

УДК 539:519.517.3

**О. П. Абрамова, С. В. Абрамов\***

\*ООО «HotSport», г. Донецк

**ФРАКТАЛЬНЫЕ ОБЪЕМНЫЕ СТРУКТУРЫ В МНОГОСЛОЙНОЙ НАНОСИСТЕМЕ**

Для описания стохастических полей деформаций фрактальных объемных структур в многослойной наносистеме получены основные нелинейные уравнения. Особые точки (аттракторы) поля деформации этих структур расположены на фрактальных квазидвумерных поверхностях. При этом используется теория дробного исчисления и концепция фрактала. Учитывается взаимодействие узлов, как в плоскости основной прямоугольной дискретной решетки, так и межплоскостные взаимодействия. С помощью пространственных поворотов (внешнее управление) можно выполнять перестройку состояний фрактальных объемных структур. Анализ в терминах усредненных функций дает возможность выявить особенности поведения и условия перехода от одной структуры к другой.

*Ключевые слова:* фрактальная объемная структура, стохастическое поле деформации, усредненные функции, перестройка структуры, многослойная наносистема.

**Введение.** Исследование фундаментальных свойств наносистем и наноматериалов нового поколения [1–5] является актуальным для современных областей развития нанотехнологий, структурной и нелинейной механики [6]. Активными наноструктурными элементами в реальных наноматериалах являются кластеры, поры, квантовые точки, ямы, двумерные квантовые билиарды (квантовые кораллы) [7]. Эти элементы могут найти свое применение в квантовой информатике, наномеханике, квантовой оптике; для квантовых компьютеров, устройств молекулярной спиновой памяти [4]. Теоретическое описание хаотических состояний в структурной механике, анализ нелинейных динамических моделей, аттракторов и хаотического моделирования обсуждается в книгах [6–9].

Фрактальная дислокация [10–15] является одним из неклассических структурных объектов в модельной наносистеме. Возможность возникновения и перестройки квазидвумерных структур типа фрактальных эллиптической и гиперболической дислокаций, фрактальной квантовой точки исследовалась в работе [11]. Исследование особенностей поведения поля деформации фрактальных квазидвумерных структур в модельной наносистеме и определение критических значений управляющих параметров выполнено в работе [12]. Исследование возможности управления перестройкой полей деформации фрактальных квазидвумерных структур, возникающих в модельных наносистемах выполнено в работах [13–17]. При этом учет межплоскостных взаимодействий в многослойной наносистеме может приводить к образованию объемных фрактальных структур. В [15] обсуждались возможности создания фрактальных наноловушек на основе квазидвумерных фрактальных структур и управления поведением связанных систем: фрактальная ловушка – фрактальная структура.

Целью данной работы является описание особенностей поведения полей деформации объемных фрактальных структур и структурной перестройки в многослойной модельной наносистеме.

**Основные уравнения и классификация фрактальных объемных структур.** Рассматривается модельная наносистема [11–14]: объемная дискретная решетка  $N_1 \times N_2 \times N_3$ , узлы которой задаются целыми числами  $n, m, j$  ( $n = \overline{1, N_1}$ ;  $m = \overline{1, N_2}$ ;  $j = \overline{1, N_3}$ ). Безразмерное переменное смещение  $u$  узла решетки описывается по аналогии с [11–13], но с измененным значением функции  $Q$

$$u = (1 - \alpha)(1 - 2\text{sn}^2(u - u_0, k)) / Q. \quad (1)$$

Здесь  $\alpha$  – фрактальная размерность поля деформации  $u$  вдоль оси  $Oz$  ( $\alpha \in [0, 1]$ );  $u_0$  – постоянное (критическое) смещение;  $k$  – модуль функции эллиптического синуса.

Измененное значение  $Q$  учитывает взаимодействие узлов, как в плоскости основной прямоугольной дискретной решетки, так и межплоскостные взаимодействия. Это позволяет выполнить стохастическое (за счет внутренних изменений параметров, процесса самоорганизации) управление перестройкой возникающих структур. Исходное выражение для  $Q$  имеет вид

$$Q = p'_0 + p'_1 n + p'_2 m + p'_3 j - b_1 \left( \frac{n' - n_0}{n_c} \right)^2 - b_2 \left( \frac{m' - m_0}{m_c} \right)^2 - b_3 \left( \frac{j' - j_0}{j_c} \right)^2. \quad (2)$$

В выражение (2) входят тринадцать параметров. Параметр  $p'_0$  не зависит от переменных  $n, m, j$ ; параметры  $p'_1, p'_2, p'_3$  входят в линейную форму; параметры  $b_1, b_2, b_3, n_0, n_c, m_0, m_c, j_0, j_c$  определяют поведение квадратичной формы. При этом параметры  $n_c, m_c, j_c$  выполняют роль полуосей объемных фрактальных структур в новой системе координат  $O'n'm'j'$ . Исходная система координат  $Onmj$  описывается в терминах переменных  $n, m, j$ . Выполнив операцию пространственного поворота осей координат вокруг оси  $Oj$ , переходим от системы координат  $Onmj$  к системе координат  $O'n'm'j'$  по формулам

$$\begin{aligned} n' &= n \cdot k'_1 \operatorname{cn}(u_{1\beta}, k_1) - m \cdot \operatorname{sn}(u_{1\beta}, k_1) + j \cdot k_1 \operatorname{cn}(u_{1\beta}, k_1); \\ m' &= n \cdot k'_1 \operatorname{sn}(u_{1\beta}, k_1) + m \cdot \operatorname{cn}(u_{1\beta}, k_1) + j \cdot k_1 \operatorname{sn}(u_{1\beta}, k_1); \\ j' &= -n \cdot k_1 + j \cdot k'_1; \quad k_1 = \sin \theta_1; \quad k'_1 = \cos \theta_1; \quad k_1^2 + k'^2_1 = 1. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь безразмерное смещение  $u_{1\beta}$  связано с полярным углом  $\varphi_{1\beta}$  в плоскости  $Onm$  соотношением  $u_{1\beta} = F(\varphi_{1\beta}, k_1)$ ,  $F$  – неполный эллиптический интеграл первого рода,  $k_1$  – модуль эллиптических функций синуса ( $\operatorname{sn}$ ) и косинуса ( $\operatorname{cn}$ ),  $\theta_1$  – некоторый эффективный угол. Безразмерное смещение  $u_{1\beta}$  является нелинейной функцией двух параметров  $\varphi_{1\beta}$  и  $k_1$ , которые определяют различные механизмы перестройки фрактальной объемной структуры и управления ею. Отметим, что из выражений (3) при  $k_1 = 0$  следуют соотношения

$$\begin{aligned} k'_1 &= 1; \quad \operatorname{sn}(u_{1\beta}, k_1) = \sin \varphi_{1\beta}; \quad \operatorname{cn}(u_{1\beta}, k_1) = \cos \varphi_{1\beta}; \\ n' &= n \cdot \cos \varphi_{1\beta} - m \cdot \sin \varphi_{1\beta}; \quad m' = n \cdot \sin \varphi_{1\beta} + m \cdot \cos \varphi_{1\beta}; \quad j' = j. \end{aligned} \quad (4)$$

Выражения (4) ранее использовались в работе [13] для описания влияния поворота в плоскости  $Onm$  на состояние поля деформации фрактальных квазидвумерных структур. В отличие от (4) выражения (3) учитывают пространственный поворот объемной структуры. Для другого предельного варианта при  $k_1 = 1$  из (3) следуют соотношения

$$\begin{aligned} k'_1 &= 0; \quad \operatorname{sn}(u_{1\beta}, k_1) = \operatorname{th}(u_{1\beta}); \quad \operatorname{cn}(u_{1\beta}, k_1) = \operatorname{sech}(u_{1\beta}); \\ n' &= -m \cdot \operatorname{th}(u_{1\beta}) + j \cdot \operatorname{sech}(u_{1\beta}); \quad m' = m \cdot \operatorname{sech}(u_{1\beta}) + j \cdot \operatorname{th}(u_{1\beta}); \quad j' = -n. \end{aligned} \quad (5)$$

Выполнив операцию пространственного поворота осей координат вокруг оси  $Om$ , переходим от системы координат  $Onmj$  к системе координат  $O'n'm'j'$  по формулам

$$\begin{aligned} j' &= j \cdot k'_2 \operatorname{cn}(u_{2\beta}, k_2) - n \cdot \operatorname{sn}(u_{2\beta}, k_2) + m \cdot k_2 \operatorname{cn}(u_{2\beta}, k_2); \\ n' &= j \cdot k'_2 \operatorname{sn}(u_{2\beta}, k_2) + n \cdot \operatorname{cn}(u_{2\beta}, k_2) + m \cdot k_2 \operatorname{sn}(u_{2\beta}, k_2); \\ m' &= -j \cdot k_2 + m \cdot k'_2; \quad k_2 = \sin \theta_2; \quad k'_2 = \cos \theta_2; \quad k_2^2 + k'^2_2 = 1. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь безразмерное смещение  $u_{2\beta}$  связано с полярным углом  $\varphi_{2\beta}$  в плоскости  $Ojn$  соотношением  $u_{2\beta} = F(\varphi_{2\beta}, k_2)$ ,  $k_2$  – модуль эллиптических функций,  $\theta_2$  – некоторый эффективный угол. Отметим, что из выражений (6) при  $k_2 = 0$  следуют известные соотношения, которые описывают поворот в плоскости  $Ojn$

$$\begin{aligned} k'_2 &= 1; \quad \operatorname{sn}(u_{2\beta}, k_2) = \sin \varphi_{2\beta}; \quad \operatorname{cn}(u_{2\beta}, k_2) = \cos \varphi_{2\beta}; \\ j' &= j \cdot \cos \varphi_{2\beta} - n \cdot \sin \varphi_{2\beta}; \quad n' = j \cdot \sin \varphi_{2\beta} + n \cdot \cos \varphi_{2\beta}; \quad m' = m. \end{aligned} \quad (7)$$

Для другого предельного варианта при  $k_2 = 1$  из (6) следуют соотношения

$$\begin{aligned} k'_2 &= 0; \quad \operatorname{sn}(u_{2\beta}, k_2) = \operatorname{th}(u_{2\beta}); \quad \operatorname{cn}(u_{2\beta}, k_2) = \operatorname{sech}(u_{2\beta}); \\ j' &= -n \cdot \operatorname{th}(u_{2\beta}) + m \cdot \operatorname{sech}(u_{2\beta}); \quad n' = n \cdot \operatorname{sech}(u_{2\beta}) + m \cdot \operatorname{th}(u_{2\beta}); \quad m' = -j. \end{aligned} \quad (8)$$

Выполнив операцию пространственного поворота осей координат вокруг оси  $On$ , переходим от системы координат  $Onmj$  к системе координат  $O'n'm'j'$  по формулам

$$m' = m \cdot k'_3 \operatorname{cn}(u_{3\beta}, k_3) - j \cdot \operatorname{sn}(u_{3\beta}, k_3) + n \cdot k_3 \operatorname{cn}(u_{3\beta}, k_3);$$

$$\begin{aligned}
 j' &= m \cdot k_3' \operatorname{sn}(u_{3\beta}, k_3) + j \cdot \operatorname{cn}(u_{3\beta}, k_3) + n \cdot k_3 \operatorname{sn}(u_{3\beta}, k_3); \\
 n' &= -m \cdot k_3 + n \cdot k_3'; \quad k_3 = \sin \theta_3; \quad k_3' = \cos \theta_3; \quad k_3^2 + k_3'^2 = 1.
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

Здесь безразмерное смещение  $u_{3\beta}$  связано с полярным углом  $\varphi_{3\beta}$  в плоскости  $Omj$  соотношением  $u_{3\beta} = F(\varphi_{3\beta}, k_3)$ ,  $k_3$  – модуль эллиптических функций,  $\theta_3$  – некоторый эффективный угол. Отметим, что из выражений (9) при  $k_3 = 0$  следуют известные соотношения, которые описывают поворот в плоскости  $Omj$

$$\begin{aligned}
 k_3' &= 1; \quad \operatorname{sn}(u_{3\beta}, k_3) = \sin \varphi_{3\beta}; \quad \operatorname{cn}(u_{3\beta}, k_3) = \cos \varphi_{3\beta}; \\
 m' &= m \cdot \cos \varphi_{3\beta} - j \cdot \sin \varphi_{3\beta}; \quad j' = m \cdot \sin \varphi_{3\beta} + j \cdot \cos \varphi_{3\beta}; \quad n' = n.
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

Для другого предельного варианта при  $k_3 = 1$  из (9) следуют соотношения

$$\begin{aligned}
 k_3' &= 0; \quad \operatorname{sn}(u_{3\beta}, k_3) = \operatorname{th}(u_{3\beta}); \quad \operatorname{cn}(u_{3\beta}, k_3) = \operatorname{sech}(u_{3\beta}); \\
 m' &= -j \cdot \operatorname{th}(u_{3\beta}) + n \cdot \operatorname{sech}(u_{3\beta}); \quad j' = j \cdot \operatorname{sech}(u_{3\beta}) + n \cdot \operatorname{th}(u_{3\beta}); \quad n' = -m.
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

Ранее в работах [11–14] расположение особых точек (аттракторов) поля деформации в ядре квазидвумерных фрактальных структур являлось характерным как для линейной дислокации, реального эллипса, гиперболы или мнимого эллипса. В данной работе особые точки располагаются на квазидвумерных фрактальных поверхностях, уравнения которых зависят от трех аргументов  $n', m', j'$ . Если в выражениях (4) положить  $\varphi_{1\beta} = 0$ , то  $n' = n$ ,  $m' = m$ ,  $j' = j$ , тогда система координат  $On'm'j'$  совпадет с исходной  $Omj$ . Это позволяет выполнить классификацию рассматриваемых исходных фрактальных структур (см. табл.). В таблице знак «+» указывает на положительное значение параметра, знак «±» – значение параметра может быть как положительным, так и отрицательным. Значения параметров  $p_1' \neq 0$ ,  $p_2' \neq 0$ ,  $p_3' \neq 0$  приводят к появлению других фрактальных объемных структур. Дальнейший учет параметров  $\varphi_{1\beta} \neq 0$  и  $k_1 \neq 0$  позволяет выполнить исследования по перестройке состояний указанных фрактальных структур.

Таблица

Классификация исходных фрактальных объемных структур

Название фрактальной объемной структуры	$p_0'$	$p_1'$	$p_2'$	$p_3'$	$b_1$	$b_2$	$b_3$
Фрактальный эллипсоид (ФЭ)	+	0	0	0	1	1	1
Фрактальный однополостный гиперболоид (ФОГ)	+	0	0	0	1	1	-1
Фрактальный двуполостный гиперболоид (ФДГ)	+	0	0	0	1	-1	-1
Фрактальный эллиптический цилиндр (ФЭЦ)	+	0	0	0	1	1	0
Фрактальный гиперболический цилиндр (ФГЦ)	+	0	0	0	1	-1	0
Фрактальный эллиптический параболоид (ФЭП)	+	0	0	±	1	1	0
Фрактальный гиперболический параболоид (ФГП)	+	0	0	±	1	-1	0
Фрактальная квантовая точка (ФКТ)	+	0	0	0	-1	-1	-1
Фрактальное стохастическое состояние (ФСС)	+	0	0	0	0	0	0

На рис. 1 приведены графики функций смещения  $u$  для фрактального эллиптического параболоида (ФЭП) при следующих значениях параметров:  $p_0' = 1.0123$ ;  $p_3' = -0.3375$ ;  $\varphi_{1\beta} = 0$ ;  $k_1 = 0$  и значениях аргумента  $j = j' = 0, 3, 4$ . Решение нелинейного уравнения (1) со значением функции  $Q$  в виде (2) и (4) строится методом итераций при фиксированных значениях  $\alpha = 0,5$ ;  $k = 0,5$ ;  $u_0 = 29,537$ . Итерационная процедура по индексу  $m$  моделирует стохастический процесс на прямоугольной дискретной решетке с размерами  $N_1 \times N_2 = 30 \times 40$ . Управляющие параметры были следующими:  $n_0 = 14,3267$ ;  $n_c = 9,4793$ ;  $m_0 = 19,1471$ ;  $m_c = 14,7295$ . При  $j = 0$  наблюдается структура типа фрактальной эллиптической дислокации (рис. 1, а) с ярко выраженным стохастическим поведением поля деформации и основным пиком вниз при  $n = 23$ ,  $m = 13$  (рис. 1, б, в). При увеличении  $j$  (рис. 1, г) происходит стягивание эллипса, переориентация и смещение основного пика при  $n = 14$ ,  $m = 20$

(рис. 1, д, е). При переходе через критическое значение  $j = 3$  поведение поля деформации меняется со стохастического на регулярное (рис. 1, ж). При этом изменяется форма и ширина основного пика, происходит уменьшение амплитуды (рис. 1, з, и).

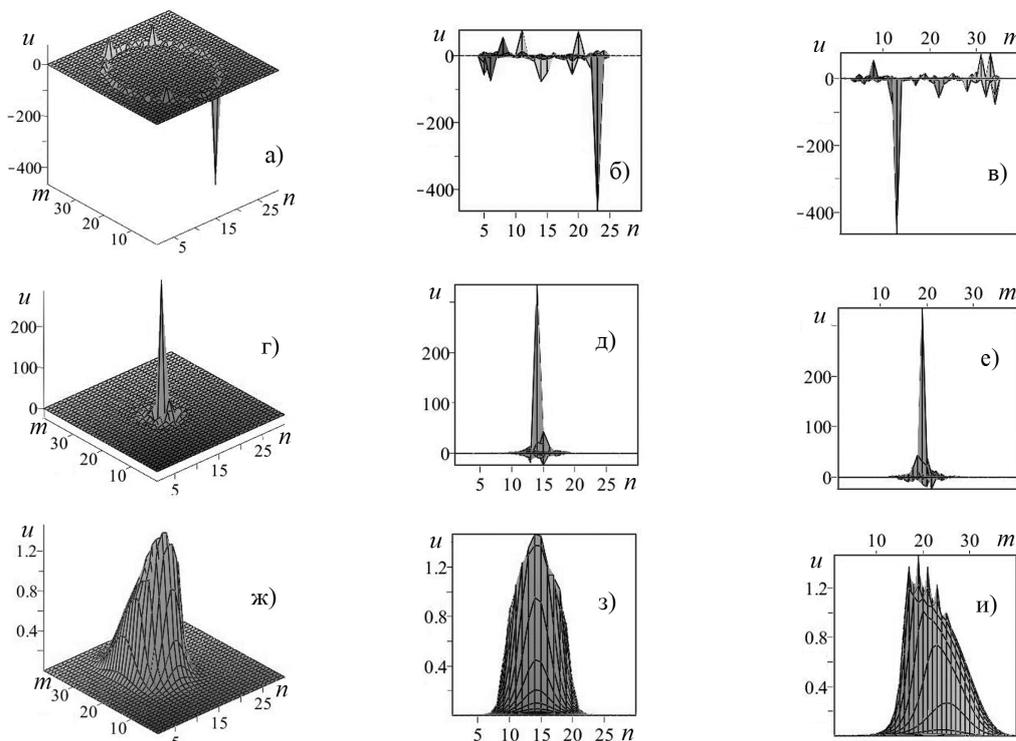


Рис. 1. Зависимости функций смещения  $u$  (а, г, ж) и проекций (б, в, д, е, з, и) от решеточных индексов  $n$  и  $m$  для ФЭП при  $j = 0$  (а, б, в);  $j = 3$  (г, д, е);  $j = 4$  (ж, з, и) при  $\varphi_{1\beta} = 0$ .

Исходные фрактальные структуры, повороты которых описываются выражениями (3), (6), (9) при  $\varphi_{1\beta} = \varphi_{2\beta} = \varphi_{3\beta} = 0$  и  $k_1 = k_2 = k_3 = 0$  совпадают. Поведение исходной структуры фрактального эллипсоида (ФЭ) при  $j = 30$  представлено на рис. 2.

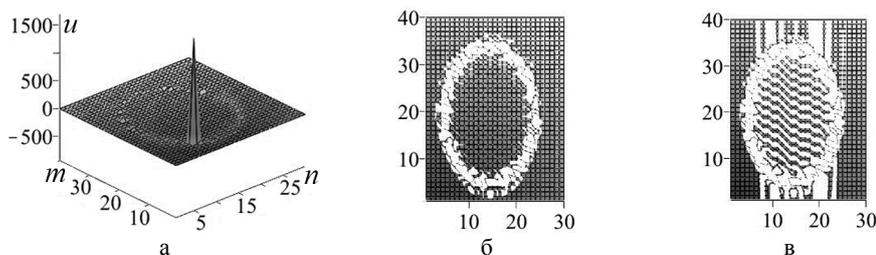


Рис. 2. Зависимость функции смещения  $u$  (а) и сечений (б)  $u \in [-1, 1]$ , (в)  $u \in [0, 1]$  (вид сверху) от решеточных индексов  $n$  и  $m$  для исходной структуры ФЭ при  $j = 30$ .

Перестройка структуры фрактального эллипсоида (ФЭ) с помощью различных пространственных поворотов (внешнее управление) изображена на рис. 3. Исходное состояние сечения  $u \in [0, 1]$  структуры ФЭ дано на рис. 2, в, а состояния сечений, полученные с помощью пространственных поворотов даны на рис. 3. Пространственный поворот вокруг оси  $Oj$  (рис. 3, а, б, в) описывается формулами (3). Пространственный поворот вокруг оси  $Om$  (рис. 3, г, д, е) описывается формулами (6). Пространственный поворот вокруг оси  $On$  (рис. 3, ж, з, и) описывается формулами (9). При этом параметры поворота следующие: первый механизм перестройки – начальные смещения не равны нулю  $u_{1\beta} = u_{2\beta} = u_{3\beta} = -\pi/8$ , эффективные углы равны нулю  $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 0$  для рис. 3, а, г, ж; второй механизм перестройки – начальные смещения равны нулю  $u_{1\beta} = u_{2\beta} = u_{3\beta} = 0$ , эффективные углы не равны нулю

$\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \pi / 16$  для рис. 3, б, д, з; третий механизм перестройки – начальные смещения и эффективные углы не равны нулю  $u_{1\beta} = u_{2\beta} = u_{3\beta} = -\pi / 8$ ,  $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \pi / 16$  для рис. 3, в, е, и.

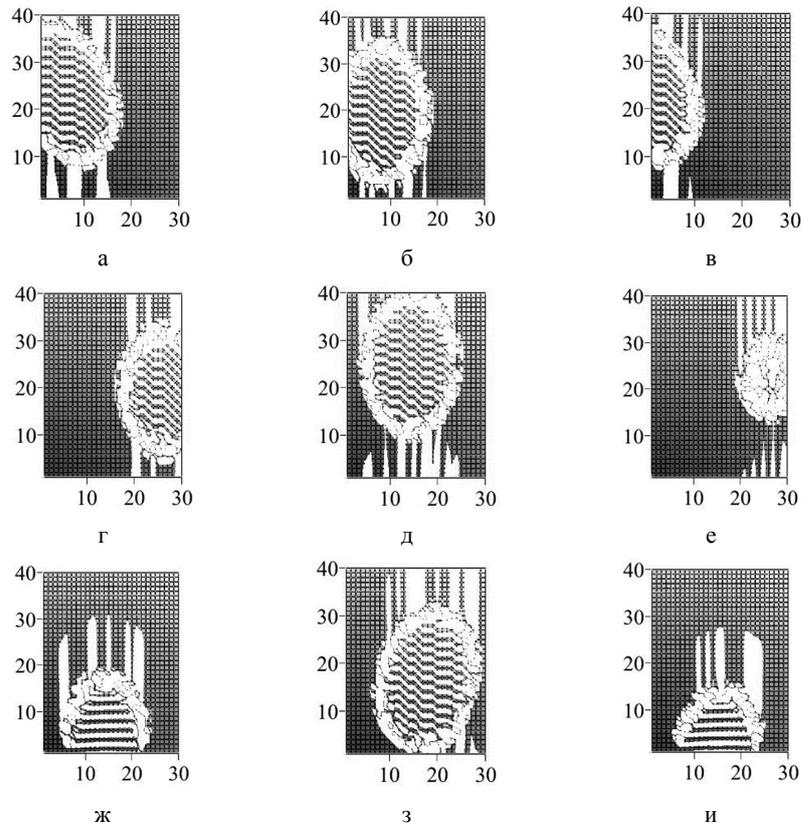


Рис. 3. Зависимость сечений функций смещения  $u \in [0,1]$  (вид сверху) от решеточных индексов  $n$  и  $m$  структуры ФЭ при  $j = 30$  для пространственных поворотов вокруг оси  $Oj$  (а, б, в), оси  $Om$  (г, д, е), оси  $On$  (ж, з, и).

Сравнительный анализ рис. 2 в и рис. 3 подтверждает возможность реализации различных механизмов перестройки структуры фрактального эллипсоида.

**Поведение усредненных функций.** Для исследования поведения стохастического поля деформации фрактальных объемных структур в многослойной наносистеме в рамках статистического подхода вводим усредненные функции по аналогии с работой [12]. Необходимость усреднения связана с тем, что элементы матрицы смещений узлов решетки, в общем случае, являются случайными действительными функциями. В случае усреднения по узлам в плоскости прямоугольной дискретной решетки  $N_1 \times N_2$  вводятся операторы полей смещений  $\hat{u}_1$  и плотности состояний  $\hat{\rho}_1$ . Этим операторам ставятся в соответствие прямоугольные матрицы  $\hat{u}_1$  и  $\hat{\rho}_1$  с размерами  $N_1 \times N_2$  и  $N_2 \times N_1$ , матричными элементами  $u_{nm}$  и  $\rho_{mn} = 1 / N_2 N_1$ , соответственно. В случае усреднения по узлам в плоскости  $N_2 \times N_3$  вводятся операторы полей смещений  $\hat{u}_2$  и плотности состояний  $\hat{\rho}_2$  с размерами  $N_2 \times N_3$  и  $N_3 \times N_2$ , матричными элементами  $u_{mj}$  и  $\rho_{jm} = 1 / N_3 N_2$ , соответственно. В случае усреднения по узлам в плоскости  $N_3 \times N_1$  вводятся операторы полей смещений  $\hat{u}_3$  и плотности состояний  $\hat{\rho}_3$  с размерами  $N_3 \times N_1$  и  $N_1 \times N_3$ , матричными элементами  $u_{jn}$  и  $\rho_{nj} = 1 / N_1 N_3$ , соответственно. Для однородного распределения операторы  $\hat{\rho}_1, \hat{\rho}_2, \hat{\rho}_3$  имеют вид

$$\hat{\rho}_1 = \hat{\xi}_{N_2}^T \hat{\xi}_{N_1} / N_2 N_1; \quad \hat{\rho}_2 = \hat{\xi}_{N_3}^T \hat{\xi}_{N_2} / N_3 N_2; \quad \hat{\rho}_3 = \hat{\xi}_{N_1}^T \hat{\xi}_{N_3} / N_1 N_3. \quad (12)$$

где значок « $T$ » означает операцию транспонирования;  $\hat{\xi}_{N_1}, \hat{\xi}_{N_2}, \hat{\xi}_{N_3}$  – вектор-строки с элементами равными единице. Усредненные функции  $M_1, M_2, M_3$  имеют вид [12]

$$M_1(j) = Sp(\hat{\rho}_1 \hat{u}_1); \quad M_2(n) = Sp(\hat{\rho}_2 \hat{u}_2); \quad M_3(m) = Sp(\hat{\rho}_3 \hat{u}_3). \quad (13)$$

Здесь  $S_p$  – операция вычисления следа квадратной матрицы. Поведение усредненной функции  $M_1$  от  $j$  для ФЭП (рис. 4, а) подтверждает существование критического значения  $j = 3$ , при переходе через которое стохастическое поведение функции  $M_1$  изменяется со стохастического на практически регулярное (рис. 1). Анализ поведения усредненных функций  $M_2$  от  $n$  (рис. 4, б),  $M_3$  от  $m$  (рис. 4, в) позволяет определить границы интервалов  $n \in [6, 22]$ ,  $m \in [6, 33]$ , внутри которых поведение указанных функций стохастическое, а вне интервалов – практически регулярное. На рис. 5 приведены графики изменения усредненных функций  $M_1$  от  $j \in [0, 10]$  для различных исходных фрактальных объемных структур.

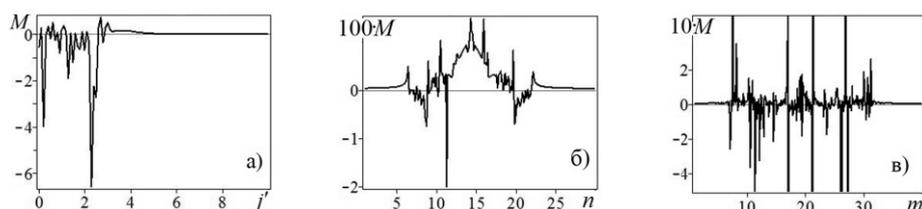


Рис. 4. Поведение усредненных функций  $M = M_1$  от  $j = j'$  (а);  $M = M_2$  от  $n$  (б);  $M = M_3$  от  $m$ ,  $10 \cdot M_3 \in [-5, 5]$  (в) для исходного ФЭП при  $\varphi_{1\beta} = 0$ ,  $k_1 = 0$ .

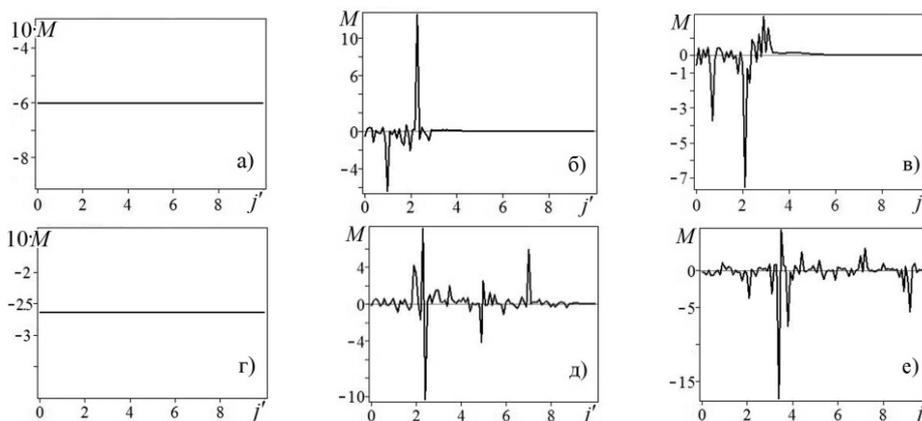


Рис. 5. Поведение усредненных функций  $M = M_1$  от  $j = j' \in [0, 10]$  для исходных ФЭЦ (а), ФЭ (б), ФОГ (в), ФГЦ (г), ФГП (д), ФДГ (е) при  $\varphi_{1\beta} = 0$ ,  $k_1 = 0$ .

Для структур типа ФЭЦ (рис. 5, а) и ФГЦ (рис. 5, г) функции  $M_1$  являются постоянными (не зависят от  $j$ , так как  $p'_3 = 0$ ). Учет межплоскостных взаимодействий (либо  $p'_3 \neq 0$  и  $b_3 = 0$ ; либо  $p'_3 = 0$  и  $b_3 \neq 0$ ; либо  $p'_3 \neq 0$  и  $b_3 \neq 0$ ) приводит к образованию структур типа ФЭ (рис. 5, б), ФОГ (рис. 5, в), ФГП (рис. 5, д), ФДГ (рис. 5, е), для которых поведение усредненных функций  $M_1$  от  $j$  становится стохастическим. При этом наблюдается существование критических значений  $j$ , при переходе через которые стохастическое поведение поля деформаций изменяется на практически регулярное (рис. 5, б, в).

**Выводы.** Получены нелинейные итерационные уравнения для многослойной наносистемы. Эти уравнения учитывают взаимодействие узлов как внутри основных прямоугольных дискретных решеток, так и межплоскостные взаимодействия. При этом образуются фрактальные объемные структуры, для которых характерно расположение особых точек на фрактальных поверхностях. Показана возможность перестройки состояний фрактальных объемных структур в многослойной наносистеме с помощью различных пространственных поворотов (внешнее управление). Вводятся усредненные функции для усреднений в трех основных плоскостях. Анализ поведения указанных функций позволяет определить критические значения тех аргументов функций, при переходе через которые стохастическое поведение поля деформации сменяется на регулярное.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шпак А. Н. Кластерные и наноструктурные материалы. Т. 1 / А. Н. Шпак, Ю. А. Куницкий, В. Л. Карбовский. – К.: Издательский дом «Академперіодика», 2001. – 588 с.

2. Quantum jumps of light recording the birth and death of a photon in a cavity / S. Gleyzes, S. Kuhr, C. Guerlin, et al. // Nature. – 2007. – Vol. 446. – P. 297–300.
3. Optical clocks and relativity. Science / C. W. Chou, D. B. Hume, T. Rosenband, et al. // Science. – 2010. – Vol. 329. – P. 1630–1633.
4. Raman K. V. Interface-engineered templates for molecular spin memory devices / K. V. Raman, A. M. Kamerbeek, A. Mukherjee // Nature. – 2013. – Vol. 493(7433). – P. 509–513.
5. Kahra S. A molecular conveyor belt by controlled delivery of single molecules into ultrashort laser pulses / S. Kahra, G. Leschhorn, M. Kowalewski // Nature Physics. – 2012. – Vol. 8(3). – P. 238–242.
6. Awrejcewicz Jan. Chaos in Structural Mechanics / Jan Awrejcewicz, V. A. Krysko. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008. – 424 p.
7. Stockmann H.-J. Quantum Chaos. An Introduction / H.-J. Stockmann. – Cambridge Univers. Press, 1999. – 368 p.
8. Skiadas C. H. Chaotic Modeling and Simulation: Analysis of Chaotic Models, Attractors and Forms / C. H. Skiadas, C. Skiadas. – Taylor and Francis/CRC, London, 2009. – 361 p.
9. Nonlinear dynamics and chaos. Bifurcation groups and rare attractors / M. V. Zakrzhevsky, R. S. Smirnova, I. T. Schukin, et al. – Riga, RTU, Publishing House, 2012. – 181 p.
10. Абрамов В. С. Фрактальная дислокация как один из неклассических структурных объектов в наноразмерных системах / В. С. Абрамов // Металлофизика и новейшие технологии. – 2011. – Т. 33, № 4. – С. 519–524.
11. Абрамова О. П. Перестройка поля деформации фрактальных квазидвумерных структур в наносистемах / О. П. Абрамова, С. В. Абрамов // Физико-мат. модел. сист.: матер. IX Межд. сем., Воронеж: ФГБОУ ВПО «Воронежский гос. техн. ун-т.», 2012. – Ч. 1. – С. 3–10.
12. Абрамова О. П. Особенности поведения поля деформации фрактальных квазидвумерных структур / О. П. Абрамова, С. В. Абрамов // Вісн. Донец. ун-ту. Сер. А: Природн. науки. – 2013. – № 1. – С. 9–17.
13. Абрамова О. П. Структурные переходы фрактальных квазидвумерных полей деформации в наносистемах / О. П. Абрамова, С. В. Абрамов // Актуальные проблемы механики деформируемого твердого тела: Тр. VII Междунар. науч. конф. (п. Мелекино, 11-14 июня 2013 г.). – Т. 1. – Донецк: ДонНУ, 2013. – С. 18–22.
14. Abramova O. P. Governance of Alteration of the Deformation Field of Fractal Quasi-two-dimensional Structures in Nanosystems / O. P. Abramova, S. V. Abramov // Chaotic Modeling and Simulation (CMSIM) Journal. – 2013. – No 3. – P. 367–375.
15. Abramova O. P. Fractal nanotraps based on quasi-two-dimensional fractal structures / O. P. Abramova, S. V. Abramov // Dynamical Systems Theory (Editors J. Awrejcewicz et. all.) DSTA 2013, Poland, Lodz, December 2-5, 2013. – P. 71–80.
16. Абрамов В. С. Фрактальная индукция, лавина, самоиндуцированная прозрачность, эхо в модельной наносистеме / В. С. Абрамов // Материалы X международного симпозиума по фотонному эхо и когерентной спектроскопии (ФЭКС'2013) (Йошкар-Ола, 30 июня–6 июля 2013 г.). – Йошкар-Ола: ФГБОУ ВПО «Поволжский государственный технологический университет», 2013. – С. 78–86.
17. Abramov V. S. Correlation Relations and Statistical Properties of the Deformation Field of Fractal Dislocation in a Model Nanosystem / V. S. Abramov // Chaotic Modeling and Simulation (CMSIM) Journal. – 2013. – № 3. – P. 357–365.

*Поступила в редакцию 17.01.2014 г.*

## РЕЗЮМЕ

Для опису стохастичних полів деформацій фрактальних об'ємних структур в багат шаровій наносистемі отримані основні нелінійні рівняння. Особливі точки (атрактори) поля деформації цих структур розташовані на фрактальних квазидвумерних поверхнях. При цьому використовується теорія дробового числення і концепція фрактала. Враховується взаємодія вузлів, як у площині основний прямокутної дискретної решітки, так і міжплощинні взаємодії. За допомогою просторових поворотів (зовнішнє управління) можна виконувати перебудову станів фрактальних об'ємних структур. Аналіз в термінах усереднених функцій дає можливість виявити особливості поведінки та умови переходу від однієї структури до іншої.

*Ключові слова:* фрактальна об'ємна структура, стохастичне поле деформації, усереднені функції, перебудова структури, багат шарова наносистема.

## SUMMARY

For the description of the stochastic deformation fields of fractal volumetric structures in a multilayer nanosystem basic nonlinear equations are obtained. The singular points (attractors) of the deformation field of these structures are located on fractal quasi-two-dimensional surfaces. This uses the theory of fractional calculus and the concept of fractal. The interaction of nodes both in the plane of the basic rectangular discrete lattice and the interplanar interactions is taken into account. Using spatial rotation (external governance) the alteration of the states of fractal volumetric structures can be carried out. The analysis in terms of averaged functions makes it possible to identify the features of the behavior and conditions of the transition from one structure to another.

*Keywords:* fractal volumetric structures, stochastic deformation field, averaged functions, alteration of the structure, multilayer nanosystem.