H) \approx \text{const} \approx 0,62.$$

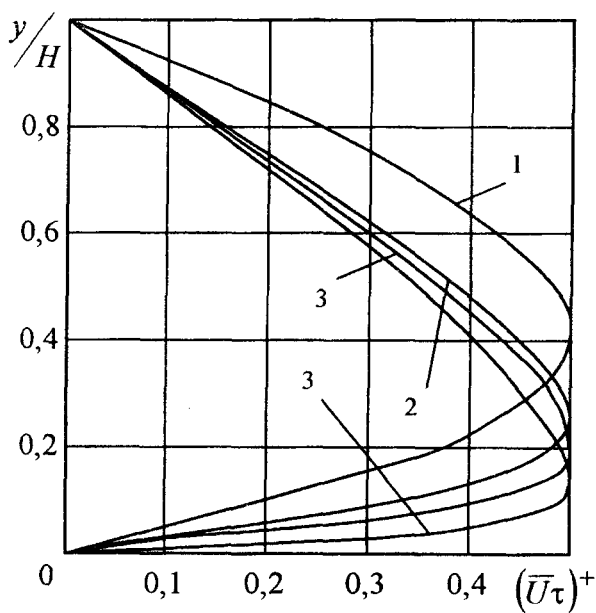


Рис. 3. Распределение безразмерной скорости переноса энергии $(\bar{U}\tau)^+$ по сечению потока: 1 — ламинарное течение воды; 2, 3 — турбулентное течение растворов метакрилатов концентрации 0,2 и 0,3 % соответственно; 4 — турбулентное течение воды.

Этот результат справедлив практически для всех выполненных экспериментов. Величина интеграла изменяется в пределах $0,61 \div 0,63$, причем наибольшее значение интеграла достигается при максимальном значении эффекта снижения сопротивления.

Для ламинарного режима течения воды можно получить аналитическое выражение для указанного выше интеграла:

$$\int_0^1 (U\tau)^+ d(y/H) =$$

$$= \frac{1}{0,384} \int_0^1 [1 - (y/H)^2] (y/H) d(y/H) = 0,65$$

Представленные на рис. 3 графики в координатах $(\bar{U}\tau)^+ = f(y/H)$, характеризующие ламинарный режим течения воды, турбулентные режимы течения воды и растворов МПАВ, свидетельствуют о том, что по характеру изменения потока энергии по сечению растворы занимают промежуточное положение

между развитым турбулентным и ламинарным режимами течения чистой воды. При этом имеет место четко выраженная тенденция к ламинизации течения с увеличением эффекта снижения сопротивления.

Таким образом, плотность потока энергии по сечению канала под влиянием снижающих трение добавок уменьшается, что в свою очередь вызывает уменьшение притока от осредненного движения к пульсационному.

РЕЗЮМЕ

В роботі приведено результати експериментальних досліджень спектрів енергії поздовжніх пульсацій швидкості при течії розчинів поверхнево-активних речовин. Показано, що при течії розчинів, які знижують опір тертя, відбувається зменшення дисипації турбулентної енергії та збільшення колмогоровського масштабу турбулентності. Густина потоку кінетичної енергії по перерізу потоку при цьому зменшується, в наслідок чого відбувається зменшення притоку енергії від осередненого руху до пульсаційного.

SUMMARY

In work the results of experimental research of spectrums of energy of longitudinal pulsations of velocity are given at current of solutions of surface-active substances. Is shown, that at current of solutions, lowering a friction drag, there is a diminution of a dissipation of turbulent energy and increase колмогоровського of gauge of a turbulence. Density of a kinetic energy on section of a stream thus decreases, that causes diminution of inflow of energy from осередненого of a motion to pulsation.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Ступин А. Б., Асланов П. В. Турбулентная структура течений со снижающими трение добавками // Инженерно-физический журнал. – Т. 41. – № 5. – С.809-814.
2. Повх И. Л., Ступин А. Б. Асланов П. В. Особенности турбулентной структуры потоков с добавками поверхностно-активных веществ и полимеров // Проблемы турбулентных потоков. М.: Наука, 1987. – С.152-162.
3. Ступин А. Б., Асланов П. В., Максимцов В. М. Коэффициенты сопротивления трения и профили скорости при течении растворов поверхностно-активных веществ // Теоретическая и прикладная механика. – 1999. – Вып. 29. – С.163-168.
4. Хинце И. О. Турбулентность, ее механизм и теория. – М.: Физматгиз, 1963. – 680 с.

Надійшла до редакції 09.03.2000 р.

ИЗМЕРЕНИЕ ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА И ТОЛЩИНЫ ДЕФЕКТНОГО ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ ПОЛУПРОВОДНИКА МЕТОДОМ МОДУЛЯЦИИ ПРОВОДИМОСТИ В ТОЧЕЧНОМ КОНТАКТЕ

В.А.Надточий, Н.Н.Голоденко, Н.К.Нечволод, Д.Г.Сущенко

Технологические процессы изготовления интегральных микросхем сопровождаются возникновением в поверхностном слое полупроводникового кристалла механических напряжений, порождающих дислокации и точечные дефекты. Поскольку параметры микросхемы определяются как раз свойствами поверхностных слоев и границ раздела участков кристалла с различными типами проводимости, технологические механические напряжения могут приводить к значительным разбросам в электрических свойствах функциональных элементов микросхемы.

Структурные дефекты оказывают существенное влияние на процессы генерации и рекомбинации носителей заряда. Локально измеряя время жизни неосновных носителей в различных точках поверхности кристалла, можно оценить плотность распределения дефектов по поверхности и по глубине. Одним из информативных методов исследования локальных параметров поверхностного слоя является модуляция проводимости образца при введении в него неосновных носителей заряда [1].

Неосновные носители вводятся в кристалл через точечный контакт при помощи инжектирующего импульса тока длительностью T_i с металлического зонда. Спустя регулируемое время T_p после окончания инжектирующего импульса, называемое временем задержки или паузой, через кристалл пропускают второй импульс тока, идентичный инжектирующему и называемый измерительным. Во время действия инжектирующего импульса сопротивление кристалла уменьшается в результате возрастания концентрации неосновных носителей. Во время интервала происходит рекомбинация и диффузия инжектированных носителей. Однако, к концу паузы, первоначальное сопротивление образца не успевает восстановиться.

Падение напряжения на образце наблюдается с помощью осциллографа. На рис. 1 показаны следующие друг за другом инжектирующий и измерительный импульсы тока и соответствующие им импульсы напряжения. Уменьшение сопротивления кристалла, происходящее в результате инжекции носителей, приводит к уменьшению падения напряжения на образце в процессе импульса. Ток через контакт остается неизменным, так как последовательно с зондом включен резистор, сопротивление которого значительно превышает сопротивление образца. Поэтому импульс напряжения не повторяет форму импульса тока, а имеет спад, обусловленный уменьшением сопротивления образца в процессе инжекции носителей.

Закон, по которому изменяется сопротивление образца за время паузы, можно экспериментально определить, если измерять падение напряжения на образце, соответствующее переднему фронту измерительного импульса напряжения, в зависимости от длительности паузы. На рис. 1 зависимость напряжения переднего фронта измерительного импульса от длительности паузы показана пунктиром.

Исследования проводились на кристаллах германия *n*-типа, выращенных по методу Чохральского. Образцы вырезались в форме параллелепипеда размерами 4·5·10 мм. Боковые поверхности представляли собой кристаллографические плоскости (110),

(111), (112). Наибольший размер выбирался вдоль направления [110] или [111]. Вдоль этого направления образец деформировался. Шлифовка и последующая полировка позволяли получить поверхность свободную от дислокаций обработки.

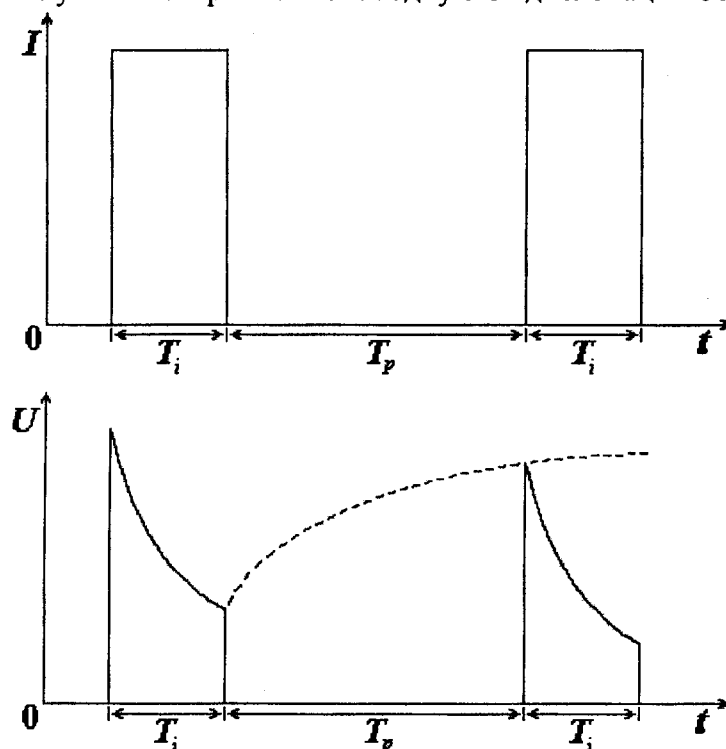


Рис. 1. Через точечный зонд на полупроводниковый кристалл подается два одинаковых по длительности T_i и амплитуде импульса тока, следующие с паузой T_p . Напряжение на кристалле в ходе импульса падает, так как сопротивление образца уменьшается вследствие инжекции носителей. К началу второго импульса инжектированные первым импульсом неосновные носители не успевают полностью рекомбинировать, поэтому фронт второго (измерительного) импульса напряжения меньше фронта первого (инжектирующего) импульса.

Для выявления микродефектов и дислокаций с помощью оптического микроскопа МИМ-7 использовался селективный травитель. Кроме того, для структурных исследований использовалась растровая электронная микроскопия (РЭМ) в режиме вторичных электронов. Вторичные электроны с энергией 0..50 эВ, выбитые падающим пучком первичных электронов, выходят из приповерхностных атомных слоев и поэтому несут богатую информацию о состоянии поверхности образца.

При одноосном сжатии образца и наличии сил трения между нагружающими площадками напряженное состояние не будет одноосным, так как у ребер образца возникает концентрация напряжений. В результате в направлениях от боковых ребер вглубь и к средней части боковых поверхностей возникает градиент напряжений, что приводит к поверхностной миграции точечных дефектов: вакансий в те микрообъемы, где напряжение всестороннего сжатия выше (т. е. к ребрам образца) и атомов в обратном направлении. После нескольких циклов нагружения-разгрузки в тонком поверхностном слое образца формируется периодический фронт структурных выделений типа кластеров и вакансионных петель, продвигающийся от ребер образца к середине боковой грани. При большом числе циклов весь образец охватывается тонким поверхност-

ным слоем структурных дефектов. Дефектообразование становится особенно интенсивным при ультразвуковом облучении образца.

Деформирование образцов производилось при температуре 40°C циклами «сжатие-разгрузка» с амплитудой 100 МПа, периодом 2 часа и одновременным ультразвуковым облучением на частоте 22,5 кГц при мощности 5 Вт. В результате толщина поверхностного дефектного слоя в средней части боковой грани достигала 10 мкм, а у ребер образца – 50

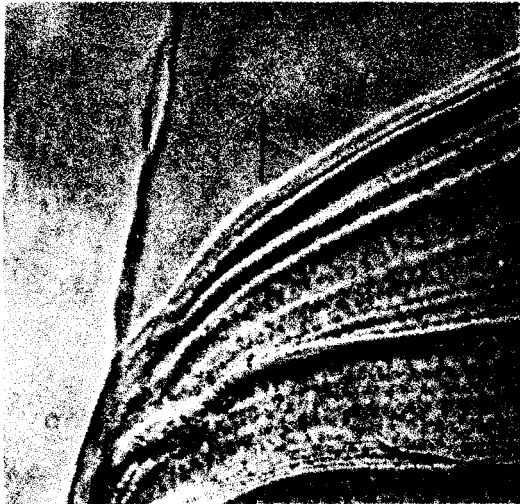


Рис. 2. Металлографическая структура дефектов вблизи бокового ребра образца германия. Периодическая структура обусловлена периодичностью циклов сжатия-разгрузки. В ходе каждого цикла появляется новая полоса, и система полос продвигается вдоль боковой грани к ее середине в направлении, указанном стрелкой

мкм. На рис. 2 показана снятая на оптическом микроскопе МИМ-7 структура дефектов вблизи бокового ребра. Периодическая структура изображения обусловлена периодичностью циклов «сжатие-разгрузка». В ходе каждого цикла появляется новая полоса, и система полос продвигается вдоль грани кристалла по направлению к ее середине. На фотографии четко просматривается резко выраженная граница, отделяющая дефектный поверхностный слой от толщи кристалла.

Наличие довольно четко выраженной границы между поверхностным дефектным слоем кристалла и его толщей позволяет рассматривать в качестве теоретической модели реального образца двухслойную структуру, состоящую из поверхностного слоя толщиной h и прилегающего к нему неограниченного слоя (см. рис. 3).

Рассмотрим сферический слой полупроводника радиусом r и толщиной dr . Основываясь на законе сохранения электрического заряда, запишем дифференциальное уравнение:

$$-v \frac{dp_i}{dr} - \frac{p_i}{\tau} = 0, \quad (1)$$

где τ – время жизни инжектированных дырок. Первое слагаемое представляет собой приращение концентрации p_i инжектируемых дырок за единицу времени в рассматриваемом слое, второе слагаемое – приращение концентрации инжектируемых дырок за единицу времени в результате рекомбинации. Скорость дрейфа инжектированных дырок

$$v = E\mu_p = \frac{j}{\sigma} \mu_p = \frac{I\mu_p}{2\pi r^2 \sigma}, \quad (2)$$

где E – напряженность электрического поля, μ_p – подвижность дырок, j – плотность тока, σ – проводимость полупроводника. Тогда уравнение (1) преобразуется к виду:

$$\frac{dp_i}{p_i} = - \frac{2\pi\sigma r^2}{I\mu_p \tau} dr. \quad (3)$$

Интегрируя дифференциальное уравнение (3), получаем:

$$p_i = p_0 \exp\left[-\frac{A}{\tau}(r^3 - r_0^3)\right], \quad (4)$$

где p_0 – концентрация инжектированных дырок у поверхности зонда (при $r = r_0$), коэф-

фициент $A = \frac{2\pi\sigma}{3\mu_p I}$.

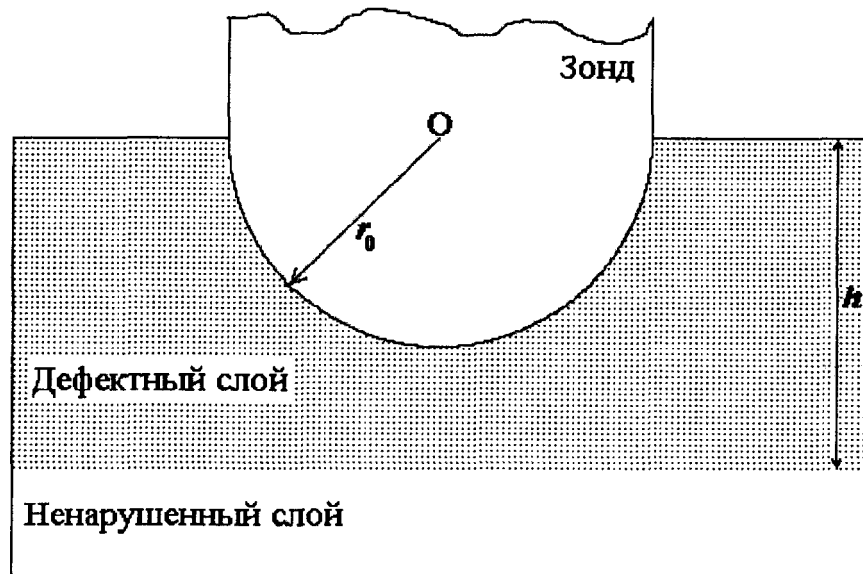


Рис. 3. Цилиндрический зонд соприкасается с кристаллом полупроводника своей полусферической поверхностью радиуса r_0 .

Напряжение в переднем фронте измерительного импульса меньше напряжения в переднем фронте инжектирующего импульса на величину [2, 3]

$$\Delta U = C_1 \exp\left(-\frac{t}{\tau_s}\right) \int_{r_0}^h \frac{p_i}{r^2} dr + C_1 \exp\left(-\frac{t}{\tau_v}\right) \int_h^\infty \frac{p_i}{r^2} dr, \quad (5)$$

где t – длительность паузы между инжектирующим и измерительным импульсами, h – толщина дефектного поверхностного слоя (см. рис. 3),

$$C_1 = \frac{I(b+1)}{2\pi\sigma(p+bn)}, \quad b = \frac{\mu_n}{\mu_p},$$

I – сила тока в импульсе, p – концентрация дырок в полупроводнике, n – концентрация электронов в полупроводнике, μ_n – подвижность электронов, τ_s – время жизни дырок в дефектном поверхностном слое, τ_v – время жизни дырок в толще полупроводника.

Подставляя в (5) концентрацию p_i инжектированных дырок из (4), получим:

$$\Delta U = C_2 \exp\left(-\frac{t}{\tau_s}\right) \int_{r_0}^h \frac{1}{r^2} \exp\left[-\frac{A}{\tau_s}(r^3 - r_0^3)\right] dr + C_2 \exp\left(-\frac{t}{\tau_v}\right) \int_h^\infty \frac{1}{r^2} \exp\left[-\frac{A}{\tau_v}(r^3 - r_0^3)\right] dr, \quad (6)$$

где $C_2 = C_1 p_0$; τ_s – время жизни дырок в дефектном поверхностном слое полупроводника, τ_v – время жизни дырок в толще полупроводника.

Заменяя переменную интегрирования, получаем:

$$\Delta U = C\tau_s \exp\left(-\frac{t}{\tau_s}\right) \int_0^H \frac{1}{r_0^4} \exp(-x) dx + C\tau_v \exp\left(-\frac{t}{\tau_v}\right) \int_H^\infty \frac{1}{h^4} \exp(-x) dx, \quad (7)$$

$$\text{где } C = \frac{C_2}{3A}, \quad H = \frac{A}{\tau_v}(h^3 - r_0^3)$$

Поскольку экспоненты в подынтегральных выражениях формулы (6) быстро уменьшаются с ростом r , верхний предел в первом интеграле заменен на бесконечность. По той же причине в первых сомножителях подынтегральных выражений r^4 заменяется на r_0^4 , соответствующее нижнему пределу интегрирования. Таким образом,

$$\Delta U = C \frac{\tau_s}{r_0^4} \exp\left(-\frac{t}{\tau_s}\right) + C \frac{\tau_v}{h^4} \exp\left[-\frac{A}{\tau_v}(h^3 - r_0^3)\right] \exp\left(-\frac{t}{\tau_v}\right). \quad (8)$$

Экспериментальная зависимость аппроксимируется суммой экспонент:

$$\Delta U = a \exp\left(-\frac{t}{\tau_s}\right) + c \exp\left(-\frac{t}{\tau_v}\right). \quad (9)$$

Из (8) и (9) имеем:

$$\frac{a}{c} = \frac{\tau_s h^4}{\tau_v r_0^4} \exp\left[-\frac{A}{\tau_v}(h^3 - r_0^3)\right]. \quad (10)$$

Подставляя значения $\sigma \approx 0,2 \text{ Ом}^{-1}\text{м}^{-1}$, $\mu_p \approx 0,2 \text{ м}^2\text{В}^{-1}\text{с}^{-1}$, $I \approx 1 \text{ мА}$, $\tau_v \approx 0,25 \text{ мс}$, $h \approx 10 \text{ мкм}$, убеждаемся, что показатель степени в экспоненте выражения (10) много меньше единицы. С учетом этого из (10) находим толщину дефектного поверхностного слоя:

$$h = r_0 \sqrt[4]{\frac{a\tau_v}{c\tau_s}}. \quad (11)$$

На рис. 4 показаны в полулогарифмическом масштабе экспериментальные зависимости ΔU от времени задержки T_p измерительного импульса для указанных на образце точек. Видно, что ни одна зависимость не спрямляется в выбранном масштабе, а значит, не может быть представлена только одной экспонентой. Для каждой кривой указаны расчетные величины τ_s , τ_v и h . Дополнительные графические построения, позволяющие определить указанные параметры для одной из зависимостей рис. 4 (график 1), представлены на рис. 5. Прямые линии в выбранном масштабе представляют собой составляющие экспоненты графика 1; по их наклонам определены τ_s и τ_v , величины a и c для уравнения (11) отсчитываются по вертикальной оси.

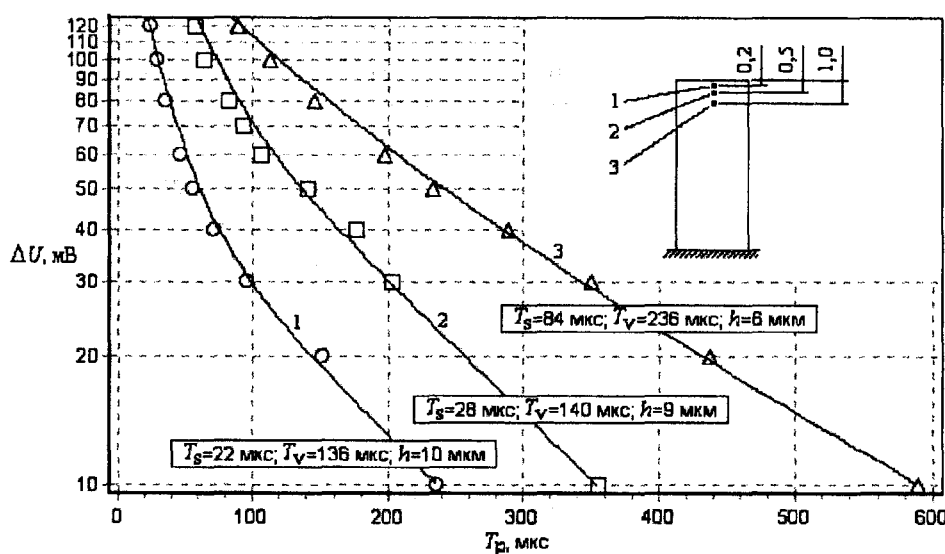


Рис. 4. Зависимость спада измерительного импульса от паузы после инжектирующего импульса для различных точек 1, 2, 3 деформированного образца германия.

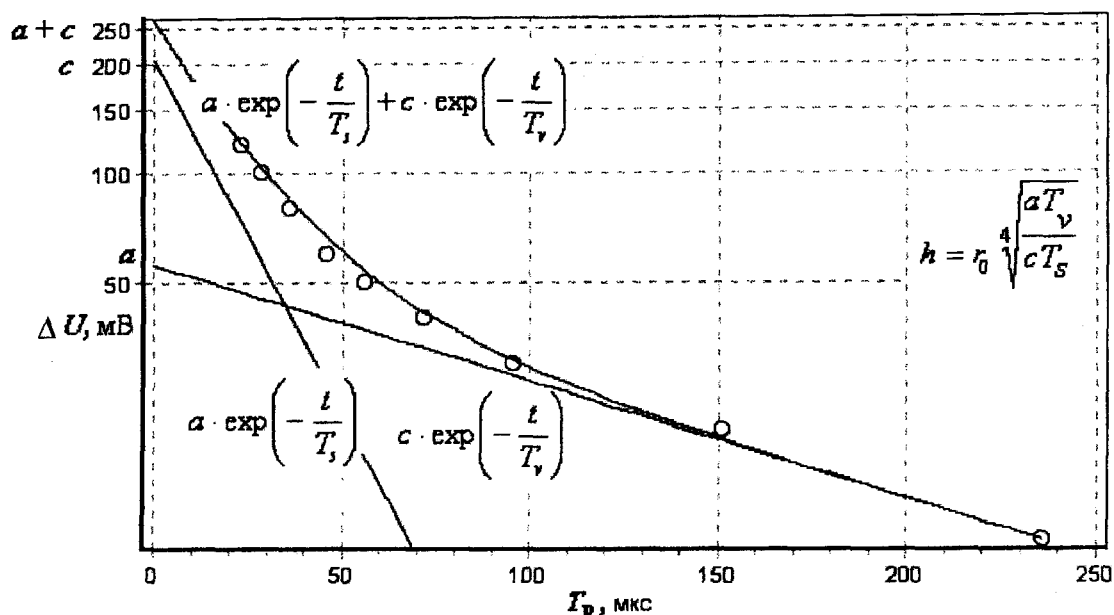


Рис. 5. Экспоненциальные составляющие зависимости (8), позволяющие определить толщину h дефектного слоя.

РЕЗЮМЕ

Досліджено процес інжекції носіїв заряду в n -Ge через проміжний дефектний шар, створений низькотемпературною деформацією. Показано, що процес відновлення опору в крапковому контакті металевго зонда з поверхнею напівпровідника після впливу інжектуєчого імпульсу струму може бути описаний сумою двох експонент. Розроблено теорію, що дозволяє за експериментальними результатами визначати товщину дефектного шару, а також час життя нерівноважних носіїв заряду в цьому шарі й у глибині зразка.

SUMMARY

Charge carriers injection through intermediate fault surface layer created in n -Ge by low-temperature deformation was investigated. It was shown that resistance rehabilitation process in the point contact of the metallic sound with the semiconductor surface after the injection current impulse might be described by the sum of two exponents. The theoretical investigation allowed determining the fault surface layer thickness and surplus charge carrier's lifetime in the fault surface layer and is sample depth.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Павлов Л.П. Методы определения основных параметров полупроводниковых материалов. – М.: Высш. шк., 1975.
2. Голоденко Н.Н., Гриценко Ю.Н., Надточий В.А., Нечволод Н.К.; Славянский госпединститут. – Славянск, 1995. – 23 с. – Деп. в ГНТБ Украины 01.06.95 № 1344 – Ук.95.
3. Надточий В.А., Нечволод Н.К., Гриценко Ю.Н., Голоденко Н.Н., Панютин О.Н. Дефектный поверхностный слой, возникающий в монокристаллическом Ge при низкотемпературной деформации. Труды Украинского вакуумного общества. Т. 2. – Харьков, 1996. – С.77 – 81.

Надійшла до редакції 13.03.2000 р.

УДК 537.621

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАМАГНИЧЕННОСТИ В ФЕРРОМАГНЕТИКАХ С ПЛОСКОСТНОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ В НЕОДНОРОДНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

В.И.Бутрим, Р.М.Михерский, В.Г.Вишневский, С.В.Дубинко

Задачи о магнитостатических взаимодействиях в двухслойных системах приобрели актуальность в связи с совершенствованием магнитооптических (МО) устройств для ввода информации с гибких подвижных магнитных носителей (МН) в оптические процессоры и для визуализации магнитных полей сложной топологии. Как правило, в таких устройствах применялись МО среды с бинарной доменной структурой – эпитаксиальные пленки феррит-гранатов (ЭПФГ) с перпендикулярной анизотропией. Теория вынужденной доменной структуры, возникающей под воздействием неоднородного поля МН, отражена, например, в [1]. Однако невозможность прямого аналогового отображения информации и ограничения динамического диапазона МО преобразования при использовании указанных ЭПФГ стимулировали поиск материалов, модуляция намагниченности в которых осуществлялась бы не смещением доменных границ, а вращением вектора магнитного момента. Об опыте использования аналоговых МО сред сообщалось в [2]. Целью теоретического анализа настоящей работы является оценка соответствия локальной структуры намагниченности в монокристаллическом слое ЭПФГ форме неоднородного внешнего поля при условии варьирования его амплитудно-частотных характеристик.

Изучается модель ферромагнетика (ФМ) с анизотропной плоскостью легкого намагничивания, которая достаточно адекватно описывает ЭПФГ, выращенные на подложках с ориентацией, близкой к [111]. Такие пленки обладают анизотропией «легкая плоскость» со слабо выраженной кубической кристаллографической анизотропией. Однако даже незначительная разориентация подложки от плоскости [111] приводит к появлению значительной (в сравнении с кубической) компоненты орторомбической кристаллографической анизотропии.

Рассмотрим ФМ в форме плоскопараллельной пластины, развитая поверхность XOY которой совпадает с анизотропной плоскостью легкого намагничивания. ФМ, основное состояние которого монокристаллическое, помещен в пространственно периодическое магнитное поле вида

$$H_x = H_0 \cos \frac{2\pi x}{d}, \quad H_z = H_0 \sin \frac{2\pi x}{d}, \quad H_y = 0, \quad (1)$$

так, что ось легкого намагничивания (ОЛН) в легкой плоскости перпендикулярна направлению модуляции поля x (d – период поля). Далее считаем, что амплитуда внешнего поля H_0 мала в сравнении с полем нормализации образца, но сравнима с полем одноосной анизотропии в «легкой плоскости» H_A . Это означает, что вектор плотности магнитного момента $\vec{M}$ не «выходит» из плоскости XOY и z-компонента намагниченности равна нулю. Предполагая также, что намагниченность, равно как и внешнее поле, модулирована вдоль x , воспользуемся винтеровским приближением для размагничивающего поля: $H_x^m = -4\pi M_x$.

Варьируемая часть плотности энергии изучаемой системы, записанная через угол φ полярной системы координат с полярной осью направленной вдоль x , имеет вид

$$w = \frac{\alpha}{2} (\nabla \varphi)^2 + \frac{1}{2} (\rho + 4\pi) \sin^2 \varphi - \frac{H_0}{M_S} \cos \varphi \cos \frac{2\pi x}{d}, \quad (2)$$

где α – константа неоднородного обмена, $\rho > 0$ – константа одноосной анизотропии в плоскости легкого намагничивания, M_S – намагниченность насыщения.

Равновесное состояние системы с энергией (3) определяется уравнением Эйлера

$$\frac{\delta w}{\delta \varphi} = 0. \quad (3)$$

В результате варьирования получим следующее уравнение для угла φ

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} + \sin \varphi \left[\cos \varphi - B \cos \frac{2\pi \xi}{N} \right] = 0, \quad (4)$$

где введены следующие обозначения

$$\xi = \frac{x}{x_0}, \quad x_0^2 = \frac{\alpha}{\rho + 4\pi}, \quad B = \frac{H_0}{M_S(\rho + 4\pi)}, \quad N = \frac{d}{x_0}. \quad (5)$$

Величина B представляет собой безразмерную амплитуду поля, N – приведенный период.

Граничные условия выбирались таким образом, чтобы в точках нулевого поля намагниченность была направлена вдоль ОЛН

$$\cos \varphi(\xi_0) = 0 \quad \text{при} \quad \xi_0 = \frac{N}{4}n, \quad n = \pm 1, 3, \dots \quad (6)$$

Решение поставленной задачи осуществлялось численными методами. На первом этапе краевая задача сводилась к задаче Коши, которая затем интегрировалась методом Рунге-Кутты.

Вид полученных решений существенно зависит от параметров поля N и B . Так, при $B < 1$, уравнение (4) имеет решения, описывающие пространственные колебания $\vec{M}$ около направления ОЛН, так что x -компонента намагниченности $M_x(\xi)/M_S = \cos \varphi(\xi)$ практически повторяет форму внешнего поля (рис. 1), т.е. имеет вид

$$\cos \varphi(\xi) \approx A \cos \frac{2\pi \xi}{N}, \quad (7)$$

причем амплитуда решения $A = \cos \varphi(0)$ зависит от амплитуды внешнего поля B и его периода N . При конечных N амплитуда колебаний $\vec{M}$ не превосходит B . С ростом периода $A \rightarrow B$. Так, при $B=1$ амплитуды A и B сравниваются уже при $N \geq 80$ (рис. 2). Зависимость амплитуды колебаний A от амплитуды внешнего поля B при фиксированном N представлена на рис. 3.

При $B > 1$ форма решений меняется. На зависимости $\cos \varphi(\xi)$ появляется «полочка», соответствующая области насыщения, в пределах которой величина внешнего поля больше некоторого поля насыщения $H_S(B, N) > H_A$ и меньше амплитудного (рис. 4). При конечных N величина поля H_S , при которой вектор $\vec{M}$ коллинеарен полю, всегда больше H_A . Так, при $B=2$ и $N=20$ (рис. 4) $H_S \approx 1,9 H_A$. В пределе больших периодов H_S снижается и стремится к H_A .

Степень соответствия распределения индуцированной намагниченности форме поля может быть оценена путем разложения в ряд функции $M_x(\xi)/M_S$. Но даже не прибегая к методам Фурье-анализа, можно констатировать, что для решений, аппроксимирующихся косинусоидальной зависимостью (7), степень искажений снижается с ростом N и с уменьшением амплитуды поля B .

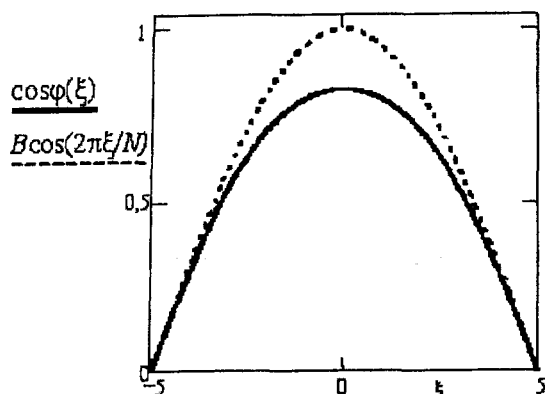


Рис. 1. Координатная зависимость внешнего поля и x -компоненты намагниченности при $B=2$ и $N=20$

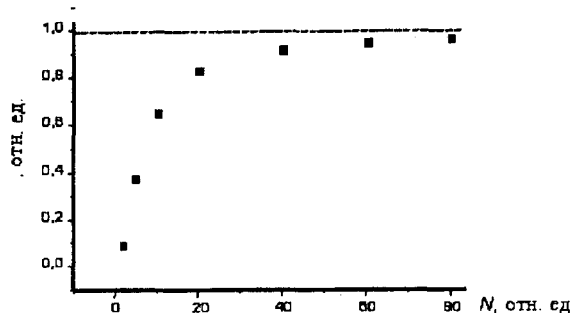


Рис. 2. Амплитуда колебаний $\vec{M}$ как функция N при $B=1$

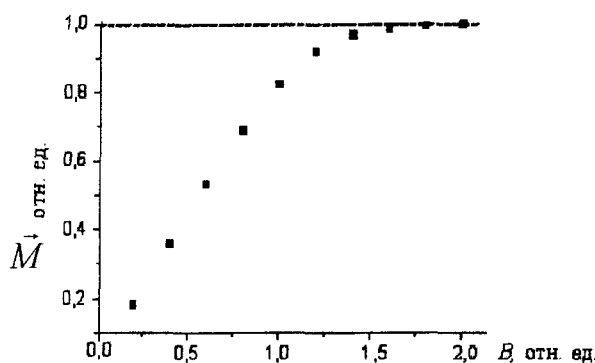


Рис. 3. Амплитуда колебаний $\vec{M}$ как функция B при $N=20$

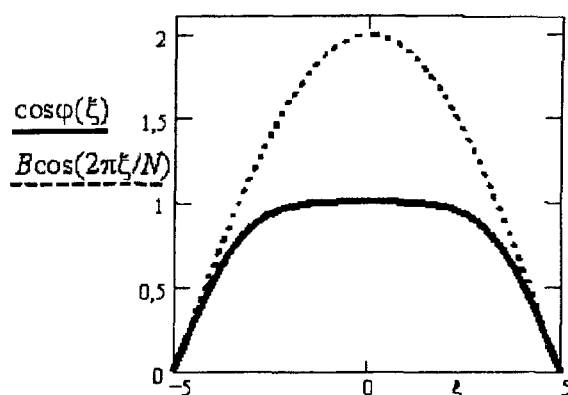


Рис. 4. Координатная зависимость внешнего поля и x -компоненты намагниченности при $B=2$ и $N=20$

РЕЗЮМЕ

Чисельним методом проведено оцінку відповідності локальної структури намагніченості ферромагнетика з анізотропією типу «легка площина» з віссю легкого намагнічування в цій площині форми впливаючого неоднорідного магнітного поля в залежності від його амплітудно-частотних характеристик. Показано, що ступінь спотворення локальної магнітної структури ферромагнетика знижується із збільшенням періоду магнітного поля і із зменшенням його амплітуди.

SUMMARY

Numerical assessment has been made of the correspondence between the ferromagnet magnetization local structure with an «easy plane» anisotropy and an easy magnetization axis in that plane and the form of the acting non-uniform magnetic field as function of its amplitude and frequency characteristics. It has been shown that the degree of the local magnetic structure distortion reduces with increase of the magnetic field period and decrease of its amplitude.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Huijter E., Lehureau J.-C., Castera J.-P. Analysis of medium-garnet interaction in a parallel high-density magneto-optic read head // IEEE Trans. Magn. – 1987. – Vol. MAG-23, № 3. – P. 1919-1922.
2. Garnet films for optical processing / Vishnevski V., Dubinko S., Nedviga A. et al. // Int. Conf. on Ferrites ICF7, Bordeaux'96, France: Abstr. – Bordeaux, 1996. – P. 439.

Надійшла до редакції 14.03.2000 р.

УДК 532.5: 518.5

ВЛИЯНИЕ ТЕЧЕНИЯ ЧЕРЕЗ ТОРЦЫ ПРИ ЗАПРЕССОВКЕ ТРУБ

А.Н.Семко

Известен технологический процесс запрессовки труб в решетку теплообменных аппаратов электровзрывным способом при помощи пластмассовых патронов разового действия, заполненных водой [1]. Импульс давления генерируется при подаче высокого напряжения на тонкую проволочку, расположенную вдоль оси патрона. Истечение жидкости через торцы патрона приводит к уменьшению давления на внутреннюю поверхность трубы, а это может ухудшить качество запрессовки. Расширение цилиндрической полости при электрическом разряде в жидкости для разных условий, рассмотренное в одномерной постановке в работах [2-4], не позволяет что-либо сказать о распределении давления по длине патрона. В настоящей работе в осесимметричной постановке рассматривается расширение цилиндрической полости и оценивается влияние течения через торцы патрона на распределение давления по поверхности трубы.

Рассмотрим цилиндрическую трубу радиуса R_c и длины l , заполненную водой и открытую с торцов (рис. 1). В начальный момент времени производится электрический взрыв тонкой проволочки, расположенной на оси трубы по всей ее длине. Задача состоит в определении зависимости параметров течения жидкости от времени по внутренней поверхности трубы. Для упрощения сделаем следующие допущения. Процесс считаем адиабатическим, жидкость – идеальной и сжимаемой, трубу – жесткой и недеформируемой, канал разряда – цилиндрическим. Начало цилиндрической системы координат поместим по середине трубы. В силу симметрии рассмотрим только одну половину объема. В принятой постановке осесимметричное движение жидкости описывается системой уравнений нестационарной газовой динамики в следующем дивергентном виде

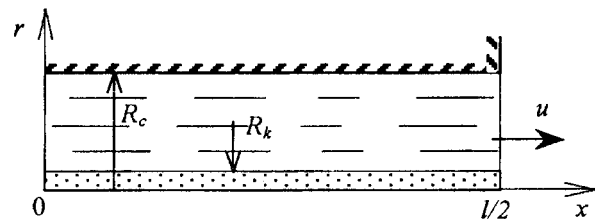


Рис. 1. Постановка задачи

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p u}{\partial x} + \frac{\partial p v}{\partial r} &= 0, \\ \frac{\partial p u}{\partial t} + \frac{\partial (p + \rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial p u v}{\partial r} &= 0, \\ \frac{\partial p v}{\partial t} + \frac{\partial p u v}{\partial x} + \frac{\partial (p + \rho u^2)}{\partial r} &= p, \\ p &= B \left[(\rho / \rho_0)^n - 1 \right]. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь t – время; x и r – осевая и радиальная координаты; u и v – осевая и радиальная компоненты скорости; p и ρ – давление и плотность; $B = 304,5$ МПа, $n = 7,15$, $\rho_0 = 10^3$ кг/м³ – постоянные в уравнении состояния воды в форме Тэта.

Система уравнений (1) решается при следующих начальных и граничных условиях:

$$u(0, x, r) = 0, \quad v(0, x, r) = 0, \quad p(0, x, r) = p_a; \quad 0 < x \leq l/2, \quad R_{k0} \leq r \leq R_c; \quad (2)$$

$$v(t, x, R_c) = 0, \quad 0 < x \leq l/2; \quad (3)$$

$$p(t, l/2, r) = p_a, \quad R_k < r < R_c; \quad (4)$$

$$v(t, x, R_k) = U_k. \quad (5)$$

Здесь p_a – начальное давление жидкости, равное атмосферному; R_{k0} и R_k – начальный и текущий радиусы канала разряда; U_k – скорость расширения канала разряда; p_k – давление в канале. В среднем сечении трубы ставятся граничные условия, выражающие симметрию течения. Граничное условие (4) на срезе трубы отражает равенство давлений воды и окружающей среды.

Сформулированная задача решалась численно конечно-разностным методом Годунова [5-7]. Расчетная область разбивалась регулярной прямоугольной сеткой на ячейки. В радиальном направлении расчетная сетка была подвижной. Нижняя граница сетки опиралась на поверхность канала разряда и перемещалась вместе с этой границей по заданному закону. В осевом направлении сетка была неподвижной. В расчетах использовались разные законы расширения канала разряда, аппроксимирующие экспериментальные данные [8]. Ниже рассматривается аппроксимация в виде степенного ряда, которая наиболее точно передает характер расширения канала разряда применительно к технологическому процессу запрессовки труб при помощи электровзрыва в виде ряда

$$R_k = R_{k0} + \sum_{n=1}^N A_n t^n, \quad (8)$$

где $R_{k0} = 0,26$ мм; коэффициенты ряда взяты из работы [8]. Геометрические размеры расчетной области соответствуют реальному пластмассовому патрону с размерами: $R_c = 10$ мм, $l = 60$ мм. В серийных расчетах начальная сетка задавалась квадратной и состояла из 60×20 ячеек по оси и по радиусу, соответственно. Для детализации характера течения расчеты проводились на более мелкой сетке, состоящей из 180×60 ячеек.

На рис. 2 приведена зависимость давления от времени на поверхности канала разряда и на стенке в центральном сечении $x = 0$ (кривые 1 и 2, соответственно) и в сечении $x = l/4$. Для центрального сечения до момента времени, равного 15 мкс, результаты расчетов в осесимметричной и в одномерной постановке, которая не учитывает течения через торцы, практически совпадают. Это свидетельствует о том, что к этому моменту времени влияние торцов на течение в средней области еще не сказывается. Для сечения $x = l/4$ влияние торца начинает сказываться через 8 мкс (кривые 3 и 4). Давление здесь становится значительно ниже, чем в центральном сечении.

Как видно из графиков, к моменту времени $t = 8$ мкс отраженная от трубы ударная волна достигает канала разряда и резко увеличивает давление на его поверхности. Следующее повышение давления происходит при очередном отражении ударной волны к моменту времени $t = 12$ мкс. Колебательный характер изменения дав-

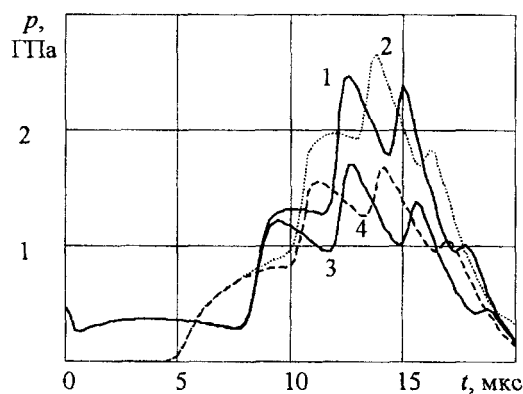


Рис. 2. Зависимость давления от времени на поверхности канала разряда и на стенке в сечениях $x = 0$ (кривые 1 и 2) и $x = l/4$ (кривые 3 и 4). Кривые 1 и 3 – давление на поверхности канала разряда, кривые 2 и 4 – давление на стенке

ления обусловлен отражением волн от поверхности канала разряда и от трубы. Давление на этих поверхностях изменяется практически в противофазе. К моменту времени $t = 15$ мкс волны разрежения, идущие от торца трубы, достигают ее средней части. Давление здесь начинает быстро понижаться, хотя расширение канала разряда к этому моменту еще не закончилось.

На рис. 3 представлено распределение осевой компоненты скорости жидкости вдоль поверхности канала разряда для трех моментов времени $t = 5, 10$ и 15 мкс (кривые 1, 2 и 3, соответственно). Через торцы трубы происходит интенсивное истечение жидкости с большой скоростью. К концу расширения канала разряда скорость истечения жидкости достигает 650 м/с, что превосходит даже максимальную скорость расширения канала разряда. Распределение скорости по оси трубы к этому моменту времени близко к линейному (кривая 3). Интенсивное осевое течение жидкости приводит к быстрому понижению давления. Для патрона с данными размерами к моменту времени $t = 20$ мкс процесс практически заканчивается, что хорошо видно по ходу кривых на рис. 2.

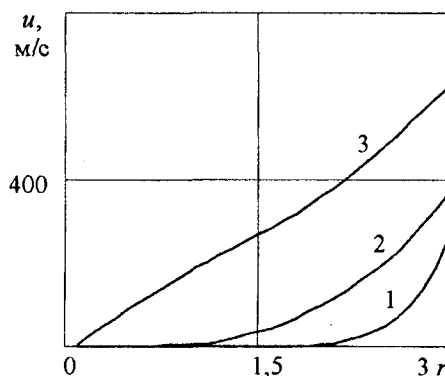


Рис. 3. Распределение осевой компоненты скорости вдоль поверхности канала разряда для разных моментов времени: 5, 10 и 15 мкс (кривые 1, 2 и 3)

Анализ результатов расчетов показывает, что оценка допустимости одномерного приближения для средней части трубы может быть сделана по времени распространения волн разрежения. При среднем давлении воды около 400 МПа (начальный участок для кривых 1 и 3 на рис. 2) скорость звука в воде составляет приблизительно 2120 м/с. Время распространения t_1 волны разрежения от торца трубы до ее средней части при этом давлении будет около 14 мкс, что хорошо согласуется с результатами расчетов. Конечно, давление жидкости в течение процесса изменяется сложным образом и заранее не известно. Приблизительную оценку времени t_1 можно сделать, зная длину трубы и скорости звука в воде при атмосферном давлении, которая равна примерно 1500 м/с. Тогда для времени t_1 получим около 20 мкс, что удовлетворительно согласуется с результатами расчетов.

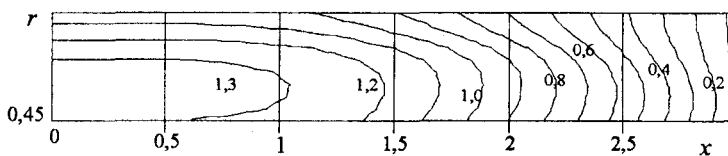


Рис. 4. Поле давлений на момент времени 10 мкс

На рис. 4 и 5 приведены поля давлений и скоростей на момент времени $t = 10$ мкс, когда первая отраженная от трубы волна достигает поверхности канала разряда и отражается от него. Координаты на рисунках отнесены к радиусу трубы R_c , давление возле изобар дано в ГПа, длины стрелок пропорциональны модулю вектора скорости. Из рисунков видно, что жидкость интенсивно вытекает через торцевое сече-

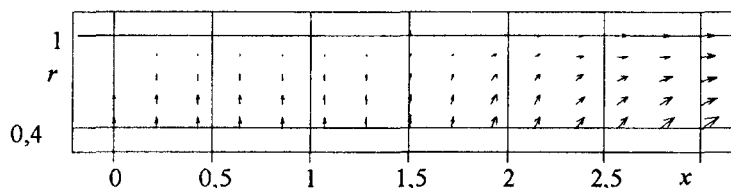


Рис. 5. Поле скоростей на момент времени 10 мкс

ние трубы. Внутри трубы распространяется волна разрежения, существенно понижающая давление жидкости. На более поздние моменты времени радиальное движение жидкости практически прекращается, вся жидкость движется в осевом направлении от середины к открытому торцу трубы. Давление в трубе выравнивается, силовое воздействие на трубу практически прекращается.

Заключение. Показано, что течение жидкости через торцы трубы приводит к заметному понижению давления на ее внутреннюю поверхность. Для оценки силового воздействия на трубу можно воспользоваться одномерным приближением, которое справедливо для средней части трубы до момента прихода волн разрежения от ее торцов. Оценку времени t_1 допустимости одномерного приближения можно сделать, зная длину трубы и скорость звука в воде при атмосферном давлении. Для повышения эффективности процесса рекомендуется, чтобы время ввода электрической энергии было меньше времени t_1 .

РЕЗЮМЕ

Зображено, що течія рідини крізь торці труби при запресовці електричним розрядом приводить до помітного зниження тиску на її внутрішню поверхню. Для оцінки силового впливу на трубу можна скористуватися одномірним наближенням, яке справедливе для середньої частини труби до моменту приходу хвиль розрядження від її торців. Оцінку часу t_1 допустимості одномірного наближення можна зробити, знаючи довжину труби та швидкість звуку у воді при атмосферному тиску.

SUMMARY

It is shown, that the flow of a liquid through the end faces of a pipe results in appreciable downturn of pressure on its internal surface. For an estimation of power influence on a pipe it is possible to take advantage of one-dimensional approximation, which is true for the middle part of a pipe up to the moment of arrival of rarefaction waves from its end faces. The estimation of time of an admissibility of one-dimensional approximation can be made, knowing the length of the pipe and speed of the sound in water at atmospheric pressure.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Мазуровский Б.Я., Никонова Л.Н. Развальцовка труб электровзрывным способом // Кузнечно-штамповочное производство. – 1974. – №8. – С.16-18.
2. Наугольных К.А. О расширении цилиндра в жидкости // Акуст. журн. – 1962. – Т.8, вып. 1. – С.136-138.
3. Окунь И.З. Расчет давления жидкости на поршень при постоянной скорости его расширения // Изв. АН СССР, Механика жидкости и газа. – 1968. – №1. – С.126-130.
4. Поздеев В.А., Семко А.Н. О движении жидкости при электрическом разряде в цилиндрическом объеме // Аэрогазодинамика нестационарных процессов. – Томск: ТГУ. – 1987. – С.121-124.
5. Численное решение многомерных задач газовой динамики / Под ред. С.К. Годунова. – М.: Наука, 1976. – 400 с.
6. Атанов Г.А., Семко А.Н. Распространение ударной волны по струе воды: // Изв. АН СССР, Механика жидкости и газа. – 1977. – № 1. – С.190-192
7. Семко А. Н. Об истечении недорасширенной струи воды // Изв. АН СССР, Механика жидкости и газа. – 1982. – № 2. – С.155-157.
8. Поздеев В. А. Прикладная гидродинамика электрического разряда в жидкости. – К.: Наукова думка, 1980. – 192 с.

Надійшла до редакції 13.03.2000 р.

Х І М І Я

УДК 543.422:546.681

**ЭЛЕКТРОТЕРМИЧЕСКОЕ АТОМНО-АБСОРБЦИОННОЕ
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГАЛЛИЯ В УГЛЯХ***И.А.Шевчук, Н.П.Дмитрук*

Для Донбасса актуальной задачей является извлечение и определение редких и рассеянных элементов из углей при их переработке. Содержание галлия в углях некоторых месторождений составляет порядка $10^{-4}\%$, а в золах углей может достигать до 0,1-1% [1,2]. Систематический мониторинг галлия в донецких углях практически не проводился, что связано с использованием дорогостоящих и токсичных реактивов, а также по причине длительности (1-2 дня) и трудоемкости стандартной фотометрической методики, основанной на предварительном выделении хлоргаллата родамина С [3]. Методика определения галлия в углях и летучей золе методом электротермической атомно-абсорбционной (АА) спектроскопии, предложенная авторами [4], основана на измерении степени поглощения резонансного излучения галлия при длине волны 287,4 нм без предварительного отделения галлия непосредственно в водно-этанольной суспензии летучих зол и углей. Однако при использовании данной методики применительно к анализу бурых и каменных углей нашего региона регистрограммы аналитических сигналов представляли из себя два пика примерно равной интенсивности, что свидетельствует о различных механизмах испарения и атомизации соединений галлия в графитовой печи. Вследствие пропитки стенок графитовой платформы водно-этанольным раствором, испарение соединений галлия будет происходить как из зольного остатка пробы, так и со стенок графитовой платформы. Также, по-видимому, это связано с механизмом атомизации галлия, включающим два процесса – первоначальное испарение в виде субоксида галлия и последующее разложение этих молекул на стенках печи в верхней ее части. Может иметь место прямое восстановление субоксида галлия на графитовых стенках атомизатора. Упомянутые выше эффекты, вероятно, также связаны с особенностями процессов графитизации и озолоения углей.

Нами разработана ускоренная методика непламенного АА определения галлия в водно-этанольной суспензии углей. В работе использовали электротермический атомизатор серии ГРАФИТ АА спектрометра Сатурн-3. Источником резонансного излучения служила лампа ВСБ-2 (ток 80 мА). Использовали резонансную линию 287,4 нм, ширина щели монохроматора 0,2 мм. Регистрацию и обработку сигнала проводили с помощью модуля связи, преобразующего снимаемый со спектрометра сигнал в цифровой код и по последовательному интерфейсу передающего его на IBM 486 DX 4-100. Стандартный раствор галлия готовили из $\text{Ga}_2(\text{SO}_4)_3$, растворением навески в 0,2 М растворе H_2SO_4 . Для устранения помех измерения проводили по методу температурно-стабилизированной печи с платформой и дейтериевым корректором фона.

Исследовали влияние температуры озолоения пробы угля на величину и время появления импульса абсорбции галлия. Установлено, что при фиксированной температуре атомизации (2800°C) с увеличением температуры озолоения уменьшается и исчезает первый пик, а время появления второго пика уменьшается (рис.). При этом величина его интегральной интенсивности остается практически постоянной. Увеличению ана-

литического сигнала галлия способствует введение в анализируемую суспензию 0,1 М раствора HNO_3 . Для оптимизации условий атомизации использовали также стадию ускоренного разогрева печи до 3000°C за 0,15с. Это способствует сдвигу импульса абсорбции в высокотемпературную область.

Методика работы была следующей. Навеску угля 0,3000г, растертого в порошок, вносили в пробирку, добавляли 2,5 мл этанола и доводили до объема 10 мл 0,1 М раствором HNO_3 . Взмученную суспензию отбирали микродозатором в объеме 20 мкл и помещали на графитовую платформу электротермического атомизатора АА спектрометра. Нагрев печи проводили по программе : сушка при 100°C –15с, озоление при 1600°C –30с, ускоренный разогрев печи до 3000°C за 0,15с, атомизация при 2800°C – 5с. На стадии атомизации отключали поток аргона во внутренней полости печи. Содержание галлия определяли по градуировочному графику методом стандартных добавок, полученные данные представлены в таблице.

Таблица. Результаты определения галлия в образцах углей ($n=5$; $P=0,95$)

Образец	Найдено	
	$c \pm \delta, \%$	S_r
Каменный уголь месторождения шахты «Трудовская»	$(3,0 \pm 0,2) \cdot 10^{-5}$	0,05
Бурый уголь Александрийского месторождения (Константиновский разрез)	$(1,1 \pm 0,1) \cdot 10^{-5}$	0,05
Каменный уголь Старобельского месторождения	$(1,2 \pm 0,1) \cdot 10^{-4}$	0,05

$\tau_{\max}, \text{C}$

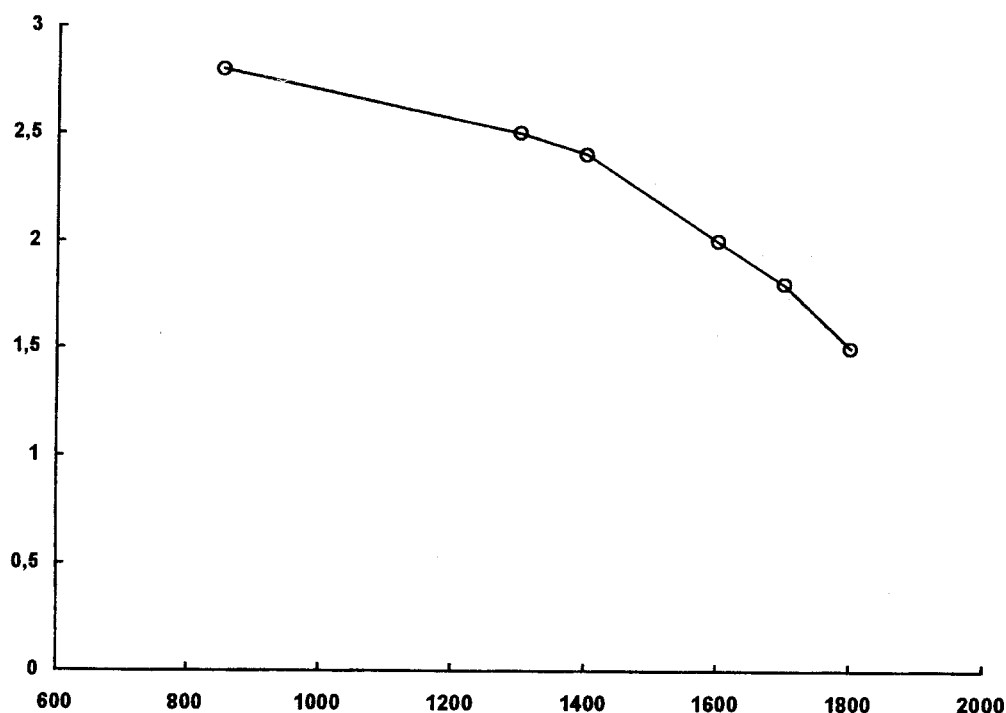


Рис. Влияние температуры озоления ($T_{\text{оз}}$) на время максимума импульса абсорбции галлия ($\tau_{\max}$)

Проверку правильности проводили сравнением с результатами стандартной спектрофотометрической методики. Предел обнаружения, определенный по 3σ -критерию, составляет $3 \cdot 10^{-6}\%$, время определения до одного–двух часов в зависимости от количества проб.

Таким образом, разработанная нами методика беспламенного АА определения галлия в углях отличается экспрессностью, не требует предварительного озоления углей и отделения соединений галлия и не использует дорогостоящие и токсичные реактивы. Благодаря использованию такой методики возможен систематический мониторинг галлия в углях и сажистых выбросах углеперерабатывающих предприятий нашего региона.

РЕЗЮМЕ

Досліджено оптимальні умови неполум'яного атомно-абсорбційного визначення галію в водно-етанольних суспензіях вугілля Донецького регіону. Показано, що домішка $0,1\text{ M}$ розчину HNO_3 , прискорений розігрів печі на стадії атомізації, використання платформи, дейтерієвого коректора фону та вимірювання інтегральної інтенсивності сигналу підвищують правильність результатів та усувають вплив основи.

Розроблено прискорену методику визначення галію в вугіллі з границею виявлення $3 \cdot 10^{-6}\%$, $S_r = 0,05$ і часом визначення одна–дві години.

SUMMARY

The optimal conditions of gallium flameless atomic absorption determination in water-ethanol slurry of Donetsk region coals were investigated. It was shown that the addition of HNO_3 $0,1\text{ M}$ solution, furnace rapid heating at the atomization stage, using platform, background corrector and integral registration of signal allow to increase the accuracy and eliminate matrix influence.

Express procedure of gallium determination in coals with detection limit of $3 \cdot 10^{-6}\%$, $S_r = 0,05$ within 1–2 hours was carried out.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Дымов А.М., Савостин А.П. Аналитическая химия галлия. – М.: Наука. – 1968.
2. Шпирт М.Я. Основные направления изучения минеральных компонентов твердых горючих ископаемых // Химия твердого топлива. – 1998. – №4. – С.3-17.
3. ГОСТ 12711–77. Угли бурые, каменные, антрацит и сланцы горючие. Метод определения массовой доли галлия. – М.: Изд-во стандартов, 1977. – 4 с.
4. Xiao S., Wen W., Bei W. Determination of gallium in coal fly ash by electrothermal atomic absorption spectrometry using slurry sampling and nickel chemical modification // J. Anal. Atom. Spectrom. – 1992. – Т.7, №5. – С.761-764.
5. Нестационарная структура атомных и молекулярных слоев в электротермической атомно-абсорбционной спектроскопии. Формирование поглощающих слоев атомов и молекул галлия и индия / Гильмутдинов А.Х., Захаров Ю.А., Иванов В.П., Волошин А.В., Диттрих К. // Журн. аналит. химии. – 1994. – Т.49, №2. – С.150-156.

Надійшла до редакції 06.03.2000 р.

УДК 66.094.38: 547.789: 535.379

ИССЛЕДОВАНИЕ АНТИОКСИДАНТНОЙ АКТИВНОСТИ 5-БЕНЗИЛИДЕНЗАМЕЩЕННЫХ РОДАНИНОВ ХЕМИЛЮМИНЕСЦЕНТНЫМ МЕТОДОМ

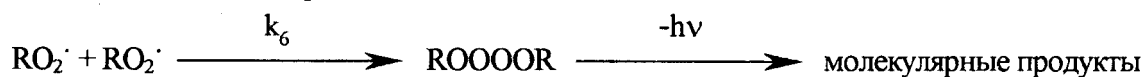
Л.В.Епишина, Т.А.Филиппенко

Серусодержащие гетероциклические соединения, ярким представителем которых является роданин и его производные, представляют несомненный интерес в поиске новых антиоксидантов, биоантиоксидантов, в том числе комбинированного антиоксидантного действия. Эти соединения отличаются высокой функциональностью, биологической активностью [1-3], доступны в получении, малотоксичны [4-5]. В патенте США некоторые представители этого ряда веществ изучены как антиоксиданты олеотипогенных материалов [6]. Указывается на высокую эффективность этих веществ как ингибиторов окисления, однако количественные характеристики их активности не приводятся и не обсужден механизм антиоксидантного действия роданинов.

Целью настоящего исследования было изучение антиоксидантного действия 5-замещенных производных роданина и установление механизма их антиоксидантного действия в процессе инициированного окисления этилбензола.

Для исследования антиоксидантной активности роданинов выбрана реакция инициированного окисления (инициатор – азодиизобутиронитрил(АИБН)) модельной системы – этилбензола (ЭТБ). Кинетика процесса окисления изучалась хемилюминесцентным методом.

Радикально-цепная гипотеза объясняет возникновение хемилюминесценции при окислении алкилбензолов реакцией:



Скорость данной реакции лимитируется первой стадией, и поэтому, интенсивность хемилюминесценции связана с концентрацией $RO_2^{\cdot}$ соотношением:

$$I = \eta k_6 [RO_2^{\cdot}]^2,$$

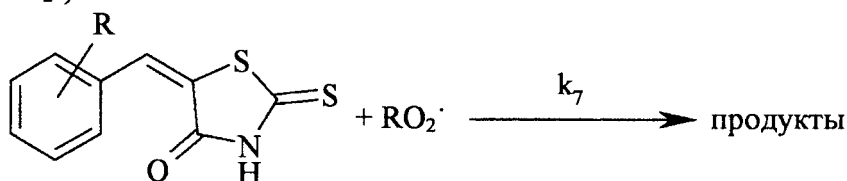
где η -квантовый выход.

Между интенсивностью свечения (I) и скоростью реакции окисления (W) существует простое соотношение :

$$W/W_0 = [RO_2^{\cdot}] / [RO_2^{\cdot}]_0 = \sqrt{I/I_0}$$

где W_0 , I_0 , $[RO_2^{\cdot}]_0$ – соответственно скорость, интенсивность хемилюминесценции, концентрация пероксильных радикалов в отсутствии ингибитора; W , I , $[RO_2^{\cdot}]$ – те же величины в его присутствии.

Антирадикальная активность (АРА) 5-замещенных производных роданина характеризовалась константой скорости их взаимодействия с пероксильными радикалами ЭТБ ($RO_2^{\cdot}$):



На рис. 1 приведены кинетические кривые изменения относительной интенсивности хемилюминесценции при инициированном окислении ЭТБ в присутствии малых концентраций 5-[2-гидрокси-3-метоксибензилиден]роданина. Видно, что падение интенсивности свечения, определенное в момент введения ингибитора пропорционально его концентрации. Способность 5-гидроксибензилиденроданинов вызывать снижение хемилюминесцентного свечения в процессе окисления этилбензола является прямым подтверждением их взаимодействия с пероксирадикалами углеводорода.

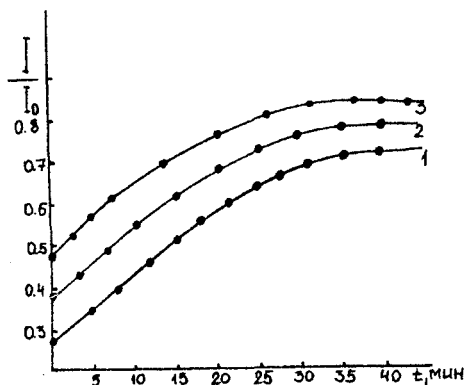


Рис. 1. Кинетические кривые изменения интенсивности хемилюминесценции при инициированном окислении этилбензола в присутствии 5-[2-гидрокси-3-метоксибензилиден]роданина. $T=348\text{K}$. $W_i=4,9 \cdot 10^{-7}$ моль·дм⁻³·с⁻¹.
1 – $1 \cdot 10^{-4}$ моль·дм⁻³; 2 – $8 \cdot 10^{-5}$ моль·дм⁻³; 3 – $5 \cdot 10^{-5}$ моль·дм⁻³

Необходимо отметить, что для всех изученных соединений после их полного израсходования, свечение не восстанавливается до первоначального значения, соответствующего $I/I_0=1$, что может быть обусловлено антиоксидантным действием продуктов превращения роданинов. Совпадение величин W/W_0 и $\sqrt{I/I_0}$, определенных при окислении этилбензола в присутствии различных концентраций добавок свидетельствует о том, что изучаемые соединения не являются физическими тушителями возбужденных молекул, а выступают химическими ингибиторами реакции. Это является критерием применимости хемилюминесцентного метода к изучению новых антиоксидантов.

При постоянной скорости инициирования (W_i) окисление этилбензола идет в стационарном режиме по общепризнанной схеме [8], а зависимость $\sqrt{I_0/I}$ от концентрации антиоксиданта

(InH) выражается прямой линией с угловым коэффициентом $\text{tg}\varphi$:

$$\text{tg}\varphi=(1.1\pm 0.1)\cdot\beta, \text{ где } \beta=\frac{k_7}{\sqrt{k_6 \cdot W_i}}.$$

По известным для данного углеводорода значениям k_6 [9], можно вычислить величину k_7 . На рис.2 приведены анаморфозы зависимости интенсивности хемилюминесценции в реакции окисления этилбензола от концентраций соединений (табл.1).

Из наклона прямых вычислены величины $k_7/\sqrt{k_6 \cdot W_i}$ и значения k_7 . Данные по АРА 5-замещенных производных роданина представлены в табл.1. Из таблицы видно, что антирадикальная активность изученных соединений зависит от состава и строения молекулы. Антиоксидантным действием обладают только 5-гидроксибензилидензамещенные роданины. Роданин [10], 5-бензилиденроданин не изменяют интенсивности хемилюминесцентного свечения в процессе окисления ЭТБ. Их активность в реакции с $\text{RO}_2^{\cdot}$ зависит от строения заместителей в положении 5 роданинового кольца, а именно от положения ОН-группы в бензольном кольце и от состава и положения других заместителей. Влияние этих заместителей в основном укладывается в рамки закономерностей, установленных для фенольных антиоксидантов. В ряду орто>пара>мета гидрокси- и метокси- 5-бензилидензамещенных роданинов значение k_7

падает. Наличие электронодонорных заместителей в бензольном кольце повышает значение k_7 . Электроноакцепторные заместители – снижают антирадикальную активность соединений. В целом 5-гидроксibenзилиденроданины обладают несколько более высокой АРА, чем соответствующие фенолы, что обусловлено, по-видимому, влиянием гетероциклического остатка.

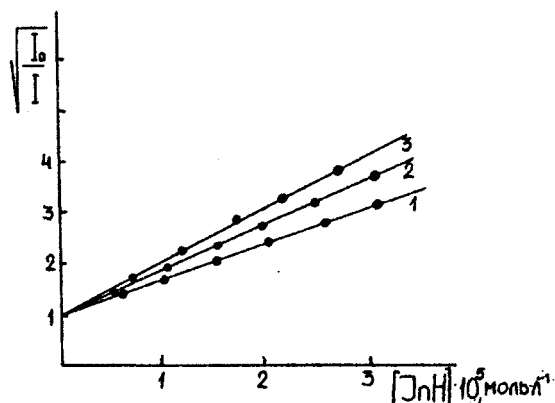


Рис.2. Анаморфозы зависимости интенсивности хемилюминесценции в реакции окисления этилбензола от концентрации антиоксиданта. $T=343\text{K}$. $W_i=4,9 \cdot 10^{-7} \text{ моль} \cdot \text{дм}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$. 1 – 5-[4-гидроксibenзилиден]роданина; 2 – 5-[2-гидрокси-3-метоксибензилиден]роданина; 3 – 3-фенил-5-[2-гидроксибензилиден]роданина

закономерностям установленным для фенольных антиоксидантов, можно установить реакционный центр в молекуле по которому идет обрыв $\text{RO}_2 \cdot$ ЭТБ. Таким центром является гидроксигруппа бензольного кольца, а механизм антиоксидантного действия изученных соединений аналогичен механизму действия фенолов.

Таблица 1. Параметры АРА 5-замещенных производных роданина в процессе инициированного окисления этилбензола, определенные хемилюминесцентным методом.

$$W_i = 4.9 \cdot 10^{-7} \text{ моль} \cdot \text{дм}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}, 343\text{K}$$

№	Вещество	$k_7, \text{ л} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$
1	5-Бензилиденроданин	Не влияет на скорость окисления
2	5-[2-гидроксибензилиден]роданин	$(5.91 \pm 0.29) \cdot 10^5$
3	5-[3-гидроксибензилиден]роданин	$(1.96 \pm 0.63) \cdot 10^4$
4	5-[4-гидроксибензилиден]роданин	$(4.22 \pm 0.14) \cdot 10^4$
5	3-фенил-5-[2-гидроксибензилиден]роданин	$(6.06 \pm 0.33) \cdot 10^4$
6	5-[2,4-дигидроксибензилиден]роданин	$(3.11 \pm 0.25) \cdot 10^5$
7	5-[5-бром-2-гидроксибензилиден]роданин	$(1.91 \pm 0.10) \cdot 10^5$
8	5-[3,5-дибром-2-гидроксибензилиден]роданин	$(4.35 \pm 0.11) \cdot 10^4$
9	5-[2-гидрокси-4-диэтиламинобензилиден]роданин	$(9.29 \pm 0.21) \cdot 10^5$
10	5-[4-гидрокси-3,5-дитретбутилбензилиден]роданин	$(6.88 \pm 0.25) \cdot 10^4$
11	5-[2-гидрокси-3-метоксибензилиден]роданин	$(6.57 \pm 0.36) \cdot 10^4$

Для соединений 7, 9, 11 (табл.1) были определены константы k_7 при различных температурах окисления и рассчитаны значения энергии активации реакции 7. Константы скорости взаимодействия этих соединений с пероксирадикалами ЭТБ соответственно равны:

$$k_7 = 3.05 \cdot 10^{11} \exp \left(- \frac{40500 \pm 3600}{RT} \right) \text{ дм}^3 \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$$

$$k_7 = 8.50 \cdot 10^{11} \exp \left(- \frac{39500 \pm 1900}{RT} \right) \text{ дм}^3 \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$$

$$k_7 = 9.62 \cdot 10^{12} \exp \left(- \frac{56100 \pm 4200}{RT} \right) \text{ дм}^3 \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$$

Учитывая факт наличия выраженной АОА только у 5-гидроксibenзилиденроданинов и влияние на эту активность строения заместителя в положении 5 молекулы, подчиняющееся

№	Вещество	k_7 , л·моль ⁻¹ ·с ⁻¹
12	5-[4-гидрокси-3-метоксибензилиден]роданин	$(1.60 \pm 0.13) \cdot 10^5$
13	5-[2-метоксибензилиден]роданин	$(1.22 \pm 0.13) \cdot 10^4$
14	5-[3-метоксибензилиден]роданин	$(4.55 \pm 0.67) \cdot 10^3$
15	5-[4-метоксибензилиден]роданин	$(6.96 \pm 0.42) \cdot 10^3$

Таким образом, 5-гидроксибензилиденроданины являются эффективными ингибиторами окисления этилбензола. Антиоксидантное действие этих соединений обусловлено наличием в молекуле подвижных атомов водорода ОН-группы в бензольном кольце.

РЕЗЮМЕ

Вивчена антиоксидантна дія 5-заміщених похідних роданіну у процесі ініційованого окиснення етилбензолу хемілюмінесцентним методом. Встановлено зв'язок антиоксидантної активності з будовою сполук. Показано, що активність роданінів обумовлена обривом ланцюгів окиснення на молекулах 5-гідроксибензилиденроданінів. Запропоновано механізм антиоксидантної дії сполук даного ряду.

SUMMARY

The antioxidant action of 5- substituted rhodanine derivatives in the process of initiated ethylbenzen oxidation by means of the chemiluminescent method has been studied. The connection of antioxydant activity with the compounds structure. The activity of rhodanine has been shown to depend on terminating the oxidation chain on the 5-hydroxybenzylidenrodanine molecule. The mechanism of antioxidant action of the rhodanine compounds has been proposed.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Франков И.А., Кирилов М.В., Соколова Т.Н. и др. // Хим.-фарм. ж. – 1985. – Т.19, №8. – С.943-946.
2. Ладная Л.Я., Проценко Е.М. // Хим.-фарм. ж. – 1968. – Т.2, №5. – С.24-28.
3. Кирилов В.М., Франков И.А. // Недостаточность кровообращения. – Л.: Химия. 1986. – С.184-189.
4. Кирилов В.М., Франков И.А. // Актуальные вопросы гастроэнтерологии. – Л.: Химия. 1987. – С.143-146.
5. Западнюк В.И. // Фарм. и токсикология. – 1961. – Т.24, №4. – С.416-422.
6. Ellis W.C.: U.S. patent 2.800.491 (July 23, 1957); Chem. Abstracts 52, 5006 (1958).
7. Шляпінтох В.Я., Карпукін О.Н., Постніков М.М. и др. Хемілюмінесцентні методи дослідження медлених хімічних процесів. – М.: Наука, 1966. – С.211.
8. Эмануэль Н.М., Денисов Е.Т., Майзус З.К. Цепные реакции окисления углеводов в жидкой фазе. – М.: Наука, 1965. – С.32-74.
9. Денисов Е.Т. Константы скорости гомолитических жидкофазных реакций. – М.: Наука, 1971. – С.390-402.
10. Филиппенко Т.А., Николаевский А.Н., Качурин И.О., Епишина Л.В., Опейда И.А. // Укр.хим.ж. – 1998. – №8. – С.138.

Надійшла до редакції 09.03.2000 р.

К МЕХАНИЗМУ ОБРАЗОВАНИЯ ЭЛЕКТРОННО-ВОЗБУЖДЕННЫХ ПРОДУКТОВ В РЕАКЦИИ ПЕРОКСИРАДИКАЛОВ С МНОГООСНОВНЫМИ ФЕНОЛАМИ

А.Н.Шендрик, И.А.Опейда, А.Н.Николаевский, Нассар Махмуд, И.О.Качурин

Ранее [1], при исследовании закономерностей хемилюминесценции (ХЛ) при ингибированном гидрохиноном окислении кумола, мы обнаружили неописанный для данного процесса эффект. Суть эффекта – появление ХЛ-свечения в периоде индукции реакции и экстремальная зависимость интенсивности ХЛ от времени.

Проанализировав спектральный состав ХЛ-свечения и выполнив моделирование кинетики процесса мы предположили [1], что наиболее вероятным эмиттером ХЛ является здесь п-бензохинон. В настоящей работе приведены дополнительные свидетельства в пользу этой гипотезы.

Методы подготовки реактивов и постановки опытов

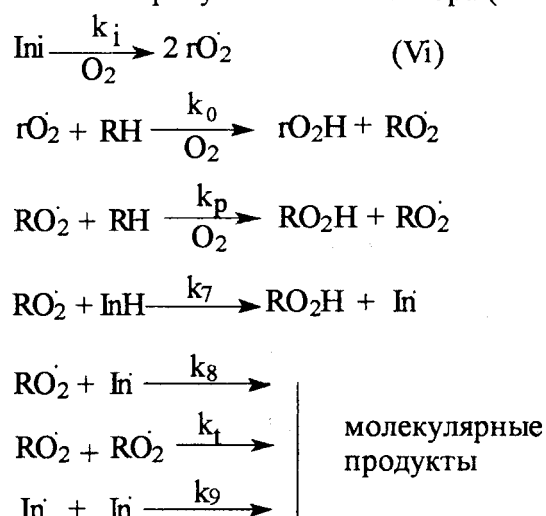
В качестве источника свободных радикалов использовали азодиизобутиронитрил (АИБН) марки «ч» после двукратной перекристаллизации из абсолютного этилового спирта.

Кумол и этилбензол марок «ч» отмывали от примесей концентрированной серной кислотой, растворами щелочи и перманганата калия по известной протиси [2]. Сушили свежепрокаленным CaCl_2 и перегоняли на ректификационной колонне. Непосредственно перед проведением кинетических опытов углеводороды пропускали через колонку с оксидом алюминия (основным). Гидрохинон, тирозалол и флороглюцин марок «хч» очищали возгонкой. Резорцин марки «хч» дважды перекристаллизовывали из воды.

За кинетикой ХЛ-свечения наблюдали с помощью установки, принципиальная схема которой описана в книге [3]. Фотоумножитель – ФЭУ-38. Протекающий в цепи фотоумножителя ток усиливали измерителем малых токов ИМТ-0.5. Кинетическую кривую ХЛ-свечения регистрировали пишущим потенциометром ЛКС4-003.

Результаты и их обсуждение

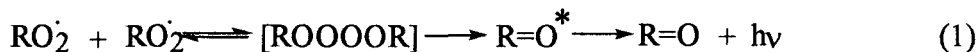
Радикально-цепной процесс инициированного окисления органического вещества (RH) по С-Н связи в присутствии ингибитора (InH) протекает по схеме [3]:



где Ini, Vi – инициатор и скорость зарождения цепей соответственно.

При окислении углеводородов ХЛ-свечение возникает лишь в реакции между пероксирадикалами. В электронно-возбужденном состоянии образуется, как правило,

карбонильное соединение – продукт распада тетроксидов [4]:



Интенсивность ХЛ-свечения (I_t) в реакции (1) связана с ее скоростью соотношением [4]:

$$I_t = \chi \cdot 2k_t [RO_2]^2$$

где χ – квантовый выход свечения.

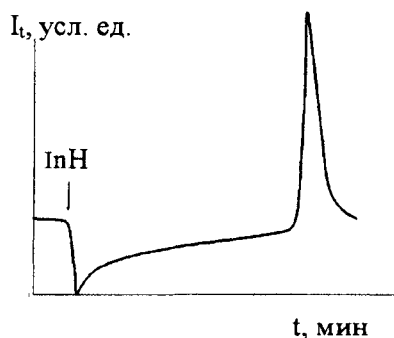
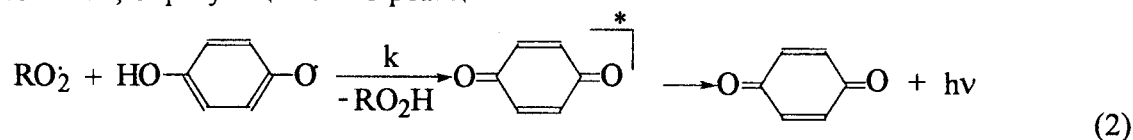


Рис.1. Кинетическая кривая ХЛ-свечения в периоде индукции ингибированной гидрохиноном реакции окисления кумола

В присутствии ингибиторов квазистационарная концентрация пероксирадикалов резко уменьшается и интенсивность ХЛ-свечения в реакции (1) падает практически до нуля. Эта закономерность хорошо известна [5] и подтверждена многочисленными экспериментальными данными, в том числе и для различных оксibenзолов.

На данный момент, однако, из-за ограниченной чувствительности ХЛ-установок, практически все эти эксперименты были выполнены с добавками активаторов ХЛ. Нами обнаружено [1], что без активаторов ХЛ гидрохинон не гасит ХЛ при окислении кумола. Типичная кинетическая кривая ХЛ имеет в этом случае приведенный на рис.1 вид.

Возможные причины различий в закономерностях ХЛ с добавками активаторов и без обсуждены в работе [1]. В ней же сделано предположение о том, что эмиттером ХЛ-свечения в периоде индукции может быть п-бензохинон, образующийся по реакции:



Если это так, то пара- и орто-оксibenзолы, способные превращаться в хиноны, должны давать ХЛ. Это было проверено нами экспериментально.

Иницированное АИБН окисление кумола ингибировали гидрохиноном и резорцином. Результаты наблюдений таковы. В присутствии пирогаллола закономерности ХЛ-свечения аналогичны наблюдаемым при ингибировании гидрохиноном. Следовательно, полученные данные согласуются с обсуждаемой версией.

Моделирование* закономерностей кинетики лимитирующей (первой) стадии реакции (2), в пределах приведенной выше общей схемы процесса, выявили для нее следующие характерные признаки.

Первое – величина скорости лимитирующей стадии реакции (2) в точке экстремума (V_{max}) при постоянной скорости иницирования должна увеличиваться с ростом начальной концентрации ингибитора и стремиться к пределу (см.рис.2).

Второе – при постоянной начальной концентрации ингибитора величина V_{max} должна линейно зависеть от концентрации инициатора (см. рис.3).

Обе эти тенденции отчетливо прослеживаются в эксперименте (см.рис.4), что служит еще одним доказательством в пользу образования электронно-возбужденного продукта в реакции (2).

* Методика моделирования и величины используемых кинетических параметров те же, что и в [1]

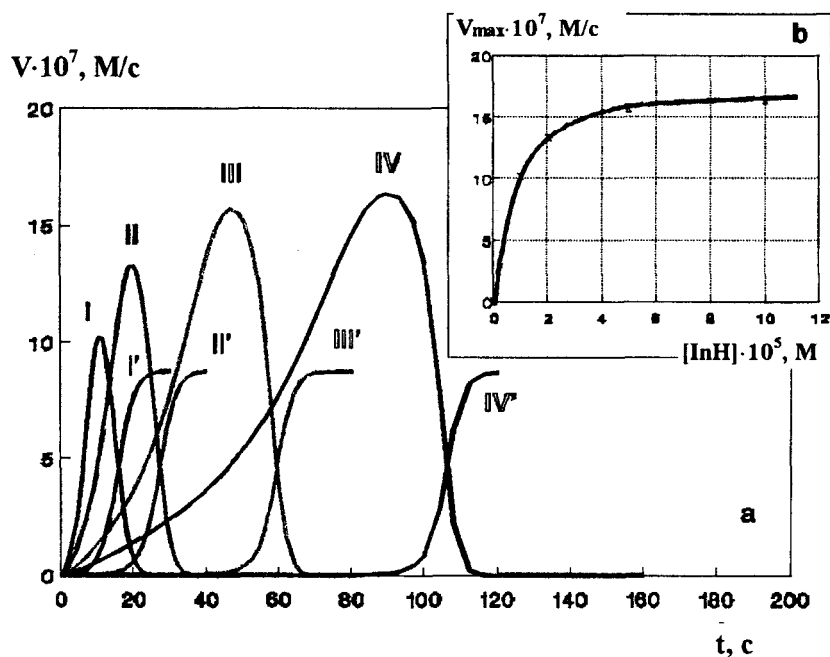


Рис.2. Закономерности нестационарной кинетики процесса ингибированного окисления при постоянной величине V_i . По результатам моделирования.

а) Зависимость скоростей (V) реакций $RO_2^{\cdot} + In^{\cdot} \rightarrow (I-IV)$ и $RO_2^{\cdot} + RO_2^{\cdot} \rightarrow (I'-IV')$ от времени при различных начальных $[InH]$.

б) Зависимость V_{max} реакции $RO_2^{\cdot} + In^{\cdot} \rightarrow$ от начальной $[InH]$.

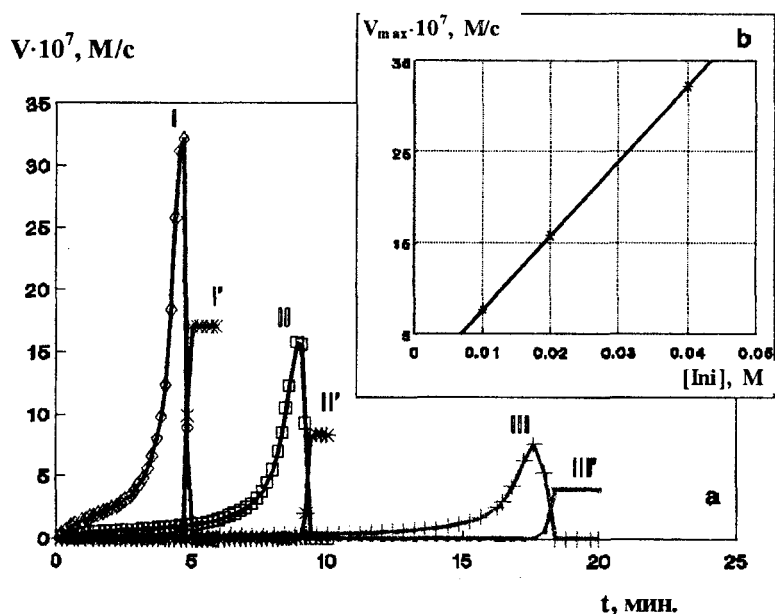


Рис.3. Закономерности нестационарной кинетики процесса ингибированного окисления при постоянной величине V_i . По результатам моделирования

а) Зависимость скоростей (V) реакций $RO_2^{\cdot} + In^{\cdot} \rightarrow (I-III)$ и $RO_2^{\cdot} + RO_2^{\cdot} \rightarrow (I'-III')$ от времени при различных V_i .

б) Зависимость V_{max} реакции $RO_2^{\cdot} + In^{\cdot} \rightarrow$ от начальной $[Ini]$.

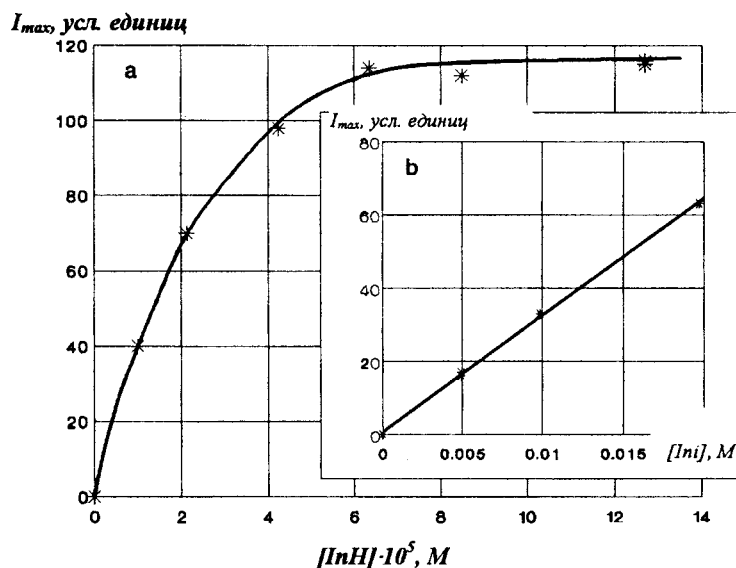


Рис. 4. Кинетические закономерности ХЛ-свечения в ингибированной гидрохиноном реакции окисления кумола. Эксперимент. $T = 348 \text{ K}$.

а) Зависимость величины экстремальной интенсивности ХЛ ($I_{\max}$) от концентрации ингибитора при $V_i = 1,86 \cdot 10^{-6} \text{ M/c} = \text{const}$.

б) Зависимость $I_{\max}$ от начальной $[Ini]$ при $[InH] = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ M} = \text{const}$.

Заключение

Полученные в настоящей работе экспериментальные данные в совокупности с описанными в [1] результатами наблюдений позволяют утверждать, что реакция между перокси- и оксифеноксильными радикалами завершается образованием хинона в электронно-возбужденном состоянии. В этой связи становится понятным, почему диоксибензолы, имея две реакционноспособные группы $-OH$, ведут себя по отношению к пероксирадикалам так же как одноосновные фенолы, т.е. имеют равный двум стехиометрический коэффициент ингибирования.

РЕЗЮМЕ

Наведено нові експериментальні докази на користь висловленої раніше авторами статті гіпотези щодо утворення в реакції між перокси- та оксифеноксильними радикалами хинону в електронно-збудженому стані.

SUMMARY

New experiment data were presented to benefit of priviously reported hypothesis about formation of quinone in electron-ecxited state in the reaction of peroxy- and oxyphenoxyradicals.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРЫ

1. Шендрик А.Н., Качурин И.О., Опейда И.А. Новый эмиттер хемилюминесценции в ингибированной гидрохиноном реакции окисления кумола кислородом // Теорет. и эксперим. хим., 1994. – Т.30. – №2. – С.103-107.
2. Вайсбергер А., Проскауэр Р., Риддик Дж., Тупс Э. Органические растворители. – М.: ИЛ, 1958. – 518 с.
3. Эмануэль Н.М., Денисов Е.Т. Современные представления о механизме действия ингибиторов окисления // Нефтехимия. 1976. – Т.16. – №3. – С.366-375.
4. Беляков В.А, Васильев Р.Ф., Федорова Г.Ф. Хемилюминесценция и механизм обрыва цепей при окислении углеводородов, имеющих третичную связь С-Н. Кумол // ДАН СССР. – 1978. – Т.239. – №2. – С.344-347.
5. Шляпинтох В.Я., Карпужин О.Н., Постников Л.М. и др. Химилюминесцентные методы исследования медленных химических процессов. – М.: Наука, 1966. – С.385.

Надійшла до редакції 03.03.2000 р.

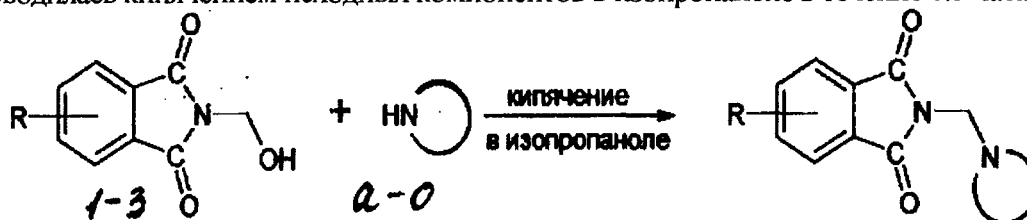
УДК 547.233.415

ИМИДОМЕТИЛИРОВАНИЕ НЕКОТОРЫХ АЗОТСОДЕРЖАЩИХ ГЕТЕРОЦИКЛИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЙ С sp^3 -ГИБРИДИЗОВАННЫМ АТОМОМ АЗОТА

А.А.Артамонов, Н.А.Органова

В литературе широко исследовано имидометилирование различных нуклеофилов N-метилолфталимидом. Среди продуктов имидометилирования были найдены вещества, обладающие физиологической активностью. Установлено, что продукты, полученные по этой реакции, обладают никотиновым /1/, антимикробным /2/ действием, проявляют высокую пестицидную активность /3/ и т.д.

С целью синтеза органических соединений с потенциальной биологической активностью нами исследовано имидометилирование N-метилолфталимидом и его 3- и 4-нитропроизводными ряда частично или полностью гидрированных азотсодержащих гетероциклов. Реакция проводилась кипячением исходных компонентов в изопропанол в течение 0.5 часа:



где 1 $R=H$; 2 $R=NO_2$; 3 $R=H$; 4 $R=NO_2$; а) морфолин; б) пиперидин; в) пиперазин; г) 1,2,3,4-тетрагидрохиолин, д) 6-метил-1,2,3,4-тетрагидрохиолин; ж) индолин; з) гексагидрокарбазол; и) 2-аминопиридин; к) 4-аминопиридин; л) 2-амино-5-метилпиридин; м) 2-амино-5-хлорпиридин; н) 2-амино-5-нитропиридин; о) 4-оксипиридин.

Из всех исследованных нами соединений этого типа ранее изучалось имидометилирование лишь пиперидина и морфолина N-метилолимидами 3- и 4-нитрофталевых кислот /3/. Реакция проводилась кипячением исходных соединений в этаноле. Заменяв этанол на изопропиловый спирт, мы установили, что в этом растворителе реакция идет с образованием идентичных продуктов, причем с пиперидином выход продуктов увеличивается с 23 до 62-65%.

Аналогичные продукты получены также при имидометилировании этих соединений незамещенным N-метилолфталимидом. В стандартных условиях выход продуктов составил 48-59%.

Аналогом пиперидина является пиперазин, у которого два реакционных центра. Установлено, что независимо от соотношения реагентов и времени реакции, всегда получают продукты по двум атомам азота, что подтверждается данными тонкослойной хроматографии, элементного анализа, а также отсутствием полос поглощения NH -группы в ИК-спектрах. Выход во всех случаях составляет 66-92.3%.

При проведении реакции с частично гидрированными конденсированными гетероциклами можно было ожидать образования продуктов как N- так и C-имидометилирования по аналогии с имидометилированием анилина /3/. Однако тщательный анализ продуктов реакции показал, что во всех случаях реакция проходит по атому азота в соответствии с вышеприведенной схемой и продуктов имидометилирования в бензольное ядро не наблюдается: хроматографирование дает одно пятно, а в ИК-спектрах отсутствует полоса поглощения NH -группы. Выход составляет 41-85%. В тех случаях, где выход был менее 50%, его можно было повысить вдвое, увеличив время реакции до 1.5 часов.

В работе исследовалось также имидометилирование 2- и 4-аминопиридинов, 5-метил-, 5-хлор- и 5-нитро-2-амино-пиридинов. С 4-аминопиридином удалось получить

продукт реакции только с незамещенным N-метилолфталимидом, тогда как 2-аминопиридин и его замещенные гладко реагируют со всеми N-метилолимидами.

Прежде всего, было интересно выяснить влияние заместителей в 2-аминопиридине на протекание реакции. Было установлено, что 2-аминопиридин в стандартных условиях дает продукты имидометилирования с выходом 48-78%. В случае 2-амино-5-метилпиридина реакция заканчивается за 15 минут с образованием продуктов реакции с аналогичным выходом, а для 2-амино-5-хлор- и 2-амино-5-нитропиридинов время прохождения реакции составляет 2 и 6 часов соответственно. Таким образом, электронодонорные заместители способствуют протеканию реакции, а электроноакцепторные – значительно ее замедляют.

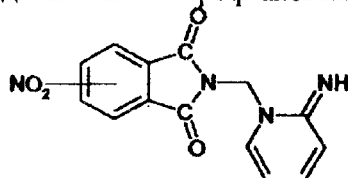
Анализ полученных соединений показал, что нитрогруппа, находящаяся в 3- и 4-положениях N-метилолфталимида способствует протеканию реакции, что приводит к более высоким выходам продуктов реакции в стандартных условиях для всех исследованных в работе соединений (таблица 1).

Таблица 1. Характеристика синтезированных соединений

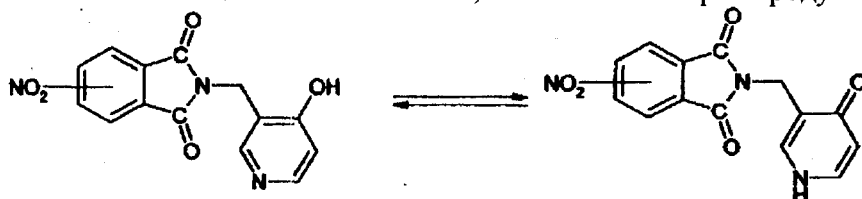
Со- едине- ние	Вы- ход, %	Т.пл., °C (р-ль для перекрист.)	Найде- но N, %	Брутто- формула	Вы- чис- лено N, %	ИК-спектр, см ⁻¹		R _f
						CONR ₂	N-H	
1a	50.0	109-110 (CCl ₄)	10.51	C ₁₃ H ₁₄ N ₂ O ₃	11.38			0.62
2a	50.0	168-169 (изобутанол)		C ₁₃ H ₁₃ N ₃ O ₅	14.43			0.31
3a	77.3	144-145 (изобутанол)		C ₁₃ H ₁₃ N ₃ O ₅	14.43			0.63
1б	59.8	91-92 (изобутанол)	12.48	C ₁₄ H ₁₆ N ₂ O ₂	11.48			0.53
2б	62.3	144-145 (изобутанол)		C ₁₄ H ₁₅ N ₃ O ₅	14.53			0.49
3б	62.5	136-137 (ИПС)		C ₁₄ H ₁₅ N ₃ O ₅	14.53			0.52
1в	66.2	253-254 (ДМФА)	13.50	C ₂₀ H ₂₀ N ₄ O ₄	13.86	1714		0.24
2в	92.3	226-227 (ДМФА)	17.20	C ₂₂ H ₁₈ N ₆ O ₈	17.04	1720		0.35
3в	62.5	214-215 (1,4-диоксан)		C ₂₂ H ₁₈ N ₆ O ₈	17.04			0.52
1г	81.8	114-115 (ИПС)	9.49	C ₁₆ H ₁₆ N ₂ O ₂	10.44	1715		0.86
2г	85.5	197-198 (амилацетат)	12.13	C ₁₆ H ₁₅ N ₃ O ₄	13.41	1715		0.84
3г	18.1	143-144 (ацетон)	11.91	C ₁₆ H ₁₅ N ₃ O ₄	13.41	1714		0.78
1д	76.6	162-163 (ИПС)	9.89	C ₁₇ H ₁₈ N ₂ O ₂	9.92	1714		0.80
2д	35.8	192-192.5 (ацетон)	12.03	C ₁₇ H ₁₇ N ₃ O ₄	12.84	1714		0.69
3д	39.4	179-180 (ИПС)	12.13	C ₁₇ H ₁₇ N ₃ O ₄	12.84	1714		0.77
1е	84.8	120-122 (ИПС, бензол)	9.07	C ₁₆ H ₁₆ N ₂ O ₂	10.44	1720		0.77»
2е	41.3	153-154 (бензол)	12.30	C ₁₆ H ₁₅ N ₃ O ₄	13.41	1719		0.28
3е	11.5	143-144 (ацетон)	12.51	C ₁₆ H ₁₅ N ₃ O ₄	13.41	1714		0.36
1ж	64.5	135-136 (CCl ₄)	10.44	C ₁₅ H ₁₄ N ₂ O ₂	11.02	1714		0.78
2ж	58.6	215-216 (CH ₃ COOH)	14.03	C ₁₅ H ₁₃ N ₃ O ₄	14.04	1714		0.26
3ж	75.9	148-149 (ДХЭ)	13.82	C ₁₅ H ₁₃ N ₃ O ₄	14.04	1720		0.84
1з	61.5	175-176 (ацетон)	8.97	C ₁₉ H ₁₈ N ₂ O ₂	9.15	1720		0.69
2з	55.6	152-153 (н-бутанол)	10.55	C ₁₉ H ₁₇ N ₃ O ₄	11.96	1720		0.91
3з	50.0	171-172 (н-бутанол)	10.38	C ₁₉ H ₁₇ N ₃ O ₄	11.96	1720		0.84

1и	480	224-225 (H ₂ O)	15.30	C ₂ H ₁₁ N ₃ O ₂	14.04	1720	3390	0.39
2и	77.8	165-166 (H ₂ O)		C ₁₂ H ₁₀ N ₄ O ₄	20.43	1720	3390	0.46
3и	52.2	145-146 (ИПС)		C ₁₂ H ₁₀ N ₄ O ₄	20.43	1720	3390	0.70
1к	51.7	145-146 (H ₂ O)	17.54	C ₁₂ H ₁₁ N ₃ O ₂	18.34	1720	3400	0.51
1л	55.9	180-181 (ИПС)	16.98	C ₁₃ H ₁₃ N ₃ O ₂	17.28	1720	3390	0.26
2л	79.8	182-183 (ацетонитрил)	17.92	C ₁₃ H ₁₂ N ₄ O ₄	19.44	1714	3390	0.86
3л	81.6	170-171 (ИПС)	17.80	C ₁₃ H ₁₂ N ₄ O ₄	19.44	1700	3390	0.40
2м	45.0	181-182 (ацетонитрил)	16.62	C ₁₄ H ₉ N ₄ O ₄ Cl	16.84	1714	3400	0.61
3м	49.8	150-151 (ИПС)	16.50	C ₁₄ H ₉ N ₄ O ₄ Cl	16.84	1714	3390	0.25
1н	67.6	190-191 (бензол)	19.65	C ₁₂ H ₁₀ N ₄ O ₄	20.43	1714	3390	0.23
2н	27.4	190-191 (CH ₃ COOH)	20.41	C ₁₂ H ₉ N ₅ O ₆	21.94	1700	3390	0.60
3н	70.9	256-257 (H ₂ O)	21.90	C ₁₂ H ₉ N ₅ O ₆	21.94	1700	3390	0.33
2о	91.1	169-170 (ИПС)	14.59	C ₁₄ H ₉ N ₃ O ₅	14.05	1700	3410	0.48
3о	92.5	199-200 (H ₂ O)	13.53	C ₁₄ H ₉ N ₃ O ₅	14.05	1710	3430	

Не менее интересным аспектом исследования имидометилирования этих соединений является выяснение направления реакции. Так как для 2- и 4-аминопиридина характерна amino-иминная таутомерия, было интересно выяснить в какой форме они вступают в эту реакцию. Ранее, на основании данных ИК-спектров, продуктам имидометилирования 2-аминопиридина N-метилолимидами 3- и 4-нитрофталевых кислот были приписаны струк-

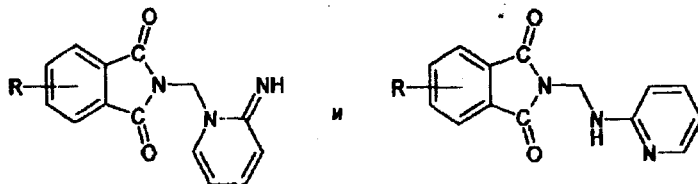


туры по циклическому атому азота /3/. Считая, что во всех других случаях происходит образование аналогичных продуктов, мы попытались ввести в эту реакцию 2- и 4-пиридоны, которые являются аналогами 2- и 4-пиридониминов. Однако продуктов реакции в стандартных условиях не было получено. И только введя 4-пиридон в реакцию в виде нитрата, мы обнаружили образование продуктов реакции, которым на основании ИК-спектров приписали структуру C-алкилирования (имеется широкая полоса валентного колебания NH- и OH-групп). Образование такого продукта реакции подтверждают также данные микроанализа. Не получив положительных результатов имидометилирования 2- и 4-пиридонов, мы более подробно исследовали структуру соединений, образующихся при имидометилировании 2-аминопиридина и его замещенных. Оказалось, что в ИК-спектрах продуктов имидомети-



лирования 2-амино-5-хлор- и 2-амино-5-метилпиридинов имеется одна узкая полоса в области 3390 см и отсутствует полоса CN, что свидетельствует о протекании реакции по аминогруппе 2-аминопиридина. В случае же 2-аминопиридина и 2-амино-5-метилпиридина аналогичная

картина наблюдалась лишь в тех случаях, когда время реакции составляет 2 часа. В стандартных условиях образуется смесь продуктов по циклическому и нециклическому-



му атомам азота со значительным преобладанием второго, что и явилось причиной ошибочной интерпретации ИК-спектров, приведенных в работе /3/. Выделить продукты имидометилирования по циклическому атому азота из смеси нам не удалось. Структуры же основных продуктов подтверждены данными ПМР-спектров. Для облегчения интерпретации спектров были записаны теоретические спектры соединений по циклическому и нециклическому атомам азота. Спектры этих альтернативных структур отличаются лишь в области химсдвига NH-протонов. Для других альтернативных пар теоретические ПМР-спектры аналогичны. Для продуктов по циклическому атому азота химсдвиг равен 4.505 м.д., а по нециклическому – 11.199 м.д. Сняв спектры ПМР некоторых продуктов имидометилирования, мы установили, что 2-аминопиридин и его производные реагируют преимущественно в аминной форме по азоту аминогруппы. Так, в спектре продукта имидометилирования 2-амино-5-хлорпиридина N-метилол-3-нитрофталимидом отсутствует сигнал в области 4.505 м.д., а в случае 2-аминониридина с метилол-4-нитрофталимидом получается смесь обоих соединений с преобладанием продукта по NH₂-группе, что подтверждается наличием химсдвигов 4.350 м.д. и 11.867 м.д. Таким образом, структура продуктов имидометилирования аминопиридинов была установлена окончательно.

РЕЗЮМЕ

Досліджено імідометилування різноманітних частково та повністю гідрованих гетероциклів по циклічному атому азоту, 2- та 4-амінопіридинів та їх похідних, а також 2- та 4-піридинів N-метилолфталімідом та його 3- та 4-нітропохідними. Розроблені методики отримання різних продуктів імідометилування. Описано 33 раніш невідомих сполук, які охарактеризовані температурою топлення, R_f, даними мікроаналізу, ІЧ- та ПМР-спектрів.

SUMMARY

Imidomethylation of range of partially and completely hydrohenated at cyclic nitrogen atom heterocycles, contened nitrogen, 2- and 4-aminopyridines and its derevatives, 2- and 4-oxypyrides with N-methylolphthalimid and 3- md 4-nitroderivatives of it was investigated. Technigues of syntesis of different imidomethylation products were devised. 33 unknown substances, R_f, element analisis data and NMR-, IR-data were described.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРЫ

1. Porszazz I., Nador K. Aminoketones with adrenolitic action. -In: Arzneititted. – Fozsch. – 1956. – 6. – P.695.
2. Schoeneuberg H., Lipperf P/ Arch. Pharm. Ber. Dent. Pharm. Yer.-1972.-305.-427-441 p.
3. Артамонов, Ляшенко И.В, Щека В.В. Имидометилирование некоторых аминов и ароматических соединений N-метилолнитрофталимидами. Депонированная рукопись №1332. – Ук90, 16.08.90 г. – Депонированная научная работа. – 1990. – №12(230), 782.

Надійшла до редакції 15.03.2000 р.

УДК 541.1:541.451-143

НЕКОТОРЫЕ ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РАСТВОРОВ-РАСПЛАВОВ ФЕРРИТ-ГРАНАТОВ

В.В.Моренко, А.В.Бельй, Т.М.Дмитрук

В последние десятилетия в современном приборостроении для получения материалов с цилиндрическими магнитными доменами получило развитие новое научно-техническое направление, основанное на широком применении монокристаллических пленок феррит-гранатов в области вычислительной техники, радиоэлектроники и лазерной техники. Пленки феррит-гранатов гранатов, как правило, получают методом жидкофазной эпитаксии на подложках галлий-гадолиниевого граната из оксидного раствора-расплава. В последние годы для получения материалов с цилиндрическими магнитными доменами успешно применяется технология смачивающей пленки раствора-расплава.

Согласно литературным и патентным данным, в данной области исследований работы имеют, как правило, эмпирический характер. Исследователями предлагаются различные составы и системы для получения пленок гранатов, исследуются свойства полученных пленок и влияние на них различных легирующих добавок, при этом исследования ведутся в прикладном направлении. Физико-химические эксперименты в данной области малочисленны и сводятся, в основном, к исследованию диаграмм состояния соответствующих ростовых систем. Работы, посвященные исследованию физико-химических свойств используемых растворов-расплавов, практически отсутствуют.

В данной статье представлены результаты исследований зависимостей плотности, поверхностного натяжения и вязкости растворов-расплавов от температуры.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Оценку плотности растворов-расплавов проводили в соответствии с формулой $\rho = m/V$, где m – масса расплава, V – объем, занимаемый расплавом при данной температуре. Поверхностное натяжение определяли по методу Ребиндера с использованием Pt – капилляра [1], вязкость измерялась по вибрационному методу [2].

С целью выявления структурных особенностей растворов-расплавов чистого и замещенного железо-иттриевого граната (ЖИГ) на основе флюса $BaO-BaF_2-B_2O_3-PbO$ были проведены эксперименты по исследованию зависимостей вязкости, поверхностного натяжения и плотности данных расплавов от температуры и состава. Оказалось, что в исследованном диапазоне температур указанные физико-химические параметры изменяются симбатно, уменьшаясь с увеличением температуры, а зависимости выражаются прямыми линиями (коэффициент корреляции для вязкости – $0.961 \div 0.995$, для поверхностного натяжения – $0.996 \div 0.999$, для плотности – $0.974 \div 0.996$, см. таблицу).

С увеличением концентрации гранатообразующих компонентов от 14.4 до 17.7 мол. % железо-иттриевого граната в растворе-расплаве возрастают как поверхностное натяжение (рис. 1) так и вязкость (рис. 2), причем, при увеличении концентрации граната всего на 3-4%, угловой коэффициент B , отражающий влияние температуры на вязкость (или поверхностное натяжение), возрастает в 4-5 раз, откуда следует, что с увеличением концентрации граната в расплаве резко сужается диапазон температур, в которых вязкость и поверхностное натяжение имеют приемлемые значения, обеспечивающие благоприятные условия для роста гранатовых пленок.

Таблица. Коэффициенты уравнений $\eta = A + B \cdot T$, $\sigma = A + B \cdot T$ и $\rho = A + B \cdot T$ зависимостей вязкости, поверхностного натяжения и плотности от температуры

№ п/п	Содержание гранатообразующих, мол. %	A	B	Коэффициент корреляции	Температура при η или σ равных 0, K
Вязкость					
1.	14.4	1.93	$-1.37 \cdot 10^{-3}$	-0.961	1411
2.	16.1	5.79	$-4.33 \cdot 10^{-3}$	-0.995	1338
3.	17.4	9.91	$-7.50 \cdot 10^{-3}$	-0.990	1321
Поверхностное натяжение					
1.	чистый флюс	2.29	$-1.56 \cdot 10^{-3}$	-0.998	1471
2.	14.4	4.43	$-3.03 \cdot 10^{-3}$	-0.999	1461
3.	17.4	7.40	$-5.23 \cdot 10^{-3}$	-0.996	1415
4.	18.7	10.42	$-7.07 \cdot 10^{-3}$	-0.997	1460
Плотность					
1.	чистый флюс	4.942	$-7.58 \cdot 10^{-1}$	-0.994	—
2.	14.4	5.367	$-9.44 \cdot 10^{-1}$	-0.974	—
3.	17.4	5.439	$-8.43 \cdot 10^{-1}$	-0.996	—

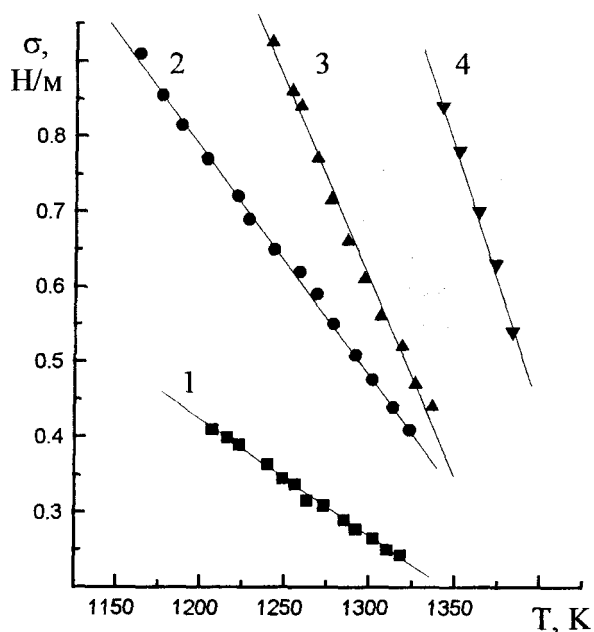


Рис. 1 - Зависимости поверхностного натяжения расплавов на основе флюса BaO-BaF₂-B₂O₃-PbO от температуры

1 - чистый флюс; 2 - 14.4 мол. % ЖИГ:La; 3 - 17.4 мол. % ЖИГ:La; 4 - 18.7 мол. % ЖИГ:La;

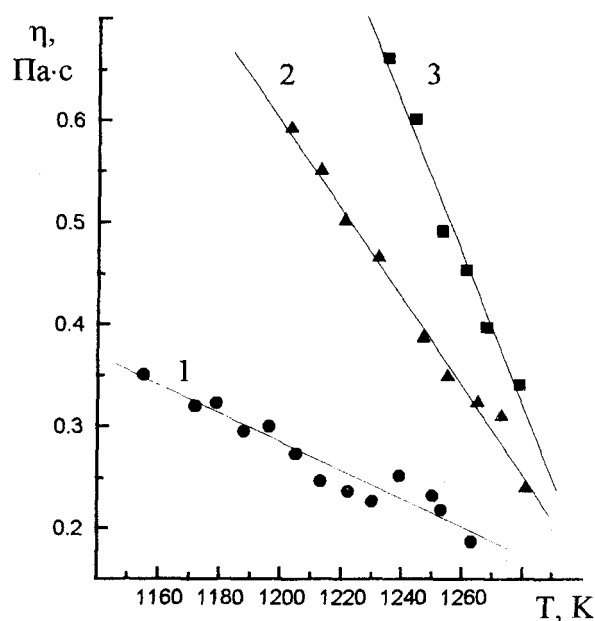


Рис. 2 - Зависимости вязкости расплавов на основе флюса BaO-BaF₂-B₂O₃-PbO от температуры

1 - 14.4 мол. % ЖИГ:La; 2 - 16.1 мол. % ЖИГ:La; 3 - 17.4 мол. % ЖИГ:La

Анализ аналитических уравнений, описывающих зависимости поверхностного натяжения от температуры, показал, что если приравнять поверхностное натяжение к нулю, то линии исследованных нами составов пересекут ось температур в интервале 1415÷1471 К – средняя температура 1451 К, причем максимальное отклонение от среднего значения по температуре не превышает 2.5%. Поверхностное натяжение становится равным нулю в критическом состоянии вещества, когда давление пара вещества над жидкостью равно давлению внутри жидкости и исчезает граница между жидкостью и паром. При таких низких температурах и атмосферном давлении трудно ожидать достижения истинного критического состояния, тем более если учесть, что в состав растворов-расплавов входят достаточно тугоплавкие оксиды. Более того, такая же картина наблюдается и для зависимости вязкости от температуры – линии зависимости вязкости от температуры также пересекают ось температур примерно при 1357 К (отклонение по температуре $\pm 4\%$).

Вероятно, такое явление объясняется аномально высокой летучестью некоторых компонентов расплава – скорее всего B_2O_3 и PbO – и связанным с ней изменением состава расплава и соответствующим изменением его структуры и реологических свойств. Очевидно, при указанных температурах соотношение компонентов в исследованных расплавах – напомним, что разница в концентрациях ЖИГ всего 3-4% – становится в пределах погрешности измерений одинаковым (погрешность измерения вязкости и поверхностного натяжения – до $\pm 7\%$), соответственно и измеренные применяемыми методами значения параметров также одинаковы. Другой возможной причиной указанного явления может быть то, что зависимости указанных параметров от температуры являются линейными только на исследованных участках, а вне пределов исследованного диапазона зависимость может быть экспоненциальной или иной, такой, что зависимость асимптотически приближается к нулю, физически его не достигая.

Рассчитанная по уравнению Френкеля из аррениусовских координат $\ln \eta - 1/T$ энергия активации вязкого течения возрастает с увеличением содержания гранатообразующих оксидов в расплаве и изменяется от 64 кДж·моль⁻¹ для 14.4 мол. % гранатообразующих до 185 кДж·моль⁻¹ для 17.4 мол. %. Такое значительное (в три раза) увеличение энергии активации при изменении количества гранатообразующих всего на 3% говорит об образовании значительного количества ассоциатов при увеличении концентрации гранатообразующих оксидов и связанной с этим структуризацией расплава. В условиях высокой вязкости в расплавах создаются значительные диффузионные ограничения, связанные с ограниченной подвижностью частиц, поэтому качество выращенных из таких растворов-расплавов гранатовых пленок оставляет желать лучшего.

Данные о зависимости плотности растворов-расплавов, применяемых для выращивания монокристаллических пленок феррит-гранатов, от температуры необходимы не только для технологических расчетов, но и для расчета динамической вязкости жидкой системы.

Исследование зависимостей плотности расплавов гранатов от температуры показало, что плотность указанных растворов-расплавов уменьшается с повышением температуры, и увеличивается с увеличением концентрации гранатообразующих компонентов (типичные зависимости приведены на рис. 3). По полученным экспериментальным данным нельзя судить о происходящих структурных изменениях в системе, склонной к переохлаждению.

Учитывая увеличение вязкости, плотности и поверхностного натяжения при увеличении концентрации гранатообразующих оксидов в расплаве и, как следствие, рост диффузионных ограничений, нельзя ожидать получения высококачественных гранато-

вых пленок из концентрированных растворов-расплавов и следует ограничить верхний предел используемых концентраций – 16 мол. % феррит-граната в рабочем расплаве, что подтверждается ростовыми экспериментами.

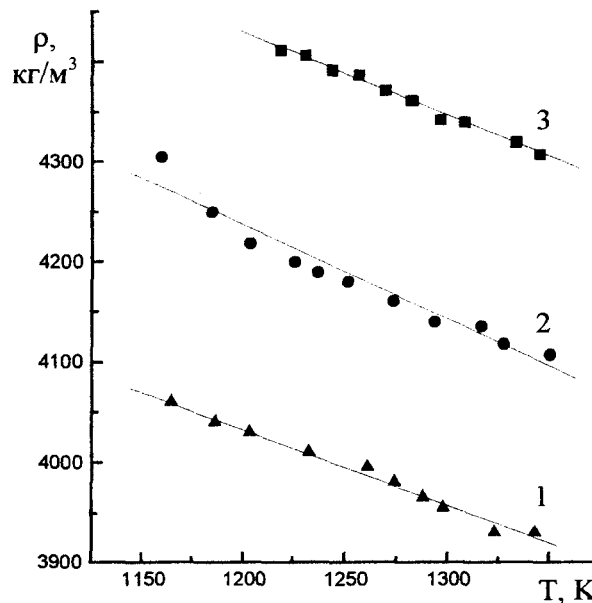


Рис. 3 - Зависимости плотности растворов-расплавов на основе флюса BaO-BaF₂-B₂O₃-PbO от температуры

1 - чистый флюс; 2 - 14.4 мол. % ЖИГ:La; 3 - 17.4 мол. % ЖИГ:La

РЕЗЮМЕ

Досліджено залежності густини, поверхневого натягу та в'язкості розчинів-розплавів із загальним складом BaO-BaF₂-B₂O₃-PbO-Y₂O₃-Fe₂O₃ від складу і температури в діапазоні 1123÷1373 К. Показано, що залежності мають лінійний характер, а збільшення концентрації гранатоутворюючих оксидів призводить до збільшення дифузійних обмежень.

SUMMARY

The investigation of density, surface pressure and viscosity in dependence from composition and temperature of solution-melt with general composition BaO-BaF₂-B₂O₃-PbO-Y₂O₃-Fe₂O₃ was carried out within range 1123÷1373 K. It is shown that this dependencies are linear and the increase of the garnet-composing oxides concentration lead to the diffusion limitation increase.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Адам Н. К. Физика и химия поверхностей. – М.-Л.: Гостехтеориздат. – 1957. – 552 с
2. Соловьев А.Н., Каплун А.Б. Вибрационный метод измерения вязкости жидкостей. – Новосибирск: Наука, 1970.
3. Френкель Я.И. Кинетическая теория жидкостей. – Л.: Наука, 1975.

Надійшла до редакції 02.03.2000 р.

УДК 541.183.5

СОРБЦИЯ ОРГАНИЧЕСКИХ ВЕЩЕСТВ ИЗ ПАРОГАЗОВОЙ ФАЗЫ УГЛЕСОДЕРЖАЩИМИ СОРБЕНТАМИ

Ю.Н.Зубкова, М.В.Гнеденко

В процессе производства получения жидких буроугольных гуматов аммония получается ряд остаточных углей, которые, в виду их высокой дисперсности, можно использовать в качестве сорбентов. Возможность использования остаточных углей в качестве адсорбентов повышает комплексность переработки бурых углей.

Целью настоящей работы является изучение адсорбционных свойств диспергированного землистого бурого угля и остаточных бурых углей по отношению к органическим веществам различных классов в интервале температур 20-80°C.

Нами изучены: землистый бурый уголь Александрийского месторождения Константиновского разреза и остаточные бурые угли, полученные в процессе выделения из исходного угля гуматов аммония – остаточный бурый уголь после 1-й стадии экстракции (ОБУ-1), после 2-й стадии (ОБУ-2) и после 3-й стадии экстракции (ОБУ-3) [1].

В качестве сорбатов были взяты следующие вещества:

- гексан, гептан, нонан, декан – неполярные вещества, насыщенные углеводороды; способные только к неспецифической адсорбции;
- бензол – неполярное вещество ароматической природы, способное к специфической адсорбции с участками поверхности угля, содержащими ароматические фрагменты;
- пропиловый, бутиловый, изобутиловый, гексиловый спирты – полярные вещества, насыщенные спирты, способные к специфическому взаимодействию с полярными группами поверхности углей;
- уксусная кислота – полярное вещество кислотного характера, способное к специфическому взаимодействию с функциональными группами угля и его минеральной частью.

Адсорбция изучена из парогазовой фазы при температурах 20°C; 50°C; 60°C; 70°C; 80°C. Верхний предел температур адсорбции (80°C) определяет термическая устойчивость высокодисперсных углей. При температурах более 80°C начинается их разложение, а при 100-105°C даже возгорание. Время адсорбции: 60, 120 минут и 30 суток. Дисперсность углей менее 4 мкм.

В таблице 1 приведены результаты адсорбции органических веществ из парогазовой фазы при T=20°C после 30 суток (максимальные равновесные величины). Из таблицы 1 видно, что в статических условиях наибольшей адсорбционной способностью ко всем исследованным органическим веществам (кроме уксусной кислоты) обладает исходный бурый уголь. Адсорбция неполярных веществ находится в прямой зависимости от их летучести и от характера взаимодействия. Бензол больше адсорбируется в результате специфического взаимодействия с ароматическими структурами углей [2, 3]. Незначительные изменения адсорбции бензола в ряду БУ-ОБУ-1-ОБУ-2-ОБУ-3 свидетельствует о том, что ароматическая структура исходного бурого угля в процессах экстракции не изменяется и, очевидно, мало переходит в жидкую фазу.

Таблица 1. Адсорбция различных органических веществ
из парогазовой фазы (T=20°C)

Вещества	Равновесная адсорбция, мг/г			
	БУ	ОБУ-1	ОБУ-2	ОБУ-3
Гексан	9,521	6,763	7,636	9,156
Гептан	10,873	9,146	9,176	11,471

Продолжение таблицы 2

Нонан	6,518	5,056	5,144	5,906
Декан	5,060	4,657	4,151	4,905
Бензол	17,896	14,979	13,217	16,215
Пропиловый спирт	33,760	29,020	21,470	24,910
Бутиловый спирт	26,640	23,778	16,164	18,726
Изобутиловый спирт	16,573	13,603	9,681	12,869
Гексиловый спирт	9,345	6,975	7,999	8,867
Уксусная кислота	33,287	48,830	53,714	50,587

Характер адсорбции спиртов зависит от молекулярной массы, строения и температуры кипения. Заметно уменьшение адсорбции в ряду от исходных углей до ОБУ-3, что свидетельствует о переходе фрагментов угля с полярными группами в жидкую фазу при экстракции аммиаком бурого угля.

Адсорбция уксусной кислоты носит аномальный характер. Исходный уголь наименее адсорбирует уксусную кислоту, что можно объяснить повышенной кислотностью самого угля. По мере экстракции кислотные группы нейтрализуются и переводятся в раствор, а доля минеральной части в остаточных углях растет. Таким образом, из данных адсорбции на остаточных углях можно сделать вывод, что уксусная кислота взаимодействует как с органической, так и неорганической составляющими этих углей. Высокие величины адсорбции уксусной кислоты свидетельствуют о возможности использования этих остаточных углей для очистки газовых выбросов от веществ кислого характера.

В таблице 2 приведены данные по адсорбции органических веществ с относительно близкими температурами кипения на исследуемых углях в предельных температурных режимах и в зависимости от объемов жидкости, вводимых в систему. Объемы жидкостей варьировали с целью изменения давления паров адсорбатов в газовой фазе. Наименьший вводимый объем жидкости полностью переходил в газовую фазу. Из данных таблицы 2 видно, что наблюдается аномальное уменьшение адсорбции всех веществ при минимальном объеме жидкости и температуре 80°C. Это можно объяснить только тем, что с ростом температуры в общем случае [4] условия для физической адсорбции ухудшаются (равновесие сдвигается в сторону десорбции). С увеличением объемов жидкостей в 3-х фазной системе (жидкость – пар – твердое тело), равновесие сдвигается вправо. Это хорошо видно из данных таблицы. Для декана, бутилового и изобутилового спиртов, наблюдается ухудшение адсорбции в ряду БУ-ОБУ-1-ОБУ-2 -ОБУ-3. При этом разница в адсорбции гораздо больше, чем при T=20°C (таблица 1). Характер адсорбции уксусной кислоты не изменился с ростом температуры от 20 до 80°C. Адсорбция всех исследуемых веществ в 3-х фазной системе возрастает примерно в 5 раз.

Можно также отметить аномальные результаты адсорбции декана, бутилового и изобутилового спиртов при 70°C. Здесь отмечается уменьшение адсорбции с увеличением объемов вводимых жидкостей. Предполагается, что это, по-видимому, связано с плотностью паров этих веществ в газовой фазе. Для проверки этой гипотезы был поставлен контрольный опыт, когда фиксировали изменение массы бутанола в данном эксикаторе при данной температуре и фиксированном объеме. Результаты контрольных опытов приведены в таблице 3. Подтверждено предположение, что при данных температурах наблюдается уменьшение плотности паров бутанола с увеличением вводимого объема.

Таблица 2. Зависимость адсорбции различных веществ бурым и остаточными бурыми углями от температуры и объема адсорбата

Адсорбат	Т, °С	Объем адсорбата, мл	Адсорбция, мг/г			
			БУ	ОБУ-1	ОБУ-2	ОБУ-3
Декан	70	0,815	18,46	12,94	11,95	12,48
		1,630	10,45	7,61	4,60	6,70
		3,260	4,23	2,63	0,97	2,76
	80	0,815	7,20	3,32	1,96	3,20
		1,630	43,30	37,37	33,93	38,32
		3,260	24,90	23,59	19,32	17,80
Бутиловый спирт	70	0,815	77,96	56,99	54,27	55,12
		1,630	68,53	44,16	45,50	48,77
		3,260	63,26	46,56	47,07	50,85
	80	0,815	40,62	37,61	27,74	32,40
		1,630	112,90	85,65	86,24	87,49
		3,260	110,00	81,29	76,96	81,10
Изобутиловый спирт	70	0,815	63,55	45,31	45,85	45,97
		1,630	53,80	31,28	27,90	34,50
		3,260	53,24	35,05	33,07	39,43
	80	0,815	18,43	10,80	10,03	10,27
		1,630	83,66	69,92	67,50	67,92
		3,260	89,85	67,19	66,22	65,60
Уксусная кислота	70	0,815	87,97	88,08	89,85	88,92
		1,630	104,55	112,58	117,05	118,54
		3,260	155,42	187,68	180,02	184,18
	80	0,815	66,61	71,99	72,18	74,82
		1,630	174,45	195,08	203,43	198,31
		3,260	221,15	270,40	276,36	267,62

Таблица 3. Зависимость плотности паров бутилового спирта и уксусной кислоты от объема

Вещество	Т, °С	Объем вещества, мл	Плотность паров, г/л
Бутиловый спирт	70	0,815	0,3455
		1,630	0,3600
		3,260	0,3500
	80	0,815	0,3565
		1,630	0,6081
		3,260	0,6399
Уксусная кислота	70	0,815	0,8550
		1,630	0,7383
		3,260	0,6467
	80	0,815	0,8550
		1,630*	1,7100*
		3,260	1,0700

* – при этом объеме уксусная кислота полностью перешла в газовую фазу.

Таблица 4. Влияние объема адсорбата на адсорбцию различными углями (время 120 минут)

Адсорбат	Т, °С	Объем адсорбата, мл	Адсорбция, мг/г			
			БУ	ОБУ-1	ОБУ-2	ОБУ-3
Бутиловый спирт	70	0,815	77,96	56,99	54,27	55,12
		1,630	68,53	44,16	45,50	48,77
		3,260	63,26	46,56	47,07	50,85
		100,000	114,75	104,06	97,43	109,38
	80	0,815	40,62	37,61	27,74	32,40
		1,630	112,90	85,65	86,24	87,49
		3,260	110,90	81,29	76,96	81,10
		100,000	110,25	97,70	96,32	100,30
Уксусная кислота	70	0,815	87,97	88,08	89,85	88,92
		1,630	104,55	112,58	117,05	118,54
		3,260	155,42	187,68	180,02	184,18
		100,000	169,73	198,51	195,95	194,35
	80	0,815	66,61	71,99	72,18	74,82
		1,630	174,45	195,08	203,43	198,31
		3,260	221,15	270,00	276,36	267,62
		100,000	197,00	238,26	231,45	229,54

Таблица 5. Зависимость адсорбции бутилового спирта и уксусной кислоты различными углями от температуры и времени (объем адсорбата 100мл)

Адсорбат	Т, °С	Время, мин	Адсорбция, мг/г			
			БУ	ОБУ-1	ОБУ-2	ОБУ-3
Бутиловый спирт	50	60	81,21	69,05	67,16	70,00
		120	112,80	98,50	94,19	97,88
	60	60	80,22	64,93	67,52	73,49
		120	118,20	102,40	106,70	110,00
	70	60	80,26	82,50	79,10	78,66
		120	114,75	104,06	97,43	109,38
	80	60	91,27	85,66	50,48	84,84
		120	110,25	97,70	96,32	100,30
Уксусная кислота	50	60	64,17	61,65	68,83	63,86
		120	143,44	141,47	145,19	145,03
	60	60	134,55	138,05	137,12	140,77
		120	152,46	167,56	164,16	167,78
	70	60	127,75	127,91	135,28	137,22
		120	169,73	198,51	195,95	194,35
	80	60	186,89	222,95	214,03	221,21
		120	197,00	238,26	231,45	229,54

В таблице 4 приведены результаты зависимости адсорбции бутилового спирта и уксусной кислоты от температуры и объемов вводимых жидкостей. Данные таблицы 4

показывают, что величины адсорбции бутилового спирта при 80°C мало зависят от объема жидкости в интервале 3,3 мл – 100 мл, а для уксусной кислоты отмечается уменьшение адсорбции, что согласуется с данными контрольного опыта (таблица 3).

В таблице 5 приведены данные зависимости адсорбции бутилового спирта и уксусной кислоты от времени и температуры в присутствии избытка жидкости (100 мл) в 3-х фазной системе. Можно отметить, что в этих условиях адсорбция растет со временем и ростом температуры.

Проведенные исследования по сорбции органических веществ из парогазовой фазы природными бурыми углями и сорбентами на их основе в статических условиях показали возможность применения их в промышленных целях.

РЕЗЮМЕ

Робота присвячена питанням використання залишкового вугілля в якості вуглецевмістовних сорбентів. Досліджено сорбційну здатність бурого вугілля та залишкового бурого вугілля відносно до сорбатів різної природи.

SUMMARY

This report is devoted to the questions about using of residual coals as the carboncontented sorbents. Adcorptional abilities of the adsorbents from the brown coal for organic compands of the different nature were research.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бутюгин А.В., Иванов А.С., Зубкова Ю.Н. Способ получения безбалластного гумата аммония. Патент Украины № 19280.
2. Грег. С., Синг К. Адсорбция, удельная поверхность, пористость. – М.: Мир, 1984. – 306 с.
3. Зубкова Ю.Н., Бутюгин А.В. Адсорбция органических веществ природными углями из газовой фазы в динамических условиях // ХТТ, 1981, №5. – С.125-128.
4. Прибылов А.А., Калининкова И.А., Калашников С.М., Стекли Г.Ф. Определение адсорбционного объема и поверхности углеродных сорбентов с развитой мезопористостью. Изв. АН, Сер. Хим.. – 2000. – № 4. – С. 688-695.

Надійшла до редакції 10.03.2000 р.

Б І О Л О Г І Я

УДК 595.423

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПАНЦИРНЫХ КЛЕЩЕЙ (ACARIFORMES, ORIBATEI) ПО КАТЕНЕ ЗАПОВЕДНИКА «ПРОВАЛЬСКАЯ СТЕПЬ» ЛУГАНСКОЙ ОБЛАСТИ

А.Д.Штирц

Наблюдая многовидовое сообщество в однородной стабильной среде, трудно судить о специфике составляющих его видов и групп. Это удобнее делать, рассматривая сообщество в условиях резко поляризованной среды, образующей отчетливые градиенты. Таким градиентом может служить, в частности, экологическая катена. Под катеной понимается последовательность экосистем, упорядоченных по высотному градиенту в рельефе так, что ведущим фактором, связывающим их в целостную единицу, является сток. На протяжении склона закономерно изменяются практически все абиотические факторы [1: 22-27]. Таким образом катена представляет собой комплексный градиент [2]. В пределах его изменяется общая численность, видовое богатство, состав и структура сообществ панцирных клещей [1: 78; 3; 4].

В начале мая 1997 г. на Калиновском участке отделения «Провальская степь» Луганского природного заповедника были выбраны две катены: в охранный зоне и на абсолютно заповедной территории.

Пробы верхнего слоя почвы с подстилкой взяты рамкой 5x5x10 см в 60 точках профиля двух катен. Пробы располагались по трансекте вдоль катены с шагом 5 м на протяжении склона. Из 60 почвенных проб было извлечено 850 экз. взрослых панцирных клещей 40 видов. Для сравнения количественных характеристик применялся индекс доминирования по шкале Тишлера из Г. Энгельманна [5].

В охранный зоне заповедника катена представляет собой гряду, на которой выделены 3 участка – элювиальный (псаммофитная степь на гребне гряды), транзитный (петрофитная степь на склоне) и аккумулятивный (настоящая разнотравно-типчакково-ковыльная степь в межгрядовом понижении). У панцирных клещей изменение общей численности по цепочке биогеоценозов катены имеет волнообразный характер. Максимумы и минимумы видового разнообразия обычно приходятся на те же позиции, что и численность [1: 80]. Анализируя распределение панцирных клещей вниз по катене охранный зоны заповедника, следует отметить, что максимум численности и видового разнообразия приходится на транзитную позицию катены (7680 экз./м²; 17 видов). Минимум зарегистрирован на элювиальной позиции (3040 экз./м²; 8 видов), что вполне согласуется с литературными сведениями [1: 78]. Для аккумулятивной позиции эти показатели составили 5440 экз./м² и 14 видов, соответственно (рис. 1; табл. 1).

При сравнении структуры доминирования сообществ панцирных клещей различных позиций катены, хорошо заметно, как вниз по склону, с понижением ксерофитности растительного покрова, теряет доминирующее положение ксерофильный вид *C. minutissimus* (с 60,5 до 4,4%). Это связано как непосредственно с катенным эффектом, так и с характером степной растительности на позициях катены. А широкораспространенный эврибионт *T. velatus*, обладающий максимальной экологической пластичностью, сохранял доминирующие позиции на всем протяжении катены, достигая мак-

симу на склоне (17,7%). В аккумулятивной части части катены роль эудоминанта занял уже более мезофильный вид из оппийного комплекса *R. mihelcici* – 54,4%.

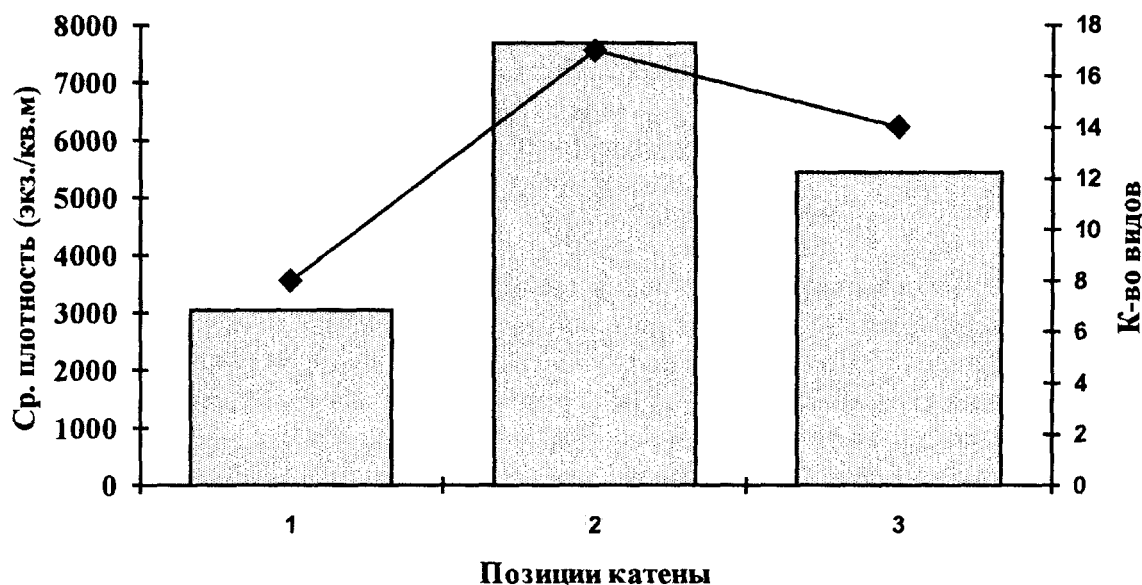


Рис. 1 Численность и видовое разнообразие панцирных клещей на катене в охранной зоне заповедника «Провальская степь» (май, 1997 г.)

Охранная зона заповедника: 1 – элювиальная позиция (псаммофитная степь на гребне гряды); 2 – транзитная позиция (петрофитная степь на склоне гряды); 3 – аккумулятивная позиция (настоящая разнотравно-типчаково-ковыльная степь в междурядье).

По данным В.С. Андриевского из [1: 80], обилие панцирных клещей транзитной позиции обеспечивают многие виды, а аккумулятивной – лишь 1-2 ярко выраженных доминанта, что подтверждается и нашими исследованиями – в транзитной части катены отмечено 17 видов, из них доминирующее положение занимают 8 видов, а в аккумулятивной позиции из 14 видов четко выражен только 1 эудоминант и 2 доминирующих вида (табл. 1).

Таблица 1

Видовой состав, численность и индекс доминирования панцирных клещей катен заповедника «Провальская степь» (май, 1997 г.)

Вид	Охранная зона			Абсолютно заповедная степь		
	Эль	Транс	Ак	Ак	Транс	Эль
<i>Nothrus biciliatus</i> C. L. Koch	-	-	-	-	1 / 0,4 *	-
<i>Trypochthonius conspectus</i> Sergienko	-	-	-	-	3 / 1,1	-
<i>Liodes theleproctus</i> (Hermann)	-	-	1 / 1,5	1 / 0,4	-	3 / 2,9
<i>Allodamaeus starki</i> B.-Z.	-	-	-	-	11 / 4,0	1 / 1,0
<i>Licnobelba alestensis</i> Grandjean	-	1 / 1,0	-	-	-	-
<i>Metabelba pulverulenta</i> (C.L.Koch)	-	-	1 / 1,5	-	-	-
<i>Metabelba rara</i> B.-Z.	-	-	-	-	-	2 / 1,9
<i>Ctenobelba pilosella</i> Jeleva	-	-	-	4 / 1,5	-	-
<i>Birsteinus clavatus</i> Krivolutsky	-	1 / 1,0	-	-	-	1 / 1,0
<i>Liacarus coracinus</i> (C.L.Koch)	-	-	-	-	1 / 0,4	-
<i>Tectocepheus velatus</i> (Michael)	5 / 13,1	17 / 17,7	8 / 11,8	142 / 53,2	62 / 22,3	54 / 51,9

<i>Berniniella serratirostris</i> Golosova	-	2 / 2,1	-	-	3 / 1,1	-
<i>Micropoppia minus</i> (Paoli)	-	1 / 1,0	-	1 / 0,4	1 / 0,4	6 / 5,8
<i>Medioppia obsoleta</i> (Paoli)	-	-	1 / 1,5	3 / 1,1	-	2 / 1,9
<i>Multioppia glabra</i> (Mihelcic)	2 / 5,3	3 / 3,1	2 / 2,9	51 / 19,1	4 / 1,4	7 / 6,7
<i>Multioppia laniseta</i> Moritz	2 / 5,3	-	-	-	-	1 / 1,0
<i>Oppia krivolutskyi</i> Kuliev	-	-	-	-	1 / 0,4	-
<i>Oppiella nova</i> (Oudemans)	-	-	2 / 2,3	9 / 3,4	-	2 / 1,9
<i>Ramusella mihelcici</i> (Perez-Inigo)	-	7 / 7,3	37 / 54,4	16 / 6,0	10 / 3,6	1 / 1,0
<i>Subiasella quadrimaculata</i> (Evans)	-	-	-	2 / 0,7	1 / 0,4	-
<i>Suctobelbella perpendiculata</i> (Forssl.)	-	-	-	4 / 1,5	1 / 0,4	-
<i>Suctobelbella subcornigera</i> (Forssl.)	-	1 / 1,0	-	7 / 2,6	3 / 1,1	1 / 0,9
<i>Passalozetes africanus</i> Grandjean	-	-	1 / 1,5	-	12 / 4,3	-
<i>Scutovertex sculptus</i> Michael	1 / 2,6	1 / 1,0	-	-	-	-
<i>Zygoribatula frisiae</i> (Oudemans)	1 / 2,6	2 / 2,1	1 / 1,5	3 / 1,1	1 / 0,4	13 / 12,5
<i>Zygoribatula exarata</i> Berlese	-	-	-	-	5 / 1,8	-
<i>Protoribates pannonicus</i> Willmann	-	-	1 / 1,5	1 / 0,4	13 / 4,7	-
<i>Protoribates longior</i> Berlese	-	-	-	-	1 / 0,4	-
<i>Protoribates monodactylus</i> (Haller)	-	1 / 1,1	-	-	-	-
<i>Protoribates capucinus</i> (Berlese)	-	1 / 1,1	2 / 2,9	2 / 0,8	5 / 1,8	-
<i>Hemileius initialis</i> (Berlese)	1 / 2,6	-	-	-	-	-
<i>Scheloribates laevigatus</i> (C.L.Koch)	3 / 7,9	8 / 8,3	5 / 7,4	1 / 0,4	5 / 1,8	8 / 7,7
<i>Scheloribates latipes</i> (C.L.Koch)	-	-	3 / 4,4	-	-	-
<i>Ceratozetes laticuspidatus</i> Menke	-	1 / 1,0	-	-	-	-
<i>Ceratozetes minutissimus</i> Willmann	23 / 60,5	40 / 41,7	3 / 4,4	11 / 4,1	122 / 43,9	2 / 1,9
<i>Ceresella venusta</i> Pavlitshenko	-	5 / 5,2	-	4 / 1,5	10 / 3,6	-
<i>Chamobates cuspidatus</i> (Michael)	-	-	-	1 / 0,3	-	-
<i>Oribatella reticulata</i> Berlese	-	-	-	-	1 / 0,4	-
<i>Galumna obvia</i> (Berlese)	-	4 / 4,2	-	-	1 / 0,4	-
<i>Pilogalumna allifera</i> (Oudemans)	-	-	-	4 / 1,5	-	-
Всего (экз.)	38	96	68	267	278	104
Количество видов	8	17	14	19	24	15
Ср. плотность (экз./м ²)	3040	7680	5440	21360	22240	8320

Примечание:

1. * – количество экз. взрослых панцирных клещей / индекс доминирования (%);
2. E – эудоминант (> 10%); D – доминант (>5%); SD – субдоминант (>2%); R – рецедент (>1%); SR – субрецидент (< 1%).

Как типичную степную катену можно рассматривать и комплекс биоценозов абсолютно заповедной территории: элювиальная часть – заросли караганы на каменистых обнажениях вершины гряды; транзитная – псаммофитная степь на склоне гряды; аккумулятивная – луговая степь в межгрядовом понижении. При сравнении численности и видового разнообразия на позициях катены четко прослеживаются те же тенденции, что и на аналогичной катене в охранной зоне заповедника, т. е. минимальная численность и видовое разнообразие оribатид отмечено на элювиальной позиции (8320 экз./м²; 15 видов) (рис. 2).

К транзитной части катены, вниз по склону, происходит увеличение этих показателей до максимальной отметки (22240 экз./м²; 24 вида) и к аккумулятивной позиции

снижается как численность, так и видовое разнообразие панцирных клещей (21360 экз./м²; 19 видов).

В структуре доминирующих видов различных позиций заповедной катены имеются некоторые отличия от таковой в охранной зоне заповедника. Так, на элювиальной позиции катены доминирующее положение занимает эврибионтный вид *T. velatus* (51,9%). На склоне гряды, в транзитной позиции, его количество уменьшается в 2 раза, а ведущее положение здесь занимает ксерофильный вид *C. minutissimus* (43,9%), доля которого на вершине гряды составляла всего 1,9%. В аккумулятивной части более половины численности всех видов орибатид вновь составляет *T. velatus* (53,2%), а количество *C. minutissimus* опять снижается до 4,1%.

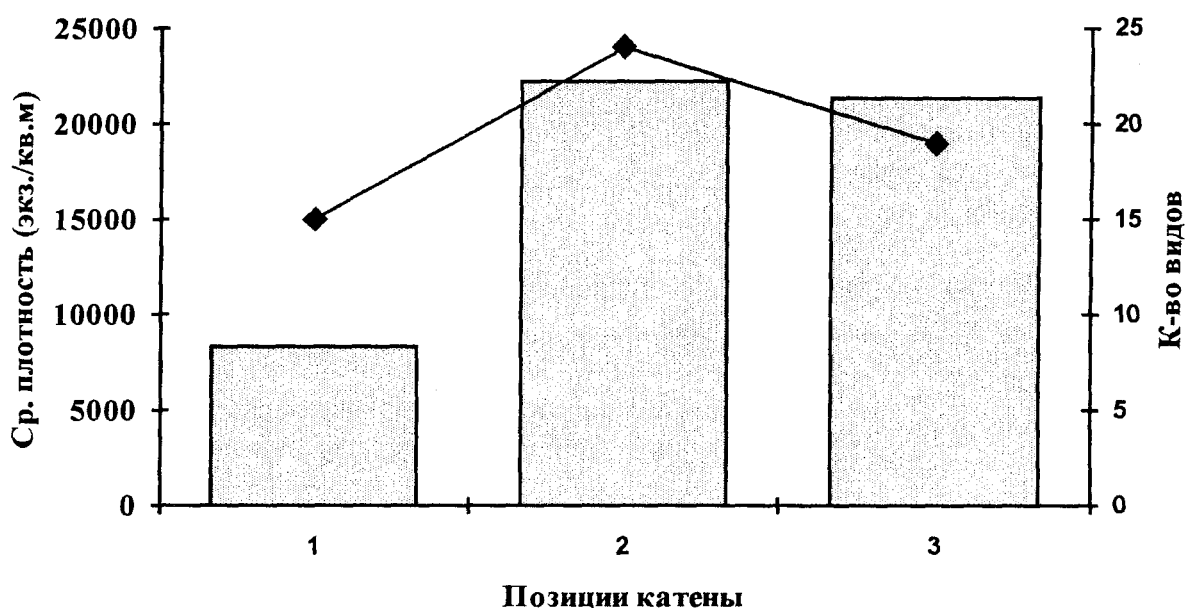


Рис. 2 Численность и видовое разнообразие панцирных клещей на катене в абсолютно заповедной зоне заповедника «Провальская степь» (май, 1997 г.)

Абсолютно заповедная зона заповедника: 1 – элювиальная позиция (заросли караганы на каменистых обнажениях вершины гряды); 2 – транзитная позиция (псаммофитная степь на склоне гряды); 3 – аккумулятивная позиция (луговая степь в межгрядовом понижении).

Таким образом, эти 2 вида взаимозаменяют друг друга на всем протяжении катены, выполняя роль «супердоминантов». Некоторый вклад в общую картину изменения численности вносят *M. glabra* и *Z. frisiae*. Так, *Z. frisiae* выступает в качестве эудоминанта на элювиальной позиции (12,5%), а вниз по склону он представлен всего несколькими экземплярами (табл. 1).

Более мезофильный вид *M. glabra*, обычно в массе встречающийся на степных участках с толстым слоем растительной подстилки или листового опада под кустарниками, доминировал в почве под караганой на гребне гряды (6,7%) и выступал в качестве эудоминанта в нижней части склона – луговой степи в межгрядовом понижении (19,1%). На транзитной позиции катены, где эдафические условия крайне неблагоприятны

ятны, а растительный покров беден и однообразен, этот вид представлен единичными экземплярами (1,4%).

Положение о том, что обилие панцирных клещей транзитной позиции обеспечивают многие виды, а аккумулятивной – лишь 1-2 ярко выраженных доминанта [1: 80], здесь прослеживается не так четко, как в охранной зоне, что, в первую очередь связано с конкретными эдафическими условиями транзитной части данной катены (крайне неблагоприятные гидротермические условия на склоне гряды с бедным растительным покровом, к которым могут приспособиться только 1-2 ксерофильных вида). В данном случае мы наблюдаем 2 ярко выраженных эудоминанта и группу из 5-и субдоминантов (в целом составляющих 20%) на транзитной позиции и такую же картину – в аккумулятивной части – 2 эудоминанта и группу из 4-х субдоминантов (в целом, составляющих 10,1%) (табл. 1).

РЕЗЮМЕ

На території відділення «Провальская степь» Луганського природного заповіднику проведено дослідження угруповань панцирних кліщів на степових катенах в охоронній та абсолютно заповідній зоні заповіднику, наведено порівняльний аналіз основних біоценотичних характеристик орібатід на кожній позиції катени.

SUMMARY

On the territory of the Lugansk Natural Reserve's Provalskaya Step division a study of oribatids coenoses on steppe catenas in protected and absolutely virgin zones was performed, a comparative analysis of principal biocoenotic characters of oribatids on each position of the catena was made.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мордкович В.Г., Шатохина Н.Г., Титлянова А.А. Степные катены. – Новосибирск: Наука, 1985. – 115 с.
2. Whittaker R.H. Direct gradient analysis: results / Ed. R.H. Whittaker. Handbook of vegetation. V. Ordination and classification of vegetation. Hague: Dr. W. Junk B. V. – 1973. – P.31-51.
3. Андриевский В.С. Панцирные клещи степной катены в Казахстане // Экология. – 1988. – № 3. – С.85-86.
4. Смелянский И.Э. Распределение панцирных клещей (Acariformes, Oribatei) по катене в степном Заволжье // Биоиндикация: теория, методы, приложения. – Тольятти, 1994. – С.175-180.
5. Engelmann H.-D. Zur Dominanzklassifizierung von Bodenartropoden // Pedobiologia. – 1978. – 18, Hf. 5/6. – S. 378-380.

Надійшла до редакції 14.03.2000 р.

УДК 595.423

СТРУКТУРА КОМПЛЕКСОВ ПАУКОВ БИОТОПОВ ПОЙМЫ Р. БЕРДА, ПЕРСПЕКТИВНЫХ ДЛЯ ЗАПОВЕДАНИЯ

Е.В.Прокопенко

Согласно Конвенции о биоразнообразии, которая вступила в действие на Украине в 1995 году, биоразнообразие составляет абсолютную ценность не только для Украины, но и для Европы и мира в целом (Конвенция..., 1997). Среди методов оценки биоразнообразия базовым является инвентаризация видового состава и составление списков биообъектов определенной территории. Только после проведения по возможности наиболее полной инвентаризации биообъектов выбранного участка возможно заключение о перспективности его дальнейшего заповедания с целью сохранения аборигенных комплексов. Особую актуальность поиск и инвентаризация сохранившихся целинных участков приобретают в условиях Донецкой области, заповедники которой отличаются крайне незначительной площадью (площадь заповедника «Каменные Могилы» и его охранной зоны – 1761 га) и остро нуждаются в расширении. Именно с этой целью нами в течение июля–августа 1997–1998 гг. была предпринята серия экспедиционных выездов в окрестности заповедника «Каменные Могилы» и проведена инвентаризация аранеокомплексов в бассейне р. Берда. В период работ были исследованы следующие участки: балка Залынская (Бешташ), расположенная в 5 км от «Каменных Моги́л» (Донецкая область), окрестности с. Веселое на левом берегу р. Темрюк в 14 км от заповедника (Донецкая область), окрестности с. Долбино на правом берегу р. Берда в 20 км от заповедника (Запорожская область). Также были проведены сборы материала на территории заповедника, что позволило дополнить фауну пауков 27 видами: *Robertus arundineti* (O. P.–C.), *Steatoda castanea* (Cl.), *Oedothorax apicatus* (Blackw.), *Tetragnatha extensa* (L.), *Larinioides patagiatus* (Cl.), *Pardosa agrestis* (Westr.), *Xerolycosa miniata* (C.L. Koch), *Argenna patula* (Sim.), *Titanoeca quadriguttata* (Hahn), *Cheiracanthium erraticum* (Walck.), *Micaria rossica* Thor., *Scotophaeus scutulatus* (L. Koch), *Zelotes longipes* (L. Koch), *Zelotes pygmaeus* Miller, *Zelotes subterraneus* (C.L. Koch), *Ozyptila brevipes* (Hahn), *Tmarus piger* (Walck.), *Cercidia prominens* (Westr.), *Phrurolithus festivus* (C.L. Koch), *Heliophamus cupreus* (Walck.), *Pseudicius encarpatus* (Walck.), *Salticus scenicus* (Cl.), *Argyroneta aquatica* L., *Harpactea rubicunda* (C.L. Koch), *Araneus quadratus* Cl., *Evarcha laetabunda* (C.L. Koch). В их числе – *Zodarion thoni* Nosec, впервые после работы С.А.Спасского (1914) регистрируемый на территории юго-востока Украины. Таким образом, видовой список пауков заповедника «Каменные Могилы» с учетом литературных данных (Полчанинова, 1998а, 1998б) на настоящий момент включает 138 видов.

При проведении работы нами отдельно рассматривались участки с различной степенью антропогенной трансформации: выпасы и залежные участки, где выпас не производился последние годы, что позволило сделать некоторые предварительные выводы о степени воздействия выпаса на структуру аранеокомплекса. Состав и структура аранеокомплекса «Каменных Моги́л» выступали в качестве эталона для сравнения степени сохранности комплекса пауков исследованных участков. На территории заповедника сбор материала осуществлялся с помощью ловушек Барбера и кошения энтомологическим сачком. В экспедиционных выездах преимущественно использовался ручной сбор и кошение сачком. Автор благодарит Мартынова В.В. и Сергеева М.Е. за помощь в сборе материала и Полчанинову Н.Ю. за помощь в его определении.

Анализ полученных данных позволяет проследить значительную зависимость между

степеню антропогенного пресинга і загальною численністю пауків. Так, якщо численність обитателів хортоб'я плакорних ділянок степу в «Каменних Могилах» становила 8,7 екз/100 взмахів сачком в липні і 15, 5 екз/100 взмахів сачком в серпні, то на випасі в Залінській балці (типичний скотобій, III стадія пастбищної депресії) вона становила 3,2 екз/100 взмахів в липні і 5,8 екз/100 взмахів в серпні. Численність пауків в травостое на залежних ділянках лівого берега р. Тенюк досягала в липні 8,5 екз/100 взмахів сачком в серпні – 11,5 екз/100 взмахів, що лише незначально менше, ніж на плакорі заповідника. Відзначимо, що отримані нами дані про численність пауків хортоб'я «Каменних Могил» суттєво нижче, ніж відомі раніше: 32 екз/100 взмахів сачком (Полчанинова, 1998а). Даний факт можна пояснити суб'єктивністю даного методу збору матеріалу, відзначає рядом авторів а також неможливістю інтерпретації фрагментарних даних, отриманих в різні роки (Чернов, Руденська, 1970, Чернышов, 1996). На території заповідника видове різноманіття було помітно вище, ніж на ділянках, піддаються господарській навантаженню – в травостое «Каменних Могил» знайдено 25 видів, на ділянці типичного скотоб'я в Залінській балці – 15. Однак, в видовому відношенні відмінності ділянок з помірною і сильною антропогенною навантаженню крайню незначальні. Відсутність пастбищного преса в останні роки і початок відновлення степного комплексу рослинності в околицях с. Веселе тем не менше не відобразилося на видовому багатстві аранеокомплексу (17 видів), володіючого, по всій ймовірності, деякою інертністю і вимагає досить тривалого періоду відновлення. Незначально відрізняється також структура домінування випасів і залежних ділянок (рис. 1). Факт суттєвого відмінності видового різноманіття і численності пауків заповідних і трансформованих ділянок, з однієї сторони, і незначального відмінності по даним ознакам територій з помірною і сильною господарською навантаженню, з іншої, відзначено і для лугових біотопів з різним режимом землекористування і абсолютно заповідною зоною в Березинському біосферному заповіднику (Пристаєво, Жуковець, 1987).

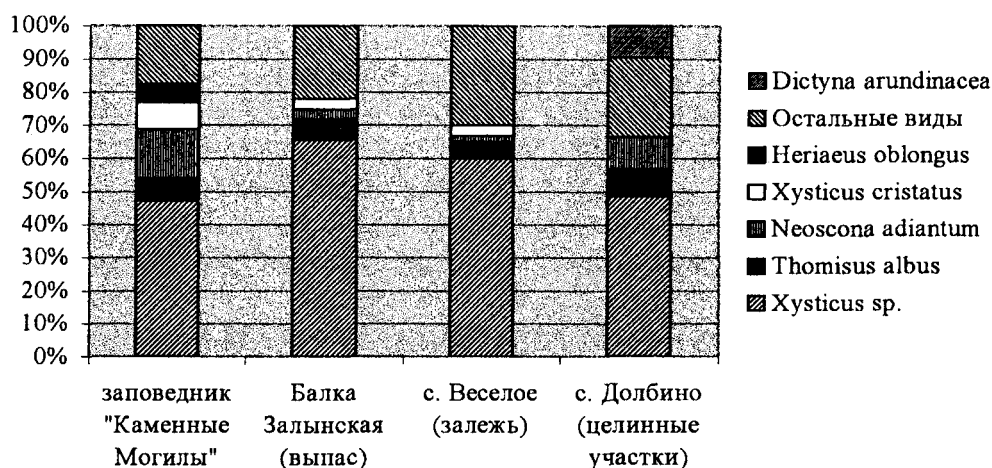


Рис. 1. Структура домінування досліджуваних біотопів басейну р. Берда

Найбагатішим видовим складом і численністю пауків характеризуються степні ділянки в околицях с. Долбіно на правому березі Берди. На цьому ділянці в травостое зареєстровано 23 види пауків. Численність обитателів хортоб'я досягала в липні 14,9 екз/100 взмахів сачком, що навіть вище, ніж на території заповідника (8,7 – 15,5% – липень – серпень). На цьому ділянці достатньо повно збереглися комплекс видів, характерний для целинних ділянок степу: в хортоб'ї домінували

Neoscona adiantum Walck., *Heliophanus flavipes* Hahn, *Dictyna arundinacea* L., *Tibellus oblongus* Walck., *Thomisus albus* Gmelin, *Misumenops tricuspidata* (Fabr.). Структура доминирования пауков сходна с таковой на плакорных участках заповедника (рис. 1). Обильный в хортобии заповедника *Heriaeus oblongus* Sim. выступает рецедентом на данных участках и не встречается на выпасах и залежах. На выпасаемых участках существенно падает численность *Neoscona adiantum*, который в условиях «Каменных Могили» составляет 14,9% обитателей хортобии, а на выпасаемых участках его численность снижается до 2,0%. Сходным образом на выпас реагировали *Heliophanus flavipes* и *Tibellus oblongus*. Основу аранеокомплекса хортобии всех исследованных участков в июле–августе составляли ювенильные *Xysticus* sp. (от 33% до 65,6%).

Таким образом, целинные степные участки правого берега р. Берды близ с. Долбино сохранили своеобразные степные комплексы пауков и представляют интерес в плане их дальнейшего заповедания.

РЕЗЮМЕ

Досліджено фауну павуків степових балок в районі заповідника «Кам'яні Могили» з метою вивчення їх перспективності для майбутнього заповідання. Видовий склад павуків заповідника поповнено 27 видами і з заліком літературних даних налічує 138 видів. Найбільш цікавими і перспективними для заповідання визнані ділянки степової рослинності на правому березі р. Берди близь с. Долбіно. Їх видовий состав та структура домінування найбільш близькі до аналогічних ділянок заповідника «Кам'яні Могили», який використовували як еталон.

SUMMARY

The spiders fauna of the steppe biotops of the region of «Kamennie Mogili» reserve is investigate. The 27 species to the check list of spiders fauna of the reserve are added. The steppe biotops in the right shore of Berda in the neighbourhood of Dolbino are having the most interesting spiders fauna.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Конвенція про біологічне розмаїття: громадська обізнаність і участь / Відп. ред. Т.В. Гардашук, Товариство «Зелена Україна». – Київ: Стилос, 1997. – 154 с.
2. Полчанинова Н.Ю. Эколого-фаунистический обзор пауков (Araneae) заповедника «Каменные Могили» // Актуальні питання збереження та відновлення степових екосистем. Матеріали міжнародної наукової конференції, присвяченої 100-річчю заповідання асканійського степу (Асканія-Нова, 21–23 травня 1998). – Асканія-Нова. – 1998а. – С. 299-300.
3. Полчанинова Н.Ю. К изучению фауны пауков (Aranei) заповедника «Каменные Могили» // Тр.филиала Украинского степного природного заповедника «Каменные Могили» (Юбилейный сборник). – 1997, вып. 1. – Киев: Фитосоциоцентр. – 1998б. – С.114-118.
4. Приставко В.П., Жуковец Е.М. Пауки (Aranei) как объект экологического мониторинга в Березинском заповеднике // Энтомол.обозр. – 1987. – Т. 66, вып. 1. – С. 184-189.
5. Чернов Ю.И., Руденская Л.В. Об использовании энтомологического кошеника как метода количественного учета беспозвоночных – обитателей травяного покрова // Зоол. журн. – 1970. – Т. 49, вып. 1. – С. 137-144.
6. Чернышов В.Б. Экология насекомых. – М.: Изд-во МГУ, 1996. – С. 151.
7. Спасский С.А. Пауки Донецкой области // Изв. Донск. политехн. ин-та. – Новочеркасск, 1914. – Отд. 2. – Т.2, вып.2. – С.85-97.

Надійшла до редакції 10.03.2000 р.

УДК 612.53+612.44

ВЛИЯНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ГИПЕРТИРЕОЗА НА ЗНАЧЕНИЕ УСТАНОВОЧНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ТЕЛА У БЕЛЫХ КРЫС

И.А.Колганов

В современной физиологии проблема адаптации животных к различным температурам среды и роль гормонального звена в контроле механизмов, обеспечивающих состояние гомеотерности, занимают едва ли не первое место [1, 4-7].

Мало изученной остается проблема характера изменений, наступающих в системе терморегуляции при действии холода, на фоне избыточного количества тиреоидного гормона в организме животного. В частности дискуссионен вопрос о смещении температуры на новый установочный уровень [2, 4].

В нашем исследовании сделана попытка изучить работу целостной системы терморегуляции белых крыс, для чего был применен метод, основанный на принципе использования обратной пропорциональной отрицательной связи.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

С целью изучения особенности функционирования системы терморегуляции в условиях охлаждения организма был выбран метод измерения значения «установочной температуры тела» путем использования принципа обратной пропорциональной отрицательной связи [4]. В целом система работает следующим образом. При охлаждении животного его ректальная температура начинает снижаться. Это значение в одном из блоков внешней корректирующей системы сравнивается с температурой эталона (за температуру эталона принимается ректальная температура животного до начала охлаждения). Величина разбаланса между фактической температурой животного, в данный момент, и температурой эталона поступает в блок выработки компенсаторного сигнала, который, с одной стороны, определяется степенью температурного разбаланса, а с другой стороны, значением коэффициента «К», для которого в эксперименте должно соблюдаться условие: «К»=const. В нашем случае коэффициент обратной связи равнялся 10. Выработанный компенсаторный сигнал, управляя теплоэлементом, повышает температуру среды вокруг животного, способствуя уменьшению величины разбаланса. По сути дела, выработанный компенсаторный сигнал противодействует процессу снижения ректальной температуры животного. В результате уровень разбаланса между фактической температурой тела и эталона уменьшится, что в свою очередь приведет к снижению величины компенсаторного сигнала и, следовательно, увеличению охлаждающего эффекта. Вместе с усилением охлаждения температура животного начнет понижаться и цикл выработки компенсаторного сигнала повторится заново, но уже на новом уровне.

Исследовалось функционирование целостной терморегуляторной системы у белых крыс при состоянии гипертиреоза. Гипертиреоз вызывался путем подкожного введения водного раствора трийодтиронина в дозе 25 мкг/кг ежедневно в течение декады. Эксперименты проводились на половозрелых самцах белых крыс массой 250-310 г. Всего было использовано 24 особи, которые разбивались на две равные группы. Первая из них была экспериментальной, животные второй группы были контрольными. Многократные инъекции тиреоидного гормона, как и следовало ожидать, вызывали ряд симптомов свидетельствующих о формировании состояния экспериментального гипертиреоза у животных пер-

вой группы. Показателями развития гипертиреоза служили повышенная ректальная температура, избыточное потребление кислорода, потеря веса.

В целом ход опыта был следующим. Животное помещали в термостат на 30-40 мин. при температуре 26-28°C. Затем крысу фиксировали в термокамере экспериментальной установки при начальной температуре 26-28°C. После измерения всех регистрируемых параметров (ректальной температуры, температуры камеры и величины потребления кислорода, которую измеряли газоанализатором Radiometr), включали охлаждающую систему, и температура камеры начинала снижаться. Одновременно начинала работать и внешняя корректирующая система. Данные регистрировались каждые 10 минут. Продолжительность опыта составляла 180 мин.

Полученные результаты обрабатывались общепринятыми методами вариационной статистики.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты наших экспериментов позволяют говорить о существенном изменении параметров «настройки» терморегуляторной системы гипертиреоидных белых крыс, по отношению к контрольным животным.

Подобный вывод следует из анализа абсолютных величин ректальной температуры у крыс экспериментальной и контрольной групп перед началом опыта. Так, у гипертиреоидных крыс она составляла $39,5 \pm 0,1^\circ\text{C}$, тогда как у контрольных животных температура не превышала $37,9 \pm 0,1^\circ\text{C}$. Подобным образом различалась и скорость поглощения кислорода (соответственно $28 \pm 1,2$ и $21 \pm 1,1$ мл/кг/мин). Следовательно, эксперименты были выполнены на животных с выраженными признаками гипертиреоза.

Исследование характера функционирования системы терморегуляции у опытных и контрольных животных показало, что трийодтиронин существенным образом изменял элементы работы гибридной системы «организм-среда-автомат». По данным таблицы 1 видно, что после «включения» системы охлаждения ректальная температура начинала быстро снижаться. Абсолютная величина ее падения сравнивалось со значением эталонной температуры экспериментальной установки, после чего в соответствии с принципом обратной пропорциональной связи вырабатывался корректирующий сигнал, и температура холодной камеры начинала повышаться.

Следует отметить тот факт, что скорость снижения ректальной температуры во время эксперимента была выше у контрольной группы животных и своего экстремума достигала на 20 минуте составляя при этом $35,9 \pm 0,1^\circ\text{C}$. В свою очередь у крыс гипертиреоидной группы минимального значения ректальная температура достигала к 30 минуте численно соответствуя значению $37,3 \pm 0,1^\circ\text{C}$. После определенного числа регуляторных циклов вся гибридная система пришла в состояние динамического равновесия со следующими параметрами: $T_{\text{рект.}} = 36,1 \pm 0,1^\circ\text{C}$ и $T_{\text{камеры}} = 22,4 \pm 0,4^\circ\text{C}$ для контрольных животных; $T_{\text{рект.}} = 37,6 \pm 0,1^\circ\text{C}$ и $T_{\text{камеры}} = 24,6 \pm 0,3^\circ\text{C}$ для гипертиреоидных крыс.

Как видно, уровень стабилизации температуры тела, для гипертиреоидных животных был на $1,5 \pm 0,1^\circ\text{C}$ выше чем у контроля ($P < 0,05$). Следовательно, установочный уровень температуры тела у крыс с экспериментальным гипертиреозом смещался вверх. Такого рода сдвиг и позволяет говорить об участии тиреоидного гормона в настройке центра терморегуляторной системы гипертиреоидного организма.

Физиологический механизм, лежащий в основе такого рода смещения эталонного уровня функционирования терморегуляторной системы под влиянием тиреоидных гормонов, на наш взгляд, может быть связан с изменением уровня теплообразования организма.

Таблица 1. Показатели динамики теплообмена и потребления кислорода у белых крыс во время холодовой экспозиции

ВРЕМЯ	T _{РЕКТ}		T _{КАМЕРЫ}		Потребление кислорода	
	контроль	гипертиреоз	контроль	Гипертиреоз	контроль	гипертиреоз
0	37.9±0.1	39.5±0.1	3.5±0.1	3.5±0.1	21.1±0.2	28.2±0.1
10	36.7±0.2	37.5±0.1	15.8±0.8	22.8±1.4	32.6±0.3	39.2±0.1
20	35.9±0.2	37.3±0.1	24.6±0.8	26.1±0.7	30.7±0.1	37.2±0.1
30	36.0±0.2	37.2±0.1	22.5±0.6	24.5±0.7	30.5±0.1	33.8±0.2
40	36.1±0.1	37.6±0.1	21.7±0.7	25.2±0.6	29.5±0.2	35.4±0.3
50	36.2±0.1	37.4±0.1	21.6±0.7	24.5±0.8	28.0±0.2	34.2±0.2
60	36.2±0.1	37.4±0.1	22.2±0.8	25.0±0.7	28.6±0.1	32.6±0.2
70	36.1±0.1	37.4±0.1	22.1±0.4	25.0±0.6	29.2±0.1	32.9±0.1
80	36.1±0.1	37.5±0.2	22.1±0.7	24.2±0.8	27.9±0.1	33.1±0.1
90	36.0±0.1	37.5±0.1	22.5±0.8	23.7±0.9	28.8±0.2	33.1±0.1
100	36.1±0.1	37.4±0.1	22.3±0.6	23.9±0.9	28.9±0.1	31.4±0.2
110	36.1±0.1	37.6±0.1	22.4±0.6	24.3±0.8	28.7±0.1	33.4±0.2
120	36.1±0.2	37.5±0.1	21.7±0.6	24.8±0.7	28.7±0.2	33.4±0.2
130	36.1±0.2	37.4±0.1	21.6±0.6	24.4±0.7	29.2±0.2	31.7±0.1
140	36.1±0.1	37.6±0.1	22.3±0.7	23.6±0.8	29.0±0.2	32.2±0.1
150	36.1±0.2	37.5±0.1	22.3±0.5	24.6±0.6	28.4±0.2	31.0±0.1
160	36.1±0.1	37.4±0.3	22.0±0.7	24.9±0.6	28.7±0.2	30.4±0.2
170	36.1±0.1	37.5±0.1	21.7±0.5	24.3±0.8	28.3±0.1	30.8±0.2
180	36.1±0.1	37.6±0.1	23.0±0.7	24.3±0.8	27.5±0.2	31.4±0.2

Подтверждением этому служат данные, полученные при изучении динамики потребления кислорода при охлаждении животных (табл. 1). Поскольку скорость потребления кислорода во время охлаждения является показателем интенсивности механизмов теплообразования, то ее абсолютные величины могут характеризовать функционирование целостной системы терморегуляции организма. Из анализа экспериментальных данных видно, что у животных гипертиреоидной группы величина потребления кислорода была, как и следовало ожидать, выше, чем у контроля. Представляет интерес тот факт, что интенсивность поглощения кислорода во время охлаждения, т.е. при реакциях химической терморегуляции, у крыс с экспериментальным гипертиреозом была также выше. Это свидетельствует, что гормоны щитовидной железы способны оказывать влияние не только на уровень основного обмена, но и, что важно, регулировать интенсивность холодового калоригенеза. В численном эквиваленте, после стабилизации гибридной системы «организм-среда-автомат», скорость поглощения кислорода соответствовала 31.7 ± 0.15 мл/кг/мин в гипертиреоидной и 28.7 ± 0.16 мл/кг/мин в контрольной группах). Следовательно, в экспериментальной группе поглощение кислорода было на 10% выше ($P < 0,05$). Объясняя этот факт, можно предположить, что такой эффект обусловлен тем, что в гипертиреоидной группе наблюдается более выраженный калоригенез.

Таким образом, подводя итоги настоящей работы можно сделать следующее заключение, что у крыс с экспериментальным гипертиреозом значение установочной температуры смещается на новый уровень функционирования, который активно поддерживается путем интенсификации механизмов химической терморегуляции.

ВЫВОДЫ

1. У крыс с экспериментальным гипертиреозом значение установочной температуры смещается на новый уровень функционирования, на 1.5°C выше чем у контроля при тех же условиях.
2. Смещение установочного уровня температуры активно поддерживается за счет интенсификации механизмов химической терморегуляции.

РЕЗЮМЕ

Під час експериментів на білих щурах з використанням методики негативного зворотного зв'язку, вдалося встановити, що тиреоїдні гормони спроможні змищувати значення установчої температури на новий рівень, який на далі підтримується за допомогою активізації процесів хімічної терморегуляції.

SUMMARY

In the experiment on white mongrel male rats it has been determined that triiodothyronine the integral system of head regulation in the considerable way 'displacing' the established temperature to a new standard level. Such a displacements takes place at the expense of intensification of the mechanisms of chemical heat regulation.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов К.П. Основы энергетики организма: теоретические и практические аспекты. Т. 1. Общая энергетика. Теплообмен и терморегуляция. – Л.: Наука, 1990. – 307 с.
2. Румянцев Г.В. Установочный температурный уровень физиологического термостата и возможности его точного поддержания // Физиол. журн. им. И.М.Сеченова. – 1992. – Т. 78, № 6. – С. 115-118.
3. Соболев В.И. Катехоламины и химическая терморегуляция при адаптации к холоду // Физиол. журн. АН УССР. – 1979. – Т. 25, N 5. – С. 593-603.
4. Соболев В.И., Лапенко Н.Т. Гамедо Рабо, Маурисио Дакошта. Влияние адаптации к холоду и изопропилнорадреналина на значение установочной температуры тела бурых крыс // Физиол. журн. им. И. М. Сеченова. – 1994. – Т. 80, N 5. – С. 84-91.
5. Султанов Ф.Ф., Соболев В.И. Гормональные механизмы температурной адаптации. – Ашхабад: Ылым, 1991. – 216 с.
6. Хаскин В.В. Энергетика теплообразования при адаптации к холоду. – Новосибирск: Наука, 1970. – 199 с.
7. Sellers E.A., Steiner G. Et al. Activity of the sympathetic nervous system during cold exposure // Nonshivering thermogenesis /Ed. L. Yansky. Prague, 1971. – P. 271-286.

Надійшла до редакції 15.03.2000 р.

УДК 612.53+612.44

ЭНЕРГЕТИКА МЫШЕЧНОГО СОКРАЩЕНИЯ ПРИ АДАПТАЦИИ К ХОЛОДУ

Г.И. Чирва, В.И. Соболев

Одной из важных проблем в экологической физиологии является проблема адаптации гомойотермов к низким температурам среды. В последние 10-15 лет были раскрыты фундаментальные физиологические механизмы, лежащие в основе повышения устойчивости организма к холоду [2,4,5]. Одним из таких механизмов является механизм повышения теплопродукции сокращающихся скелетных мышц [2,4]. Однако до настоящего времени остается дискуссионным вопрос о природе этого феномена. В частности, представляет интерес вопрос о связи данного механизма холодовой адаптации с какой-либо определенной фазой мышечного сократительного термогенеза (первичной или вторичной, отставленной, теплопродукцией, по А.Хиллу).

Целью настоящей работы являлось проведение оценки вклада названных фаз в природу повышения теплообразования сокращающихся скелетных мышц после адаптации к холоду.

Материалы и методы

Эксперименты были выполнены на двух группах взрослых белых крысах-самцах массой около 270 г. Первая группа животных (10) в течение 25-30 сут содержалась в холодовой камере в индивидуальных клетках при температуре $+2...5^{\circ}\text{C}$. Вторая группа (12) была контрольной.

Среди многочисленных подходов, используемых при изучении биоэнергетики сокращения скелетных мышц, нами был выбран метод определения так называемого температурного эффекта вызванного мышечного сокращения [2,5]. Суть метода состоит в сопоставлении прироста температуры сокращающейся мышцы с развиваемой силой. В результате имеется возможность проведения оценки тепловой эффективности мышечного сокращения на единицу механической силы.

Установка состоит из двух измерительных каналов: термометрического и эргометрического. Первый из них представлен датчиком температуры (медь-константановая термопара), фотоусилителем типа Ф-116, цифровым вольтметром В7-21А, самописцем Н3030-3. Термопара выполнялась из тонкой проволоки диаметром 50 мкМ и в ходе проведения опыта прошивалась через исследуемую мышцу. Разрешающая способность канала устанавливалась на уровне 0.01°C .

Эргометрический канал представлен датчиком, в качестве которого использовался тензометрический преобразователь. Сигнал разбаланса от системы датчика усиливался фотоусилителем типа Ф-359 и регистрировался на самописце параллельно с термограммой; имелась возможность и цифровой индикации измеряемого параметра (вольтметр В7-21А).

Подготовка животного к опыту заключалась в следующем. Крыса наркотизировалась путем внутрибрюшинного введения этиламала натрия в дозе 50 мг/кг, а затем фиксировалась в станке установки. Далее отпрепаровывался малоберцовый нерв, кото-

рый в дальнейшем помещался в погружной электрод. Без нарушения естественной теплоизоляции отсекалось дистальное сухожилие передней большеберцовой мышцы. При помощи стальной гибкой тяги сухожилие крепилось к тензодатчику. Во всех опытах величина электрического раздражения (стимулятор ЭСЛ-1, длительность импульсов 0.5 мс, частота 60 Гц, время нанесения раздражения – 5с) выбиралась выше пороговой, что позволяло мышце сокращаться с предельной силой. Как правило, сила изометрического мышечного сокращения достигала 200-300 Г.

Термопара вводилась в среднюю часть исследуемой мышцы. Все эксперименты проводились при окружающей температуре 25-27°C. В ходе обработки полученных данных вычислялась развиваемая сила, величина прироста температуры мышцы, вызванная ее сокращением, и так называемый температурный эффект мышечного сокращения (ТЭМС), численно равный отношению прироста температуры мышцы к развиваемой силе ($+\Delta T^{\circ}\text{C}/\Gamma$).

Ход опыта был следующим. После подготовки животного к эксперименту параметры вызванного изометрического мышечного сокращения регистрировались 4 раза с интервалом 4 мин (аэробные условия). Затем в сердце вводился эфир, вызывающий его остановку и, как следствие, прекращение кровообращения. Таким способом создавались анаэробные условия в исследуемой мышце. Через 5 мин параметры сокращения мышцы регистрировались вновь.

Таким образом, возможно было оценить величину температурного эффекта вызванного сокращения скелетной мышцы при двух условиях: аэробных (т.е. при интактном кровообращении) и анаэробных (после «выключения» кровообращения).

При анализе экспериментальных данных вычислялись следующие параметры, характеризующие энергетику сократительного акта: а) сила, развиваемая мышцей, Г; б) прирост температуры при ее 5-секундном изометрическом сокращении, $+\Delta T^{\circ}\text{C}$; в) температурный эффект мышечного сокращения (ТЭМС), который был численно равен отношению прироста температуры мышцы к единице развиваемой силы в единицу времени – $[(\Delta T^{\circ}\text{C}/\Gamma) \cdot 10^{-4}] / \text{с}$.

Результаты экспериментов обрабатывались общепринятыми методами математической статистики.

Результаты и их обсуждение

Многосуточная холодовая экспозиция вызывала ряд изменений в параметрах, характеризующих энергетику вызванного мышечного изометрического сокращения. Анализ полученных данных показывает, что абсолютная сила, развиваемая мышцей при ее сокращении у крыс контрольной группы и животных, адаптированных к холоду, при интактном кровообращении статистически достоверно не различалась, находясь в пределах 215...217 Г (табл.). Однако при равной силе сокращения прирост температуры мышцы у адаптированных к холоду животных был существенно выше ($+0.12 \pm 0.04^{\circ}\text{C}$, $P < 0.05$). Данное обстоятельство определило и различия в расчетном коэффициенте температурного эффекта мышечного сокращения (ТЭМС). Так, у адаптированной к холоду группы ТЭМС был на 59% выше (табл.). Следовательно, мышцы адаптированных крыс при своем сокращении продуцировали большее количество тепла. Данный факт согласуется с результатами В.И.Соболева, полученных в экспериментах с измерением теплопродукции сокращающейся скелетной мышцы методом прямой калориметрии [4].

Таблица. Значения параметров, характеризующих энергетику вызванного мышечного сокращения, при аэробных и анаэробных условиях у белых крыс.

Показатель	Аэробные условия (при интактном кровообращении)			Анаэробные условия (после "выключения" кровообращения)		
	Адаптация к холо- ду(АХ)	Контроль (К)	Разница (АХ - К)	Адаптация к холоду(АХ)	Контроль (К)	Разница (АХ - К)
Сила сокращения мышц, Г	215±4	217±5	-2.0±6.4 P>0.05	196±7.8	185±7.6	+11±10.9 P>0.05
Прирост температуры мышц, + ΔT°C	0.33±0.03	0.21±0.02	+0.12±0.04 P<0.05	0.09±0.01	0.08±0.02	+0.01±0.02 P>0.05
Температурный эффект мышеч- ного сокращения, [(+ΔT°C/Г)•10 ⁻⁴] / с	3.05±0.34	1.91±0.21	+1.14±0.39 P<0.05	0.91±0.12	0.87±0.13	+0.04±0.17 P>0.05

Механизм подобного феномена холодовой адаптации «long-term- типа» [2,5], остается невыясненным. По этому поводу возможны две точки зрения: а) повышение теплопродукции сокращающейся мышцы при адаптации к холоду связано с изменениями, наступающими в энергетике хемо-механического сопряжения сократительного акта; б) повышенное теплообразование обусловлено факторами, включающимися в постсократительный период сокращения мышцы в так называемую фазу вторичного, отставленного теплообразования (по А.Хиллу). На наш взгляд, ответ на поставленный вопрос в какой-то мере может быть получен при исследовании энергетики сократительного акта в анаэробных условиях, когда вторичная фаза теплообразования скелетной мышце практически полностью блокируется. Такие условия в экспериментах *in situ* могут быть достигнуты путем «выключения» в исследуемой мышце кровообращения. В дальнейшем, сравнивая показатели, характеризующие энергетику мышечного сокращения, полученные в аэробных и анаэробных условиях, можно будет ответить на вопрос, за счет какой из фаз мышечного теплообразования (первичной или вторичной) реализуется механизм повышения теплообразовательной функции скелетной мышц при адаптации к холоду.

Анализ экспериментальных данных, полученных в опытах после «выключения» кровообращения показали следующее. Во-первых, сила, развиваемая мышцами в аэробных условиях, несколько снижалась как у контрольных крыс, так и животных, адаптированных к холоду (табл.). Во-вторых, величина прироста температуры при сокращении мышцы в анаэробных условиях значительно уменьшалась у крыс всех групп. В-третьих, степень прироста температуры сокращающихся мышц, в отличие от аэробных условий, у контрольных и адаптированных к холоду животных не различалась. В связи с этим обстоятельством и расчетный коэффициент, характеризующий теплообразовательную функцию мышцы – ТЭМС, у крыс обеих групп статистически достоверно не отличался (табл.).

Таким образом, в анаэробных условиях, когда фаза отставленного теплообразования мышцы не могла реализоваться из-за отсутствия кислорода, наблюдаемый у адаптированных к холоду животных феномен повышения ТЭМС не проявлялся. Следовательно, наблюдаемый у адаптированных к холоду животных феномен повышения «выхода» тепла при мышечном сокращении, по-видимому, связан с изменениями, наступающими в фазе отставленного теплообразования. В качестве конкретных меха-

низмов, повышающих тепловую эффективность сократительного акта, можно назвать механизмы, связанные с ускорением диссипации энергии при адаптации к холоду, например путем изменения эффективности Ca^{++} -АТФазы [1], сменой характера субстратов окисления в скелетной мышце [6], изменением липидного состава мембран, запуска работы «бесполезных» циклов типа «гидролиз-реэстерификация» триглицеридов, «окисление-ресинтез» жирных кислот, разобщение дыхания и фосфорилирования и др. [2,3,5,6].

ВЫВОДЫ

1. При адаптации к холоду (белые крысы, 25-30 сут. при +2...5°C) повышается температурный эффект вызванного мышечного изометрического сокращения.
2. Повышение теплообразовательной функции сократительного акта связано со вторичной, отставленной фазой теплопродукции мышцы.

РЕЗЮМЕ

У експериментах на білих щурах, адаптованих до холоду (25...30 діб при 2...5°C), та контрольних вивчався температурний ефект викликаного ізометричного скорочення переднього великогомілкового м'яза при двох умовах: аеробних (інтактний кровообіг у м'язі) і анаеробних (після його «вимикання»). Було показано, що після адаптації до холоду спостерігається значне підвищення теплотворної функції скелетного м'яза при його скороченні; цей феномен пов'язаний з відставленою (згідно А.Хілла) фазою теплоутворення м'яза, яка розвивається після його скорочення.

SUMMARY

In the experiments on the white rats it was shown that the heat production function of the contracting muscle per unit of developing force raises in adaptation to cold. This phenomenon is bound with the secondary phase of the heat production (by A.Hill) of a muscle.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Болдырев А.А. Биологические мембраны и транспорт ионов. – М.: МГУ, 1985. – 207 с.
2. Иванов К.П. Основы энергетики организма: теоретические и практические аспекты. Т.1. Общая энергетика. Теплообмен и терморегуляция. – Л.: Наука, 1990. – 307 с.
3. Медведев Л.Н. Закономерности влияния акклимации к холоду на систему активного транспорта катионов Na^{+} и K^{+} // Автореферат докт. дисс. – Л., 1988. – 42 с.
4. Соболев В.И. Теплопродукция изолированных скелетных мышц белых крыс при акклимации к холоду // Физиол. журн. СССР. – 1978. – Т.64, №4. – С.543-549.
5. Султанов Ф.Ф., Соболев В.И. Гормональные механизмы температурной адаптации. – Ашхабад: Ылым, 1991. – 216 с.
6. Хаскин В.В. Энергетика теплообразования и адаптация к холоду. – Новосибирск: Наука, 1970. – 199 с.

Надійшла до редакції 06.03.2000 р.

УДК 582.287: 634

ВИКОРИСТАННЯ АЛЕЛЬНОЇ КОНСТИТУЦІЇ ДЕРЕВОРУЙНІВНИХ ГІМЕНОМЦЕТІВ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ ЇХ ПОПУЛЯЦІЙНОЇ СТРУКТУРИ

М.М.Сухомлин

Для визначення питань щодо наявності різних індивідів дереворуйнівних грибів на обмеженому субстраті та їх розселенню і взаємовідносинами в природних умовах, провели дослідження в насадженнях, які мало підлягають господарській діяльності людини або взагалі антропогенному впливу. Такими насадженнями стали букові праліси в Свалявському районі Закарпатської області.

Метою експедиційних досліджень став пошук ксилотрофного виду, який можна було б знайти на декількох відокремлених ділянках у даний сезон, а також знайти цей вид на одному субстраті (одне дерево, один стовбур, пеньок), де він формував би значну кількість карпофорів, віддалених один від одного на певну відстань. Крім того, гриб повинен був добре розвиватися в культурі і підходив би для маніпуляцій із отриманням спор (Kile, 1983), оскільки існують певні обмеження, щодо використання інших ознак (наприклад, темних ліній в деревині) в якості критерію розділення індивідів у природній популяції.

Визначено, що присутність у субстраті декількох індивідів може залишитися непоміченою внаслідок нездатності грибів даного виду утворювати накопичення пігментованих клітин, які складають у масі темну зональну лінію (Радзиевская, Бобко, 1985,б), або такі зональні лінії можуть утворюватися через несприятливі абіотичні фактори (Радзиевская, Бобко, 1985,а).

Матеріали та методи досліджень

Таким видом виявилась *Oudemansiella mucida*, знайдена на вітровальному стовбурі *Fagus sylvatica* L. (бука лісового) у вересні 1993 р. Плодові тіла гриба, позначені штамом ОМ, які формувались вздовж стовбура, були зібрані в окремі мішечки і в подальшому використані для визначення факторів сумісності кожного із них.

Велика кількість плодових тіл обумовлювала значний ризик втратити культури в зв'язку з необхідністю одночасного виділення моноспорових ізолятів у культуру. Однак своєчасне отримання тканинних культур і здатність формувати базидіокарпи на штучних середовищах створили сприятливі умови для вивчення популяційної структури гриба. З цією метою з кожного базидіокарпа виділяли по 15 моноспорових культур і шляхом схрещування їх у всіх можливих комбінаціях визначали фактори сумісності. Для подальшого схрещування між собою відбирали по чотири моноспорові культури з різними факторами сумісності для кожного базидіокарпа, як тестери. Саме такі схрещування виявили алельну конституцію кожного плодового тіла на субстраті.

Результати досліджень та їх обговорення

Розглядали просторове розташування плодових тіл *O. mucida* і алельну конституцію кожного з них (рисунок). Визначено дві пари базидіокарпів з ідентичними генотипами (плодові тіла №2, №3 та №4, №5). Логічно припустити про формування декількох плодових тіл на одному і тому ж міцелії. Відмічено, що, один генотип може досить широко розповсюджуватися вздовж стовбура (див. рисунок).

Більшість базидіокарпів різнилися одним фактором сумісності (№2, №5 і №4; №3, №4 і №6; №5 і №6 та ін.). Частина плодових тіл мали принаймні однакові алелі в одному А і в одному В локусі (№3 і №8; №6 та №10). Тобто вони мали долю декількох батьківських генотипів. Картина розташування факторів сумісності гриба на субстраті

припускає наявність первинного, початкового дикаріону, як первинної локалізації інфекції. Вона могла виникнути, як шляхом втручання дикаріотично міцелію, так і шляхом поєднання гомокаріонів, що проросли на субстраті. Однак у подальшому утворення нових дикаріонів йшло шляхом появи гомокаріонів на субстраті (спорове ураження), які акцептували ядра існуючого дикаріону (феномен Буллера). Таким чином утворювалися поріднені дикаріони.

У наших дослідженнях загальна кількість А факторів дорівнювала чотирьом, а В факторів – шести. Більш високі показники кількості В факторів порівняно з А факторами характерні і для інших видів. Це може пояснюватися значним ступенем міжлокусної рекомбінації в В локусі, що генерує більшу різноманітність факторів (Andersen et al., 1991). У *Pleurotus ostreatus* ступінь міжлокусної рекомбінації дорівнювала 4,5% для В фактору і 0,5 для А фактору (Andersen et al., 1991). Відмічено, що міжлокусна рекомбінація служить механізмом для генерування різноманітності факторів і у інших видів. Спостерігали вплив температурного фактору по відношенню до здатності щодо рекомбінації та її частоти в різних локусах А та В у *Shiziphylum commune*, що пояснюється наявністю генетичних систем з незалежним контролюванням рекомбінацій в А та В локусах..

Значна кількість факторів сумісності, що спостерігається у дереворуйнівних грибів, контрастує з відносно низькою їх кількістю у деяких ґрунтових грибів (Doudrick, 1990).

На розповсюдження різних дикаріонів у субстраті впливає наявність антагоністичних відносин між дикаріонами одного виду. Встановлено, що ізоляти *C. versicolor*, вилучені з різних боків темної зони в деревині, виявляли обопільний антагонізм (Raper, Todd, 1977). Вирішальним фактором просторового розподілення дикаріонів у популяції є, напевно, швидкість росту монокаріонів і особливості дикаріотизації і міграції ядер. При ураженні деревини монокаріонами *Coriolus versicolor* в штучних умовах спостерігали швидку дикаріотизацію, яка супроводжувалась утворенням дикаріонів, що містили різні фактори типу спарювання (Williams et al., 1981).

Загальна кількість А та В факторів визначає коефіцієнт аутбридінгу, який є показником частоти усіх можливих сумісних схрещувань :

$$Eff = 1 - \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B} \right),$$

- де n_A та n_B - кількість А та В факторів у популяції (Raper et al., 1958). У нашому випадку він дорівнював 0,59. Відносно високий коефіцієнт аутбридінгу для досить замкнутої і невеликої популяції підтверджує здатність тетраполярної системи схрещування, яка характерна для гриба, перешкоджувати самосхрещуванню і забезпечувати високу ефективність аутбридінгу, навіть при невеликій кількості факторів сумісності у популяції.

Крім зазначеного стовбура бука лісового, позначеного ділянкою №1, плодове тіло *O. muscida* зібрані також на досить значних відстанях у тій же місцевості (табл. 1).

Знайдений плодове тіло *O. muscida* на *Quercus robur* визначило відмінні фактори сумісності від тих, що були визначені на буку, однак вони були фертильними між собою (табл.2). Поодинокі плодове тіла, а також відстань від інших знаходжень не дозволяють зробити більш широкі висновки, щодо ураження грибом різних видів дерев.

Схрещування тестерів плодових тіл віддалених ділянок з тестерами ділянки №1 дозволили виявити наявність окремих загальних локусів у БЛ5 та ОМ №9 (локус В), що підтверджує локальне розповсюдження локусів сумісності.

Нажаль, не встановлено кількості генотипів на одиницю площі. Оскільки гриб відбирався у горській місцевості і був мало поширений не можна було досконало визначити присутність плодових тіл гриба на інших субстратах. При масовому утворенні плодових тіл грибом, вдалося визначити кількість генотипів на певній площі (Kile, 1986).

Таблиця 1. Розташування віддалених знаходжень *O. mucida* та їх алельна конституція

№ ділянки	Рослина-живитель	Відстань від ділянки №1	Кількість карпофторів	Штам	Кількість факторів	
					А	В
2	<i>F. sylvatica</i>	0,8 км	2	БЛ1, БЛ2	2	2
3	<i>F. sylvatica</i>	2,4 км	3	БЛ3, БЛ4, БЛ5	3	3
4	<i>Quercus robur</i>	7 км	1	ДЧ1	2	2

Таблиця 2. Розподіл факторів сумісності між плодовими тілами *O. mucida*, знайденими на різних ділянках при схрещуванні тестерів між собою

№ ділянки				Ділянки					
	штами	тестери	Алелі	№2		№3		№4	
				БЛ1	БЛ2	БЛ3	БЛ4	БЛ5	ДЧ1
				1 4 6 9	3 8 5 12	5 9 11 13	1 3 8 9	1 4 7 6	3 4 10 11
№2	БЛ1	1	A ₅ B ₇	- - + -	- - + -	++ ++	++ ++	++ ++	++ ++
		4	A ₅ B ₈	- - - +	- - - +	++ ++	++ ++	++ ++	++ ++
		6	A ₆ B ₈	+ - - -	+ - - -	++ ++	++ ++	++ ++	++ ++
		9	A ₆ B ₇	- + - -	- + - -	++ ++	++ ++	++ ++	++ ++
	БЛ2	3	A ₅ B ₇		- - + -	++ ++	++ ++	++ ++	++ ++
		8	A ₅ B ₈		- - - +	++ ++	++ ++	++ ++	++ ++
		5	A ₆ B ₈		+ - - -	++ ++	++ ++	++ ++	++ ++
		12	A ₆ B ₇		- + - -	++ ++	++ ++	++ ++	++ ++
№3	БЛ3	5	A ₇ B ₉			- - + -	- - + -	- - + -	++ ++
		9	A ₇ B ₁₀			- - - +	- - - +	- - + +	++ ++
		11	A ₈ B ₁₀			+ - - -	+ - - -	+ + - -	++ ++
		13	A ₈ B ₉			- + - -	- + - -	- + - -	++ ++
	БЛ4	1	A ₇ B ₉				- - + -	- - + -	++ ++
		3	A ₇ B ₁₀				- - - +	- - + +	++ ++
		8	A ₈ B ₁₀				+ - - -	+ + - -	++ ++
		9	A ₈ B ₉				- + - -	- + - -	++ ++
	БЛ5	1	A ₇ B ₉					- - + -	++ ++
		4	A ₇ B ₅					- - - +	++ ++
		7	A ₈ B ₅					+ - - -	++ ++
		6	A ₈ B ₉					- + - -	++ ++
№4	ДЧ1	3	A ₉ B ₁₁						- - + -
		4	A ₉ B ₁₂						- - - +
		10	A ₁₀ B ₁₂						+ - - -
		11	A ₁₀ B ₁₁						- + - -

Примітка – “+” – наявність пряжок; “-” – їх відсутність

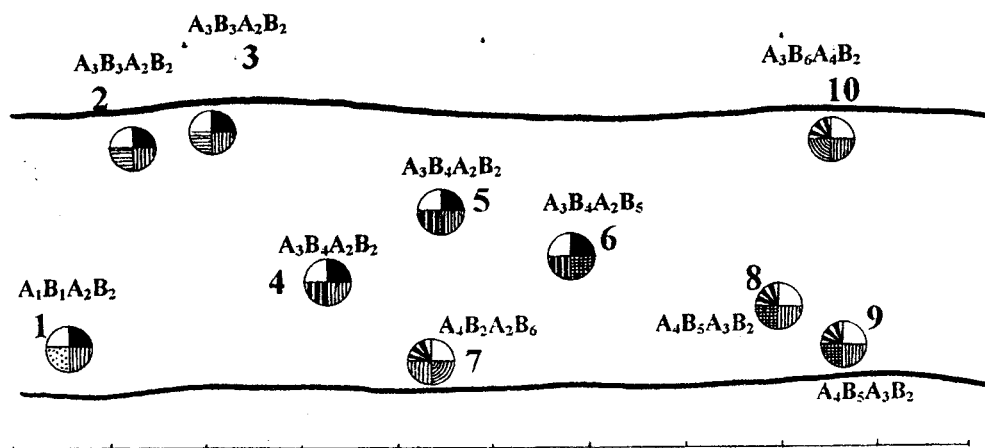


Рис. Розташування плодових тіл *O. mucida* на полеглому стовбурі *Fagus sylvatica* з визначеними факторами сумісності. У колі зображені різні А і В фактори сумісності

РЕЗЮМЕ

Изучение факторов несовместимости отдельных штаммов одного и того же вида базидиомицета позволяет проследить распространение гриба в пространстве. Приводятся данные о популяционной структуре ксилотрофных грибов на природных субстратах (гриб *Oudemansiella mucida*).

SUMMARY

The study of the incompatibility factors of species strains of Basidiomycete is solving to observe for distribution of fungus in space. Data on population structure of xylophagous fungi on the natural substrates (*Oudemansiella mucida*) are presented.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Радзиевская М.Г., Бобко И.Н. Темные зональные линии в древесине. I. Образование линий *Armillaria mellea* (Vahl.: Fr.) P. Karst // Микол. и фитопатол. – 1985 (а). – Т.19, вып. 3. – С.214-220.
2. Радзиевская М.Г., Бобко И.Н. Темные зональные линии в древесине. II. Использование линий в изучении популяционной структуры дереворазрушающих гименомицетов // Микол. и фитопатол. – 1985(б). – Т. 19, вып. 5. – С.394-398.
3. Andersen N.A., Fuknier G.R., Wang A.S., Schwandt T.V. The number and distribution of incompatibility factors in natural population of *Pleurotus ostreatus* and *Pleurotus sapidus* // Can. J. Bot. – 1991. – 69, № 10. – P.2187-2191.
4. Doudrick R.L., Furnier G.R., Anderson N.A. The number and distribution of incompatibility alleles in *Laccaria laccata* var. *moelleri* (Agaricales) // Phytopathology. – 1990. – 80. – 869-872.
5. Kile G.A. Genotypes of *Armillaria hinnulea* in west sclerophyllum eucalypt forest in Tasmania // Trans. Brit. Mycol. Soc. – 1986. – 87, 2. – 312-314.
6. Kile G.A. Identification of genotypes and the clonal development of *Armillaria luteobubalina* Walting & Kile in eucalypt forest // Austral. J. Bot. – 1983. – 31, 6. – 657-671.
7. Raper J.R., Baxter M.G., Middleton R.B. The genetic structure of the incompatibility loci in *Schizophyllum* // Proc. Of the National Academy of Science of the USA. – 1958. – 53. – 889-900.
8. Rayner A.D.M., Todd N.K. Intraspecific antagonism in natural populations of wood-decaying basidiomycetes // J. Gen. Microbiol. – 1977. – 103. – 85-90.
9. Williams E.N.D., Todd N.K., Rayner A.D.M. Spatial development of population *Coriolus versicolor* // New Phytol. – 1981. – 89, 2. – 307-319.

Надійшла до редакції 07.03.2000 р.

УДК 582.287:577.156

ВПЛИВ ДЖЕРЕЛ ВУГЛЕЦЕВОГО ЖИВЛЕННЯ НА ТРОМБОЛІТИЧНУ АКТИВНІСТЬ ШТАМІВ ДЕРЕВОРУЙНІВНИХ БАЗИДІОМІЦЕТІВ

В.М.Стадничук, М.І.Бойко

Завдяки здібності до синтезу різного роду біологічно активних речовин, які широко застосовуються у багатьох галузях промисловості та медицині, гриби вже давно є об'єктом пильної уваги науковців. Розробка методів культивування дозволила залучити до лабораторних досліджень дереворуйнівні гриби, основним поживним субстратом яких у природі є жива або мертва деревина. Виявилося, що ферменти, які виділяють гриби у середовище, здатні руйнувати не лише целюлозу та лігнін, а й широкий спектр білкових комплексів, зокрема – фібрин – основний білок тромбу. Згідно з даними ВОЗ, захворювання органів кровообігу поряд із злоякісними новоутвореннями є основною причиною смерті [1]. Тому практичне значення, яке може мати вивчення особливостей синтезу грибами тромболітичних препаратів, важко переоцінити.

Метою цієї роботи є дослідження впливу джерел вуглецевого живлення на тромболітичну активність штамів дереворуйнівних базидіоміцетів.

Робота проводилась зі штамми С-5, С-11, С-12, С-15 гриба *Irpex lacteus* Fr., та С-14 гриба *Grandulina papillosa* Fr., які були відібрані за результатами попередніх дослідів [2]. Контролем служив штам Т-31 гриба *Irpex foliaceo-dentatus* Nikol. Посівний міцелій вирощували на агаризованому глюкозкартопляному середовищі [3]. Вивчення фізіолого-біохімічних показників штамів проводили на рідкому середовищі наступного складу (г/л): пептон – 3; CaCl_2 – 0,05; KH_2PO_4 – 0,6; K_2HPO_4 – 0,4; $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ – 0,5; $\text{ZnSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ – 0,001; дистильована вода – до 1 літру [4]. Джерелами вуглецевого живлення були аспарагінова кислота, ксиліоза, глюкоза, маніт, мальтоза, цукроза, рафіноза, крохмаль, інулін у кількості, еквівалентній 10 г глюкози (за вуглицем). Штами культивували поверхневим способом. Ферментативну активність, вміст білків, зміну рН середовища, накопичення біомаси штамми реєстрували на 10-у добу культивування. Тромболітичну активність (ТА) культуральної рідини визначали за часом лізису штучних тромбів донорської крові за методом Імшенецького та Броцької [5]. Розрахунок ТА проводили за прописом Псурцевої та Денисової [6]. Білок у культуральному фільтраті визначали за методом Бредфорда [7], накопичення біомаси – ваговим методом. Статистичну обробку результатів експериментів проводили дисперсійним аналізом [8], порівняння середніх арифметичних даних – за методом Дункана [9].

Рівні ТА досліджуваних штамів на середовищах з різними джерелами вуглецю наведено на рис. 1.

Дані статистичної обробки свідчать про те, що штамми С-5 *I. lacteus*, С-14 *G. papillosa* та Т-31 *I. foliaceo-dentatus* максимальної ТА досягають на середовищі з ксилізою, штам С-11 *I. lacteus* – на середовищі з глюкозою, штам С-12 *I. lacteus* – на середовищі з мальтозою, штам С-15 *I. lacteus* – на середовищі з рафінозою. Але лише два штамми (С-11 та С-15 *I. lacteus*) на зазначених джерелах вуглецевого живлення мають вірогідно більші рівні ТА. Для інших штамів можна виділити ще від одного (Т-31 *I. foliaceo-dentatus*) до восьми (С-12 *I. lacteus*) джерел, рівні ТА на яких вірогідно не відрізняються від максимального. Це може свідчити про більш широкі трофічні зв'язки останніх штамів у порівнянні з двома попередніми. Результати порівняння середніх величин свідчать про те, що лише штам С-12 *I. lacteus* виявляє ТА, вірогідно меншу за ТА контролю (*I. foliaceo-dentatus*). Інші штамми за даних умов мають рівні ферментативної активності, що вірогідно не відрізняються від контролю.

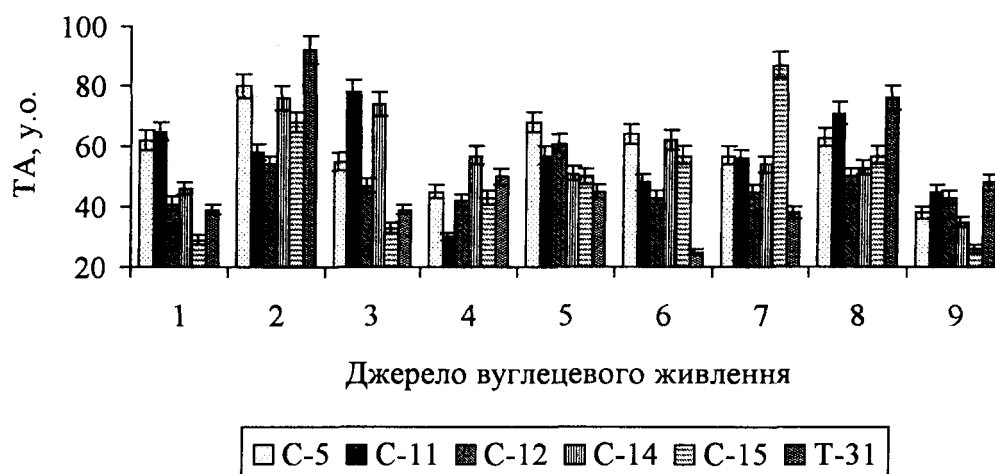


Рис. 1. Вплив джерел вуглецевого живлення на ТА штамів C-5, C-11, C-12, C-15 гриба *I. lacteus*, C-14 гриба *G. papillosa* та T-31 гриба *I. foliaceo-dentatus*; 1 – аспарагінова кислота, 2 – ксилоза, 3 – глюкоза, 4 – маніт, 5 – мальтоза, 6 – цукроза, 7 – рафіноза, 8 – крохмаль, 9 – інулін

Експериментальні дані по впливу джерел вуглецевого живлення (ДВЖ) на зміну рН середовища у процесі культивування, вміст білків (ВБ) у культуральному фільтраті (КФ) та накопичення біомаси (НБ) штамми наведені на рис. 2-4.

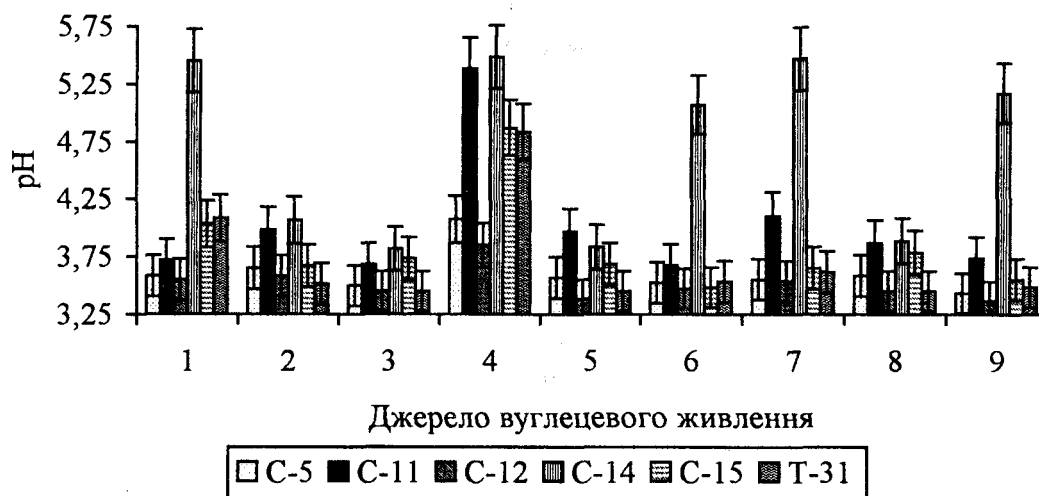


Рис. 2. Вплив джерел вуглецевого живлення на рН КФ штамів C-5, C-11, C-12, C-15 гриба *I. lacteus*, C-14 гриба *G. papillosa* та T-31 гриба *I. foliaceo-dentatus*; 1 – аспарагінова кислота, 2 – ксилоза, 3 – глюкоза, 4 – маніт, 5 – мальтоза, 6 – цукроза, 7 – рафіноза, 8 – крохмаль, 9 – інулін

Дані рис. 2 свідчать про те, що найменший рівень зміни рН КФ штамми C-5 та C-12 *I. lacteus* виявляють на середовищі з інуліном, штамми C-11 та C-15 *I. lacteus* – на середовищі з цукрозою, штамми C-14 *G. papillosa* та T-31 *I. foliaceo-dentatus* – на середовищі з глюкозою. Можливо, це пов'язано з особливостями хімічної будови глюкози (за кількістю атомів вуглецю належить до гексоз), цукрози (складається з двох гексоз) та інуліну, до складу якого теж входить тридцять чотири залишки гексоз [10]. Найвищий рівень зміни рН КФ всі штамми мають на середовищі з манітом. Останнє, можливо, пов'язано з наявністю в молекулі багатьох гідроксильних груп, які, вивільнюючись в результаті гідролізу, підлюговують середовище.

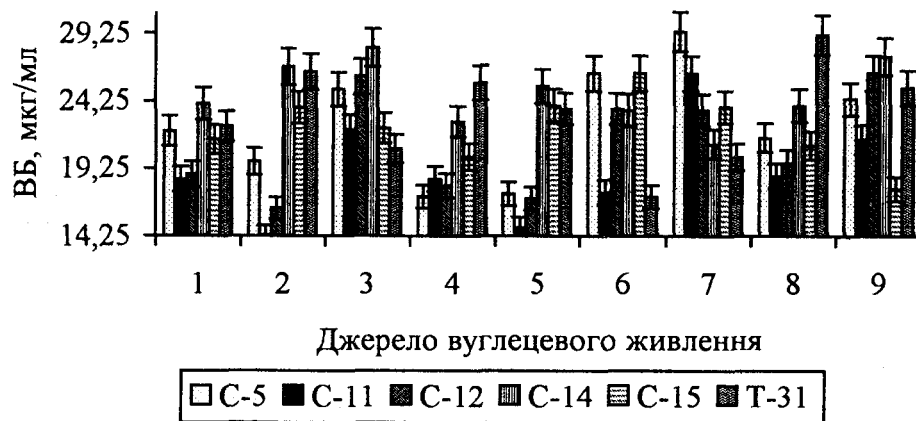


Рис. 3. Вплив джерел вуглецевого живлення на ВБ у КФ штамів С-5, С-11, С-12, С-15 гриба *I. lacteus*, С-14 гриба *G. papillosa* та Т-31 гриба *I. foliaceo-dentatus*; 1 – аспарагінова кислота, 2 – ксилоза, 3 – глюкоза, 4 – маніт, 5 – мальтоза, 6 – цукроза, 7 – рафіноза, 8 – крохмаль, 9 – інулін

Експериментальні дані рис. 3 свідчать про те, що ВБ у КФ штамів досить широко варіює у експерименті й залежить від природи штаму та джерела вуглецевого живлення. Але результати порівняння середніх доводять, що у чотирьох штамів (С-5, С-12, С-15 *I. lacteus* та С-14 *G. papillosa*) найнижчі рівні ВБ спостерігаються на середовищі з манітом. Треба також зазначити, що на середовищі з глюкозою жоден з шести штамів не має найнижчого рівня ВБ. Найвищий рівень ВБ у КФ спостерігається на середовищі з рафінозою у чотирьох штамів (С-5, С-11, С-12, С-15 *I. lacteus*), а на середовищі з аспарагіновою кислотою жоден з шести штамів не має найвищого рівня ВБ.

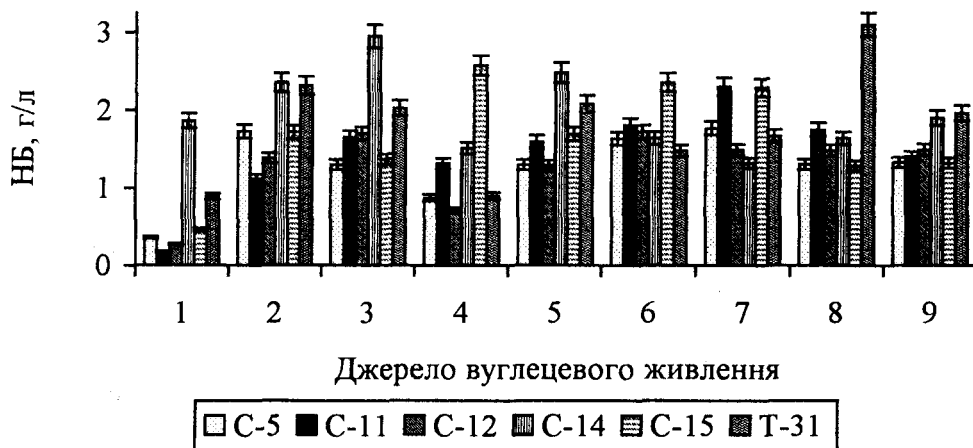


Рис. 4. Вплив джерел вуглецевого живлення на НБ штамами С-5, С-11, С-12, С-15 гриба *I. lacteus*, С-14 гриба *G. papillosa* та Т-31 гриба *I. foliaceo-dentatus*; 1 – аспарагінова кислота, 2 – ксилоза, 3 – глюкоза, 4 – маніт, 5 – мальтоза, 6 – цукроза, 7 – рафіноза, 8 – крохмаль, 9 – інулін

Дані рис. 4 свідчать про те, що всі штами найнижчий рівень НБ мають на середовищі з аспарагіновою кислотою, а чотири з них (С-5, С-12 *I. lacteus*, С-14 *G. papillosa* та Т-31 *I. foliaceo-dentatus*) – ще й на середовищі з манітом. Найвищий рівень НБ у чотирьох штамів (С-5, С-11, С-12, С-15 гриба *I. lacteus*) спостерігається на середовищі з рафінозою. Таким чином, для всіх штамів оптимальними для накопичення біомаси є середовища, що містять моно-, ді- та поліцукри.

Треба також зазначити, що джерела вуглецевого живлення, на яких штами мають максимальні рівні ТА, забезпечують також найвищий вихід сухої речовини та найнижчі пока-

знижки рН. Це може свідчити про те, що висока ферментативна активність штамів дереворуйнівних базидіоміцетів є наслідком їх загальної метаболічної активності та пов'язана з виділенням у середовище кислих протеаз або інших метаболітів кислої природи.

За результатами експерименту можна зробити наступні висновки:

1. Всі штами, за винятком С-12 *I. lacteus*, виявляють ТА не нижчу за контроль.

2. Найбільш оптимальними для синтезу тромболітичних ферментів джерелами вуглецевого живлення є: для штамів С-5 *I. lacteus*, С-14 *G. papillosa* та Т-31 *I. foliaceo-dentatus* – ксилоза, для штаму С-11 *I. lacteus* – глюкоза, для штаму С-12 *I. lacteus* – мальтоза, для штаму С-15 *I. lacteus* – рафіноза.

РЕЗЮМЕ

Гриби уже давно являються об'єктом пристального внимания ученых и, благодаря способности синтезировать различного рода биологически активные вещества, широко применяются во многих отраслях промышленности и медицине. Установлено, что штаммы С-5, С-11, С-12, С-15 *I. lacteus* и С-14 *G. papillosa* достаточно активно синтезируют протеиназы тромболитического действия. Максимальной тромболитической активности штаммы С-5 *I. lacteus*, С-14 *G. papillosa* та Т-31 *I. foliaceo-dentatus* достигают на среде с ксилозой, штамм С-11 *I. lacteus* – на среде с глюкозой, штамм С-12 *I. lacteus* – на среде с мальтозой, штамм С-15 *I. lacteus* – на среде с раффинозой.

SUMMARY

The fungi already for a long time are object of steadfast attention of the scientists and, due to ability to synthesize of a various sort biologically active substances, are widely applied in many industries and in medicine. Is established, that's strains С-5, С-11, С-12, С-15 *I. lacteus* and С-14 *G. papillosa* rather actively synthesize proteinases of trombolytic action. Maximal of trombolytic activity strains С-5 *I. lacteus*, С-14 *G. papillosa* that of Т-31 *I. foliaceo-dentatus* achieve on environment with xylose, strain С-11 *I. lacteus* - on environment with glucose, strain С-12 *I. lacteus* - on environment with maltose, strain С-15 *I. lacteus* - on environment with raffinose.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Ткаченко С.М. Особливості динаміки серцево-судинної захворюваності населення України // Практична медицина. – 1997. – №№ 5-6. – С. 76-78.
2. Стадничук В.М. Порівняльна характеристика динаміки тромболітичної активності дереворуйнівних базидіоміцетів // Вісник проблем біології і медицини. – 1999. – №2. – С.81-85.
3. Семенов С.М. Лабораторные среды для актиномицетов и грибов. Справочник. – М.: Агропромиздат, 1990. – 240 с.
4. Федорова Л.Н., Дроздова Т.Н. Влияние посевного материала на биосинтез монокосвертывающего фермента микоризным грибом // Микология и фитопатология. – 1986. – Т. 20. – № 6. – С.499-502.
5. Имшенецкий А.А., Броцкая С.З. Селекция микроорганизмов, обладающих тромболитической активностью // Микробиология. – 1969. – Т. 38. – № 6. – С. 1403-1409.
6. Псурцева Н.В., Денисова Н.П. Тромболитическая активность культур *Flammulina velutipes* (Fr.) Karst. // Микология и фитопатология. – 1982. – Т. 16. – № 6. – С. 518-521.
7. Методические указания к Большому практикуму для студентов кафедры физиологии и биохимии растений. – Л., 1989. – С. 17-19, 33-34.
8. Лакин Г.Ф. Биометрия. – М.: Высшая школа. – 1980. – 293 с.
9. Методические указания к математической обработке результатов экспериментов по физиологии растений (для студентов III-VI курсов дневной и заочной форм обучения) // С.Ф. Негруцкий, Л.П. Фильчаков – Донецк: ДонГУ, 1984. – 12 с.
10. Кретович В.Л. Биохимия растений. – М.: Высшая школа. – 1986. – 503 с.

Надійшла до редакції 02.03.2000 р.

УДК 581.132; 581.3; 582.284

СОДЕРЖАНИЕ ЗЕЛЕННЫХ ПИГМЕНТОВ В ПРОРОСТКАХ *PINUS SYLVESTRIS* L., ИНФИЦИРОВАННЫХ *HETEROBASIDION ANNOSUM* (FR.) BREF

О.В.Кудинова, М.И.Бойко

Среди хвойных *Pinus sylvestris* L. (сосна обыкновенная) занимает первое место в воспроизведении леса [1]. Опаснейшим и повсеместно распространенным возбудителем болезни сосны является гриб *Heterobasidion annosum* (Fr.) Bref (корневая губка). Поражение хвойных насаждений этим грибом носит характер эпифитотии и причиняет значительный ущерб лесному хозяйству Украины, Белоруссии, России, Прибалтики и других стран мира.

Известно, что у зараженных хвойных растений под воздействием грибной инфекции происходят изменения в обеспечении их водой и минеральным питанием, а также в общем обмене веществ [2]. Литературные данные свидетельствуют о том, что количество хлорофилла *a* в хвое больных растений снижается в среднем на 10-15% по сравнению со здоровыми, а процесс фотосинтеза в начале вегетации протекает примерно одинаково у больных и у здоровых деревьев [3]. Другие исследователи показывают, что в проростках *P.sylvestris*, инфицированных штаммами *H.annosum*, происходит увеличение синтеза хлорофилла *b*, и количество пораженных проростков зависит от степени вирулентности штаммов, цвета семян, из которых получены проростки, суммарного действия этих факторов и их взаимодействия [4]. Однако, следует отметить, что вопрос устойчивости проростков *P.sylvestris*, полученных из семян различной окраски, к корневой губке, является очень слабо изученным.

В этой связи представляет научный интерес определение степени вирулентности штаммов *H.annosum* к проросткам, полученным из темных и светлых семян *P.sylvestris* и влияние инфекции на содержание хлорофиллов в сосенках.

Объектом исследований были семена сосны обыкновенной, произрастающей в Ямпольском лесничестве Донецкой и Царичанском лесничестве Днепропетровской областей. Семена отбирались двух цветов – темные и светлые, так как литературные данные [4] указывают на то, что проростки сосны, полученные из темных семян, Кондрашевского лесничества Луганской и Ямпольского лесничества Донецкой областей являются более устойчивыми к корневой губке. Штаммы *H.annosum* взяты из коллекции кафедры физиологии растений Донецкого государственного университета. Штамм КВ-82166 получен из плодового тела, произрастающего на сосне в Луганской, На-3-95 – на сосне Донецкой и ЦНИЛГ – на сосне Воронежской областей.

Стерилизацию семян проводили 15%-й перекисью водорода в течение 30 мин. Затем семена высаживали в пробирки на агаризированную среду Чапека-Докса [5]. Через 25 суток проростки в пробирках инокулировали кусочками мицелия указанных штаммов *H.annosum*. На 5-е, 9-е, 12-е сутки после заражения определяли количество погибших проростков, а также содержание зеленых пигментов в здоровых (контроль) и инфицированных проростках сосны обыкновенной по методике Вернона [6].

Статистическую обработку экспериментальных данных проводили методом трехфакторного дисперсионного анализа качественных и количественных признаков [7], а множественное сравнение арифметических величин – методом Дункана [8].

Материалы таблицы свидетельствуют о том, что исследуемые штаммы *H.annosum*, в зависимости от длительности действия инфекции, вызывают гибель не-

одинакового числа проростков *P.sylvestris*. Достоверного отличия в количестве погибших проростков, полученных из темных и светлых семян сосны Донецкой и Днепропетровской областей, инфицированных штаммами, не обнаружено. Это, возможно, связано с тем, что исследуемые штаммы оказались высокопатогенными и по степени вирулентности между собой не отличаются.

Таблица. Степень вирулентности штаммов *H.annosum* к проросткам *P.sylvestris*

Наименование области, лесничества	Проростки, выращенные из семян	Штамм <i>H.annosum</i>	% погибших проростков <i>P.sylvestris</i>
на 5-е сутки после инфекции			
Донецкая область Ямпольское лесничество	темных	КВ-82166	51.0
	светлых	КВ-82166	46.3
	темных	На-3-95	44.3
	светлых	На-3-95	20.2
Днепропетровская область Царичанское лесничество	темных	КВ-82166	17.4
	светлых	КВ-82166	18.2
	темных	На-3-95	18.2
	светлых	На-3-95	19.4
	темных	ЦНИЛГ	14.9
	светлых	ЦНИЛГ	15.6
на 9-е сутки после инфекции			
Донецкая область Ямпольское лесничество	темных	КВ-82166	75.0
	светлых	КВ-82166	78.3
	темных	На-3-95	89.2
	светлых	На-3-95	81.0
Днепропетровская область Царичанское лесничество	темных	КВ-82166	62.9
	светлых	КВ-82166	73.9
	темных	На-3-95	59.4
	светлых	На-3-95	68.0
	темных	ЦНИЛГ	75.0
	светлых	ЦНИЛГ	91.2
на 12-е сутки после инфекции			
Донецкая область Ямпольское лесничество	темных	КВ-82166	82.6
	светлых	КВ-82166	84.0
	темных	На-3-95	94.4
	светлых	На-3-95	88.9
Днепропетровская область Царичанское лесничество	темных	КВ-82166	90.9
	светлых	КВ-82166	95.0
	темных	На-3-95	100.0
	светлых	На-3-95	94.4
	темных	ЦНИЛГ	100.0
	светлых	ЦНИЛГ	95.0

Данные, характеризующие содержание зеленых пигментов в инфицированных корневой губкой проростках из темных семян *P.sylvestris*, представлены на рис.1.

Материалы рис.1А свидетельствуют о том, что в проростках, инфицированных штаммом На-3-95, наблюдается достоверное увеличение хлорофилла *a* на 5-е и 9-е сутки, а у зараженных штаммом КВ-82166 – только на 9-е сутки. На 12-е сутки инфекции

содержание хлорофилла *a* у больных проростков находится на уровне здоровых, так как достоверного отличия между ними не обнаружено.

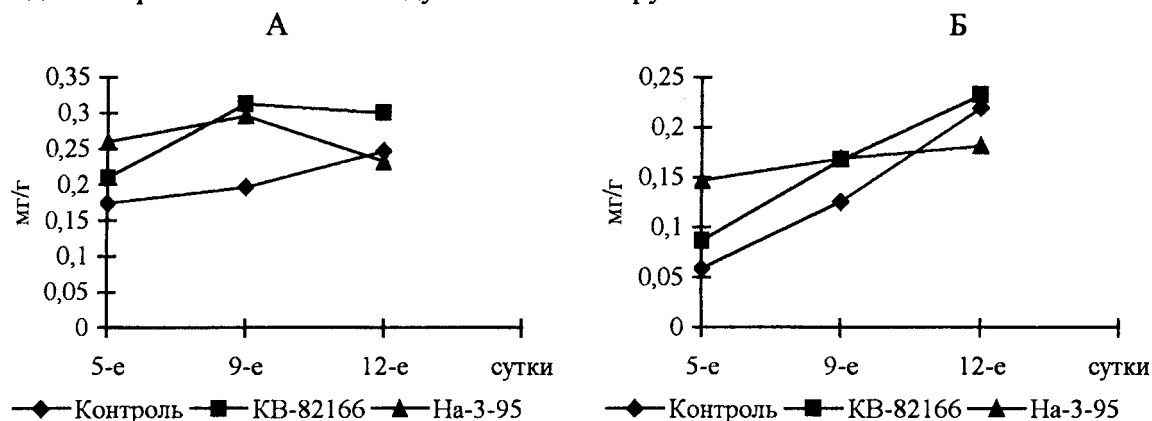


Рис. 1. Количество хлорофилла *a* (А) и *b* (Б) в здоровых и инфицированных проростках, полученных из темных семян *P.sylvestris* Донецкой области

Достоверное увеличение хлорофилла *b* наблюдается только в проростках, полученных из темных семян на 5-е сутки их инфицирования штаммом На-3-95 (0.147 ± 0.04 мг/г сырого веса) по сравнению с контролем (0.059 ± 0.01 мг/г сырого веса), (рис.1Б).

Сумма хлорофиллов в проростках из темных семян на 5-е сутки заражения штаммом На-3-95 и на 9-е сутки инфицирования штаммами На-3-95 и KB-82166 достоверно больше, чем в здоровых сосенках.

На раннем этапе заражения (5-е сутки) у здоровых проростков наблюдается достоверное превышение величины соотношения хлорофилла *a* к хлорофиллу *b*, что согласуется с литературными данными [4]. На последующих этапах заражения (9-е и 12-е сутки) это соотношение зеленых пигментов у здоровых и больных растений становится одинаковым, что, возможно, связано с уменьшением и выравниванием скорости биосинтеза хлорофилла *a* в здоровых и больных проростках.

У проростков, выросших из светлых семян, инфицированных штаммом KB-82166, на 5-е сутки наблюдается увеличение количества хлорофилла *a* (рис.2А). У здоровых проростков обнаружено увеличение хлорофилла *a* к 9-м суткам их роста, и этот уровень пигмента остается до окончания опыта. Содержание хлорофилла *a* у этих растений под влиянием инфекции штамма На-3-95 достоверно увеличивается на 9-й день заражения и сохраняется до конца опыта.

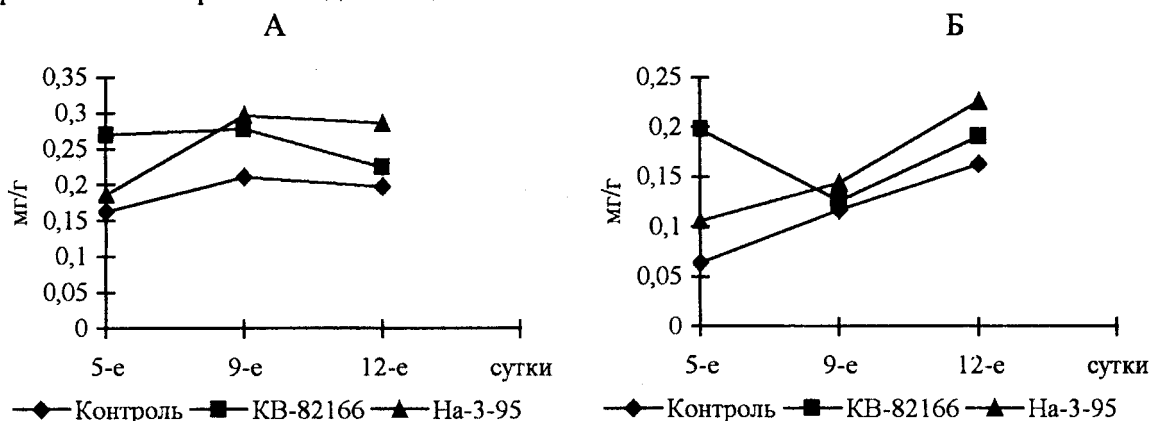


Рис. 2. Количество хлорофилла *a* (А) и *b* (Б) в здоровых и инфицированных проростках, полученных из светлых семян *P.sylvestris* Донецкой области

У заражених проростков из светлых семян на 5-е сутки развития инфекции достоверно увеличивается содержание хлорофилла *b* по сравнению со здоровыми (рис.2Б), а на 9-е и 12-е сутки количество пигмента остается на уровне контрольных проростков.

Сумма зеленых пигментов достоверно больше в проростках из светлых семян сосны, инфицированных штаммом KB-82166 на 5-е, а штаммом Ha-3-95 – на 9-е сутки.

Соотношение хлорофиллов *a/b* у здоровых проростков из светлых семян достоверно превышает его у больных сосенок на 5-е сутки их инфекции. Под влиянием инфекции на 9-е сутки наблюдается подъем соотношения этих пигментов до уровня здоровых растений, а к 12-ти суткам – его спад.

Содержание хлорофилла *a* в проростках, выращенных из темных и светлых семян сосны Днепропетровской области, на 5-е сутки находится на уровне контрольного варианта. На 9-е сутки достоверно увеличивается количество хлорофилла *a* в проростках из темных семян, зараженных штаммом Ha-3-95, а на 12-е сутки – штаммом ЦНИЛГ. Количество хлорофилла *a* на 9-е сутки увеличивается только у тех проростков из светлых семян, которые инфицировались штаммом KB-82166. Следует отметить, что на поздней стадии развития болезни (12-е сутки) у всех больных проростков из светлых семян резко увеличивается содержание хлорофилла *a*. Так, в здоровых сосенках его содержание составляет $0,188 \pm 0,008$; у проростков, зараженных штаммом KB-82166 – $0,305 \pm 0,007$; штаммом Ha-3-95 – $0,361 \pm 0,001$ и штаммом ЦНИЛГ – $0,420 \pm 0,014$ мг/г сырого веса.

Количество хлорофилла *b* на ранних этапах заражения (5-е сутки) у проростков из темных и светлых семян не отличается от контрольного варианта. У проростков из темных семян на 9-е сутки количество хлорофилла *b* повышается лишь в опыте со штаммом Ha-3-95. На 12-е сутки такое же действие оказывает штамм ЦНИЛГ. Таким образом, характер изменения содержания хлорофилла *b* на первых двух этапах развития болезни проростков (5-е и 9-е сутки) соответствует характеру изменения хлорофилла *a*.

У проростков из темных семян на 5-е сутки их заражения штаммами KB-82166, Ha-3-95 и ЦНИЛГ не обнаружено достоверных отличий по сумме хлорофиллов от контроля. На 9-е сутки сумма зеленых пигментов у проростков из темных семян, зараженных штаммом Ha-3-95, достоверно превышает таковую у здоровых растений, а на 12-е сутки такими проростками оказались те, которые инфицировались штаммом ЦНИЛГ.

У проростков, выращенных из светлых семян, на 5-е сутки получены аналогичные данные. На 9-е сутки сумма хлорофиллов возрастает только у проростков, инфицированных штаммом KB-82166. И на 12-е сутки сумма хлорофиллов у всех больных проростков достоверно превышает сумму хлорофиллов у здоровых.

По соотношению хлорофилла *a* к хлорофиллу *b* достоверных отличий между больными и здоровыми растениями не выявлено. Исключение составляют проростки из светлых семян, которые заражались штаммами Ha-3-95 и ЦНИЛГ. Увеличение соотношения обнаружилось на 12-е сутки после инфицирования.

На основании полученных данных можно сделать следующие выводы:

1. Штаммы корневой губки KB-82166, Ha-3-95 и ЦНИЛГ не отличаются между собой по степени вирулентности к проросткам сосны обыкновенной, так как все эти штаммы оказались высокопатогенными.

2. Различий по устойчивости проростков из темных и светлых семян *P.sylvestris* на примере двух лесничеств к исследуемым штаммам *H.annosum* не выявлено.

3. У больных проростков *P.sylvestris*, полученных из семян сосны Донецкой области на раннем этапе инфицирования обнаружено увеличение хлорофилла *a*. Соотно-

шение хлорофиллов *a* и *b* у больных проростков снижается по сравнению с контролем на 5-е сутки после заражения.

4. У проростков *P.sylvestris*, полученных из светлых семян сосны Днепропетровской области увеличение хлорофилла *a* и соотношение хлорофиллов *a/b* обнаружено на 12-е сутки развития болезни. Возможно, разные типы изменения отношения хлорофилла *a* к хлорофиллу *b* у больных проростков связаны с их физиолого-биохимической неоднородностью.

РЕЗЮМЕ

Вивчався ступінь патогенності деяких штамів *H.annosum* до паростків, які були отримані з темного та світлого насіння *P.sylvestris* і кількісний вміст хлорофілів. З'ясовано, що досліджувані штами *H.annosum* не відрізняються за ступенем вірулентності до паростків сосни звичайної, так як за цим показником вони виявились високовірулентними. У хворих паростків спостерігається збільшення вмісту хлорофілу *a*. Визначені різні типи співвідношення зелених пігментів у інфікованих рослин.

SUMMARY

The degree of pathogeneticity of some strains of *Heterobasidion annosum* has been observed in the *Pinus sylvestris* seedlings received from dark and light seeds. It was found that pathogeneticity of the studying strains of *H.annosum* doesn't differ from one another, because these strains proved to be highvirulent. In ill seedlings the increase of content of chlorophyll *a* was observed. The different types of green pigments correlation were discovered in the infectious plants.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Черепнин В.А. Изменчивость семян сосны обыкновенной. – Новосибирск: Наука, 1980. – 184 с.
2. Негруцкий С.Ф. Корневая губка. – М.: Агропромиздат, 1986. – 196 с.
3. Федоров Н.И. Корневые гнили хвойных пород. – М.: Лесная промышленность, 1984. – С.96-99.
4. Бойко М.І. Фізіолого-біохімічні особливості системи *Pinus sylvestris* L. – *Heterobasidion annosum* (Fr.) Bref. й перспективи практичного використання екзотаболітів деяких дереворуйнівних грибів: Автореф. дис. ... докт. біол. наук.: – Київ, 1996. – 51 с.
5. Гродзинский А.М., Гродзинский Д.М. Краткий справочник по физиологии растений. – Киев: Наукова думка, 1973. – С. 46.
6. Гавриленко В.Ф., Ладыгина М.Е., Хандобина Л.М. Большой практикум по физиологии растений / Под ред. Б.А. Рубина. – М.: Высшая школа, 1975.
7. Фильчаков Л.П., Негруцкий С.Ф. Методические указания к применению дисперсионного анализа для статистической обработки экспериментальных данных по физиологии растений. – Донецк: ДонГУ, 1992. – 71 с.
8. Негруцкий С.Ф., Фильчаков Л.П. Методические указания к математической обработке результатов экспериментов по физиологии растений. – Донецк: ДонГУ, 1984. – 12 с.

Надійшла до редакції 07.03.2000 р.

ЕКОЛОГІЯ І ТЕХНОГЕННА БЕЗПЕКА

УДК 628.162.53 + 628.349

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОДИФИЦИРОВАННОГО ФЛОКУЛЯНТА ДЛЯ ОЧИСТКИ СТОЧНЫХ ВОД И ОБЕЗВОЖИВАНИЯ ОСАДКОВ

А.П.Симоненко, А.Ю.Собко

Животноводческие и птицеводческие комплексы, канализационные системы жилищно-коммунального хозяйства и предприятий пищевой промышленности являются одними из самых крупных источников загрязнения почвы, близлежащих водоемов, атмосферного воздуха, а по мощности и масштабам вполне сопоставимы с крупными промышленными объектами – заводами, комбинатами и т. д. [1].

Так, например, одной из наиболее сложных экологических проблем крупных животноводческих комплексов является очистка навозных стоков. Обычно на таких объектах удаление навоза производят гидросмывом, т. к. в отличие от других известных способов он отличается простотой, пониженной трудоемкостью, эффективен в санитарном отношении. Однако, в процессе гидросмыва образуется большое количество высококонцентрированных, трудноокисляемых, биологически – активных стоков. На животноводческом комплексе при выращивании 108 тыс. свиней в год образуется до 1 млн. м³ навозных стоков, которые представляют значительную угрозу окружающей среде. Такие стоки имеют слабощелочную или нейтральную реакцию, являются сложными дисперсными системами, их прозрачность близка к нулю, содержание взвешенных веществ лежит в пределах (6-15) г/л, биологическое потребление кислорода (БПК₅) может достигать 24 г О₂/л.

В качестве примера в табл. 1 приведен фракционный состав (в вес. %) твердых включений свиного навоза, образующегося при кормлении свиней кормами заводского производства и приготовленными в хозяйстве [1].

Таблица 1. Фракционный состав твердых включений свиного навоза

№п/п	Размер частиц, мм	Содержание частиц в навозной массе (вес.%) при кормлении свиней кормами	
		Заводского производства	Приготовленными в хозяйстве
1	0,05 – 0,1	14,9	8,0
2	0,1 – 0,5	25,0	19,8
3	0,5 – 1,0	23,3	14,5
4	1,0 – 2,0	17,8	29,8
5	2,0 – 5,0	12,0	21,4
6	Больше 5,0	7,0	6,5

Из приведенных данных видно, что в навозе содержится очень большое количество частиц с размерами до 1,0 мм. Так при кормлении свиней кормами заводского производства их содержание в среднем равно 63%. В случае, когда животные питаются кормами, приготовленными непосредственно в хозяйстве, содержание частиц такой фракции меньше 42%. Следует также отметить, что в обоих случаях навозные стоки образуют седиментационно и агрегативно устойчивые дисперсии.

Обычно очистку сточных вод от взвешенных веществ проводят с применением специальных химических веществ (реагентов) – коагулянтов и флокулянтов, т.к. их

действие связано с изменением агрегативной устойчивости стоков и образованием из грубодисперсных и коллоидных загрязнений быстрооседающих хлопьев и флоккул.

В последние годы в процессах очистки воды от твердых примесей широкое применение получили флокулянты. При этом наиболее перспективными являются катионактивные флокулянты – водорастворимые полимеры с разветвленной структурой макромолекул. Многочисленными исследованиями установлено, что такие флокулянты наиболее эффективны при очистке сточных вод содержащих органические примеси, которые имеют отрицательный заряд [2,3].

Синтез катионактивных флокулянтов в промышленных масштабах связан с большими материальными затратами и для его реализации необходимо иметь соответствующую сырьевую базу. В связи с вышеизложенным, считается целесообразным получать флокулянты обладающие катионактивными свойствами из сравнительно дешевых и распространенных полимеров, например, полиакриламида.

Настоящая работа посвящена созданию основ технологии и необходимого для ее реализации комплекта оборудования для очистки сточных вод от органических загрязнений с применением модифицированного флокулянта на основе полиакриламида (МПАА), который сравнительно легко получить из наиболее распространенного в Украине и в ближнем зарубежье полимера – технического полиакриламида путем полимераналогичных превращений. При этом получаемый флокулянт проявляет ярко выраженные катионактивные свойства (за счет модификации амидных групп), имеет слаборазветвленную структуру макромолекул, характеризуется высокой молекулярной массой, величина которой лежит в интервале $(2 - 4) \cdot 10^6$, отличается сравнительно низкими оптимальной дозой и временем перемешивания со стоком. Однако, наряду с перечисленными выше преимуществами, получаемый МПАА имеет ряд недостатков. Так, например, получить МПАА можно только в виде $(2,0 - 2,2) \%$ -х (по активному веществу) водных растворов, водородный показатель которых равен $pH=(2,5 - 4)$. При этом срок хранения такого флокулянта не превышает 5 месяцев.

В связи с этим создаваемая технология предполагает приготовление МПАА непосредственно на месте применения. С целью исключения коррозии оборудования, емкости для его хранения, трубопроводы и смесители, по которым он подается, должны быть изготовлены из нержавеющей стали или их внутренняя поверхность должна быть защищена кислотоупорными покрытиями.

Основные физико-химические свойства МПАА приведены в табл. 2.

Таблица 2. Физико-химические свойства модифицированного полиакриламида

№	Наименование контролируемого параметра	Ед. изм	Величина определяемого параметра	Примечания
1.	Полимерсодержание	вес %	(2,0 – 2,2)	Водный раствор
2.	Характеристическая вязкость	дл/г	(3,5 – 5)	В 10%-ном р-ре NaCl
3.	Плотность (при 25°C)	г/см ³	(1,08 – 1,1)	
4.	Полнота растворения при перемешивании в воде: на 20 сек	%	(80 – 85)	
	на 100 сек	%	(90 – 95)	
5.	Водородный показатель	ед	(2,5 – 4)	Вызывает коррозию черных и цветных металлов

Продолжение таблицы 2

6.	Рекомендуемая рабочая концентрация	%	(0,01 – 0,02)	
7.	Время перемешивания со стоком	сек.	(20 – 40)	
8.	Интенсивность перемешивания	с ⁻¹	(200 – 350)	G – средний квадратичный градиент скорости
9.	Оптимальная доза	г/кг загрязнения	25 – 30	
10.	Срок хранения	мес	(4 – 5)	
11.	ПДК	мг/л	2	При отсутствии в растворе флокулянта свободных формальдегида и вторичных аминов.

Кроме физико-химических свойств МПАА важную роль в процессе очистки играют технические характеристики оборудования, используемого для обработки сточных вод. Главной из таких характеристик является интенсивность перемешивания флокулянта со стоком, которая характеризуется среднеквадратичным градиентом скорости G. Обычно величину G определяют по формуле

$$G = \sqrt{E/\eta Vt},$$

где E – работа, затрачиваемая на перемешивание; η – вязкость загрязненной воды; V – перемешиваемый объем стока; t – время полного перемешивания.

Многочисленными исследованиями, выполненными авторами, установлено, что величина среднеквадратичного градиента скорости при перемешивании МПАА со стоком должна лежать в пределах (200 – 350) с⁻¹. При этом для концентрированных растворов МПАА с повышенной молекулярной массой, а также для случаев, когда стоки имеют повышенную загрязненность, величина G должна быть больше.

Оценка эффективности МПАА, как флокулянта, проводилась в два этапа с использованием стоков свиноводческого комплекса совхоза-комбината «Углегорский». При этом, на первом этапе по методикам, подробно описанным в работах [4-6], в исходных стоках, в фильтрате после обработки флокулянтам и фильтрования через сетку №11 определяли содержание взвешенных веществ, а также прозрачность фильтрата в % к чистой воде. Кроме этого были определены такие важные характеристики как коэффициент задержания взвешенных частиц при прохождении через сетку и влажность образующегося осадка. Данные по флокулирующей способности МПАА приведен в табл. 3.

Таблица 3. Данные экспериментальных исследований по очистке навозных стоков модифицированным полиакриламидом

№ п/п	Основные характеристики		Экспериментальные данные
1.	Влажность осадка, %	В исходном стоке	98,5
		После обработки флокулянтам и фильтрования	75
2.	Взвешенные вещества, мг/л	В исходном стоке	13000
		В фильтрате после обработки флокулянтам и фильтрования	150
3.	Коэффициент задержания взвешенных частиц, %	В исходном стоке	13
		После обработки флокулянтам и фильтрования	98,5
4.	Прозрачность фильтрата, в % к чистой воде	В исходном стоке	0
		После обработки флокулянтам	35

Из приведенных в табл. 3 данных видно, что обработка стока флокулянтom существенно улучшает процесс очистки. Так, например, после обработки стока флокулянтom (при концентрации МПАА 30 г на 1 кг загрязняющих веществ) и фильтрования через сетку № 11 содержание взвешенных веществ уменьшается с 13000 мг/л до 150 мг/л. При этом коэффициент задержания взвешенных частиц увеличивается с 13 % до 98,5 %. Улучшается также такой показатель как влажность образующегося осадка, т.к. в исходном стоке она была равна 98,5 %, а после обработки флокулянтom уменьшилась до 75 %.

На втором этапе были проведены исследования по определению кинетики седиментации твердых частиц в стоках животноводческого комплекса до и после обработки флокулянтom, с дозой 30 г МПАА на 1 кг загрязняющих веществ. Результаты экспериментальных данных приведены на рис. 1.

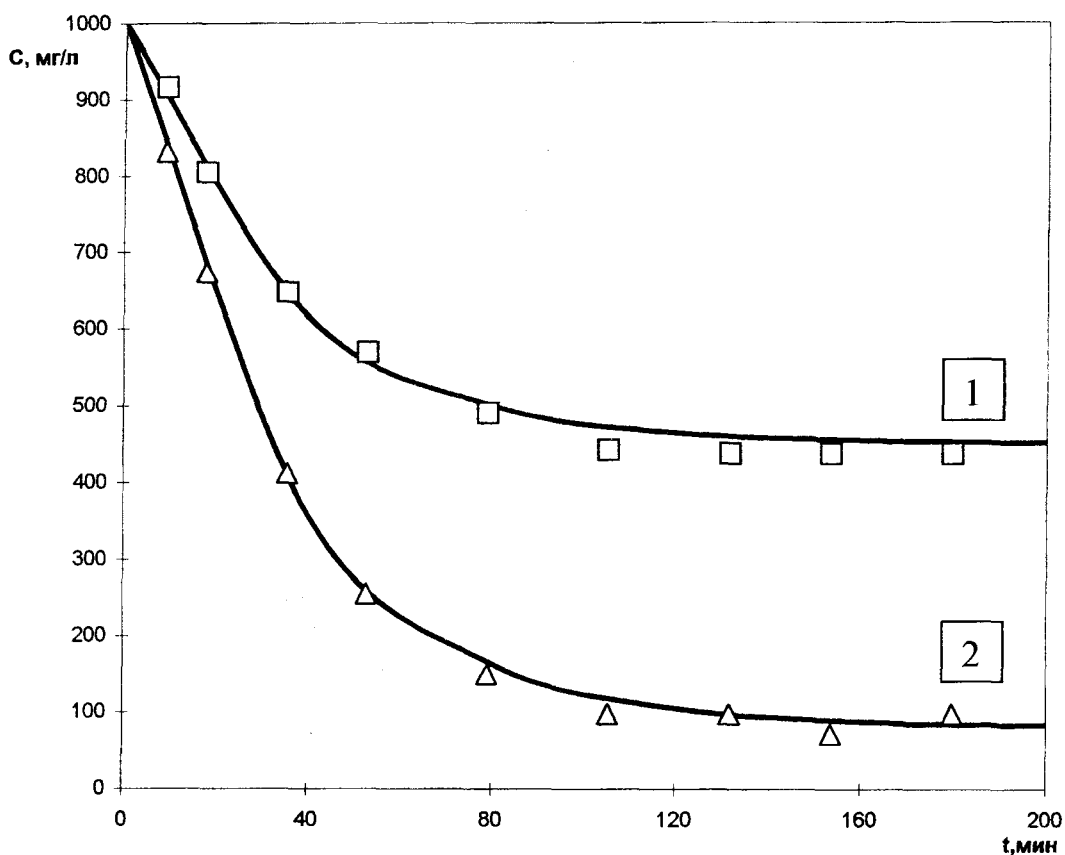
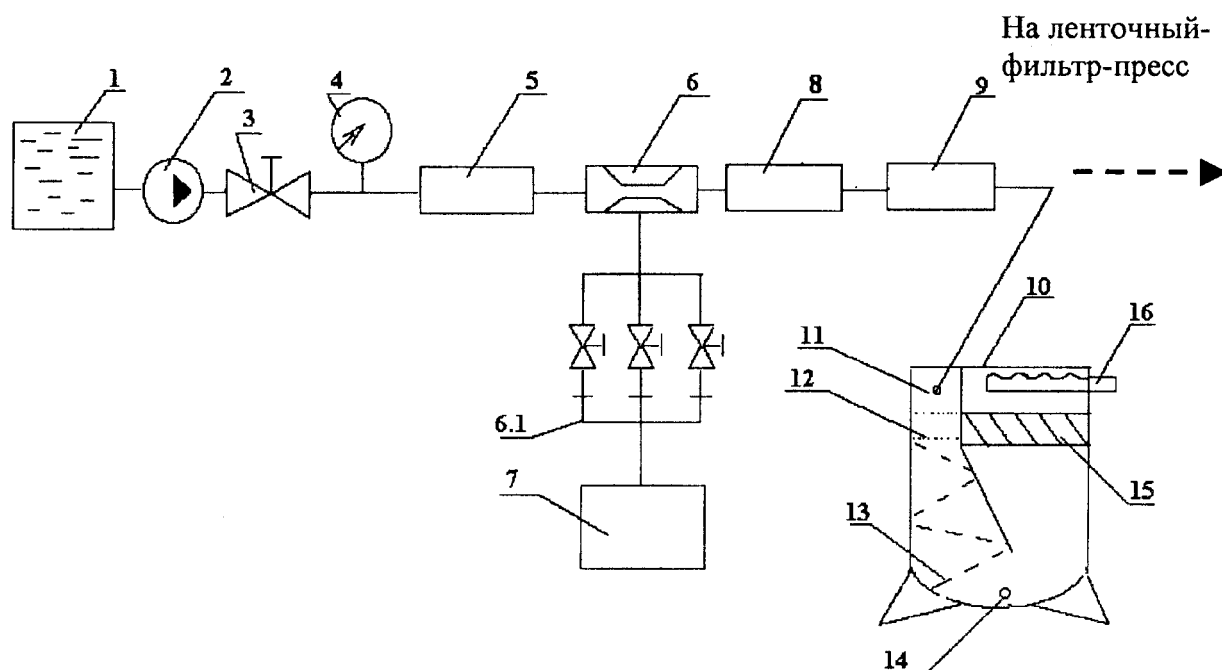


Рис. 1 Кинетика осаждения твердых частиц в стоке до (кривая 1) и после обработки флокулянтom (кривая 2) с дозой 30 г МПАА на 1 кг загрязняющих веществ.

Из приведенных на рис. 1 зависимостей видно, что при отстаивании в течении трех часов в исходном стоке содержание взвешенных частиц уменьшается с 1000 мг/л до 500 мг/л. В тоже время обработка стока флокулянтom, при том же времени выдержки, уменьшает концентрацию взвешенных частиц в очищаемом стоке до 80 мг/л. Это позволяет значительно улучшить работу существующих очистных сооружений, а также создать новые, более совершенные установки для очистки сточных вод.

С учетом результатов проведенных исследований была разработана, изготовлена и в промышленных условиях испытана мобильная установка для реагентной очистки сточных вод, принципиальная схема которой приведена на рис. 2. В состав установки

входят: емкость-накопитель загрязненной воды – 1; центробежный насос – 2; задвижка – 3; манометр – 4; расходомер – 5; устройство забора концентрированных растворов флокулянта или коагулянта (пеносмеситель ПС-1) – 6; (6.1. – трубки заборные с пробковыми кранами); емкость с концентрированным раствором флокулянта или коагулянта – 7; проточная кассета-контейнер с флокулянтном – 8; смеситель типа «шашлык» – 9; отстойник-осветлитель – 10; входной патрубок – 11; турбулизирующие сетки – 12; сетки-отбойники – 13; патрубок отвода осадка – 14; наклонный тонкослойный отстойник – 15; желоб и патрубок отвода очищенной воды – 16.



1. Емкость для воды.

2. Насос.

3. Задвижка.

4. Манометр.

5. Расходомер.

6. Пеносмеситель ПС1.

6.1. Трубки заборные с кранами.

7. Емкость с раствором флокулянта.

8. Кассета-контейнер с флокулянтном.

9. Смеситель типа «шашлык».

10. Отстойник-осветлитель.

11. Входной патрубок.

12. Турбулизирующие сетки.

13. Сетки-отбойники.

14. Патрубок отвода шлама.

15. Наклонный тонкослойный отстойник.

16. Желоб и патрубок отвода осветленной воды.

Примечание. При обработке стока концентрированным раствором МПАА из емкости 7 кассета – контейнер 8 не используется.

Рис. 2. Принципиальная схема установки для очистки сточных вод

Кассета – контейнер (8) применяется для случая использования в качестве флокулянта 8 %-го гелеобразного полиакриламида.

При этом следует отметить, что фрагмент установки, включающий составные элементы (2 – 9) может использоваться как вспомогательное оборудование для обработки стоков с последующей их очисткой и уплотнением осадка на ленточных фильтр – прессах типа ЛМН – 10, ЛМН – 15 и др.

Одним из основных узлов установки является узел подачи и дозирования концентрированного раствора флокулянта МПАА, в состав которого входят: пеносмеситель

ПС-1, три заборные трубки с пробковыми кранами и тарировочными шайбами, емкость для концентрированного (маточного) раствора флокулянта. Проверка работоспособности этого узла показала, что он обеспечивает ввод в очищаемую воду необходимого количества флокулянта (концентрированного водного раствора МПАА) [7].

При этом следует отметить, что расход маточного раствора может быть изменен за счет установки на всасывающем патрубке калибровочной шайбы другого диаметра или одновременного открытия 2-х или 3-х пробковых кранов.

Обработку загрязненной воды высокомолекулярным флокулянтom можно также проводить с использованием проточных кассет с твердым водорастворимым брикетом (при использовании ПЭО) или кассет-контейнеров с гелеобразным ПАА, если необходимости в применении модифицированного ПАА нет [8,9].

В качестве примера в табл. 4 приведены результаты по обработке воды флокулянтom, полученные с использованием одной кассеты, которая была оснащена контейнером с ПАА в виде 6,3 %-го геля. Расход воды через кассету составляет 6 м³/час, температура воды – 20 °С.

Из табл. 4 видно, что на протяжении 60 минут за счет размыва геля приготавливались (0,00019÷0,0026) %-е растворы полиакриламида. Такого количества ПАА вполне достаточно для очистки загрязненной воды и уплотнения образующегося в результате очистки стоков осадка. Узел обработки очищаемых сточных вод флокулянтom может представлять собой две или даже три последовательно или параллельно подсоединенных кассет-контейнеров. Это позволяет: либо повысить концентрацию флокулянта в очищаемой воде при неизменном расходе, либо увеличить объем очищаемой воды при постоянной концентрации флокулянта.

Таблица 4. Зависимость концентрации ПАА во времени в намываемом растворе

τ, мин	4	10	23	31	38	42	47	60
С _{ПАА} , ppm	2,4	2,4	2,2	2,6	2,0	2,2	1,9	1,9

Для эффективного смешивания реагентов с загрязненной водой можно использовать смесители самых различных конструкций. Однако, как показали исследования, достаточно эффективным, простым в изготовлении и использовании является смеситель типа «шашлык». Особенности течения очищаемых жидкостей через такой смеситель обеспечивает равномерное распределение флокулянта по всему объему при максимальном сохранении его молекулярной массы.

Камера, в которой происходит окончательное перемешивание, образование флокул и отделение образующегося осадка, представляет собой емкость, разделенную перегородками на три зоны и оснащенную турбулизирующими сетками (12), сетками отбойниками (13), патрубком отвода шлама (14), тонкослойным наклонным отстойником (15), желобом и патрубком отвода осветленной воды (16) (рис. 2).

Основные требования к конструкции такой камеры – малые скорости потоков (для исключения выноса загрязнений из зоны осветления) и большие времена нахождения обработанной загрязненной воды в камерах хлопьеобразования и отделения осадка. В табл. 5 приведены обобщающие данные для водоочистительной установки: скорости потоков (V, см/с) и времена нахождения (t, с) обработанных реагентами объемов загрязненной воды в различных рабочих зонах осветления. В таблице площадь поперечного сечения потока и длина соответствующей зоны обозначены буквами S и L соответственно. При этом рассматриваются два режима работы установки, когда расход очищаемой воды равен 0,15 л/с и 0,3 л/с.

Таблица 5. Технические характеристики рабочей камеры водоочистной установки

№ п/п	Рабочая зона	S, см ²	L, см	V, см/с / t, с	
				Q ₁ = 0,15 л/с	Q ₂ = 0,3 л/с
1.	Дополнительного перемешивания флокулянта	1500	20	0,1 / 200	0,2 / 100
2.	Образования хлопьев и флоккул	2000	60	0,08 / 750	0,16 / 375
3.	Отделения осадка	3750	60	0,045 / 1330	0,09 / 667

Из приведенных в табл. 5 данных видно, что скорости движения очищаемых жидкостей во всех трех зонах малы. Так, например, в зоне образования хлопьев и флоккул, при расходе воды через установку 0,15 л/с, скорость очищаемой жидкости равна 0,08 см/с. В таком режиме течения обработанная реагентом жидкость будет находиться около 750 секунд. В зоне отделения осадка эти показатели соответственно равны 0,045 см/с и 1330 секунд.

Опытно-промышленная эксплуатация мобильной установки показала высокую эффективность ее работы в процессе очистки сточных вод. Промышленная эксплуатация мобильных установок по очистке сточных вод позволит в значительной мере улучшить экологическую обстановку на предприятиях и уменьшить их отрицательные воздействия на природу в целом.

РЕЗЮМЕ

Наведено результати по очищенню стічних вод тваринницьких комплексів модифікованим флокулянтом. Визначено оптимальні умови обробки стоків полімером.

SUMMARY

The results of purification of waste waters of stock-raising complexes by modified flocculant are brought. The optimum flows processing conditions by polymer are definite.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Гигиена сельскохозяйственных животных. / Кузнецов А.Ф., Демчук М.В., Карелин А.М. и др. // М.: Агропромиздат. – 1991. – Т.1. – 399 с., Т.2. – 403 с.
2. Вейцер Ю.И., Минц Д.М. Высокомолекулярные флокулянты в процессах очистки природных вод. – М.: Стройиздат, 1984. – 200 с.
3. Баран А.А., Тесленко А.Я. Флокулянты в биотехнологии. – Ленинград: Химия, 1990. – 142 с.
4. Лурье Ю.Ю. Аналитическая химия промышленных сточных вод. – М.: Химия, 1984. – 448 с.
5. Справочник по свойствам и методам анализа и очистке воды. – Киев: Наукова думка, 1980. – 680 с.
6. Вейцер Ю.И., Колобова З.А., Аграноник Р.Я. и др. Применение катионного флокулянта ОКФ для подготовки осадков городских сточных вод к механическому обезвоживанию // Водоснабжение и санитарная техника, 1981, №9.
7. Оборудование для обработки сточных вод высокомолекулярным флокулянтom / Ступин А.Б., Симоненко А.П., Собко А.Ю. // В сб.: научн. труд. регионального научно-практического семинара «Оценка техногенного воздействия на природную среду. Новые технологии очистки промвыбросов, возвратных вод, переработки и утилизации отходов». – Кременчуг, 1996. – С.85-88.
8. Гидродинамически – активные композиции в энергосбережении и экологии / Ступин А.Б., Симоненко А.П., Асланов П.В. – Донецк: ДонГУ, 1999. – 230 с.
9. Очистка стоков животноводческих комплексов от взвешенных частиц / Ступин А.Б., Симоненко А.П., Собко А.Ю. // В сб. докладов региональной конференции «Экологические проблемы малых рек Донбасса и пути их решения». – Донецк, 1996. – С.31-32.

Надійшла до редакції 03.03.2000 р.

УДК 628.350

ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ОСВЕЩЕНИЮ ФЛОКУЛЯНТАМИ БИОЛОГИЧЕСКИ ОЧИЩЕННЫХ ВОД КОКСОХИМИЧЕСКОГО ПРОИЗВОДСТВА

А.Б.Ступин, М.В.Бескровная, В.И.Нездойминов

После отстаивания биологически очищенные сточные воды коксохимического производства в своем составе содержат 1000-1500 мг/л и более плохооседающего микробного ила, что сдерживает их использование в оборотных циклах теплообменной аппаратуры. Повышенные концентрации взвесей микробного ила в воде после вторичных отстойников обусловлены не только качеством и свойствами микроорганизмов, но и наличием в составе сточных вод ряда веществ, обладающих флотирующими свойствами. В результате увеличивается агрегативная устойчивость дисперсной системы и снижается эффективность отстаивания. Микробный фенолоксиляющий ил по дисперсности в водной среде может быть отнесен к коллоидным системам, для которых характерны броуновское движение, диффузия, способность сорбироваться и др [1].

Одним из способов потери агрегативной устойчивости и повышения эффективности осветления биологически очищенных стоков может считаться добавка в воду катионных высокомолекулярных флокулянтов. Исследования [2] показали, что бактериальные клетки и хлопья ила в результате специфической адсорбции ионов из жидкой фазы несут отрицательный заряд. Поэтому наиболее эффективными можно признать катионные флокулянты, весьма малые добавки которых за счет электростатического взаимодействия хорошо адсорбируются на отрицательно заряженных поверхностях [3].

Оптимальная доза флокулянта и эффективность осаждения устанавливается, как правило, на основании пробного флокулирования, которое зависит от концентрации взвешенных веществ, их заряда, температуры и т.д.

Данная работа ставила своей целью определение наиболее приемлемого типа флокулянта, его дозы при осветлении биологически очищенных производственных вод Ясиновского коксохимического завода и проведение опытно-промышленных исследований с оптимально подходящим флокулянтom.

Исследования по определению эффективности флокулянтов проводили на реальном стоке методом пробного флокулирования. Для этой цели в ряд цилиндров емкостью 1 л наливали сточную жидкость, добавляли флокулянт в виде 0,2% водного раствора, перемешивали и оставляли в покое в течении 1 ч. По истечении времени отстаивания визуально определяли полноту осаждения, характеристику хлопьев и т.д. Испытывали следующие флокулянты: полиакриламид (ПАА), «Метас», полиэтиленоксид (ПЭО), полиэтиленимин (ПЭИ), поливинилпиридин (ПВП), СН-009, «Праестол», ОКФ, СН-009 и др.. Температуру воды поддерживали в пределах 30°C.

Пробные испытания показали, что флокулянты ПАА, «Метас», относящиеся к неионно-генному типу, и «Праестол», относящийся к анионному типу флокулянтов, не образовывали хлопьев в дозах 0 – 100 мг/л. Поэтому дальнейшее их испытание было прекращено.

Остальные флокулянты, относящиеся к катионному типу, при смешивании с биохимически очищенным коксохимическим стоком образовывали хлопья с различной крупностью и седиментационными свойствами. Для этих флокулянтов определяли оптимальную дозу с применением методики [4]. При этом основное внимание уделяли эффективности осаждения взвеси; снижению содержания органических веществ, уменьшению цветности. С целью повышения флокулирующего действия флокулянт

вносился в исходную воду в две стадии равными порциями. При этом было отмечено, что после внесения первой порции реагента появляются мелкие флоккулы и лишь после внесения второй порции они резко увеличиваются. Образующиеся вторичные флоккулы превосходят по размерам первичные и оседают с большей скоростью.

Кинетика осаждения хлопьев определялась при помощи торсионных весов.

Обработка кривых осаждения показала, что при неизменной температуре воды (18°C) и оптимальной дозе флокулянта, флокуляция и осаждение хлопьев наблюдается в течение 30–40 минут. К негативным факторам следует отнести увеличение на 2,5–5% концентрации азота аммонийного в осветленной воде.

В таблице 1 представлена характеристика хлопьев, эффективность снижения содержания органических загрязнений и взвешенных веществ при использовании различных флокулянтов катионного типа.

Таблица 1. Результаты обработки биологически очищенных вод катионными флокулянтами

Вид флокулянта	Оптимальная доза, мг/л	Характеристика хлопьев	Эффект Осаждения, %	Снижение ХПК, %
ПЭО	20 – 30	Мелкие, плохооседающие хлопья; цветность несколько усиливающаяся.	70 – 75	15 – 20
ПЭИ	25 – 30	Крупные хлопья, быстро оседают. При отстаивании более 1,5ч всплывают наверх плотной маслянистой шапкой; цветность уменьшается значительно.	80 – 85	30 – 35
ОКФ	20 – 25	Крупные хлопья, хорошо оседают; цветность уменьшается незначительно	85 – 90	30 – 35
ВПК-402	20 – 25	Крупные быстрооседающие хлопья; цветность уменьшается.	85 – 90	20 – 30

Дальнейшие опытно-промышленные исследования процесса флокуляции проводили с флокулянтom ОКФ в связи с тем, что его производство можно осуществить непосредственно на месте использования, а сырье для его производства изготавливается в Донецком регионе.

Отработку режима флокуляции проводили на опытно-промышленной установке. Установка состояла из камеры смешения, отстойника, бака флокулянта, насоса-дозатора. Камера смешения была оборудована механической мешалкой и служила одновременно камерой хлопьеобразования. Расходный бак флокулянта, служащий одновременно и раствором, заправлялся вручную. Подача раствора флокулянта (в виде 0,5%) осуществлялась насосом-дозатором. Исследовали эффективность осветления сточной жидкости после I ступени биологической очистки, обработанной флокулянтom ОКФ. Контролировали следующие параметры: pH, t°, содержание взвешенных веществ, ХПК, NH₄, NO, мутность (по оптической плотности) до и после обработки жидкости флокулянтom. Время отстаивания на основании ранее полученных кинетик осаждения принимали равным 1; 1,5; 2 часа. Тип отстойника – вертикальный. Скорость вращения мешалки приняли равной 50 – 70 об/мин.

Установлено, что при выбранной скорости вращения мешалки, камера смешения – хлопьеобразования должна быть рассчитана на время пребывания не более 20 мин. При большем времени пребывания стоков осаждение хлопьев происходит непосредственно в камере смешения. Эффективность отстаивания взвешенных веществ для выбранных временных интервалов при обработке сточной жидкости флокулянтном ОКФ практически одинакова и для вертикального отстойника составляет 66-67%. При обычном отстаивании (без обработки флокулянтном) эффективность составляла 25% при времени отстаивания 2ч. Таким образом, флокулирование позволило увеличить в 2,5 раза эффективность отстаивания при сокращении времени осаждения. Эффективность снижения органических загрязнений по ХПК для выбранных временных интервалов составила 22-25% (при обработке флокулянтном). Кроме этого, мутность в осветленной воде уменьшилась на 35-36% (по оптической плотности).

Следует заметить, что увеличение содержания NH_4^+ в обработанной воде не превышало 5% при времени отстаивания 2ч., а при меньшем времени отстаивания составляло 2,5%. Большое влияние на эффективность отстаивания имеет содержание взвешенных веществ на входе в смеситель. Так при содержании взвеси менее 1 г/л эффективность отстаивания резко падала и составляла 60% при концентрации 0,9 г/л; 40% при концентрации 0,7 г/л.

Результаты работы опытно-промышленной установки приведены в таблице 2.

Таблица 2. Показатели работы опытно-промышленной установки

Показатель	Взвешенные вещества, г/л			ХПК, мг/л			Мутность			рН		NH_4^+ , мг/л	
	Вход	Выход	Э, %	Вход	Выход	Э, %	Вход	Выход	Э, %	Вход	Выход	Вход	Выход
1 ч	1,088	0,356	67	440	330	25	0,55	0,34	38	6,01	6,64	680	697
	0,909	0,786	13,5										
1,5 ч	1,065	0,346	67	425	319	25	0,54	0,34	37	5,97	6,64	638	654
	0,909	0,735	17										
2 ч	1,176	0,396	66	495	385	25	0,56	0,35	35	5,85	6,54	663	697
	0,884	0,665	25										

Кроме этого, в контактных условиях были проведены исследования по обработке сырой сточной жидкости (из усреднителя) сфлокулированным илом. Проведенный эксперимент показал, что сфлокулированный ил должен составлять не менее 20% от объема жидкости. При этом ХПК снижается на 12%, содержание взвешенных веществ – на 40%, мутность – на 10%.

В результате проведенной работы были сделаны следующие выводы:

1. Установлено, что для осветления биологически очищенных коксохимических стоков наиболее приемлемыми являются флокулянты катионного типа.
2. Оптимальная доза флокулянтов составляет 20-25 мг/л — для ОКФ; 15-20 мг/л — для ППС; 25-30 мг/л — для ПЭИ; 20-25 мг/л — для ВПК-402.
3. При использовании флокулянта ОКФ: эффективность отстаивания увеличивалась в 2,5 раза при сокращении времени отстаивания (для вертикального отстойника);
 - Содержание органических веществ уменьшалось на 22-25%;
 - Оптическая плотность осветленной жидкости (мутность) уменьшалась на 35-38%.
4. Для эффективной флокуляции содержание взвешенных веществ должно быть не менее 1 г/л.

Полученные данные могут служить исходным материалом для создания технологической схемы доочистки с применением катионных флокулянтов, что позволит улучшить

улучшить качество очищенной воды и возможность использования ее в оборотных циклах производственного водоснабжения.

РЕЗЮМЕ

Стаття присвячена визначенню типу флокулянта та його дози для освітлення стічних вод коксохімічного виробництва. Показано, що найбільш прийнятними є флокулянти катіонного типу, встановлено їх оптимальні дози. Отримані дані можуть бути використані для створення технологічної схеми доочистки стічних вод для подальшого їх використання в зворотних циклах промводопостачання.

SUMMARY

The paper is devoted to determination of type of flocculant and its dose for illumination of waste waters of coke-chemical production. It is shown, that the kation type of flocculants is the most acceptable the optimum doses of flocculants have been found out. The data was got and it used for creation of technological scheme final cleaning of waste waters for further use of them in reverse cycles of industrial watersupply.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Звягинцев Д.Г. Взаимодействие микроорганизмов с твердыми поверхностями. – М., Изд-во МГУ, 1973, 176 с.
2. Роговская Ц.И. Биохимический метод очистки производственных сточных вод. – М., Стройиздат, 1967, 140 с.
3. Вейцер Ю.И., Минц Д.М. Высокомолекулярные флокулянты в процессах очистки природных и сточных вод. – М., Стройиздат, 1984, 200 с.
4. Авдеев Н.Я. Расчет гранулометрических характеристик полидисперсных систем. Ростовское книжное изд-во, 1966, 123 с.

Надійшла до редакції 02.03.2000 р.

СИСТЕМИ ТА ПРОЦЕСИ КЕРУВАННЯ

УДК 618.1-006.6-037:519.711.3

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЛІФЕРАТИВНОЇ АКТИВНОСТІ ЕПІТЕЛІЇ ШИЙКИ МАТКИ ПРИ ПЕРЕДПУХЛИННИХ І ПУХЛИННИХ ПРОЦЕСАХ В ПЕРШОМУ ТРИМЕСТРІ ВАГІТНОСТІ

Е.В.Коханевич, В.В.Суменко, О.О.Берестовий, О.А.Ракиша-Слюсарева

Вступ

В світлі досягнень в діагностиці дисплазій епітелію шийки матки, деякі критерії прогнозу при дисплазіях у вагітних залишаються не вивченими. Одним з аспектів мультифакторіальної патогенетичної палітри дисплазій є визначення проліферативної активності патологічно зміненого епітелію шийки матки [1,2,3].

Нами була досліджена клітинна кінетика, а саме мітотичний індекс та індекс мітки, з вогнищ дисплазії шляхом культивування мікробіоптатів в дифузійних камерах, що певною мірою характеризує суттєву ланку патогенезу дисплазій, *Ca in situ* і, ймовірно, бластомних процесів [4]. Подібні дослідження проліферативної активності епітелію шийки матки досить складні і дорогі, тому метою даного дослідження було вирішення проблеми шляхом математичного моделювання.

Об'єкти і методи дослідження

Для вирішення поставлених задач нами проведено цитологічний скринінг у 3256 вагітних. У 309 вагітних в 1-му триместрі виявлено патологічні епітеліальні процеси шийки матки. Їм проведено комплексне обстеження, що включає цитологічний, бактеріоскопічний, кольпоцитологічний і морфологічний методи дослідження. Контрольну групу (N=97) склали відносно здорові вагітні. З числа обстежуваних вагітних за умови рандомізованого принципу було вибрано 91 мікробіоптат і проведено цитогенетичні дослідження. З контрольної групи – 24 жінки, з групи з запальними та фоновими процесами – 26; з групи з легкою дисплазією – 21; з групи з важкою дисплазією – 20 вагітних і 6 – *Ca in situ*. Основою застосування цього методу послужило дослідження Гудим-Левкович К.А. і співавт.[5]. Діагноз дисплазія встановлювався на основі кольпоскопічних, цитологічних та гістологічних методів дослідження [6]. З кольпоцитологічних методів нами використані індекси естрогенової насиченості організму, зокрема еозинофільний індекс (ЕІ), каріопікнотичний індекс (КІ) та числовий індекс еозинофільних поверхневих клітин при вагітності ЧІЕПКВ.

Відповідно до вибраної точності показників, визначалась їх кількісна репрезентативність. Статистичний аналіз здійснювали, насамперед, використовуючи варіаційні статистичні методи. Багатомірні спостереження, тобто декілька характеристик одного об'єкта, оброблялись багатомірними статистичними процедурами з використанням факторного, дискримінантного та кластерного аналізу. Для вирішення прогностичних завдань користувались послідовним статистичним аналізом Вальда [7]. При всіх методах достовірності отриманих результатів. Обробка даних здійснювалась Вивчені нами на обробки використовувалась критеріальна та ймовірнісна оцінка ПЕОМ

Результати та обговорення

В результаті кореляційного аналізу отриманих даних були визначені особливості зв'язків мітотичного індексу (МІ) і індексу мітки (ІМ) з віком вагітної, терміном вагітності, цитологічними та кольпоцитологічними даними.

Найвища кореляція цитогенетичних індексів була з даними цитологічного дослідження ($r = 0,84$ при $p < 0,001$). Отримані результати мають патогенетичне обґрунтуван-

ня [8]. Зв'язки дещо менші, але також значні ($r = 0,76 - 0,77$ при $p < 0,001$) мітотичних індексів з кількоцитологічними даними. Зв'язки середньої сили, хоча і на рівні нижньої межі, ($r = 0,28 - 0,30$ при $p < 0,001$) проліферативних індексів з віком, і слабкі достовірні зв'язки ($r = 0,17 - 0,22$ при $p < 0,05$) проліферативної активності з терміном вагітності. Всі зв'язки прямі (позитивні). При вивченні корелятивних зв'язків цитогенетичних індексів з естрогеновими індексами виявлено сильну вірогідну кореляцію. Відповідно до отриманих даних коефіцієнт кореляції мітотичного індексу з естрогеновими індексами склав 0,86 ($p < 0,001$). Індекс мітки корелює не суттєво, але дещо сильніше – $r = 0,90$ ($p < 0,001$). Напрямок зв'язку прямий, тобто при збільшенні естрогенових індексів і кількості естрогенів в організмі вагітних збільшуються мітотичні індекси, тобто проліферативна активність.

Таким чином, завдяки кореляційному аналізу було визначено функціональні зв'язки цитогенетичних індексів з параметрами, що вивчались у вагітних з патологією епітелію шийки матки. Підводячи проміжний підсумок, можна стверджувати, що найбільш значимі прямі корелятивні цитогенетичних індексів зв'язки були з естрогеновими індексами.

Отже існуючі достовірні кореляції і відмінності показників, що визначалися в кожній групі дають, підстави для розробки математичної моделі патології епітелію шийки матки. Арсенал для вибору математичного методу моделювання великий. Задача нами поставлена в вигляді логіт-моделі нелінійної оцінки, коли «є діагноз» – 1, а «немає діагнозу» – 0. Допущення для вибору такого вигляду регресії досить чіткі і обґрунтовані, що можна сказати і про результати.

В ході формування бази даних для моделювання дисплазії об'єктивні дані про контрольну групу і групу жінок з запальними та фоновими процесами було віднесено в модельну групу «дисплазія-0». Об'єктивні дані про дисплазію (Дисплазія 3-а, дисплазія 3-б і дисплазія 3-в, за даними цитологічного обстеження) віднесено в модельну групу «дисплазія – 1». На основі такого розподілу була побудована прогностична модель. Ефективність моделі для діагностики дисплазій наведена нижче (Таблиця 1).

Таблиця 1. Класифікація вагітних контрольної групи, з запальними та фоновими процесами і легкою дисплазією ЕШМ (Odds відношення: 14,25)

Група вагітних	Класифіковано до вагітних без дисплазії	Класифіковано до вагітних з дисплазією	Процент правильно класифікованих
Без дисплазії ЕШМ (N=293)	280	13	95,56%
З дисплазією ЕШМ (N=107)	68	45	39,82%

Модель логістичної регресії для діагностики дисплазії базується на методі оцінки максимальної вірогідності. Значимість цієї моделі досить висока ($\chi^2 = 121,96$; $p < 0,0001$). Наводимо рівняння 1:

$$\text{Група} = \frac{\exp(-6,07 + \text{Вік} \times 0,1 + \text{Термінвагітності} \times 0,02 + \text{Кількоцитотити} \times 0,16 + \text{КІ} \times 0,08)}{(1 + \exp(-6,07 + \text{Вік} \times 0,1 + \text{Термінвагітності} \times 0,02 + \text{Кількоцитотити} \times 0,16 + \text{КІ} \times 0,08))}$$

Шлях до вирішального правила базується на алгебраїчних перетвореннях рівняння. Побудована модель дозволяє досить ефективно діагностувати фонові процеси ЕШМ.

Щодо діагностики дисплазій, то відсоток коректної математичної діагностики не високий. Тут необхідно згадати, про значну кількість змішаних кількоцитологічних типів, які обумовлені запальними процесами ($p < 0,05$), що ймовірно відобразилось на ефективності класифікації. Таким чином, у випадках, коли ми отримуємо переконливий результат про відсутність дисплазії, тобто

результат прямує до «0», діагностичний пошук можна обмежити встановленням розладів мікробіоцинозу вагіни а в разі необхідності, їх корекцію. Ефективність моделі для диференційної діагностики дисплазій наведено нижче (таблиця 2)

Таблиця 2. Класифікація вагітних з легкою та важкою дисплазією ЕШМ
(Odds відношення: 8,66)

Група вагітних	Класифіковано до легкої дисплазії	Класифіковано до важкої дисплазії	Процент правильно класифікованих
3 легкою дисплазією ЕШМ (N=82)	82	0	100,0%
3 важкою дисплазією ЕШМ (N=25)	16	9	36,0%

Модель логістичної регресії для диференційної діагностики дисплазії також базується на методі оцінки максимальної вірогідності. Значимість цієї моделі досить висока ($\chi^2 = 22,06$; $p < 0,001$). Наводимо рівняння 2 :

$$\text{Група} = \frac{\exp(-3,77 + \text{Вік} \times 0,03 + \text{Термін вагітності} \times 0,33 - \text{Кольпоцитотип} \times 0,53 + \text{ЕІ} \times 0,68 - \text{КІ} \times 0,62)}{(1 + \exp(-3,77 + \text{Вік} \times 0,03 + \text{Термін вагітності} \times 0,33 - \text{Кольпоцитотип} \times 0,53 + \text{ЕІ} \times 0,68 - \text{КІ} \times 0,62))}$$

Вирішальне правило досить просте: якщо результат прямує до «0», ставиться діагноз легкої дисплазії, тим більше, що достовірність виявлення цієї патології за допомогою побудованої моделі досить висока. Якщо результат прямує до «1» – ставиться діагноз важкої дисплазії.

У випадках, коли ми не можемо розкласифікувати отримані дані до важкої дисплазії, переходимо до диференційної діагностики між важкою дисплазією і са in situ. Ефективність моделі для диференційної діагностики важкої дисплазії і Са in situ наведено нижче (таблиця 3).

Таблиця 3. Класифікація вагітних з важкою дисплазією та Са in situ ЕШМ
(Odds відношення: 7,3333)

Група вагітних	Класифіковано до важкої дисплазії	Класифіковано до Са in situ	Процент правильно класифікованих
3 важкою дисплазією (N=26)	22	3	88,00%
3 Са in situ (N=6)	3	3	50,00%

Диференційна діагностика між важкою дисплазією а са in situ здійснюється за допомогою достовірної математичної моделі ($\chi^2 = 12,50$; $p < 0,01$). Наводимо рівняння 3:

$$\text{Група} = \frac{\exp(-34,99 + \text{Вік} \times 0,28 - \text{Термін вагітності} \times 0,09 + \text{Кольпоцитотип} \times 3,90 + \text{КІ} \times 0,08)}{(1 + \exp(-34,99 + \text{Вік} \times 0,28 - \text{Термін вагітності} \times 0,09 + \text{Кольпоцитотип} \times 3,90 + \text{КІ} \times 0,08))}$$

Процес діагностики також базується на простих алгебраїчних перетвореннях.

Таким чином, нами побудована багатоступінчата логіт-модель для діагностики диспластичних процесів ЕШМ у вагітних. Стверджувальний достовірний результат на одному з рівнів моделі дозволяє припинити подальшу процедуру оцінки.

Принциповим на даному етапі моделювання є «тимчасове» ігнорування даними цитологічного обстеження. Мотиви, які спонукали прийняти таке припущення мають

об'єктивні причини. Отже, рішення про *Ca in situ* приймається якщо результат прямує до одиниці, якщо результат прямує до нуля, то ставиться діагноз важкої дисплазії ЕШМ. В разі наближення результатів до правдоподібності обох висновків вирішувати діагностичну проблему слід іншими методами.

Висновки: Таким чином математична модель, побудована методами логістичної регресії ефективна для диференційної діагностики запальних та інших фонових процесів, дисплазій епітелію шийки матки та преінвазивного раку і дозволяє коректно класифікувати вагітних з незмінним епітелієм шийки матки в 89,69%, з запальними та іншими фоновими процесами в 94,39%; з легкими дисплазіями в 100,0%.

РЕЗЮМЕ

В результаті скринінгу 3256 вагітних першого триместру виявлено 309 вагітних з патологією епітелію шийки матки. Мікробіоптати з патологічних вогнищ культивувались в дифузійних камерах і були досліджені цитогенетичними методами. Методами неелементарної статистики розроблені класифікаційні математичні моделі для диференціювання патології епітелію шийки матки у вагітних. Розроблені моделі проліферативної активності епітелію шийки матки та діагностична таблиця дифдіагностики преінвазивного раку епітелію шийки матки

SUMMARY

Proliferative activity Logistic regression examination of 3256 pregnant first trimester. 309 pregnant had cervical epithelium pathology. The material mycrobiospy from cervical pathology cultivated in diffusional chambers and were explored by cytogenetic methods. By Methods of unelementary statistics developed classification mathematical models for differentiation of cervix epithelium pathology in pregnant. Developed models of Proliferative activity cervical epithelium and difdiagnostics table of cervical epithelium preinvasiv cancer.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Вишневская Е.Е., Рак шейки матки. – Минск, 1987. – 236 с.
2. Коханевич Е.В., Тимошенко Л.В., Травянка Т.Д., Практическая гинекология. – К.: Здоров'я. –1988. – 320 с.
3. Исакова Л.М., Оптимизация цитологического анализа для раннего распознавания предраковых и раковых процессов шейки матки: Автореф. дис.... канд. мед. наук. – К., 1983. – 25 с.
4. Потапов, Л.С., Киселева Е.С., Сидорова О.В. и др. Параметры пролиферации клеток рака шейки матки до облучения // Медицинская радиология. – 1979. – №11. – С.45-51.
5. Деденков А.И., Пелевина И.И., Саенко Л.С. Прогнозирование реакции опухолей на лучевую и лекарственную терапию. – М.: Медицина, 1987. – 159 с.
6. Коханевич Е.В., Ганина К.П., Суменко В.В. Кольпоцервикоскопия (Атлас). – К.: Вища школа, 1997. – 49 с.
7. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных. – М.: Финансы и статистика, 1983. – С. 471.
8. Ганина К.П., Коханевич Е.В., Мельник А.Н. Диагностика предопухолевых и опухолевых процессов шейки матки. – К.: Наукова думка, 1984. – 272 с.

Надійшла до редакції 13.03.2000 р.

УДК 577.337+577.352 + 571.1

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА СОКРАЩЕНИЯ ПОПЕРЕЧНО-ПОЛОСАТОЙ МЫШЦЫ

С.В.Беспалова, Е.В.Еременко

Мышца является удобным объектом для изучения многих проблем, представляющих широкий биологический интерес – проблем действия энзимов, сборки макромолекулярных структур, трансдукции энергии из одной формы в другую а также структур и функций мембран.

Сокращение мышцы является следствием относительного взаимного перемещения полимеров – белковых толстых (миозиновых) и тонких (актиновых) нитей, составляющих мышечное волокно. Причем, тонкие нити, будучи жестко связаны с одним концом поперечной мембраны элементарного участка волокна (саркомера), вызывают при этом сокращение его длины, то есть укорочение мышцы [1,2]. Взаимодействие нитей осуществляется посредством «поперечных мостиков» – миозиновых головок в присутствии молекул аденозинтрифосфорной кислоты (АТФ). Предполагается, что миозиновая головка (мостик) присоединяется к актиновой нити под прямым углом, а затем переходит в наклонное положение. При этом развивается тянущая сила, которая вызывает продвижение тонкой филаменты относительно толстой на один «шаг» ≥ 10 нм (теория «поперечных мостиков») [3,4].

При дальнейшем скольжении нитей, вызванном другими мостиками, этот мостик будет тормозить движение. Поэтому для обеспечения значительного смещения нитей, которое во много раз превышает «шаг» одного мостика, мостик должен разомкнуться и вернуться в равновесное положение на миозиновой нити и может повторить цикл работы с другим актиновым центром. Таким образом, макроскопические перемещения нитей осуществляются в результате циклической работы мостиков, которые при этом расходуют энергию АТФ.

На основе формально-кинетического подхода В.И.Дещеревский показал возможность описания процесса мышечного сокращения на основании представления о миозиновых мостиках как элементарных генераторах силы, работа которых характеризуется кинетическими константами замыкания и размыкания [5].

Рассматривается механический цикл превращения мостика как цикл трех мономолекулярных процессов, в котором роль молекул γ , n и m играют свободные и замкнутые в «тянущем» и «тормозящем» состояниях мостики соответственно.

Кинетические уравнения имеют вид:

$$\frac{dn}{dt} = k_1 [\alpha(l) - n - m] - \frac{Vn}{\delta} \quad (1)$$

$$\frac{dm}{dt} = \frac{Vn}{\delta} - k_2 m \quad (2)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{[f(n - m) - P]}{2NT} \quad (3)$$

$$\frac{dl}{dt} = V \quad (4)$$

где $\alpha(l)$ – общее число мостиков; l – длина полусаркомера; V – скорость сокращения полусаркомера; k_1 , k_2 – константы скорости замыкания и размыкания мостиков, соот-

ветственно; N – число саркомеров; T – масса нагрузки; f – сила, развиваемая мостиком; P – внешняя сила; δ – длина зоны, в которой мостик развивает тянущую силу.

Система уравнений (1-4) решается аналитически в случае стационарного состояния, то есть когда

$$\frac{dn}{dt} = \frac{dm}{dt} = \frac{dV}{dt} = 0 \quad (5)$$

$$\alpha(l) = \alpha_0 = \text{const}, f(n-m) = P = \text{const}.$$

Находится зависимость стационарной скорости сокращения мышцы от нагрузки, которая совпадает с эмпирическим уравнением Хилла [6] (гиперболический закон убывания скорости сокращения при увеличении нагрузки):

$$V = \frac{b(P_0 - P)}{P + a}, \quad (6)$$

где $\alpha_0 = P_0$ – максимальная сила, развиваемая мышцей при $V=0$, a и b – константы

$$b = \frac{k_1}{k_1 + k_2} k_2 \delta = \frac{a}{P_0} V_{\max};$$

$$a = \frac{k_1}{k_1 + k_2} P_0;$$

$V_{\max} = k_2 \delta$ – максимальная скорость при $P=0$.

Рассмотрим нестационарные режимы сокращения. Нестационарным является изотоническое сокращение нерастянутой мышцы, так как при этом в процессе сокращения число мостиков растет по мере перекрытия нитей. От времени будут зависеть также скорость сокращения мышцы $V(t)$ и сила, развиваемая мышцей $F(t) = f(n-m)$. В результате численного решения соответствующей системы уравнений, имеющей слабую нелинейность, получена зависимость скорости сокращения мышцы от нагрузки, фазовый портрет изменения числа мостиков (рис. 1,2). При этом были использованы следующие параметры: $P_0 = 3 \cdot 10^6$ дин/см², $\alpha_0 = 10^{13}$, $a/P_0 = 0,25$. Далее оценка дает $f = 3 \cdot 10^{-7}$ дин, $1/\delta = 10^6$ см⁻¹, $k_1 = 50$ с⁻¹, $k_2 = 150$ с⁻¹.

Анализ показывает, что скорость перехода мостиков из тянущего состояния в тормозящее пропорциональна скорости сокращения мышцы: при малой скорости преобладают переходы из свободного состояния в тянущее, что вызывает рост тянущей силы, развиваемой мышцей, а, следовательно, и скорости сокращения (рис 1, кривые 1-9). Это приводит к переходу мостиков из тянущего состояния в тормозящее, что вызывает уменьшение силы и соответственно скорости сокращения, затем цикл повторяется (рис 2). Таким образом, приближение к стационарному режиму (рис. 2, кривая 10) происходит колебательным образом, что было показано в модели В.И.Дещеревского, а затем удалось наблюдать экспериментально.

При изотоническом сокращении растянутой мышцы общее число мостиков $\alpha(l)$ растет линейно от 0 до α_0 , при укорочении саркомера от 3.65 до 2.25 мкм и таким образом, принимается $\alpha(l) = \alpha_0 \beta l$, где $l \sim 0 - 0.7$ мкм, $\beta = 1.4 \cdot 10^4$ см⁻¹. Результаты численного решения полученной системы уравнений приведены на рис. 3. Временные зависимости скорости сокращения и силы, развиваемой мышцей, указывают на колебательный характер выхода на стационарный уровень. Причем, на начальном этапе возрастание силы и соответственно скорости сокращения меньше сравнительно с изотоническим режимом сокращения нерастянутой мышцы, так как предварительное растяжение уменьшает зону перекрытия нитей и, следовательно, количество активных мостиков.

Изометрическое сокращение происходит в мышце при фиксированной длине. При этом мышца развивает напряжение без укорочения. На рис. 4 приведена рассчитанная зависимость силы, развиваемой мышцей от времени. Расчет показывает, что выход на стационарный режим происходит при временах $\tau \geq 0.06$ с. При $t < \tau$ число активных тянущих мостиков превалирует над тормозящими, что ведет к росту тянущей силы. При $t \geq \tau$ число тянущих мостиков равно числу тормозящих, что соответствует установлению стационарного режима. При этом сила, развиваемая мышцей, равна максимальному статическому напряжению.

Приведенные некоторые результаты получены с помощью оригинальной программы для численного решения системы нелинейных дифференциальных уравнений. Изменяя условия и внешние параметры можно наблюдать изменения поведения системы, провести анализ и физическую интерпретацию полученных результатов. Программа позволяет исследовать также механические переходные процессы – реакцию мышцы на быстрое изменение длины и напряжения, возможность колебательного сокращения поперечно-полосатой мышцы. Программа написана под ОС Windows'95 и соответствует стандарту SY0328-300-R00-1089, содержит в виде контекстно-зависимой гипертекстовой справочной системы сводку современных экспериментальных данных о структуре мышцы и мышечных белков, описание термомеханических свойств мышцы, особенности механизма регуляции мышечного сокращения. Важной особенностью программы является возможность наблюдать динамику процесса мышечного сокращения на молекулярном уровне: относительное взаимное скольжение нитей актин-миозин в пределах саркомера в результате циклической работы миозиновых мостиков.

Таким образом, компьютерный эксперимент в рамках кинетической модели мышечного сокращения позволяет удовлетворить интерес исследователя по молекулярной структуре мышцы, свойствам и динамическим особенностям процесса, о возможном механизме механохимического преобразования энергии в мышце.

Программа может быть полезна в учебном процессе в качестве лабораторно-практической работы в общем курсе «Биофизика» и в специальных курсах, «Математические модели биологических процессов», «Биофизика мышечного сокращения».

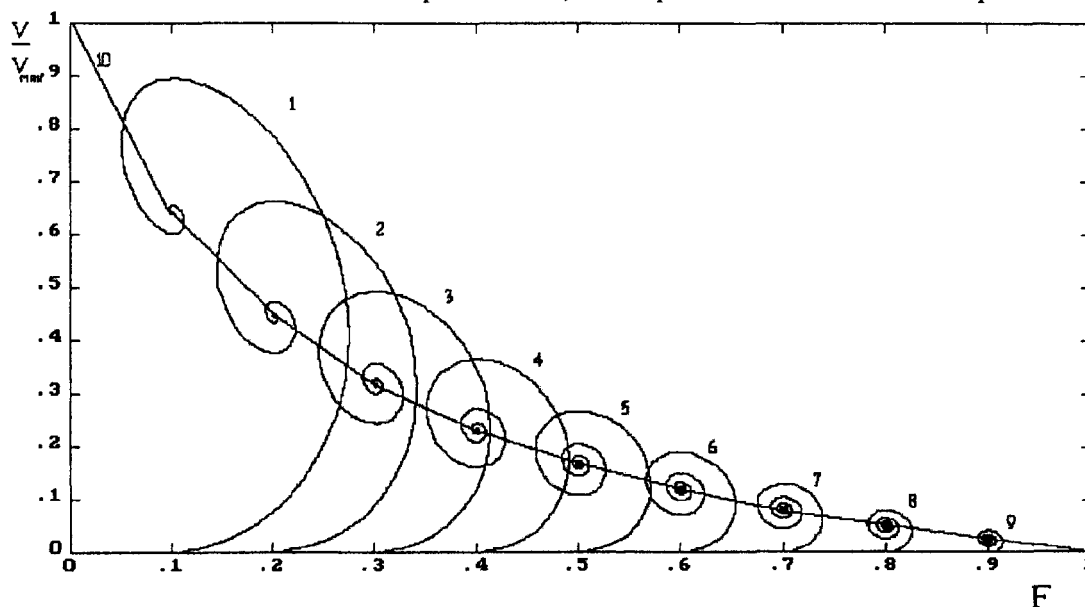


Рис. 1. Зависимость силы F , развиваемой мышцей от скорости укорочения $V/V_{\max}$ при различных нагрузках $P/P_0=0.1-0.9$ (кривые 1-9) в изотоническом режиме сокращения (кривая 10 – стационарный режим)

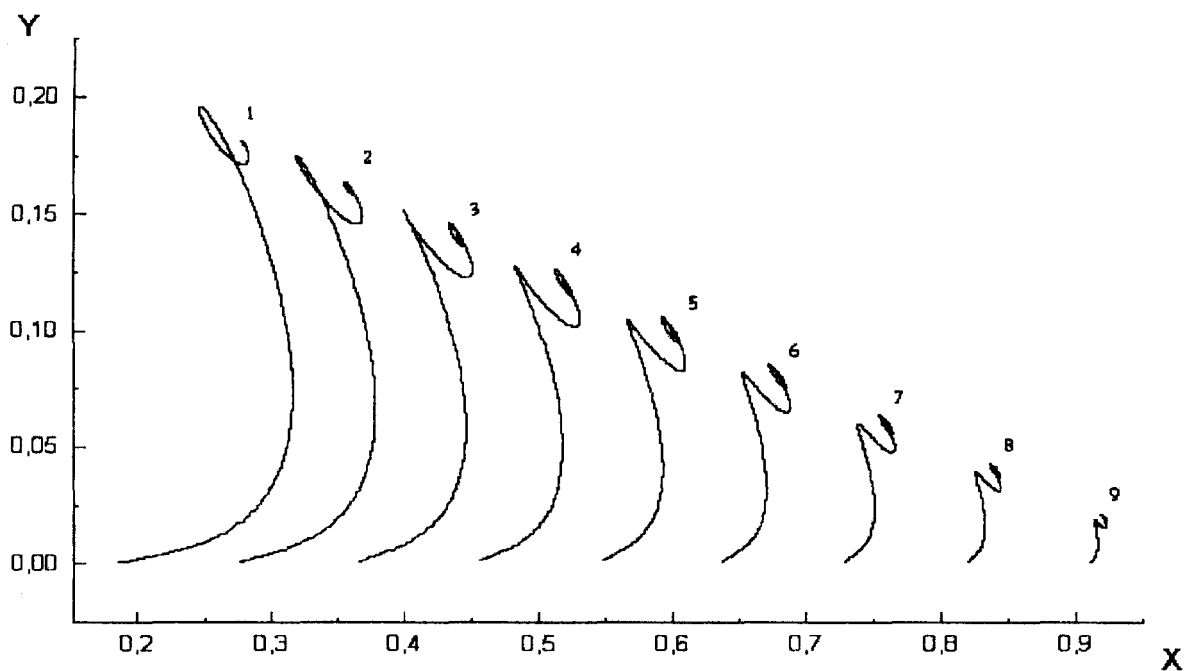


Рис. 2. Фазовый портрет системы «тянущие (X) – тормозящие (Y) мостики». Кривые 1-9 соответствуют нагрузке $P/P_0=0.1-0.9$

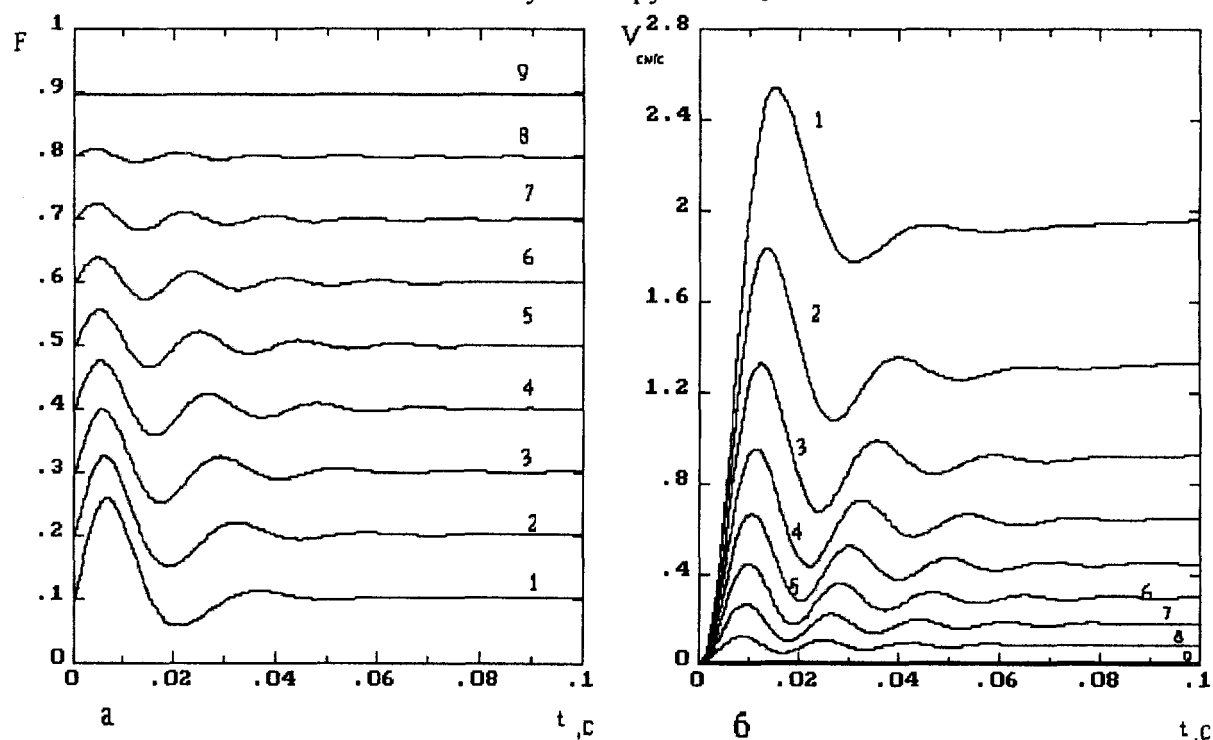


Рис. 3. Временные зависимости скорости укорочения $F(t)$ (а) и силы $V(t)$ (б), развиваемой мышцей при различных нагрузках $P/P_0=0.1-0.9$ в изотоническом режиме сокращения растянутой мышцы

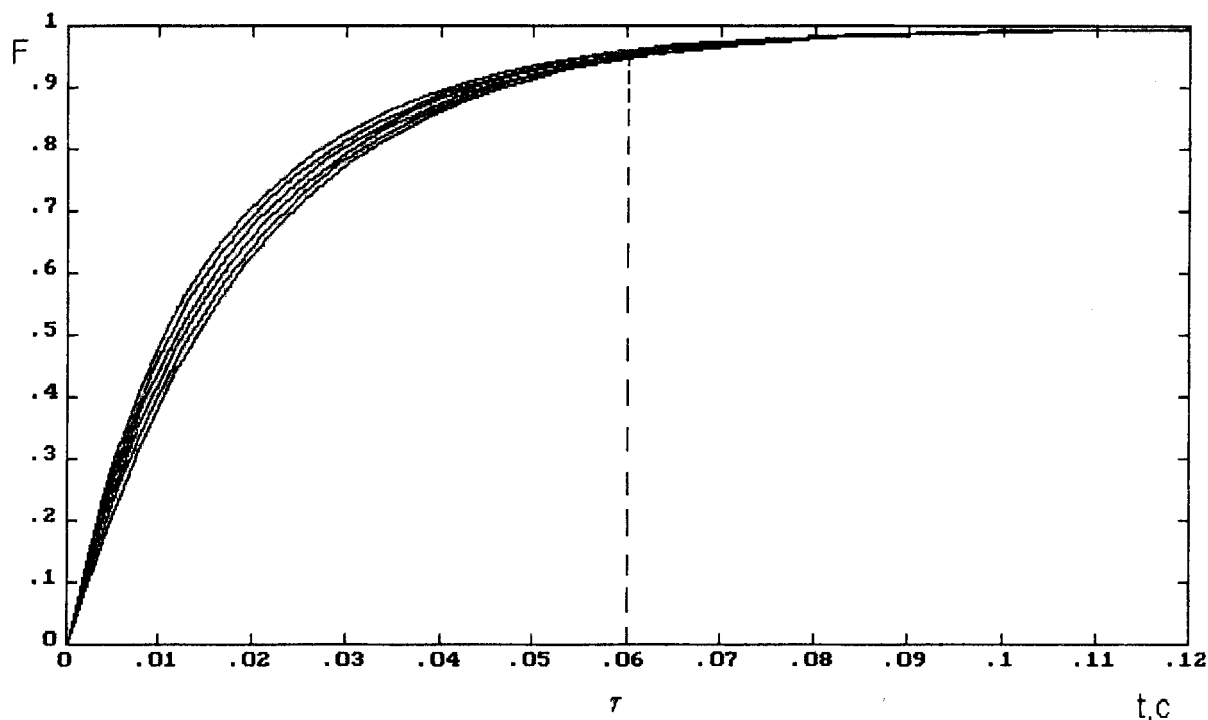


Рис. 4. Временные зависимости силы $F(t)$, развиваемой мышцей изометрическом режиме сокращения мышцы

РЕЗЮМЕ

Робота присвячена розробці комп'ютерної програми для моделювання процесу м'язового скорочення з метою дослідження різноманітних режимів скорочення, вивчення структури м'яза і м'язових белков, механізму процесу на молекулярному рівні.

SUMMARY

The work is devoted to development of the computer program for modeling process muscle reduction with the purpose of research of various modes of reduction, study of structure of a muscle and muscle fibers, mechanism of process at a molecular level.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Huxley H.E., Hanson J. Changes in cross striation of muscle during contraction and stretch their structural interpretation // *Nature*. – 1954. – 173, N4412. –P. 973-976.
2. Huxley A.F., Niedergerke R. Structural changes in muscle during contraction, interference microscopy of living muscle fibres // *Nature*. – 1954. – 173, N4412. –P. 971-973.
3. Huxley A.F., Simmons R.M. Proposed mechanism of force generation in striated muscle // *Nature*. – 1971. – 233, N5321. –P. 533-538.
4. Murray J.M., Weber A. The cooperative action of muscle proteins // *Scientific American* // – 1974. – 230. N2/ -P. 59-71.
5. Дещеревский В.И. Математические модели мышечного сокращения. – М.: Наука, 1977. –160 с.
6. Хилл А. Механика мышечного сокращения. – М.: Мир, 1972. – 183 с.

Надійшла до редакції 09.03.2000 р.

УДК 658.012.011.56

ЛИНГВИСТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ЗАДАЧЕ МОНИТОРИНГА ЗАГРЯЗНЕНИЯ АТМОСФЕРЫ

М.А.Епик, А.А.Каргин

Введение

За последние десятилетия серьезной международной проблемой стало загрязнение атмосферы, поскольку по сравнению с другими составляющими среды обитания (гидросферой и литосферой) она обладает большей пространственной мобильностью и загрязняется наиболее быстро.

Проблема загрязнения воздуха в промышленных районах Донбасса стоит очень остро. Среди предприятий различных отраслей промышленности наибольший удельный вес в загрязнении воздуха принадлежит черной (18.2%) и цветной (10.5%) металлургии. Разнообразные технологические процессы на этих предприятиях неизбежно сопровождаются сильным местным загрязнением. В районах расположения крупных металлургических предприятий их доля в загрязнении воздуха превышает 50%.

С целью защиты атмосферы от промышленных загрязнений разрабатывается система наблюдений и контроля за состоянием атмосферы – мониторинг загрязнения атмосферы. При ее разработке автоматизируют наблюдение, оценку состояния, прогноз возможных изменений и оценку состояния в будущем.

Различают следующие виды прогнозирования загрязнения воздуха: оперативное (от 1 до 4 часов); краткосрочное (от 12 часов до 1..2 суток); долгосрочное (от 3 суток до нескольких недель); перспективное (от месяца до нескольких лет) [1].

Для перспективного и достаточно грубого долгосрочного прогнозов используют методы, приемы и процедуры статистического анализа и прогнозирования временных рядов и базовых моделей «клубка», «факела», «ящика», конечно-разностного типа [2], основанные на аналитических и численных методах решения уравнения диффузии [3]. Построение аналитических схем вычислительных моделей для краткосрочного и оперативного прогноза загрязнения воздуха проблематично.

Проблема краткосрочного и оперативного прогнозирования загрязнения атмосферы может быть сведена к решению двух задач: построения в реальном времени модели экологической ситуации на основе наблюдений и непосредственно прогноз изменения ситуации на основании динамических свойств, выявленных в текущей ситуации.

В статье рассматривается первая задача – автоматизация построения в реальном времени лингвистической модели экологической ситуации.

Лингвистическая модель динамического процесса

Нечеткий динамический процесс описывается последовательностью, в которой элементами выступают множества возможных нечетких событий.

$$\zeta = (\dots \{ \omega(A_i, X) \mid \mu_{\xi_t}(\omega(A_i, X)), \omega(A_i, X) \in \Omega(X) \} \mid t=t_k, \dots, \\ \{ \omega(A_i, X) \mid \mu_{\xi_t}(\omega(A_i, X)), \omega(A_i, X) \in \Omega(X) \} \mid t=t_0), \quad (1)$$

где $\mu_{\xi_t}(\omega(A_i, X))$ – функция принадлежности события $\omega(A_i, X)$;

$A_i \in X$ – множество свойств, на которых определено событие;

X – множество свойств, на которых определен процесс;

ξ_t – состояние процесса на текущий момент времени.

Функция принадлежности $\mu_{\xi_t}(\omega(A_i, X))$ в (1) имеет двоякую интерпретацию. Во-первых, она характеризует размытость события во времени, а во-вторых, нечеткость в пространстве возможных событий.

С учетом сделанных замечаний, предлагается временную характеристику нечетких событий описывать не абсолютными значениями функций принадлежности типа (1), а на лингвистическом уровне.

Для этого вводится лингвистическая переменная – статус-события – со следующими значениями: *событие еще не наступило*(ω_0), *событие наступает*(ω_1), *событие происходит сейчас*(ω_2), *событие произошло немного раньше*(ω_3), *событие произошло давно*(ω_4) и так далее. Эта лингвистическая переменная определена на универсальном множестве возможных изменений функций принадлежности элементов, образующих событие.

Представление временной характеристики динамического процесса на лингвистическом уровне примет вид

$$\zeta = (\dots \{ \omega_j(A_i, X), \omega(A_i, X) \in \Omega(X) \}_{i=1, \text{Card}(\Omega(X))} \mid t=t_k, \dots, \{ \omega_1(A_i, X), \omega(A_i, X) \in \Omega(X) \}_{i=1, \text{Card}(\Omega(X))} \mid t=t_0), \quad (2)$$

Размытость событий во времени (2) нетрудно увидеть, если проанализировать лингвистические оценки одного события для различных временных срезов.

Вторая компонента нечеткости – размытость в пространстве возможных событий – характеризуется нечетким множеством, заданным на универсальном множестве $\Omega(X)$. Его функции принадлежности относятся к одному временному сечению. Будем записывать такое нечеткое множество в следующем виде:

$$\Omega(X) = \{ \omega(A_i, X) \mid \mu_{\Omega(X)}(\omega(A_i, X)), \omega(A_i, X) \in \Omega(X) \}. \quad (3)$$

С учетом обеих нечеткостей временной (2) и пространственной (3) динамический процесс (1) может быть представлен интегрированно:

$$\zeta = (\{ A_i \mid \langle \omega_j, \mu_{\Omega(X)} \rangle, A_i \in X \}_{i=1, N} \mid t=t_k, \dots, \{ \omega(A_i, X) \mid \langle \omega_1, \mu_{\Omega(X)} \rangle, \omega(A_i, X) \in \Omega(X) \}_{i=1, N} \mid t=t_0). \quad (4)$$

Уравнение движения процесса представляет операцию нечеткого динамического ситуационного марковского индуцирования нечеткого множества событий на основе нечеткого отображения Γ_{Ξ} /3/ и имеет вид

$$\zeta_{t+1} = \Gamma_{\Xi}(\zeta_t, C_t) \quad (5)$$

где $\zeta_t = (\{ \omega(x, X) \mid \langle \omega_j, \mu_{\Omega(X)} \rangle, \forall \omega(x, X) \in \Omega(X) \}_{i=1, N} \mid t=t_k, \dots, \{ \omega(A_i, X) \mid \langle \omega_1, \mu_{\Omega(X)} \rangle, \omega(A_i, X) \in \Omega(X) \}_{i=1, N} \mid t=t_0)$ – нечеткая модель текущего состояния динамического процесса, представления в виде (4);

C_t – нечеткое множество свойств представительного фрагмента текущей ситуации.

Нечеткое отображение в выражении (5) задается порциями знаний в виде нечетких правил продукции или индукции.

Уравнение движения (5) основано на модели состояния процесса, которая была рассмотрена ранее, и модели текущей ситуации. Последняя строится на множестве понятий и фактов, которые можно рассматривать как различного уровня обобщения, выполненные на неструктурированном описании ситуации $\tilde{C}$, полученном от контрольно-измерительной системы. Таким образом, модель ситуации может быть представлена в виде структурированного нечеткого множества

$$\tilde{C}(t+kT) = \{ \tilde{C}^0(t+kT), \tilde{C}^1(t+kT), \tilde{C}^2(t+kT), \dots, \tilde{C}^m(t+kT) \}, \quad (6)$$

где $\tilde{C}^1(t+kT), \tilde{C}^2(t+kT), \dots, \tilde{C}^m(t+kT)$ – модели ситуации первого, второго и т.д., m – го уровней обобщения.

Формирование $\tilde{C}^1(t+kT), \tilde{C}^2(t+kT), \dots, \tilde{C}^m(t+kT)$ осуществляется автоматически в реальном времени на основании $\tilde{C}^0(t+kT)$ по правилам индукции из базы знаний. Правила индукции или декларативные знания о структуре ситуации и правила продукции формируют новые знания на лингвистическом уровне путем их «применения» к $\tilde{C}^0(t+kT)$.

Декларативные знания, формирующие модель ситуации $\tilde{C}(t+kT)$ в виде (6),

описываются правилами индукции в виде:

$$\begin{aligned} \Pi(\tilde{C}_r^j) = & \{ [\{ \{ \tilde{C}_{\sim i}^1, \tilde{G}_{\sim MIN}^i \}_{i=1}^{n_1}, \{ \tilde{C}_{\sim i}^1, \tilde{G}_{\sim MAX}^i \}_{i=1}^{n_2}, \{ \tilde{C}_{\sim i}^1, \tilde{G}_{\sim MAX-MIN}^i \}_{i=1}^{n_3}, \{ \tilde{C}_{\sim i}^1, \tilde{G}_{\sim SUM}^i \}_{i=1}^{n_4}) \\ & (\{ \hat{\tilde{C}}_{\sim i}^1, \tilde{G}_{\sim MIN}^i \}_{i=1}^{n_1}, \{ \hat{\tilde{C}}_{\sim i}^1, \tilde{G}_{\sim MAX}^i \}_{i=1}^{n_2}, \{ \hat{\tilde{C}}_{\sim i}^1, \tilde{G}_{\sim MAX-MIN}^i \}_{i=1}^{n_3}, \{ \hat{\tilde{C}}_{\sim i}^1, \tilde{G}_{\sim SUM}^i \}_{i=1}^{n_4})] \\ & \dots \dots \dots \\ & [\{ \{ \tilde{C}_{\sim i}^j, \tilde{G}_{\sim MIN}^i \}_{i=1}^{p_1}, \{ \tilde{C}_{\sim i}^j, \tilde{G}_{\sim MAX}^i \}_{i=1}^{p_2}, \{ \tilde{C}_{\sim i}^j, \tilde{G}_{\sim MAX-MIN}^i \}_{i=1}^{p_3}, \{ \tilde{C}_{\sim i}^j, \tilde{G}_{\sim SUM}^i \}_{i=1}^{p_4}) \\ & (\{ \hat{\tilde{C}}_{\sim i}^j, \tilde{G}_{\sim MIN}^i \}_{i=1}^{p_1}, \{ \hat{\tilde{C}}_{\sim i}^j, \tilde{G}_{\sim MAX}^i \}_{i=1}^{p_2}, \{ \hat{\tilde{C}}_{\sim i}^j, \tilde{G}_{\sim MAX-MIN}^i \}_{i=1}^{p_3}, \{ \hat{\tilde{C}}_{\sim i}^j, \tilde{G}_{\sim SUM}^i \}_{i=1}^{p_4})] \end{aligned} \quad (7)$$

Правило (7) дает «определение» фрагмента ситуации $\tilde{C}_r^j \subset \tilde{C}^j$, т.е. описывает знания на лингвистическом уровне о том, как определить понятие или факт $\tilde{C}_r^j$ через исходную информацию $\tilde{C}^0(t+kT), \tilde{C}^1(t+kT)$ и т.д.

Продукционные знания в виде правил продукции представлены также, как и декларативные правила (7), нечеткими множествами

$$\Pi = \{ \hat{\tilde{C}}, \hat{\tilde{U}}, \hat{\tilde{G}}_{\sim SUM} \}, \quad (8)$$

где $\hat{\tilde{C}}$ – эталон фрагмента ситуации, при котором применимо правило;

$\hat{\tilde{U}}$ – нечеткий фрагмент ситуации, выводимый из правила;

$G_{\sim SUM}$ – отображение, заданное на пересечении $C \times U$.

Модель ситуации $\tilde{C}(t+kT)$ находится как операция нахождения индукции правил (7) ба-

зы декларативных знаний $\Pi_D = \{\Pi\{^j c_r\}\}_{r=1, j=1}^{r=R, j=m}$ по формулам //: безусловного

$$\begin{aligned} \text{MAX-индуцирования} \quad \mu_{\tilde{Y}}(y) &= \begin{cases} \text{MAX}_{x \in G^{-1}\{y\}} [\mu_{\tilde{X}}(x)] & \text{если } G^{-1} \neq \emptyset \\ 0, & \text{если } G^{-1} = \emptyset \end{cases}; \\ \text{MIN-индуцирования} \quad \mu_{\tilde{Y}}(y) &= \begin{cases} \text{MIN}_{x \in G^{-1}\{y\}} [\mu_{\tilde{X}}(x)] & \text{если } G^{-1} \neq \emptyset \\ 0, & \text{если } G^{-1} = \emptyset \end{cases}; \\ \text{MAX-MIN индуцирования} \quad \mu_{\tilde{Y}}(y) &= \text{MAX}_{x \in X} (\text{MIN}[\mu_{\tilde{G}}(y \| x), \mu_{\tilde{X}}(x)]); \\ \text{SUM-индуцирования} \quad \mu_{\tilde{Y}}(y) &= \frac{1}{N} \sum_{x \in X} \text{MIN}[\mu_{\tilde{G}}(y \| x), \mu_{\tilde{X}}(x)], \end{aligned} \quad (9)$$

где $N = \text{Card}X$;

и условного

$$\begin{aligned} \text{MAX-индуцирования} \quad \mu_{\tilde{Y}}(y) &= \begin{cases} \text{MAX}_{x \in G^{-1}\{y\}} [\rho_{\alpha}(x)], & \text{если } G^{-1} \neq \emptyset \\ 0, & \text{если } G^{-1} = \emptyset \end{cases}; \\ \text{MIN-индуцирования} \quad \mu_{\tilde{Y}}(y) &= \begin{cases} \text{MIN}_{x \in G^{-1}\{y\}} [\rho_{\alpha}(x)], & \text{если } G^{-1} \neq \emptyset \\ 0, & \text{если } G^{-1} = \emptyset \end{cases}; \\ \text{MAX-MIN индуцирования} \quad \mu_{\tilde{Y}}(y) &= \text{MAX}_{x \in X} (\text{MIN}[\mu_{\tilde{G}}(y \| x), \rho_{\alpha}(x)]); \\ \text{SUM-индуцирования} \quad \mu_{\tilde{Y}}(y) &= \frac{1}{N} \sum_{x \in X} \text{MIN}[\mu_{\tilde{G}}(y \| x), \rho_{\alpha}(x)], \end{aligned} \quad (10)$$

где $\rho_{\alpha}(x)$ – x компонента вектора $\bar{\rho}_{\alpha}(X, X_{\sim 1})$, характеризующего степень близости

двух нечетких множеств X и $X_{\sim 1}$; $\bar{\rho}_{\alpha}(X, X_{\sim 1}) = \left| X - X_{\sim 1} \right|_{\alpha}$ – дополнение обычного множества, ближайшего к нечеткому по α -уровню, которое найдено как абсолютная разность двух нечетких множеств X и $X_{\sim 1}$.

Таким образом, отображение $\Gamma_{\tilde{\Xi}}$ в (5) задается множеством правил типа (7) и (8), а состояние динамического процесса $\zeta_{\sim t+1}$ находится как операции индукции текущего состояния $\zeta_{\sim t}$ и $C_{\sim t}$ по правилам (9) и (10).

Загрязнение атмосферы как лингвистический динамический процесс Введенный формализм лингвистического описания динамического процесса рассматривается применительно к задаче мониторинга загрязнения атмосферы на металлургическом предприятии.

Пусть на территории предприятия имеется N источников загрязнения, каждый из которых описывается следующим набором параметров: тип источника, характер работы, скорость выделения примеси, свойства загрязняющего вещества, химическая активность загрязняющего вещества (ЗВ).

Каждый параметр имеет набор атрибутов:

тип источника – точечный, линейный, поверхностный;

характер работы – мгновенный, непрерывный;

скорость выделения примеси – м/с;

свойства загрязняющего вещества – описание свойств основных загрязняющих веществ (сернистый ангидрид, сероводород, двуокись азота, фенол, пыль, окись углерода);

химическая активность ЗВ – химические превращения основных ЗВ при различных условиях.

Санитарно-защитную зону предприятия разобьем на m непересекающихся участков. На каждом из них производится замер концентрации загрязняющих веществ на указанной высоте h . Формализуем загрязнение санитарно-защитной зоны в виде динамического процесса (4). Рассмотрим универсальное множество загрязнения j -го участка:

$$X_j = \{A_{j1}, A_{j2}, \dots, A_{j6}\},$$

где $A_{ji} = \{a_{ji1}, a_{ji2}, \dots, a_{jin}\}$ – терм-множество лингвистических значений концентрации загрязняющего вещества i -го типа на j -ом участке. Принимаем следующие типы загрязняющих веществ:

$i \in \{1 - (\text{сернистый ангидрид}), 2 - (\text{сероводород}), 3 - (\text{двуокись азота}), 4 - (\text{фенол}), 5 - (\text{пыль}), 6 - (\text{окись углерода})\}$.

Терм-множество лингвистических оценок концентраций принято, исходя из установившихся значений оценки концентрации:

a_{ji1} – очень мало; a_{ji2} – мало; a_{ji3} – средне; a_{ji4} – много; a_{ji5} – очень много.

Динамический процесс (4) формируется на основе динамических оценок $\omega - j$ и множества событий, определенных на:

$$\zeta = (\{A_{ji} | \langle \omega_j, \mu_{\Omega}(X_j) \rangle, A_{ji} \in X_j\}_{i=1,6; j=1,m})$$

Лингвистическая модель экологической ситуации

В уравнение движения (5), кроме состояния процесса ζ , определенного на

множестве состояний, модель представления которых была рассмотрена ранее, входят свойства текущей ситуации C . Последние, как фрагмент полной ситуации C . В зада-

че мониторинга загрязнения полная модель экологической ситуации C является одноуровневой в смысле (6) и состоит из следующих фрагментов:

$${}^0C = \{C^1, C^2, C^3\}, \quad (11)$$

$C^1 = \{C^1_{1j}, C^1_{2j}, C^1_{3j}, C^1_{4j}, C^1_{5j}\}$ – фрагмент, характеризующий граничные условия в j -ой точке, где C^1_{1j} – свойства поверхности (шероховатость, топография); C^1_{2j} –

высота инверсии; $\tilde{C}_{3j}^1$ – альbedo; $\tilde{C}_{4j}^1$ – температура поверхности; $\tilde{C}_{5j}^1$ – поверхностные потоки воздуха.

$\tilde{C}_{\sim}^2 = \{\tilde{C}_{1j}^2, \dots, \tilde{C}_{8j}^2\}$ – фрагмент, описывающий состояние среды в j -ой точке, где $\tilde{C}_{1j}^2$ – градиент температуры (горизонтальный, вертикальный); $\tilde{C}_{2j}^2$ – направление ветра; $\tilde{C}_{3j}^2$ – скорость ветра; $\tilde{C}_{4j}^2$ – облачность; $\tilde{C}_{5j}^2$ – радиация; $\tilde{C}_{6j}^2$ – осадки; $\tilde{C}_{7j}^2$ – скорость падения температуры; $\tilde{C}_{8j}^2$ – скорость падения давления.

$\tilde{C}_{\sim}^3 = \{\tilde{C}_1^3, \tilde{C}_2^3, \tilde{C}_3^3, \tilde{C}_4^3, \tilde{C}_5^3\}$ – фрагмент, описывающий параметры источника загрязнения, где $\tilde{C}_1^3$ – тип источника (точечный, линейный, поверхностный); $\tilde{C}_2^3$ – характер работы (мгновенный, непрерывный); $\tilde{C}_3^3$ – скорость выделения примеси; $\tilde{C}_4^3$ – свойства загрязняющего вещества; $\tilde{C}_5^3$ – химическая активность ЗВ.

Особенностью экологических моделей является использование неполной, неточной и нечеткой информации. Природа подобного рода нечеткостей связана с различными факторами.

Рассмотрим два конкретных примера – модели фрагментов $\tilde{C}_{3j}^1, \tilde{C}_{2j}^2$.

Альbedo Земли – отношение солнечной радиации, отражаемой Землей (с ее атмосферой) в мировое пространство, к солнечной радиации, поступившей на границу атмосферы. Различают интегральное (энергетическое) альbedo – для всего потока радиации и спектральное альbedo – для отдельных участков спектра радиации. Средняя величина альbedo Земли – 35-45 % (или 0.35-0.45) [7].

Другими словами, часть суммарной радиации, падающей на земную поверхность, поглощается, а другая отражается обратно к небу. Доля солнечного излучения, отраженная поверхностью, называется *альbedo* этой поверхности. Эта величина зависит от характера рельефа поверхности, от наличия там растительности. Альbedo поверхности воды, льда и снега зависит от угла Солнца над горизонтом. Доля солнечного излучения, отраженная земной поверхностью и атмосферой в целом, называется планетарным альbedo. Будем его описывать нечетким множеством типа

$$\tilde{C}_{3j}^1 = \{\text{ниже нормы} \mid \mu_1; \text{норма} \mid \mu_2; \text{выше нормы} \mid \mu_3\} \quad (12)$$

Пусть j -ый район состоит из n_j участков, различающихся характером рельефа и величиной площади S_i :

$$S = \sum_{i=1}^{n_j} S_i \quad (13)$$

Таблица 1. Средние значения альбедо земных поверхностей

<i>l</i>	Средние значения альбедо земных поверхностей	<i>Al</i> (%)
1	Мелкий песок	37
2	Сухой чернозем	14
3	Влажный чернозем	8
4	Сырое вспаханное поле	14
5	Плотный чистый сухой снег	86-95
6	Загрязненный снег	40-50
7	Морской лед	36 (30-40)
8	Ледяное поле, покрытое водой	26
9	Кустарниковая пустыня	20-29
10	Хлопковое поле	20-25
11	Озимая пшеница	16-23
12	Картофель	15-25
13	Дубовая роща	18
14	Лиственный лес	17
15	Сосновый бор	14
16	Сухая степь	20-30
17	Степь	12-13
18	Луг	15-25
19	Болото	10-14
20	Тундра	15-20

Данные, содержащиеся в таблице 1, и данные о выбранном районе (характер рельефа и величина площади) находятся в базе данных. При этом данные, характеризующие выбранный район, являются условно-постоянными, т.е. зависят от времени года.

Альбедо района является аддитивной величиной, т.е. значение величины альбедо всего района равно взвешенной сумме значений величин, соответствующих его участкам при любом разбиении данного района на участки.

$$A = \sum_i (Al_i \cdot (S_i / \sum_j S_j)). \quad (14)$$

Далее методом фадзификации находятся значения μ_1 , μ_2 , μ_3 в (12) и строится нечеткое множество C_3^1 .

Рассмотрим пример. Пусть время года – зима; район, в котором необходимо прогнозировать загрязнение воздуха в соответствии с (13) имеет характеристики:

$S = \{ \text{загрязненный снег} \mid 20 \text{ км}^2; \text{влажный чернозем} \mid 17 \text{ км}^2; \text{ледяное поле, покрытое водой} \mid 34 \text{ км}^2 \}$

Из (4) с учетом данных табл.1 находим альбедо района: $A = 28$.

На рис.1 приведено распределение функций принадлежности для лингвистических оценок значений альбедо. Методом фадзификации находим значения

μ_1, μ_2, μ_3 как показано на рисунке. Получаем нечеткое множество $\tilde{C}_3^1$:

$$\tilde{C}_3^1 = \{ \text{ниже нормы} \mid 0; \text{норма} \mid 0.8; \text{выше нормы} \mid 0 \}$$

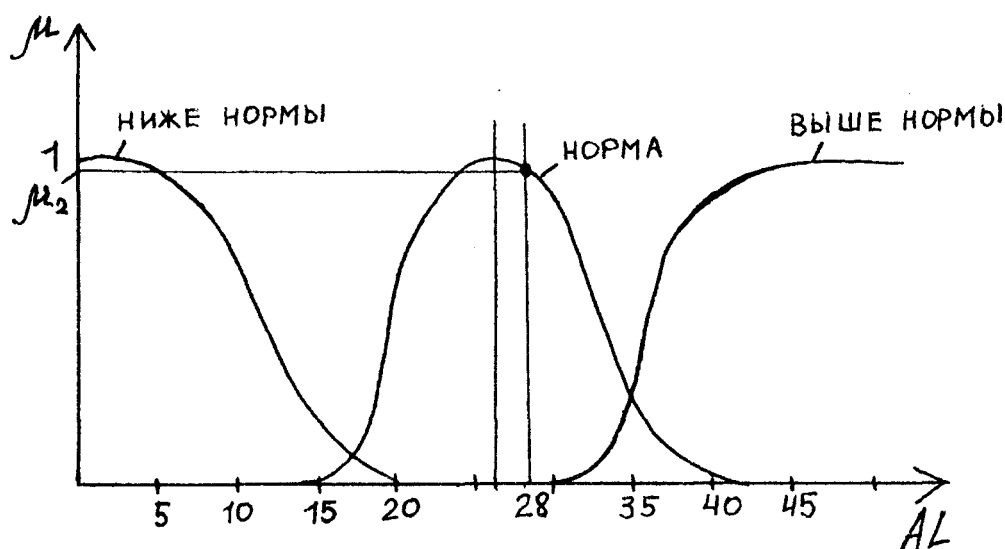


Рис. 1

Направление ветра связывается с той стороной света, откуда дует ветер: север, северо-восток, восток, юго-восток, юг, юго-запад, запад, северо-запад. Фрагмент $\tilde{C}_{2j}^2$

задаем на обычном множестве элементов:

$\tilde{C}_2^2 = \{ \text{северный; северо-восточный; восточный; юго-восточный; южный; юго-западный; западный; северо-западный} \}$

Обработка данных экспертов-метеорологов, оценивающих направление ветра по результатам измерения, дала зависимости функций принадлежности, вид которых приведен на рис. 2

Фрагмент ситуации $\tilde{C}_{2j}^2$, описывающий текущее направление ветра формируется

также методом фадзификации.

Например, рассматривается район, в котором необходимо спрогнозировать загрязнение воздуха; направление ветра – восточный.

Построить нечеткое множество – $\tilde{C}_2^2$.

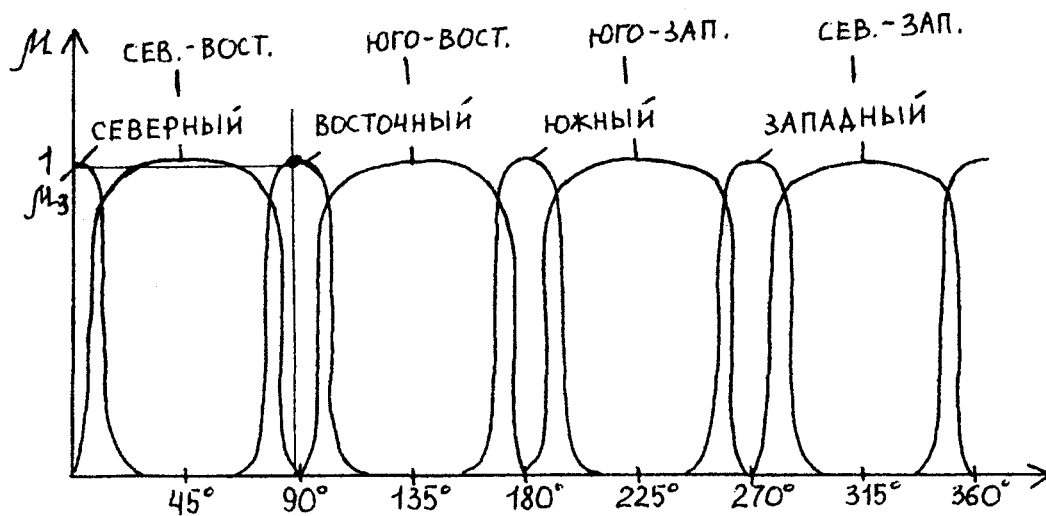


Рис. 2

Методом фадзификации находим значения $\{\mu_i\}_{i=1}^8$.

Получаем:

$$\tilde{C}_2^2 = \{\text{северный} | 0; \text{северо-восточный} | 0; \text{восточный} | 0.9; \text{юго-восточный} | 0; \text{южный} | 0; \text{юго-западный} | 0; \text{западный} | 0; \text{северо-западный} | 0\}$$

Рассмотрим $\tilde{C}^3 = \{\tilde{C}_1^3, \tilde{C}_2^3, \tilde{C}_3^3, \tilde{C}_4^3, \tilde{C}_5^3\}$ – фрагмент, описывающий параметры источника загрязнения:

$\tilde{C}_1^3$ – тип источника (точечный, линейный, поверхностный); $\tilde{C}_2^3$ – характер работы (мгновенный, непрерывный); $\tilde{C}_3^3$ – скорость выделения примеси; $\tilde{C}_4^3$ – свойства загрязняющего вещества; $\tilde{C}_5^3$ – химическая активность ЗВ.

Представим каждый из параметров источника загрязнения в виде некоторого множества.

$$\tilde{C}_1^3 = \{x_{1.1} | \mu_{1.1}, x_{1.2} | \mu_{1.2}, x_{1.3} | \mu_{1.3}\},$$

где $x_{1.1}$ – точечный источник, $x_{1.2}$ – линейный, $x_{1.3}$ – поверхностный;

$$\tilde{C}_2^3 = \{x_{2.1} | \mu_{2.1}, x_{2.2} | \mu_{2.2}\},$$

где $x_{2.1}$ – мгновенный характер работы, $x_{2.2}$ – непрерывный;

$$\tilde{C}_3^3 = \{\text{числовой параметр, который представлен в лингвистическом виде}\}$$

$$\tilde{C}_3^3 = \{\text{малая} | \mu_{3.1}, \text{средняя} | \mu_{3.2}, \text{высокая} | \mu_{3.3}\}$$

$$\tilde{C}_4^3 = \{x_{4.1} | \mu_{4.1}, x_{4.2} | \mu_{4.2}, x_{4.3} | \mu_{4.3}, x_{4.4} | \mu_{4.4}, x_{4.5} | \mu_{4.5}, x_{4.6} | \mu_{4.6}\},$$

где $x_{4.1}$ – свойства сернистого ангидрида, $x_{4.2}$ – свойства сероводорода, $x_{4.3}$ – свойства двуокиси азота, $x_{4.4}$ – свойства фенола, $x_{4.5}$ – свойства пыли, $x_{4.6}$ – свойства окиси углерода;

$$\tilde{C}_5^3 = \{x_{5.1}|\mu_{5.1}, x_{5.2}|\mu_{5.2}, x_{5.3}|\mu_{5.3}, x_{5.4}|\mu_{5.4}, x_{5.5}|\mu_{5.5}, x_{5.6}|\mu_{5.6}\},$$

где $x_{5.1}$ – химическая активность сернистого ангидрида (химические реакции с участием его), $x_{5.2}$ – химическая активность сероводорода, $x_{5.3}$ – двуокиси азота, $x_{5.4}$ – фенола, $x_{5.5}$ – пыли, $x_{5.6}$ – окиси углерода.

Как уже отмечалось, модель ситуации C в (5) является одноуровневой, поэтому база знаний системы содержит только правила фадзификации, описанные ранее на примерах и в ней нет правил построения сложных многоуровневых понятий типа (7).

РЕЗЮМЕ

Розглянута задача автоматизації будування у реальному часі лінгвістичної моделі екологічної ситуації. Надається опис лінгвістичних моделей динамічного процесу та рівняння руху. Моніторинг забруднення атмосфери надається як лінгвістичний динамічний процес. Надається опис лінгвістичної моделі екологічної ситуації.

SUMMARY

The problem of automation of construction in real time of linguistic model of an ecological situation is considered. Linguistic models of dynamic process and the equation of movement are described. Monitoring of pollution of an atmosphere is submitted as linguistic dynamic process. The linguistic model of an ecological situation is submitted.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Примаков А.В., Щербань А.Н., Сорока А.С. Автоматизированные системы защиты воздушного бассейна от загрязнения. – К.: Техніка, 1988. – 166 с.
2. Попов Н.С., Бодров В.И., Перов В.Л. основные направления в моделировании загрязнения воздушного бассейна за рубежом// Хим. пром. за рубежом. – М.: НИИТЭХИМ, 1982. – Вып.6. – С.10-34.
3. Берлянд М.Е. Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы. –Л.: Гидрометеиздат, 1975. – 448с.
4. Мелихов А.Н., Берштейн Л.Е., Коровин С.Д. Ситуационные советующие системы с нечеткой логикой. – М.: Наука, 1990.
5. Каргин А.А. Принципы построения систем ситуационного управления реального времени // Праці V Укр. Конф. з автомат. Управління «Автоматика-98»: К., 13-16 травня 1998. – 4.1 – К.: Вид-во НТУУ «Київський політехнічний інститут», 1998.
6. Каргин А.А., Петренко Т.Г. Интеллектуальные машины: от нечетких регуляторов до ситуационных систем управления // Весник Донецкого государственного университета. – Серия А, Донецк, ДонГУ, 1997. – №1.
7. Реймерс Н.Ф. Природопользование: Словарь-справочник. – М.: Мысль, 1990. – 637, [2] с.: ил., табл., карт., схем., граф.
8. Каргин А.А. Гомеостатические ситуационные системы: новый класс интеллектуальных машин.

Надійшла до редакції 02.03.2000 р.

УДК 517.97

ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ МЕТОДАМИ ВТОРОГО ПОРЯДКА

В.Г.Тимченко, В.К.Толстых

Системы с распределенными параметрами (СРП) – это, как правило, уравнения в частных производных и, возможно, нестационарные. Они описывают явления и объекты физики, экологии, биологии и многие другие. Оптимизация таких систем всегда является актуальной задачей. Сложность СРП порождает сложность, неоднозначность и многообразие методов оптимизации, применяемых к таким системам. Представляется целесообразным использовать прямые методы оптимизации, когда целевая функция (функционал) напрямую минимизируется различными численными методами направленного поиска оптимали.

Популярные методы первого порядка (градиентные методы, методы сопряженных градиентов) не гарантируют достижения решения за конечное число итераций в задачах оптимального управления СРП. Это связано с бесконечномерностью искомого аргумента-управления. В задачах СРП управление, как правило, является функцией времени и, возможно, пространства. Сложность реализации методов второго порядка заключается в необходимости вычисления второй производной неявно заданного целевого функционала. Отметим, что определение первой производной связано с громоздкими вычислениями вариаций от уравнений в частных производных, процедура вычисления второй производной в настоящее время даже не формализована. В данной работе рассматривается алгоритм определения первой и второй производной для минимизации целевого функционала методом Ньютона. Алгоритм применяется к задаче оптимального управления параболическим уравнением.

Сформулируем задачу в общем виде. Пусть $u(\tau) \in U(S) = L_2$ – управление, которое определяет состояние $v(\tau) \in V(\Sigma) = L_2$ некоторой СРП:

$$A(v, u, \tau) = 0 \in V(\Sigma, \partial \Sigma), \quad \tau \in \Sigma, \quad (1)$$

где A – дифференциальные уравнения СРП, определенные на пространственно-временной области Σ вместе с начально-краевыми условиями на $\partial \Sigma$.

Цель управления задается функционалом:

$$J(u) = \int_{S'} I(u, v) d\tau \rightarrow \min, \quad (2)$$

где $I(u, v)$ – заданная функция на $S' \subseteq \Sigma$. Для системы (1) необходимо найти оптимальное управление u_* на S , минимизирующее целевой функционал (2).

В бесконечномерном пространстве метод Ньютона [1,2] имеет следующий алгоритм:

$$u^{k+1}(\tau) = u^k(\tau) - [\nabla^2 J(u^k; \tau)]^{-1} \nabla J(u^k; \tau), \quad \tau \in S, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (3)$$

где $\nabla J(u^k; \tau)$ – градиент функционала (2), $\nabla^2 J(u^k; \tau)$ – вторая производная.

Для нахождения производной функционала (2) можно использовать различные модификации метода множителей Лагранжа. Опишем одну из них [3,4]:

1. Линеаризация задачи управления посредством варьирования (1) и (2) по управлению δu и состоянию δv :

$$\delta A = A'_v \delta v + A'_u \delta u = 0 \in V(\Sigma, \partial \Sigma),$$

$$\delta J = (I'_v, \delta v)_{V^*(S')} + (I'_u, \delta u)_{U^*(S')} \in R.$$

Круглые скобки с индексами $V^*(S')$ и $U^*(S')$ означают скалярное произведение в сопряженных пространствах V^* и U^* на множестве S' .

2. Отображение из V в R линейризованных уравнений СРП при помощи некоторого линейного функционала (множитель Лагранжа) $f(\tau) \in F = V^*(\Sigma)$:

$$(f, \delta A)_{V^*(\Sigma)} = (f, A'_v \delta v + A'_u \delta u)_{V^*(\Sigma)} = 0 \in R.$$

3. Преобразование отображений вариации уравнения СРП к вариации аргументов δv и δu (аналог тождества Лагранжа):

$$(f, \delta A)_{V^*(\Sigma)} = (A_v^* f, \delta v)_{V^*(\Sigma, \partial \Sigma)} + (A_u^* f, \delta u)_{U^*(S)} = 0 \in R,$$

где A_v^* , A_u^* – соответствующие сопряженные операторы.

4. Объединение элементов задачи оптимизации в одинаковых пространствах:

$$\delta J = (A_v^* f + I'_v|_{S'}, \delta v)_{V^*(\Sigma, \partial \Sigma)} + (A_u^* f + I'_u|_{S'}, \delta u)_{U^*(S)} \in R.$$

5. Выделение градиента целевого функционала. Коэффициенты при δv и δu представляют собой компоненты градиента ∇J :

$$\delta J = (\nabla_v J, \delta v)_{V^*(\Sigma, \partial \Sigma)} + (\nabla_u J, \delta u)_{U^*(S)}.$$

От компоненты $\nabla_v J$ можно избавиться, если задать f из условия

$$B \equiv A'_v f + I'_v|_{S'} = 0 \in V^*(\Sigma, \partial \Sigma). \quad (4)$$

Тогда градиент примет вид:

$$\nabla J = A'_u f + I'_u|_{S'} \in U^*(S'). \quad (5)$$

Значение ∇J определяется через решение f сопряженной задачи (4).

Вычисление второй производной целевого функционала J будем производить по аналогичной схеме, но с учетом дополнительной переменной $f(\tau)$:

1. Проварьируем градиент функционала (5) и уравнения (1), (4):

$$\delta \nabla J = ((\nabla J)_v', \delta v)_{(UV)^*(S)} + ((\nabla J)_u', \delta u)_{U^{**}(S)} + ((\nabla J)_f', \delta f)_{(UF)^*(S)} \in R, \quad (6)$$

$$\delta A = A'_v \delta v + A'_u \delta u = 0 \in V(\Sigma, \partial \Sigma), \quad (7)$$

$$\delta B = B'_v \delta v + B'_u \delta u + B'_f \delta f = 0 \in V^*(\Sigma, \partial \Sigma). \quad (8)$$

2. Отображение уравнений (7) и (8) при помощи новых линейных функционалов $\phi(\tau) \in V^*(\Sigma)$ и $\psi(\tau) \in V^{**}(\Sigma)$ в пространство R :

$$(\phi, \delta A)_{V^*(\Sigma)} = (\phi, A'_v \delta v + A'_u \delta u)_{V^*(\Sigma)} = 0 \in R,$$

$$(\psi, \delta B)_{V^{**}(\Sigma)} = (\psi, B'_v \delta v + B'_u \delta u + B'_f \delta f)_{V^{**}(\Sigma)} = 0 \in R.$$

3. Преобразование отображений вариаций уравнений к отображениям вариаций аргументов δv , δu и δf :

$$(\phi, \delta A)_{V^*(\Sigma)} = (A_v^* \phi, \delta v)_{V^*(\Sigma, \partial \Sigma)} + (A_u^* \phi, \delta u)_{U^*(S)} = 0 \in R,$$

$$(\psi, \delta A)_{V^{**}(\Sigma)} = (B_v^* \psi, \delta v)_{V^{**}(\Sigma, \partial \Sigma)} + (B_u^* \psi, \delta u)_{U^{**}(S)} + (B_f^* \psi, \delta f)_{F^*(\Sigma, \partial \Sigma)} = 0 \in R.$$

4. Объединение элементов в одинаковых пространствах:

$$\delta \nabla J = \left((\nabla J)'_u + A_u^* \varphi + B_u^* \psi, \delta u \right)_{U^{**}(S)} + \\ + \left((\nabla J)'_v|_S + A_v^* \varphi + B_v^* \psi, \delta v \right)_{V^{**}(\Sigma, \partial \Sigma)} + \left((\nabla J)'_f|_S + B_f^* \psi, \delta f \right)_{F^*(\Sigma, \partial \Sigma)} \in R.$$

5. Выделение второй производной целевого функционала. Зададим значения линейных функционалов φ и ψ так, чтобы коэффициенты при вариациях δv и δf обратились в ноль:

$$(\nabla J)'_v|_S + A_v^* \varphi + B_v^* \psi = 0 \in V^{**}(\Sigma, \partial \Sigma), \quad (9)$$

$$(\nabla J)'_f|_S + B_f^* \psi = 0 \in F^*(\Sigma, \partial \Sigma). \quad (10)$$

Тогда вторая производная примет вид:

$$\nabla^2 J = (\nabla J)'_u + A_u^* \varphi + B_u^* \psi \in U^{**}(S),$$

где φ и ψ – решения систем уравнений (9) и (10) соответственно.

В качестве тестового примера рассмотрим простейшую СРП параболического типа, которой формально поставим в соответствие некоторый химический реактор. Пусть реакция протекает с поглощением тепла $q(t)$. Химический процесс необходимо выдерживать при температуре $T_*(t)$, что должно обеспечиваться внешней подачей тепла $u(t)$. Процесс теплопередачи имеет вид:

$$\begin{cases} c\rho \frac{\partial T}{\partial t} - \aleph \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0, & t, x \in \Sigma = [t_a, t_b] \times [x_0, x_1] \\ \aleph \frac{\partial T}{\partial x} = q(t), & t, x \in S' = [t_a, t_b] \times x_0, \\ \aleph \frac{\partial T}{\partial x} = u(t), & t, x \in S = [t_a, t_b] \times x_1, \\ T(t_a, x) = T_*(x) & x \in [x_0, x_1], \end{cases} \quad (11)$$

где $c, \rho, \aleph$ – теплоемкость, плотность и теплопроводность соответственно.

Необходимо найти поток тепла $u_*(t)$ на S , при котором достигается минимум целевого функционала:

$$J(u) = \int_{t_a}^{t_b} [T(t, x_0) - T_*(t)]^2 dt. \quad (12)$$

Согласно (5), находим на S градиент целевого функционала $\nabla J = -f$, где f , согласно (4), удовлетворяет следующей сопряженной задаче:

$$\begin{cases} c\rho \frac{\partial f}{\partial t} + \aleph \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0, & t, x \in \Sigma, \\ \frac{\partial f}{\partial x} = 0, & t, x \in S, \\ \aleph \frac{\partial f}{\partial x} = 2(T - T_*), & t, x \in S', \\ f(t_b, x) = 0, & x \in [x_0, x_1] \end{cases} \quad (13)$$

Вторая производная примет вид $\nabla^2 J = -\varphi$, где φ решение задачи типа (9):

$$\begin{cases} c\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \aleph \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0, & t, x \in \Sigma, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0, & t, x \in S, \\ \aleph \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -2\psi, & t, x \in S', \\ \varphi(t_b, x) = 0 & x \in [x_0, x_1], \end{cases} \quad (14)$$

а ψ – решение задачи типа (10):

$$\begin{cases} c\rho \frac{\partial \psi}{\partial t} - \aleph \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 0 & t, x \in \Sigma, \\ \aleph \frac{\partial \psi}{\partial x} = 1, & t, x \in S, \\ \aleph \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, & t, x \in S', \\ \psi(t_a, x) = 0 & x \in [x_0, x_1]. \end{cases} \quad (15)$$

Таким образом, для того чтобы найти вторую производную неявно заданного целевого функционала (12), необходимо решить систему в частных производных (15), затем аналогичную систему (14). Кроме того, для определения первой производной необходимо решить систему (13). Все три системы имеют тот же тип, что и исходная СРП (11), которую так же необходимо решать на каждой итерации метода Ньютона (3). Для сложных СРП процедура нахождения (14), (15) может быть чрезвычайно сложной.

Необходимо обратить внимание, что системы (14) и (15) при данной постановке задачи не зависят от функции управления u , и поэтому в данном примере нет необходимости вычислять вторую производную на каждой итерации. Достаточно найти значение функции $\varphi(t, x)$ на первой итерации.

Параболические системы (11), (13), (14), (15) решались численно по неявной конечно-разностной схеме Кранка-Никольсона второго порядка точности с десятью шагами по пространству и со ста шагами по времени. Расчеты проводились при следующих данных: шаг по времени $\Delta t = 1,5$ с, шаг по пространству $\Delta x = 0,02$ м, теплоемкость $c = 500 \frac{\text{Дж}}{\text{кг K}}$,

плотность $\rho = 7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, теплопроводность $\aleph = 470 \frac{\text{Вт}}{\text{м K}}$, отток тепла на внутренней стенке реактора $q = 150 \frac{\text{кДж}}{\text{м}^2 \text{с}}$, начальная температура стенки реактора $T_* = 300 \text{ K}$.

Для организации тестовых расчетов на внешней стенке реактора задавалось оптимальное управление

$$u_*(t) = 120 + 100 \sin\left(\frac{2\pi}{t_b - t_a} t\right) \frac{\text{кДж}}{\text{м}^2 \text{с}}$$

и рассчитывалась температура T на внутренней границе стенки реактора. Полученное значение принималось за оптимальную температуру T_* и решалась обратная задача о нахождении управления $u(t)$ на $S = (t_a, t_b) \times x_1$, при котором достигается минимум соответствующего целевого функционала (12). Начальное приближение выбиралось равным $u^0(t) = 400 \frac{\text{кДж}}{\text{м}^2 \text{с}}$. Ре-

зультаты минимизации целевого функционала представлены на рис.1.

Метод Ньютона (пунктирная кривая) дает удовлетворительные результаты за 200 итераций. В сравнении с ним метод наискорейшего спуска (штрих-пунктирная кривая) практически не сходится к точному решению (сплошная кривая) за значительное число итераций. С ростом числа итераций его сходимость существенно ухудшается. Значение целевого функционала в методе Ньютона за сто итераций составило $J^{100} = 1,02 \times 10^{-6}$, а в методе наискорейшего спуска $J^{100} = 1,21 \times 10^{-5}$. За 200 итераций, соответственно, – $2,36 \times 10^{-7}$ и $5,0 \times 10^{-6}$, за 300 – $7,12 \times 10^{-8}$ и $3,0 \times 10^{-6}$. В данном примере метод Ньютона демонстрирует почти равномерное убывание целевого функционала J с ростом числа итераций, а метод наискорейшего спуска, мы видим, – существенно замедляющееся убывание J .

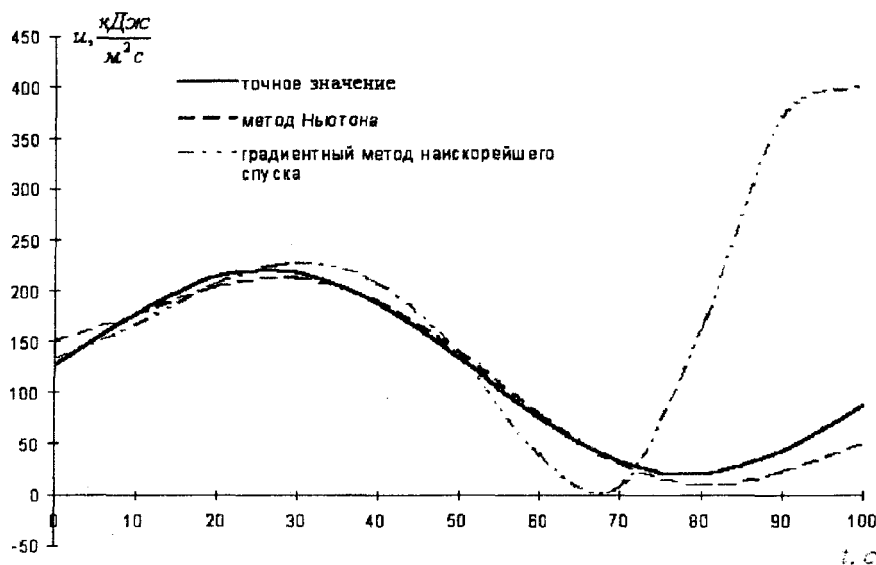


Рис.1. Управление $u(t)$ при минимизации целевого функционала (12) за 200 итераций.

РЕЗЮМЕ

Для рівнянь в приватних похідних розглядаються прямі ітераційні методи оптимізації, що використовують другі похідні від цільового функціонала в нескінченновимірних просторах. Викладається алгоритм обчислення другий і першої похідної Фреше. Описується приклад обчислення похідних, приводяться тестові розрахунки оптимізації для параболічного рівняння.

SUMMARY

For partial differential equations there are considered the direct iterate optimization methods, using second derivative from objective functional in an infinite-dimensional space. A calculation algorithm for second and first derivative Frechet is proposed. Examples for calculate the derivatives and test optimization for parabolic equation are described.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Васильев Ф.П. Методы решения экстремальных задач. – М.: Наука, 1981. – 400 с.
2. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. – М.: Наука, 1984. – 752 с.
3. Толстых В.К. Прямой экстремальный подход для оптимизации систем с распределенными параметрами. – Донецк: Юго-Восток.1997. – 178 с.
4. Огурцов А.П., Недопекин Ф.В., Толстых В.К., Володин Н.А. Прямая оптимизация теплофизических процессов. – Донецк: Юго-Восток.1997. – 150 с.

Надійшла до редакції 09.03.2000 р.

УДК 517

ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ФАЙЛОВЫХ СИСТЕМ

М.А.Хасин

1. Введение

На фоне динамичного развития Internet-технологий, появилась необходимость в системе, которая бы обеспечивала возможность хранения огромных объемов информации, и в то же время гарантировала стабильное время доступа к информационному ресурсу, а также включала в себя механизмы обеспечения безотказного доступа к информации.

Одна из наиболее бурно развивающихся технологий Internet - World Wide Web (WWW) обеспечивает пользователям грандиозные возможности интерактивного доступа и обмена информацией. Однако, большинство пользователей Internet сталкивается с рядом неудобств. Примером неудобств может служить неравномерная нагрузка на сайты - во время проведения олимпийских игр сайт, освещающий результаты соревнований, одновременно посещают несколько миллионов пользователей, что сильно сказывается на скорости получения данных каждым из пользователей, а во время некоторых соревнований, сервер недоступен из-за перегрузки. С другой стороны, существуют сайты, которые в течение всей своей жизни были просмотрены несколькими десятками человек. Еще одним неудобством служит неравномерное распределение информации в сети, часто информация по одной и той же теме физически располагается на серверах в разных уголках мира, что значительно замедляет процесс ее поиска.

В этой статье речь пойдет о принципах построения распределенных файловых систем, функционирующих в рамках сети Internet. Информация, хранящаяся в распределенной файловой системе (РФС), распределена между компьютерами, входящих в нее. Для доступа к РФС, достаточно установить соединение с произвольным (обычно ближайшим) сервером, входящим в систему. С точки зрения пользователя вся система функционирует как единое целое. Время от времени некоторые компьютеры могут отключаться от системы, а другие наоборот подключаться, но с точки зрения конкретного пользователя это незаметно, поскольку функциональность системы не меняется. Данные в рамках системы хранятся с некоторой степенью избыточности, что обеспечивает гарантированную возможность восстановления информации и нормальной работы при отключении некоторого подмножества компьютеров системы. Также РФС должна поддерживать разграничение полномочий доступа к ресурсам, что позволит предотвратить несанкционированные операции с информацией. Добавленные в систему данные мгновенно становятся доступными всем пользователям системы, в соответствии с их полномочиями.

2. Принципы построения распределенных систем.

Рассмотрим существующие реализации и проекты РФС:

- Network File System (NFS)
- Andrew File System (AFS)
- Oracle Internet File System (iFS)
- CODA Distributed File System
- Distributed Parallel Storage Server (DPSS)
- InterMezzo File System

Network File System (NFS)

Network File System (NFS) – Сетевая Файловая Система была разработана и реализована компанией Sun в 1985 году. Она получила широкое распространение в компьютерной индустрии, и в настоящий момент стала стандартом «de facto».

Основными задачами при проектировании данной распределенной файловой системы стали: переносимость и поддержка гетерогенных программно-аппаратных платформ. Хотя изначально NFS основывалась на Unix-подобных операционных системах, сейчас она перенесена на большинство современных ОС. Для облегчения процесса переноса (портирования) NFS, архитекторы этой распределенной файловой системы разделили спецификации *протокола NFS* и конкретной реализации сервера и клиента. Протокол NFS определяет *Remote Procedure Call* (RPC) интерфейс, который позволяет серверу экспортировать локальные файлы для удаленного доступа.

NFS протокол был разработан с таким расчетом, чтобы на его работу как можно меньше влияла информация о состояниях соединения. В рамках NFS, сервер не должен хранить информацию о состояниях соединений. Серверы такого типа имеют ряд преимуществ. При возникновении ошибки клиенту необходимо лишь повторять запросы до тех пор, пока сервер не ответит. Таким образом, клиенту не обязательно знать о возможной остановке сервера или временном сбое в работе сети. В системах, которые хранят информацию о состояниях соединений, клиенту необходимо отследить сбой сервера и обновить состояние сервера в момент возобновления взаимодействия.

Парадигма NFS заключается в том, что компьютеры в сети, могут одновременно быть и серверами и клиентами, - т.е. пользователи рабочих станций могут экспортировать некоторые свои локальные файлы, и в то же время получать доступ к файлам экспортированным другими пользователями сети.

Без потери общности рассмотрим некоторые особенности реализации NFS для операционной системы Solaris фирмы Sun:

Для увеличения скорости взаимодействия клиенты NFS кэшируют некоторые части файлов в локальной памяти. Аутентичность кэша поддерживается на основании сравнения времени создания кэшируемого фрагмента и времени создания соответствующего фрагмента на сервере. Проверка осуществляется в момент обращения к файлу, содержащему кэшированный фрагмент. Технология кэширования папок реализована аналогично технологии кэширования файлов.

Передача данных осуществляется большими блоками. При последовательном доступе на сервере используется технология «read ahead». Это позволяет увеличить скорость взаимодействия.

В ранних версиях защита от несанкционированного доступа была возложена на операционную систему (парадигма «гwx»). В последних реализациях встроена возможность дополнительной настройки системы аутентификации с учетом современных технологий криптографии. Однако, файлы, передаваемые по сети, не шифруются. Это делает NFS уязвимой для злоумышленников.

Andrew File System (AFS)

Andrew – это распределенная файловая система, разработанная в университете Carnegie Mellon (США). Она сочетает в себе богатый пользовательский интерфейс и довольно простую технологию разделения файлов. Основной задачей при проектировании AFS была возможность масштабирования.

Архитектура данной распределенной файловой системы основана на наличии ограниченного набора *серверов, заслуживающих доверия* (*trusted servers*), называемых «Vice».

AFS содержит однородное, серверо-независимое пространство имен. В настоящее время реализация AFS существует только для Unix-подобной операционной системы BSD.

Пространство файловых имен в файловой системе Andrew разделяется на локальное и глобальное. Глобальное пространство идентично для всех рабочих станций в рамках системы, а локальное уникально для каждой рабочей станции.

Оба пространства имен структурированы по образцу и подобию файловой системы Unix.

Файлы могут быть кэшированы на рабочих станциях. Кэшированием управляет сервер кэширования, который называется *Venus*. Аутентичность кэша реализуется с помощью механизма «call back». Когда какой-либо файл локально кэшируется, информация об этом направляется на удаленный сервер, который в свою очередь, информирует *Venus*, запущенный локально об изменениях удаленного файла.

Система защиты информации основана на предположении, что к серверам *Vice* имеют доступ только администраторы, заслуживающие доверия, и на этих серверах установлены аутентичные копии программного обеспечения.

Система прав доступа в AFS аналогична той, которая принята в Unix-подобных операционных системах (пользователи, группы пользователей). Доступ к информации осуществляется на основании *access list* – *список прав доступа*. Каждый пользователь системы имеет свой *access list*. В нем содержатся права данного пользователя на доступ к информации. В отличие от файловой системы Unix, в *access list* могут содержаться так называемые отрицательные права, т.е. запрет на какие либо действия.

Оригинальная система аутентификации пользователей в настоящий момент заменена на систему Kerberos.

Oracle Internet File System (iFS)

Oracle Internet File System – это расширение СУБД Oracle8i. С точки зрения конечного пользователя, интерфейс iFS аналогичен интерфейсу любой другой файловой системы.

Однако, в отличие от традиционной файловой системы, iFS хранит все файлы внутри СУБД. Это позволяет администратору управлять всеми видами данных через единый интерфейс администрирования.

Oracle iFS обладает следующими особенностями:

1. **Универсальный доступ.** Система может предоставлять доступ к одним и тем же данным через различные сетевые протоколы. В настоящий момент поддерживаются следующие протоколы:

- SMB
- HTTP
- FTP
- IMAP4
- SMTP

2. **Интегрированное хранение.** Все файлы хранятся в рамках СУБД Oracle8i. Таким образом, отпадает необходимость в реализации более одного сценария доступа к различным ресурсам. Концепция интегрированного хранения данных значительно упрощает задачи администрирования, поскольку управление потоками данных в iFS консолидировано.

3. **Управление данными (Content Management).** Система обладает дополнительными средствами управления жизненным циклом файлов – от создания, и до опубликования:

- **Поисковая система.** Oracle iFS использует *interMedia Text* для индексирования 150 типов файлов.

- **Система управления версиями.** В любой момент времени файлу можно присвоить версию. Система хранит все версии данного файла, что позволяет в любой момент произвести «откат», т.е. вернуться к одной из предыдущих версий файла.
- **Система защиты информации.** Oracle iFS использует модель безопасности основанную на списке прав доступа (ACL security model)
- **Система поддержки коллективной работы с ресурсом.** Пользователь может установить блокировку на запись в файл, что позволяет предотвратить одновременную модификацию файла различными пользователями.
- **Множественная структура папок.** Доступ к одному и тому же файлу может осуществляться из различных папок. Т.е. у одного файла может быть несколько полных путей.
- **Динамические свойства файлов.** Каждому файлу могут быть назначены динамические свойства. Другими словами пользователь может наделять файлы свойствами, отличными от даты создания, набора полномочий доступа, и т.д.

4. **Встроенная поддержка XML и Java.** Система поддерживает целый ряд технологий Java и XML.

CODA Distributed File System (CODA)

Coda Distributed File System это экспериментальная распределенная файловая система, разработанная в университете Carnegie Mellon (США). Она является прямым потомком Andrew File System. В настоящее время CODA включает в себя много особенностей, отсутствующих в других реализациях распределенных файловых систем.

1. Поддержка мобильных пользователей:

- Операции на отключенном мобильном клиенте
- Реинтеграция данных мобильных клиентов
- Адаптация работы к текущей загрузке сети

2. Поддержка бесперебойной работы:

- серверы репликации
- разрешение сервер-сервер конфликтов

3. Масштабируемость:

- Продвинутое кэширование файлов, папок и атрибутов на стороне клиента
- write-back кэширование

4. Безопасность:

- Kerberos-подобная аутентификация
- Списки прав доступа (ACLs)

5. Хорошо определенная семантика разделения ресурсов

6. Открытый исходный код

Distributed Parallel Storage Server (DPSS)

С точки зрения архитектуры, DPSS – это сетевой массив дисков. DPSS разрабатывался для доступа в режиме реального времени к большим файлам. DPSS может быть распределен между несколькими серверами, физически удаленными друг от друга на расстояния более 1000 км., соединенных высокоскоростными каналами связи IP поверх ATM. Реализация данной распределенной системы предполагают быстрое и дешевое масштабирование.

DPSS –это набор файловых серверов, работающих в рамках глобальной сети. Доступ к большим ресурсам, осуществляется на уровне блоков. Для увеличения производительности используются многоуровневый параллелизм: на уровне дисков, контроллеров, процессора, сервера и сети.

В настоящее время существуют реализации DPSS для UNIX-подобных операционных систем. DPSS это в первую очередь «блоковый» сервер, обеспечивающий данными через сеть приложения. Блоки данных распределены таким образом, чтобы как можно больше элементов системы работали одновременно при выполнении запроса. Эта стратегия позволяет производить поиск данных в наборе дисков параллельно, кроме того, все задействованные сервера обрабатывают запрос параллельно. С точки зрения уровня приложений, DPSS является кэшем именованных объектов данных, а точки зрения хранения данных, - сервером логических блоков. Таким образом, когда приложение осуществляет запрос к серверу, этот запрос транслируется в физические адреса блоков, и затем сервер возвращает результат.

Типичный сервер DPSS состоит из некоторого набора компьютеров, работающих под управлением UNIX-подобных операционных систем и содержащих 4-6 SCSI дисков, а также имеющих высокоскоростной сетевой интерфейс (60-120 Mbit/sec). Поэтому, используя DPSS, пользователь может создать pipe данных со скоростью обмена порядка 500Mbit/sec.

На основании анализа существующих можно сформулировать следующие требования, которым должны удовлетворять современные РФС:

- ◆ Расширяемость. Исходный код должен быть написан таким образом, чтобы его модификация и обновление не приводили к необходимости переписывать всю систему целиком. Также, система должна поддерживать динамическое добавление типов директорий. Директория – это файл специального вида, содержащий информацию о файлах, которые в ней содержатся. Т. е. фактически динамическое добавление типов данных, которыми она управляет.
- ◆ Переносимость. Из-за огромного разнообразия программно-аппаратных платформ, код системы должен легко переноситься с одной платформы на другую.
- ◆ Производительность. Работа системы не должна приводить к возникновению коллизий в сети. Сеть не должна перегружаться. Служебная информация, передаваемая по сети во время работы, не должна существенно загружать сеть. Система должна обеспечивать максимально быстрый поиск информации и доступ к ней. Время доступа до конкретных данных не должно зависеть от количества желающих получить эти же данные в тот же самый момент времени.
- ◆ Распределенность. Любая операция чтения или записи информации в системе должна исполняться приблизительно за одно и то же время на любом компьютере, входящем в систему.
- ◆ Надежность и устойчивость. Система должна защищать себя от сбоев, связанных с разрывами сети, включением-выключением компьютеров системы, невозможности доступа к компьютеру из-за высокой загруженности сети и т.д. Она должна вести себя предсказуемо, и ее функционирование может быть частично нарушено только при существенном нарушении функционирования сети.
- ◆ Масштабируемость. Система должна одинаково быстро работать как на небольшом количестве компьютеров, так и в больших сетях. В идеале скорость работы системы (скорость обработки запросов) должна зависеть только от скорости работы сети, но не от количества запросов на конкретный файл.
- ◆ Защищенность. Система должна иметь интегрированную подсистему защиты, которая должна обеспечивать безопасность при условии использования незащищенных каналов связи и открытого доступа к серверам системы (любой желающий может добавить свой сервер в систему).

- ♦ *Локальність.* Каждый компьютер в системе не должен хранить информацию обо всей системе целиком. Он должен иметь постоянные соединения с достаточно малым набором серверов, входящих в систему, с которыми у него обеспечена достаточно быстрая и надежная связь. Набор соседей со временем может меняться с изменением топологии сети. Для удовлетворения различных запросов не должны устанавливаться специальные соединения - организация соединения занимает длительное время, и будет резко замедлять систему. Их обслуживание должно происходить по цепочке уже установленных соединений от одного компьютера к другому.

3. Выводы

В данной статье приведен анализ существующих распределенных файловых систем, а также разработан набор требований к распределенной файловой системе с интегрированной системой безопасности, предполагающей использование открытых коммуникаций и автономно регулируемой динамически меняющейся, в зависимости от требований самой системы, степенью избыточности хранения информации. Эти требования являются достаточно общими и необходимы при проектировании разнообразных глобальных распределенных систем хранения информации на основе Internet.

РЕЗЮМЕ

Розглядаються принципи побудови розподілених файлових систем у глобальній мережі Internet, що забезпечують стабільний час відгуку на запити читання/запису, а також ті, що містять механізми забезпечення безвідмовного доступу до даних, засновані на надмірності збереженої інформації. Проводиться порівняльний аналіз існуючих розподілених файлових систем. На підставі проведеного аналізу формулюються вимоги до сучасних розподілених файлових систем, завдання яких полягає в ефективному керуванні Internet-ресурсами.

SUMMARY

Article consider the principles of distributed file system construction in Internet, which provide the stable response time of read/write request including the mechanisms of fault tolerance and availability based on redundancy of data storing. Analysis of existed distributed file system is accomplished. The requirements for the modern systems, which are to provide different Internet services, are defined. This requirements are general and essential for the global Internet system development.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. M. Cahill, F. Anklesaria. Evolution of Internet Gopher. – Journal of Universal Computer Science 1(4),1995. – PP. 235-246
2. K. Loney, G Koch Oracle8i: The Complete Reference. – Osborne McGraw-Hill, 2000. – 1308 p.
3. H. Custer. Inside WindowsNT. Inside NTFS. – Microsoft 1994. – 608p.
4. В. Гребенщиков. Средства обработки данных в Internet. Подходы к генерации уникальных сетевых идентификаторов и методики шифрования данных / Научная конференция МФТИ 1997.
5. H. Reiser: The Naming System Venture. — <http://devlinux.com/namesys>
6. Pablius Freenet. — <http://publius.cdt.org/>
7. Anonymous rewebber. — <http://www.firstmonday.dk/issues/>

Надійшла до редакції 10.03.2000 р.

КОРОТКІ ПОВІДОМЛЕННЯ

УДК 517.52

ПРИБЛИЖЕНИЯ ЧАСТНЫМИ СУММАМИ ФУРЬЕ И НАИЛУЧШЕЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ ФУНКЦИЙ

А.М.Швецова

Пусть $\{\psi(k)\} (k \in Z_0 = Z \setminus \{0\})$ - числовая последовательность, исчезающая на бесконечности, $\lim_{|k| \rightarrow \infty} \psi(k) = 0$, $\psi(k) \neq 0, k \in Z_0$.

Ряд Фурье функции $f \in L(T), T = (-\pi, \pi]$ будем писать в виде $f \sim \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k(f) e_k, e_k = e^{ikx}$.

Обозначим через W_{∞}^{ψ} класс непрерывных периодических функций, для которых тригонометрический ряд $\sum_{k \neq 0} \frac{1}{\psi(k)} c_k(f) e_k \sim f^{\psi}$ является рядом Фурье некоторой ограниченной функции f^{ψ} ("производная") и $\|f\|_{\infty} \leq 1$. Этот класс при $\psi(k) = \psi_0(k) e^{-i\beta \frac{\pi}{2} \text{sign } k} (\beta \in R)$, где $\{\psi_0(k)\} (k \in N)$ выпукла вниз и убывает к нулю, введен А.И. Степанцом и изучался им и его учениками (см. монографию [1]). См. также [2-5].

Теорема 1. Пусть n - целое ≥ 0 , функция $\psi: R \rightarrow C$ удовлетворяет следующим условиям: $\psi(k) \neq 0 \forall k \in Z_0, \lim_{|x| \rightarrow \infty} \psi(x) = 0$. ψ - локально абсолютно непрерывна на

$(-\infty, -n-1]$ и $[n+1, +\infty)$, и $\tilde{V}_{n+1}^{\infty}(f) = \int_{n+1}^{\infty} \text{vrai sup}_{|x| \geq t} |f'(x)| dt < \infty$, а $\sum_{n+1}^{\infty} \frac{|\psi(k) - \psi(-k)|}{k} < \infty$. Тогда

$$\text{гда} \sup_{f: f^{\psi} \in C} \frac{\|f - S_n(f)\|_C}{E_n^T(f^{\psi})_C} = \max_{f \in W_{\infty}^{\psi}} \frac{\|f - S_n(f)\|_{\infty}}{E_n^T(f^{\psi})_{\infty}} = \max_{f \in W_{\infty}^{\psi}} \|f - S_n(f)\|_{\infty} =$$

$$= \frac{4}{\pi^2} \sum_{k=1}^{n+1} \frac{|\psi(k+n)\psi(-k-n)|^{\frac{1}{2}} E(h_{k+n})}{kh_{k+n}} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=n+2}^{\infty} \frac{|\psi(k+n) - \psi(-k-n)|}{k} + \theta \tilde{V}_{n+1}^{\infty}(\psi),$$

$$\text{где } |\theta| \leq C, \quad h_k = \left(\left(\text{Re} \frac{\psi(k) + \psi(-k)}{2(\psi(k)\psi(-k))^{1/2}} \right)^2 + \left(\text{Im} \frac{\psi(k) + \psi(-k)}{2(\psi(k)\psi(-k))^{1/2}} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (k \in N),$$

$$E(h) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - (h \sin t)^2} dt \quad (h \in [0, 1]) - \text{полный эллиптический интеграл второго рода.}$$

Следствие. Пусть $\psi: R \rightarrow C$, $\psi(-x) = \overline{\psi(x)}$. $\text{Re} \psi, \text{Im} \psi$ выпуклы и убывают к нулю на $(-\infty, -n-1]$ и $[n+1, +\infty)$, при этом еще $\lim_{p \rightarrow \infty} \frac{|\psi(p+1)|}{|\psi(p)|} = 1$. Тогда

$$\sup_{f: f^{\psi} \in C} \frac{\|f - S_n(f)\|_{\infty}}{E_n^T(f^{\psi})_{\infty}} = \frac{4}{\pi^2} \sum_{k=1}^{n+1} \frac{|\psi(k+n)|}{k} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=n+2}^{\infty} \frac{|\psi(k+n) - \psi(-k-n)|}{k} + \theta |\psi(n+1)|$$

$|\theta| \leq C$ и формула является асимптотической.

Теорема 2. Пусть функция ψ удовлетворяет условиям теоремы 1 и $\operatorname{Re} \psi, \operatorname{Im} \psi$ выпуклы на $(-\infty, -n-1]$ и $[n+1, +\infty)$. Тогда

$$\sup_{f: f \in C} \frac{E_n^T(f)_\infty}{E_n^T(f^\psi)_\infty} = \sup_{f \in W_\infty^\psi} E_n^T(f)_\infty \cong \sum_{k=n+1}^{\infty} \frac{|\psi(k+n) - \psi(-k-n)|}{k} + \max\{|\psi(n+1)|, |\psi(-n-1)|\},$$

(двухстороннее неравенство с абсолютными положительными константами).

Теорема 3. Результаты теорем 1, 2 сохраняются, если метрику C в этих теоремах заменить на L_1 .

Доказательство теорем.

В доказательстве существенно используется метод мультипликаторов, развитый Р.М. Тригубом (см. [6-8]).

Через ψ_s и ψ_c будем обозначать нечетную и четную части ψ соответственно.

Далее через θ обозначим константы, ограниченные абсолютной константой.

$V_a^b(f)$ - полная вариация f на отрезке $[a, b]$.

Понадобятся следующие утверждения, которые запишем в виде лемм.

Лемма 1 [7]. Если $\{\lambda_k\}_{k=-\infty}^{\infty}$ - мультипликатор в C и $\lim_{|k| \rightarrow \infty} \lambda_k = 0$, а

$\sum_k |\lambda_k - \lambda_{k+1}| < \infty$, то $\{\lambda_k\}_{k=-\infty}^{\infty}$ - компактный оператор из L_∞ в $C(T)$.

Лемма 2. В условиях теоремы 1

$$\sup_{f \in W_\infty^\psi} \frac{\|f - S_n(f)\|_C}{E_n^T(f^\psi)_C} = \max_{f \in W_\infty^\psi} \|f - S_n(f)\|_\infty.$$

Доказательство аналогично доказательству леммы 2 в [7].

Лемма 3. В условиях теоремы 1

$$\sup_{f: f^\psi \in C} \frac{\|f - S_n(f)\|_\infty}{\|f^\psi\|_\infty} = \max_{f \in W_\infty^\psi} \|f - S_n(f)\|_\infty.$$

Доказательство из-за простоты опускаем.

Лемма 4 [9]. Пусть $n \in \mathbb{N}$ и при целом $r \geq 0$ f и $f^{(r)}$ - функции ограниченной вариации на $[n, \infty)$, а $\lim_{x \rightarrow +\infty} f^{(v)}(x) = 0$ при $x \rightarrow +\infty$ и $v \in [0, r]$. Тогда при $x \in [-\pi, \pi] \setminus \{0\}$

$$\sum_{k=n}^{\infty} f(k) e^{ikx} = \int_n^{\infty} f(u) e^{iux} du + \frac{1}{2} f(n) e^{inx} + e^{inx} \sum_{p=0}^{r-1} \frac{(-i)^{p+1}}{p!} h^{(p)}(x) f^{(p)}(n) + \frac{\theta}{\pi^r} V_n^\infty(f^{(r)}).$$

Здесь $h(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{x}{2}$, $|\theta| \leq 3$.

Отметим, что указанная формула справедлива и при $x = 0$, если ряд (или интеграл) сходится.

Лемма 5 [7].

1. Пусть f локально абсолютно непрерывна на $[0, +\infty)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ и

$\tilde{V}_0^\infty(f) < \infty$. Тогда $\forall y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ($f(x) = 0 \forall x < 0$)

$$\hat{f}(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{ixy} dx = -\frac{i}{y} f\left(\frac{\pi}{2|y|}\right) + \Phi(y), \quad \int_{-\infty}^{\infty} |\Phi(y)| dy \leq C \tilde{V}_0^\infty(f).$$

II. Пусть $f : [a, b] \rightarrow C$ абсолютно непрерывна, $c = (a+b)/2$ и

$$\tilde{V}_a^b(f) = \int_a^c \text{vrai sup}_{c \geq x \geq t} |f'(x)| dt + \int_c^b \text{vrai sup}_{c \leq x \leq t} |f'(x)| dt < \infty.$$

Тогда $\forall y \in R$ с модулем не менее $\pi/(b-a)$ ($f(x) = 0 \forall x \notin [a, b]$)

$$\hat{f}(y) = \frac{i}{y} \left[f\left(b - \frac{\pi}{2|y|}\right) e^{-iby} - f\left(a + \frac{\pi}{2|y|}\right) e^{-iay} \right] + \Phi(y), \quad \int_{|y| \geq \pi/(b-a)} |\Phi(y)| dy \leq C \tilde{V}_a^b(f).$$

Доказательство теоремы 1

В силу лемм 2 и 3 нужно вычислить наименьшую константу G в неравенстве

$$\|f - S_n(f)\|_\infty \leq G \|f^\psi\|_\infty, \text{ которое должно выполняться для всех } f \in C(T) \text{ таких, что}$$

$f^\psi \in C(T)$. Т.е. речь идет о норме мультипликатора, определяемого последовательностью $\{\lambda_k\}_{-\infty}^\infty$: $\lambda_k = 0$ ($1 \leq |k| \leq n$), $\lambda_k = \psi(k)$ ($|k| \geq n+1$) на классе $C(T, Z_0)$, где спектр $Z_0 = Z \setminus \{0\}$.

$$\text{По формуле Надь-Никольского (см., напр., [10]) } G = \inf_{\lambda_0} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left| \sum_k \lambda_k e^{ikt} \right| dt.$$

Общую формулу для произвольного спектра см. [8].

Применяем лемму 4 при $r=0$, а дальше лемму 5(I). Имеем $\forall y \neq 0$

$$G = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi(n+1)}^{\pi(n+1)} \left| \frac{1}{y} \sin y \cdot \psi_c\left((n+1)\left(1 + \frac{\pi}{2|y|}\right)\right) + \frac{i}{y} \cos y \cdot \psi_s\left((n+1)\left(1 + \frac{\pi}{2|y|}\right)\right) \right| dy + \theta_1 \tilde{V}_{n+1}^\infty(\psi)$$

Разбиваем интеграл на две части: по $[-\pi, \pi]$ и остальное.

Учитывая, что $\sin y = \theta_2 y$ ($|\theta_2| \leq 1$), а $\cos y = 1 - \theta_3 y^2$ ($|\theta_3| \leq 1/2$), получаем

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left| \frac{1}{y} \sin y \cdot \psi_c\left((n+1)\left(1 + \frac{\pi}{2|y|}\right)\right) + \frac{i}{y} \cos y \cdot \psi_s\left((n+1)\left(1 + \frac{\pi}{2|y|}\right)\right) \right| dy = 2 \int_0^{\pi} \left| \frac{1}{y} \psi_s\left((n+1)\left(1 + \frac{\pi}{2|y|}\right)\right) \right| dy + \theta_4 \tilde{V}_{n+1}^\infty$$

Делая замену $t = (n+1)\left(1 + \frac{\pi}{2y}\right)$ и переходя от интеграла к сумме, используя очевидное

неравенство $\left| \int_0^\infty \phi(x) dx - \sum_{k=1}^\infty \phi(k) \right| \leq V_0^\infty(\phi)$, получим второе слагаемое в теореме 1.

Остается интеграл

$$\int_{R \setminus [-\pi, \pi]} \left| \frac{1}{y} \sin y \cdot \psi_c\left((n+1)\left(1 + \frac{\pi}{2|y|}\right)\right) + \frac{i}{y} \cos y \cdot \psi_s\left((n+1)\left(1 + \frac{\pi}{2|y|}\right)\right) \right| dy,$$

который равен сумме двух, отличающихся только знаком. Будем рассматривать один из них, так как для второго можно провести аналогичные преобразования.

Оказывается, что

$$\begin{aligned} & \int_{\pi}^{\pi(n+1)} \left| \frac{1}{y} \sin y \cdot \psi_c\left((n+1)\left(1 + \frac{\pi}{2|y|}\right)\right) + \frac{i}{y} \cos y \cdot \psi_s\left((n+1)\left(1 + \frac{\pi}{2|y|}\right)\right) \right| dy = \\ & = \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^n \int_{\pi k}^{\pi(k+1)} \left| \frac{1}{k} \sin y \cdot \psi_c\left((n+1)\left(1 + \frac{1}{2k}\right)\right) + \frac{i}{k} \cos y \cdot \psi_s\left((n+1)\left(1 + \frac{1}{2k}\right)\right) \right| dy + \theta_5 \tilde{V}_{n+1}^\infty(\psi) \end{aligned}$$

Это легко показать, рассмотрев разность и сделав соответствующие оценки.

Переходя от суммы к интегралу, имеем

$$\frac{1}{\pi^2} \int_0^{\pi} \int_t^{\pi} \left| \sin y \cdot \psi_c\left((n+1)\left(1 + \frac{1}{2t}\right)\right) + i \cos y \cdot \psi_s\left((n+1)\left(1 + \frac{1}{2t}\right)\right) \right| dy dt + \theta_6 \tilde{V}_{n+1}^\infty(\psi).$$

После замены $u = (n+1)\left(1 + \frac{1}{2t}\right)$ и обратного перехода к сумме

$$\frac{1}{\pi^2} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \int_0^\pi |\sin y \cdot \psi_c(k+n) + i \cos y \cdot \psi_s(k+n)| dy + \theta_7 \tilde{V}_{n+1}^\infty(\psi)$$

Выберем $\nu_k \in C$ так, что

$$\cos \nu_k = \frac{\psi_c(k)}{(\psi_c^2(k) - \psi_s^2(k))^{1/2}}, \quad \sin \nu_k = \frac{i \psi_s(k)}{(\psi_c^2(k) - \psi_s^2(k))^{1/2}}, \quad \operatorname{Re} \nu_k \in (-\pi, \pi].$$

Отметим, что $\psi_c^2(k) - \psi_s^2(k) = \psi(k)\psi(-k) \neq 0$ ($k \in Z_0$). В этих обозначениях получаем

$$\frac{1}{\pi^2} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} |\psi(k+n)\psi(-k-n)|^{1/2} \int_0^\pi |\sin(y + \nu_{k+n})| dy.$$

Интеграл не зависит от реальной части ν_k и после простых преобразований, имеем:

$$2ch(\operatorname{Im} \nu_{k+n}) \int_0^\pi \sqrt{1 - \left(\frac{\sin y}{ch(\operatorname{Im} \nu_{k+n})} \right)^2} dy. \text{ Осталось заметить, что}$$

$$ch(\operatorname{Im} \nu_{k+n}) = \left(\left(\operatorname{Re} \frac{\psi(k) + \psi(-k)}{2(\psi(k)\psi(-k))^{1/2}} \right)^2 + \left(\operatorname{Im} \frac{\psi(k) - \psi(-k)}{2(\psi(k)\psi(-k))^{1/2}} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad \frac{1}{ch(\operatorname{Im} \nu_k)} = h_k.$$

и домножить на 2.

Доказательство теоремы 2.

Доказательство проводится по той же схеме что и в теореме 1.

Доказательство теоремы 3.

Доказательство аналогично рассуждениям, приведенным в работе [7].

Примеры

а) Пусть $\psi(k) = e^{-|k|^\alpha} \cos \beta_k + i e^{-|k|^\alpha} \sin \beta_k$ ($k \in Z_0$), где $\beta_k = \beta(k) = k\beta$ или $\beta_k = \beta(k) = \beta^k$. Тогда $\sup_{f \in W_\infty^\psi} \|f - S_n(f)\|_\infty = \frac{4}{\pi^2} (1 - \alpha) e^{-n^\alpha} \ln n + \theta e^{-n^\alpha}$

б) Пусть $\psi(k) = e^{-\frac{|k|}{\ln|k|}} \cos \beta_k + i e^{-\frac{|k|}{\ln|k|}} \sin \beta_k$ ($k \in Z_0$), где $\beta_k = \beta(k) = k\beta$ или $\beta_k = \beta(k) = \beta^k$. Тогда $\sup_{f \in W_\infty^\psi} \|f - S_n(f)\|_\infty = \frac{4}{\pi^2} e^{-\frac{n}{\ln n}} \ln \ln n + \theta e^{-\frac{n}{\ln n}}$.

в) Пусть $a, b \in R$, $|a| \neq |b|$ ($r > 0$ не обязательно целое, а $\tilde{f}^{(r)}$ – тригонометрически сопряженная функция к $f^{(r)}$). Тогда

$$\sup_{f: \|a f^{(r)} + i b \tilde{f}^{(r)}\|_\infty \leq 1} \|f - S_n(f)\|_\infty = \frac{4}{\pi^2} \max\{|a|, |b|\} E\left(\frac{\sqrt{|a|^2 - b^2|}}{\max\{|a|, |b|\}}\right) \frac{\ln n}{n^r} + \theta \frac{1}{n^r}.$$

Эти теоремы анонсированы в [11].

Приведем еще один пример на применение метода мультипликаторов.

Пусть $B_r(t) = \sum_{k=1}^\infty \frac{\cos(kt - r\pi/2)}{k^r}$, $r > 0$ ядро Бернулли и $\tilde{T}_{r,n}(t)$ – тригонометрический полином степени не выше n наилучшего L_1 -приближения $B_r(t)$. Тогда, как недавно по-

казал В.П.Моторный [12] $\int_{-\pi}^{\pi} |B_r(t) - \tilde{T}_{r,n}(t)| \sin \frac{t}{2} dt \leq C(r) \frac{\ln n}{n^{r+1}}, \quad r \in N.$

Уточним этот результат.

Предложение. Пусть $r \in N$ или $r \in (0;1]$ Тогда

$$\int_{-\pi}^{\pi} |B_r(t) - \tilde{T}_{r,n}(t)| \sin \frac{t}{2} dt = rM_r \frac{\ln(n+1)}{(n+1)^{r+1}} + \frac{\theta(r)}{(n+1)^{r+1}},$$

где M_r равно известной константе Фавара при $r \in N$,

M_r – константы Дзядыка-Фавара $M_r = \frac{4}{\pi} \sin \frac{r\pi}{2} \sum_{v=0}^{\infty} \frac{1}{(2v+1)^{r+1}}$ при $r \in (0;1]$. [13]

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\Phi_{r,n}(t) = \sum_{k=1}^n \frac{\varphi\left(\frac{k}{n+1}\right)}{(n+1)^r} e^{ikt} + \sum_{k=1}^n \frac{\varphi\left(-\frac{k}{n+1}\right)}{(n+1)^r} e^{ikt}, \text{ где функция } \varphi(x) \text{ удовлетворяет сле-}$$

дующим условиям: $\varphi \in C(R)$, $\varphi(x) = 0$ вне $[-1;1]$, $\varphi(0) = 0$, $\varphi'(0) = B$, а также

$\varphi'_-(1) = \varphi'_+(-1) = A'$ при $r \in (0;1]$ или $r \in N$, r – нечетном; $\varphi'_-(1) = -\varphi'_+(-1) = A$ при $r \in N$, r – четном. (А и В выберем позднее).

Для оценки разности между $|B_r(t) - \tilde{T}_{r,n}(t)|$ и $\Phi_{r,n}(t)$ в метрике L_1 с весом $|\sin(t/2)|$ воспользуемся следующим утверждением.

Лемма 6 [14]. Если $f(x) = \int_R g(u) e^{-iux} dx$, где $g \in L(R)$, а w удовлетворяет условиям:

1) w – положительная, 2) w – четная, 3) w – возрастает вместе с $|x|$, то $\forall n > 0 \quad \int_T w(nt) \left| \sum_{k=-n}^n f\left(\frac{k}{n}\right) e^{ikt} \right| dt \leq 2\pi \int_R w(u) |g(u)| du.$

Понятно, что $|\sin \frac{t}{2}| \leq \frac{|t|}{2}$ поэтому применяем лемму к выражению $\int_{-\pi}^{\pi} (n+1) |t| \left| \sum_{k=-n-1}^n \psi\left(\frac{k}{n+1}\right) e^{ikt} \right| dt$, где $\psi\left(\frac{k}{n+1}\right)$ – коэффициенты Фурье разности $B_r(t) - \tilde{T}_{r,n}(t) - \Phi_{r,n}(t)$. Получаем, что $\int_{-\pi}^{\pi} (n+1) |t| \left| \sum_{k=-n-1}^n \psi\left(\frac{k}{n+1}\right) e^{ikt} \right| dt \leq 2\pi \int_R |t| |\hat{\psi}(t)| dt.$

Условие $\int_R |t| |\hat{\psi}(t)| dt < \infty$, эквивалентно принадлежности преобразования Фурье $\psi'(t)$ пространству $L(R)$. Откуда имеем условия $A = r \sum_{s=1}^{\infty} \frac{e^{-ir\pi/2} - e^{ir\pi/2}}{(2s-1)^{r+1}},$

$B = r \sum_{s=1}^{\infty} \frac{e^{ir\pi/2} - e^{-ir\pi/2}}{(2s)^{r+1}}$. В качестве функции $\Phi_{r,n}(t)$ для $r \in (0;1]$ или $r \in N$, r –

нечетном можно взять функцию с $\varphi(t) = (A/2 + B)t^5 + (-A/2 - 2B)t^3 + Bt$, а для $r \in N$, r – четном $\varphi(t) = (A'/2)t^4 - A'/2t^2$. Таким образом, осталось вычислить только асимптотику для $\Phi_{r,n}(t)$ в пространстве L с весом.

Лемма 7. Пусть функция $f(t)$ такая, что $f(0) = f(1) = f(-1) = 0$, $f \in C^1[-1;1]$, $|f''(x)| \leq C$. При этом еще $f'(1) = -f'(-1)$ или $f'(1) = f'(-1)$, $f'(0) = 0$. Тогда

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left| \sin \frac{t}{2} \right| \left| \sum_{k=-n-1}^{n+1} f\left(\frac{k}{n+1}\right) e^{ikt} \right| dt = \frac{4}{\pi} |f'(1)| \frac{\ln(n+1)}{n+1} + \frac{\theta}{n+1}.$$

Доказательство состоит в применении леммы 4 и простых преобразований.

Для доказательства предложения осталось только применить лемму 7 к функции $\Phi_{r,n}(t)$.

РЕЗЮМЕ

Автор вивчає питання наближення поліномами у просторах C та L класів періодичних функцій з обмеженою ψ -прохідною.

SUMMARY

The author studies the questions about approximation of the class of periodic functions with a bounded ψ - derivative by polynomials in spaces C and L .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Степанец А.И. Классификация и приближения периодических функций. – Киев: Наукова думка, 1987. – 268 с.
2. Степанец А.И. Скорость сходимости рядов Фурье на классах $\overline{\psi}$ интегралов // Укр. мат. журнал. – Т.49. – 1997. – № 8. – С.1069-1113.
3. Степанец А.И. Приближение $\overline{\psi}$ интегралов периодических функций суммами Фурье (небольшая гладкость) // Укр. мат. журнал. – Т.50. – 1998. – № 2. – С.274-283, №3. – С.388-401.
4. Теляковский С.А. О приближении функций заданных классов суммами Фурье // Теория функций и приближений (Труды III Саратовской зимней школы). – Саратов. ун. – Т.41. – 1987. – С.67-75.
5. Теляковский С.А. О приближении суммами Фурье функций высокой гладкости // Укр. мат. журнал. – Т.41. – 1989. – №4. – С.510-517.
6. Тригуб Р.М. Мультипликаторы рядов Фурье и приближение функций полиномами в пространствах C и L // ДАН СССР. – Т.306. – 1989. – № 2. – С.291-296.
7. Тригуб Р.М. Приближение непрерывных периодических функций с ограниченной производной // Теория отображений и приближения функций полиномами. – Киев: Наукова думка, 1989. – С.185-195.
8. Тригуб Р.М. Мультипликаторы рядов Фурье // Укр. мат. журнал. – Т.43. – 1991. – №12. – С.1686-1693.
9. Тригуб Р.М. Обобщение формулы Эйлера-Маклорена // Матем. заметки. – Т.61. – 1997. – №2. – С.312-316.
10. Стечкин С.Б., Теляковский С.А. О приближении дифференцируемых функций тригонометрическими полиномами в метрике L // Труды Мат. ин-та АН СССР. – Т.88. – 1967. – С.20-29.
11. Shvetsova A. M. Approximation by Partial Sums of the Fourier and Taylor Series and the Best Approximation of Some Classes of Functions.// Approximation theory and its applications (Праці Інституту математики НАН України). – Kyiv. – Т.31. – 2000. – Р.426-435
12. Моторный В.П. Приближение интегралов Фурье дробного порядка алгебраическими многочленами // Укр. мат. журнал. – 1999. – Т.51. – №7. – С.940-951.
13. Дзядык В.К. О наилучшем приближении на классе периодических функций имеющих ограниченную s ю производную // Изв. АН СССР. – Т.17. – №2. – С.135-162.
14. Тригуб Р.М. Суммируемость рядов Фурье и некоторые вопросы теории приближений. Докт. дисс. 1984. Киев.

Надійшла до редакції 02.03.2000 р.