

УДК 539.3

Е. Н. Довбня, Н. А. Крупко

УПРУГОЕ РАВНОВЕСИЕ ИЗОТРОПНОЙ ПОЛОГОЙ ОБОЛОЧКИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ГАУССОВОЙ КРИВИЗНЫ С ТРЕЩИНАМИ И ОТВЕРСТИЕМ

Рассмотрено упругое равновесие изотропной пологой оболочки произвольной гауссовой кривизны. Конструкция, находящаяся под действием растягивающей нагрузки, ослаблена двумя сквозными трещинами, расположенными вдоль оси x , и круговым отверстием между ними. Поставленная задача была сведена к системе линейно алгебраических уравнений. Численное решение основывалось на использовании специальных квадратурных формул для интегралов типа Коши, в случае, когда неизвестные функции имеют корневую особенность на концах промежутка интегрирования и метода конечных разностей. В результате были получены значения коэффициентов концентрации напряжений вдоль контура отверстия и значения коэффициентов интенсивности усилий на концах трещин.

Ключевые слова: отверстие, трещина, оболочка, преобразование Фурье, коэффициенты концентрации напряжений, коэффициенты интенсивности усилий.

Введение. В современной технике, автомобилестроении и других отраслях широко используются тонкие оболочки различной конфигурации. Наличие мелких повреждений, трещин, разрезов и других дефектов играет существенную роль в ухудшении несущей способности конструкций, а, следовательно, такие конструкции становятся менее надежными, особенно в том случае, если дефектов много. Возникает необходимость исследования напряженно-деформируемого состояния оболочек с целью изучения качества прочности изделий с разрезами, отверстиями. Определение распределения нагрузки в окрестности дефекта позволяет проанализировать напряженно-деформированное состояние оболочки с дефектами, определить срок эксплуатации изделия. Напряженное состояние цилиндрической оболочки, находящейся под внутренним давлением, и, содержащей осевую трещину, было рассмотрено в [1]. В работе [2] были вычислены коэффициенты интенсивности напряжений на концах трещины в сферической и цилиндрической оболочках, когда к поверхности трещины были приложены равномерно растягивающая и изгибающая нагрузки. Исследования [3–7] посвящены взаимовлиянию сквозных трещин в оболочках. Многие ученые занимались решением научных задач, когда границы трещин и отверстия соприкасаются [8, 9]. Однако ряд исследований, в которых в качестве концентраторов напряжения выступают сквозные трещины и отверстия, ограничиваются частными случаями геометрии оболочки (сферическими либо цилиндрическими оболочками) [10–12].

Целью данной работы является исследование напряженно-деформированного состояния изотропной оболочки произвольной гауссовой кривизны с круговым отверстием и со сквозными трещинами.

Постановка задачи. Рассматривается изотропная полая оболочка постоянной толщины h . Заданную систему координат так, что оси x , y будут ориентированы вдоль линий главных кривизн срединной поверхности оболочки, а ось z будет направлена по нормали к ней. Оболочка, находящаяся под действием симметричной внешней нагрузки – равномерное растяжение вдоль оси y интенсивности p , ослаблена двумя коллинеарными сквозными трещинами длины $2l$, направленными вдоль оси x , и круговым отверстием радиуса r_0 , расположенным в центре конструкции (рис. 1). Для решения задачи будем считать, что размеры трещин и отверстия велики по сравнению с толщиной оболочки, но малы по сравнению с ее другими линейными размерами. Данное замечание позволяет рассматривать задачу о равновесии тонкой оболочки с трещинами и отверстием с помощью двумерной теории оболочек. В рамках этой теории трещины моделируются как математические разрезы срединной поверхности конструкции.

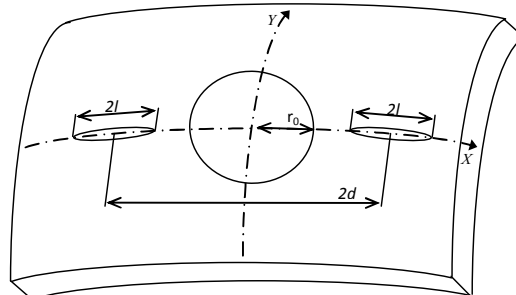


Рис. 1. Оболочка с отверстием и трещинами

Пусть расстояние между центрами трещин равно $2d$. Обозначим гладкие участки контуров трещин, отверстия через L_i , $i = \overline{0, 2}$. Уравнения L_i запишутся следующим образом

$$L_0 : \alpha_0(t) = r_0 \cos(t), \quad \beta_0(t) = r_0 \sin(t), \quad t \in [0, 2\pi];$$

$$L_1 : \alpha_1(t) = lt + d, \quad \beta_1(t) = 0; \quad L_2 : \alpha_2(t) = lt - d, \quad \beta_2(t) = 0; \quad t \in [-1, 1].$$

Направляющие косинусы вектора внешней нормали примут вид

$$\alpha'_i(t) = -n_{2i}(t), \quad \beta'_i(t) = n_{1i}(t), \quad i = \overline{0, 2}.$$

Напряженное состояние конструкции представим в виде суммы основного напряженного и возмущенного состояния оболочки. Основное напряженное состояние характеризуется величинами со звездочкой. Будем считать эти величины известными. В данной работе были использованы уравнения теории оболочек с большим показателем изменчивости [13], которые совпадают с уравнениями пологих оболочек [14]. В рамках теории пологих оболочек предусматривается, что метрика срединной поверхности оболочки совпадает с метрикой плоскости, то есть коэффициенты первой квадратичной формы поверхности $A \approx 1$, $B \approx 1$, а главные кривизны k_1 и k_2 (вдоль осей x , y соответственно) являются постоянными [15]. Основные соотношения теории пологих оболочек имеют вид:

– уравнения равновесия, исходя из гипотезы Кирхгофа-Лява [16],

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} = -X, \quad \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial T_2}{\partial y} = -Y, \quad \frac{\partial M_1}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} = N_1, \quad \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial M_2}{\partial y} = N_2, \\ -(k_1 T_1 + k_2 T_2) + \frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial y} = -Z;$$

– геометрические соотношения

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial u}{\partial x} + k_1 w, \quad \varepsilon_2 = \frac{\partial v}{\partial y} + k_2 w, \quad \varepsilon_{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad \theta_1 = -\frac{\partial w}{\partial x}, \\ \theta_2 = -\frac{\partial w}{\partial y}, \quad \chi_1 = -\frac{\partial \theta_1}{\partial x}, \quad \chi_2 = -\frac{\partial \theta_2}{\partial y}, \quad \chi_{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \theta_1}{\partial y} + \frac{\partial \theta_2}{\partial x} \right);$$

– уравнение неразрывности деформации

$$k_1 \chi_1 + k_2 \chi_2 + \frac{\partial^2 \varepsilon_1}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \varepsilon_2}{\partial y^2} = 0;$$

– соотношения упругости

$$T_1 = \frac{Eh}{1-\nu^2} (\varepsilon_1 + \nu \varepsilon_2), \quad T_2 = \frac{Eh}{1-\nu^2} (\nu \varepsilon_1 + \varepsilon_2), \quad S = \frac{Eh}{(1+\nu)} \varepsilon_{12}, \\ H = D(1-\nu) \chi_{12}, \quad M_1 = D(\chi_1 + \nu \chi_2), \quad M_2 = D(\nu \chi_1 + \chi_2).$$

Здесь X, Y, Z – проекции внешней нагрузки на оси координат, T_1, T_2, S – мембранные усилия, M_1, M_2, H – моменты, N_1, N_2 – перерезывающие силы; $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_{12}$ – компоненты тангенциальной деформации срединной поверхности оболочки, $\chi_1, \chi_2, \chi_{12}$ – компоненты изгибающей деформации, u, v, w – перемещения в направлениях x, y, z соответственно, θ_1, θ_2 – углы поворота нормали; $D = Eh^3 / (12(1-\nu^2))$, E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона.

Граничные условия для возмущенного напряженного состояния будут иметь вид

$$L_0: T_n = -T_n^*, \quad S_{n\tau} = -S_{n\tau}^*, \quad M_n = -M_n^*, \quad H_{n\tau} = -H_{n\tau}^*, \quad N_n = -N_n^*, \\ L_1: T_2^1 = -T_2^{1*}, \quad M_2^1 = -M_2^{1*}, \quad L_2: T_2^2 = -T_2^{2*}, \quad M_2^2 = -M_2^{2*}.$$

Будем считать, что контура трещин и отверстия свободны от нагрузки и берега трещин в процессе деформирования оболочки не контактируют между собой.

Поставленная задача сводится к системе дифференциальных уравнений в частных производных. Для сведения системы дифференциальных уравнений к системе граничных интегральных уравнений используется двумерное интегральное преобразование Фурье. Ограничения на использование данного преобразования позволяет обойти теория обобщенных функций.

Система граничных интегральных уравнений. Интегральные представления внутренних усилий и моментов [17] позволяют построить систему граничных интегральных уравнений для рассматриваемой задачи

$$\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \sum_{j=1}^5 (K_{ij}(\alpha_0(\theta) - \alpha_0(\tau), \beta_0(\theta) - \beta_0(\tau)) \psi_j(\tau)) d\tau + \\ + \int_{-1}^1 \sum_{j=6}^7 K_{ij}(\alpha_0(\theta) - \alpha_{j-5}(s), \beta_0(\theta) - \beta_{j-5}(s)) \psi_j(s) ds +$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_{-1}^1 \sum_{j=8}^9 K_{ij} (\alpha_0(\theta) - \alpha_{j-7}(s), \beta_0(\theta) - \beta_{j-7}(s)) \psi_j(s) ds = F_i(\theta), \quad i = \overline{1,4}, \theta \in [0, 2\pi] \\
 & \quad \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \sum_{j=1}^5 (K_{ij} (\alpha_{i-4}(t) - \alpha_0(\tau), \beta_{i-4}(t) - \beta_0(\tau)) \psi_j(\tau)) d\tau + \\
 & + \int_{-1}^1 \sum_{j=6}^7 K_{ij} (\alpha_{i-4}(t) - \alpha_{j-5}(s), \beta_{i-4}(t) - \beta_{j-5}(s)) \psi_j(s) ds + \\
 & + \int_{-1}^1 \sum_{j=8}^9 K_{ij} (\alpha_{i-4}(t) - \alpha_{j-7}(s), \beta_{i-4}(t) - \beta_{j-7}(s)) \psi_j(s) ds = F_i(t), \quad i = 5, 6, t \in [-1, 1] \\
 & \quad \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \sum_{j=1}^5 (K_{ij} (\alpha_{i-6}(t) - \alpha_0(\tau), \beta_{i-6}(t) - \beta_0(\tau)) \psi_j(\tau)) d\tau + \\
 & + \int_{-1}^1 \sum_{j=6}^7 K_{ij} (\alpha_{i-6}(t) - \alpha_{j-5}(s), \beta_{i-6}(t) - \beta_{j-5}(s)) \psi_j(s) ds + \\
 & + \int_{-1}^1 \sum_{j=8}^9 K_{ij} (\alpha_{i-6}(t) - \alpha_{j-7}(s), \beta_{i-6}(t) - \beta_{j-7}(s)) \psi_j(s) ds = F_i(t), \quad i = 7, 8, t \in [-1, 1]
 \end{aligned} \tag{1}$$

Неизвестные функции имеют вид:

$$\begin{aligned}
 \psi_1 &= Eh \left(\frac{\partial[u]}{\partial s} \Big|_{L_0} - n_{20} \frac{\lambda}{R_2} [w] \Big|_{L_0} \right); \quad \psi_2 = Eh \left(\frac{\partial[v]}{\partial s} \Big|_{L_0} + n_{10} \frac{1}{R_2} [w] \Big|_{L_0} \right); \\
 \psi_3 &= Eh \frac{1}{c^2 R_2} \frac{\partial[\theta_1]}{\partial s} \Big|_{L_0}; \quad \psi_4 = Eh \frac{1}{c^2 R_2} \frac{\partial[\theta_2]}{\partial s} \Big|_{L_0}; \quad \psi_5 = Eh \frac{1}{c R_2} (n_{10} [\theta_1] \Big|_{L_0} + \lambda n_{20} [\theta_2] \Big|_{L_0}); \\
 \psi_6 &= Eh \left(\frac{\partial[v]}{\partial s} \Big|_{L_1} \right); \quad \psi_7 = Eh \left(\frac{\partial[v]}{\partial s} \Big|_{L_2} \right); \quad \psi_8 = Eh \frac{1}{c^2 R_2} \frac{\partial[\theta_2]}{\partial s} \Big|_{L_1}; \quad \psi_9 = Eh \frac{1}{c^2 R_2} \frac{\partial[\theta_2]}{\partial s} \Big|_{L_2};
 \end{aligned}$$

где $[f]_L = f^+ - f^-$ – скачок функции f при переходе через контур L со стороны внешней нормали,

R_2 – радиус одной из главных кривизн оболочки, $c = \sqrt[4]{12(1-\nu^2)} / \sqrt{R_2 h}$. Ядра системы (1) имеют особенность типа Коши и методика их получения приводится в работе [18]. На контуре отверстия зададим компоненты главного вектора и главного момента, которые запишутся следующим образом

$$\begin{aligned}
 P_x(s) &= \int_{L_s} T_n dy + S_{n\tau} dx; \quad P_y(s) = \int_{L_s} S_{n\tau} dy - T_n dx; \quad P_z(s) = \int_{L_s} N_n ds + k_2 P_y dy + k_1 P_x dx; \\
 M_x^{(s)}(s) &= - \int_{L_s} (P_z + H_{n\tau}) dy - (M_n - k_1 M_z^{(s)}) dx; \\
 M_y^{(s)}(s) &= \int_{L_s} (P_z + H_{n\tau}) dx + (M_n - k_2 M_z^{(s)}) dy; \quad M_z^{(s)} = \int_{L_s} P_x dy - P_y dx.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Правую часть системы (1) представим через производные компонентов главного вектора и главного момента с учетом (2) таким образом

$$\begin{aligned}
 F_1 &= P'_x(s) = T_1 n_1 + S n_2; \quad F_2 = P'_y(s) = S n_1 + T_2 n_2; \quad F_3 = M'_x(s) = -P_z n_1 + k_1 n_2 M_z; \\
 F_4 &= M'_y(s) = -P_z n_2 - k_2 n_1 M_z; \quad F_i(t) = B_i^*(t) + B_i(t); \quad i = \overline{5,8}.
 \end{aligned}$$

Мембранные усилия и изгибающие моменты на линии трещины в оболочке, вызванные внешними нагрузками, имеют вид:

$$B_i^*(t) = T_2^{(i-4)*} \Big|_{L_{i-4}}; \quad i = 5, 6; \quad B_i^{(i-6)*}(t) = 0; \quad i = 7, 8.$$

Граничные условия для коллинеарных трещин приобретут следующий вид

$$B_i(t) = T_2^{i-4} \Big|_{L_{i-4}} = 0; i = 5, 6; B_i(t) = M_2^{i-6} \Big|_{L_{i-4}} = 0; i = 7, 8.$$

Таким образом, задача была сведена к решению системы восьми граничных интегральных уравнений при девяти неизвестных функциях. То есть, количество неизвестных функций превышает количество уравнений. Для обеспечения единственности решения необходимо добавить еще одно уравнение. Данный вопрос был затронут во многих работах, в частности в работе [19] предлагались разные варианты выбора дополнительного уравнения, но численная реализация была проведена только для случая, когда в качестве этого уравнения задать компоненты главного вектора P_z . В данной работе в качестве дополнительного уравнения было выбрано следующее дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2\psi_5}{d\theta^2} = c r_0 \left(n_1 \frac{d\psi_3}{d\theta} + \lambda n_2 \frac{d\psi_4}{d\theta} + 2(-n_2\psi_3 + \lambda n_1\psi_4) \right) - \psi_5.$$

Численное решение системы. Для сведения системы сингулярных интегральных уравнений (1) к системе линейно алгебраических уравнений использовались специальные квадратурные формулы для интегралов типа Коши, в случае, когда неизвестные функции имеют корневую особенность на концах промежутка интегрирования [20–22]. Подобные сингулярные уравнения часто встречаются в задачах теории упругости, аэро- и гидродинамики. В работе [22] такой метод решения получил название метод механических квадратур. Для девятого дифференциального уравнения был использован метод конечных разностей. Решение разностной схемы называется приближенным решением дифференциальной задачи [23].

Таким образом, рассмотренная задача сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений размерности $(9N + 2) \times (9N + 4)$. Для обеспечения единственности решения системы добавлены два алгебраических уравнения, полученные из таких интегральных уравнений

$$\int_{L_0} \psi_3 ds = 0; \int_{L_0} \psi_4 ds = 0.$$

Постановка задачи была сделана для случая, когда берега трещин не контактируют между собой. Поэтому после решения системы граничных интегральных уравнений необходимо проверить корректность постановки граничных условий, т.е. отсутствие контакта берегов разрезов [19]

$$2[u] \Big|_{L_i} \pm h[\theta_2] \Big|_{L_i} > 0, i = \overline{1, 2}.$$

Результаты численного исследования. В проведенном исследовании были вычислены коэффициенты концентрации напряжения, которые характеризуют напряженное состояние на контуре кругового отверстия в оболочке

$$K_\theta^T = T_\theta / p_0 h; T_\theta = E h \varepsilon_\tau / (1 - \nu^2); \varepsilon_\tau = (n_{20}\psi_1 - n_{10}\psi_2) / (E h); (p_0 h = p R / 2).$$

Параметр ρ определяет расстояние между дефектами $\rho = l/\gamma = l/d$.

Зависимость коэффициентов интенсивности усилий от гауссовой кривизны оболочки представлена на рис. 2 для следующих параметров оболочки: $h/r_0 = 0,1$; $R/h = 1$. Результаты приводятся для случая, когда дефекты находятся достаточно близко друг к другу, параметр $\rho = 0,4$. Рис. 2, а соответствует значениям коэффициентов интенсивности усилий на внутреннем конце разреза, а рис. 2, б – на внешнем конце разреза.

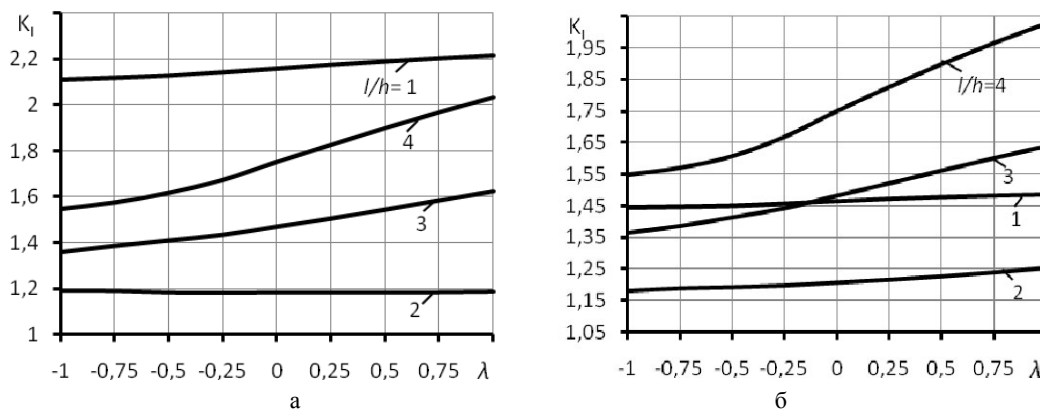


Рис. 2

Рис. 3 показує залежність коефіцієнтів концентрації напружень на контурі кругового отвору від гауссової кривизни оболочкі. Параметри оболочкі наступні: $h/r_0 = 0,1$; $R/h = 1$; $\rho = 0,4$. На рис. 3, а приводяться значення коефіцієнтів концентрації напружень на контурі отвору в точці $\theta = 0$, а на рис. 3, б – в точці $\theta = \pi/2$.

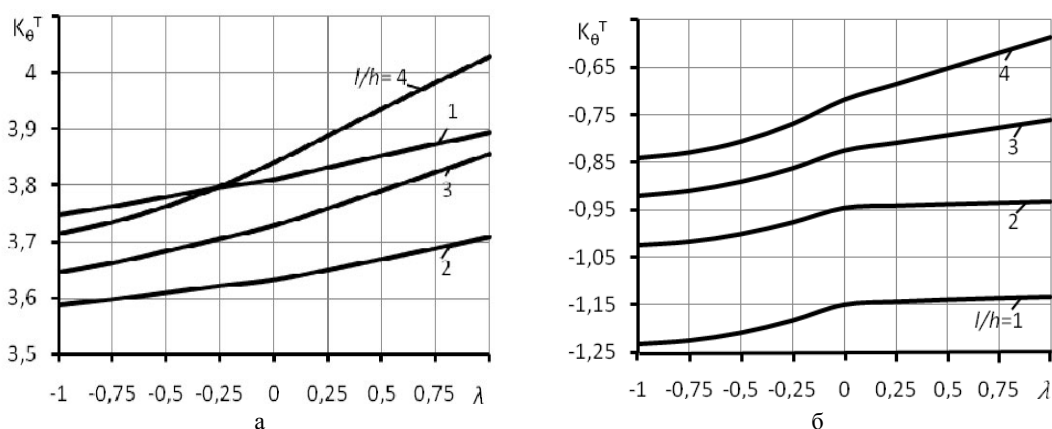


Рис. 3

Выводы. Было проведено исследование напряженно-деформированного состояния изотропной полой оболочки произвольной гауссовой кривизны с круговым отверстием и со сквозными трещинами под действием растягивающей нагрузки. Проведенное исследование показало, что уменьшение расстояния между дефектами оказывает существенное влияние на напряженно-деформированное состояние оболочки. При приближении дефектов друг к другу значения коэффициентов концентрации напряжения на контуре отверстия и значения коэффициентов интенсивности усилий на концах разрезов возрастают.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Folias E. S. An axial crack in a pressurized cylindrical shell / E. S. Folias // International Journal of Fracture Mechanics. – 1965. – No 1. – P. 104–113.
2. Erdogan F. Cylindrical and spherical shells with cracks / F. Erdogan, J. Kibler // International Journal of Fracture Mechanics. – 1969. – Vol. 5, No 3. – P. 229–237.
3. Barsoum R. S. Analysis of through cracks in cylindrical shells by the quarter-point elements / R. S. Barsoum, R. W. Loomis, B. D. Stewart // International Journal of Fracture Mechanics. – 1979. – Vol. 15, No 3. – P. 259–280.
4. Chudnovsky A. Elastic interaction of a crack with a random array of microcracks / A. Chudnovsky, W. Shaofu // International Journal of Fracture. – 1991. – No 49. – P. 123–140.
5. Erdogan F. A note on the interference of two collinear cracks in shell / F. Erdogan, M. Ratwani // International Journal of Fracture. – 1974. – Vol. 10, No. 4. – P. 463–465.
6. Sanders J. L. Circumferential Through-Cracks in Cylindrical Shells under Tension / J. L. Sanders // Journal of Applied Mechanics. – 1982. – Vol. 49, No 1. – P. 103–107.
7. Schmueser D. The periodic array of interface cracks and their interaction / D. Schmueser, M. Comlnou // International Journal of Solids and Structures. – 1979. – Vol. 15. – P. 927–934.
8. Picazo M. On the elastic compliance of a circular hole with two symmetric radial cracks initiated at its boundary / M. Picazo, I. Sevostianov // International Journal of Fracture. – 2011. – No 167. – P. 273–280.
9. Evaluation of S.I.F for crack emanating at 450 orientation from a hole in pressurised cylinder using fea / D. A. Akash, A. Anand, G. V. G. Reddy, L.J. Sudev // International Journal of Applied Research in Mechanical Engineering. – 2013. – Vol. 3, No 1. – P. 44–48.
10. Ishihama N. Axial cracks on both sides of a hole in a cylindrical shell / N. Ishihama // International Journal of Fracture. – 1984. – No 25. – P. 263–272.
11. Junhong G. Stress analysis for an elliptical hole with two straight cracks / G. Junhong, L. Guanting // Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics. – 2007. – Vol. 39, No 5. – P. 609–703.
12. Sergeev V. Stress intensity factors for an arbitrarily oriented crack near a hole in longeron web / B. Sergeev, E. Madenci, D. R. Ambur // Theoretical and Applied Fracture Mechanics. – 1999. – No 31. – P. 213–222.
13. Гольденвейзер А.Л. Теория упругих тонких оболочек / А.Л. Гольденвейзер. – М.: «Наука», 1976. – 512 с.
14. Власов В.З. Избранные труды. – В 3-х т. – Т.1 / В.З. Власов. – М.: Изд-во АН СССР., 1962. – 528 с.
15. Варвак П. М. Справочник по теории упругости / П. М. Варвак, А. Ф. Рябов. – К.: Будівельник, 1971. – 432 с.
16. Бидерман В. Л. Механика тонкостенных конструкций. Статика / В. Л. Бидерман. – М.: Машиностроение, 1977. – 488 с.
17. Хижняк В. К. Смешанные задачи теории пластин и оболочек: Учеб. пособие / В. К. Хижняк, В. П. Шевченко. – Донецк: Изд-во Донецк. ун-та, 1979. – 179 с.
18. Довбня Е. Н. Система граничных интегральных уравнений для ортотропных оболочек нулевой и отрицательной кривизн, ослабленных разрезами и отверстиями / Е. Н. Довбня // Вестн. Донец. нац. ун-та. Сер. А: Естественные науки. – 1998. – № 2. – С. 45–52.

19. Шевченко В. П. Метод граничних інтегральних рівнянь у задачах статички пологих ортотропних оболонок з розрізами й отворами / В. П. Шевченко, К. М. Довбня // Математичні методи та фізико-механічні поля. – 2003. – Т. 46, № 1. – С. 47–59.
20. Панасюк В. В. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках / В. В. Панасюк, М. П. Саврук, А. П. Дацышин. – К.: «Наукова думка», 1976. – 444 с.
21. Лифанов И. К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент (в математической физике, аэродинамике, теории упругости и дифракции волн) / И. К. Лифанов. – М.: ТОО «Янус», 1995. – 520 с.
22. Erdogan F. E. Numerical solutions of singular integral equations / F. E. Erdogan, G. D. Gupta, T. S. Cook // Methods of analysis and solutions of crack problems. Leyden: Noordhoff Intern. publ. – 1973. – P. 368–425.
23. Самарский А. А. Методы решения сеточных уравнений / А. А. Самарский, Е. С. Николаев. – М.: Наука, 1978. – 592 с.

Поступила в редакцію 13.03.2014 г.

РЕЗЮМЕ

Розглянуто пружну рівновагу ізотропної пологої оболонки довільної гаусової кривини. Конструкція, що знаходиться під дією розтягу, послаблена двома наскрізними тріщинами, розташованими вздовж осі x , та круговим отвором між ними. Поставлена задача була зведена до системи лінійно алгебраїчних рівнянь. Чисельне рішення ґрунтувалося на використанні спеціальних квадратурних формул для інтегралів типу Коші, у разі, коли невідомі функції мають кореневу особливість на кінцях проміжку інтегрування і методу кінцевих різниць. У результаті були отримані значення коефіцієнтів концентрації напружень уздовж контуру отвору та значення коефіцієнтів інтенсивності зусиль на кінцях тріщин.

Ключові слова: отвір, тріщина, оболонка, перетворення Фур'є, коефіцієнти концентрації напружень, коефіцієнти інтенсивності зусиль.

SUMMARY

The elastic equilibrium problem of isotropic shallow shell for arbitrarily gaussian curvature has been considered. The construction, which subjected to tension load, is weakened by two through cracks, located along the x -axis, and by circular hole between them. The problem was reduced to a system of linear algebraic equations. Numerical solution is based on the finite difference method and on the use of special quadrature formulas for Cauchy type integrals, while the unknown functions have a root singularity at the ends of the integration interval. As a result the stress concentration factors were obtained along hole contour and the stress intensity factors were obtained at the ends of cracks.

Keywords: hole, crack, shell, Fourier transformation, stress concentration factors, stress intensity factors.