

УДК 539.1:534.1

**М. П. Подчасов, І. В. Янчевський**

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, м. Київ

## НЕСТАЦІОНАРНІ НЕЛІНІЙНІ КОЛИВАННЯ ОРТОТРОПНИХ КОМПОЗИТНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК З ПРОТІКАЮЧОЮ РІДИНОЮ ПРИ ДІЇ ЗОВНІШНІХ РУХОМИХ ІМПУЛЬСНИХ НАВАНТАЖЕНЬ

Викладено результати чисельно-аналітичних досліджень впливу на характеристики деформування композитних циліндричних оболонок, в яких тече ідеальна нестислива рідина, при перехідних режимах їх нелінійних коливань в разі дії зовнішніх навантажень, що мають вигляд пакету прямокутних імпульсів тиску. Навантаження вважаються розподіленими по площадці на поверхні оболонки, яка переміщується вздовж оболонки з постійною швидкістю. На базі рівнянь класичної теорії оболонок, записаних в змішаній формі, розроблена та реалізована методика чисельного визначення максимальних значень радіальних прогинів оболонок за весь час перехідного процесу. Із застосуванням цієї методики досліджені залежності максимальних значень прогинів від швидкості потоку  $U$  та параметрів навантажень, таких як швидкість переміщення площадки  $V$ , кількість повних проходів площадкою всієї довжини оболонки, тривалість імпульсу та його амплітуда. Показано, що при фіксованих інших параметрах навантаження різним значенням  $U$  відповідають свої певні значення  $V$ , при яких максимальні прогини під час нестационарних коливань є найбільшими. Встановлена принципова можливість при наявності певних співвідношень між порівняно невеликими за значенням  $U$  та  $V$ , швидкого зростання амплітуд нестационарних коливань, при яких прогини перевищують межі конструктивних обмежень.

*Ключові слова:* композитна циліндрична оболонка, ідеальна нестислива рідина, швидкість потоку, швидкість рухомого навантаження.

**Вступ.** Вивченню усталених коливань гідродинамічних об'єктів, на які діють періодичні силові фактори з незмінною геометрією площадок навантаження присвячені численні публікації. У роботах [1–5], зокрема, у якості об'єктів дослідження виступають взаємодіючі з рідиною композитні циліндричні оболонки, які моделюють окремі конструктивні елементи трубопровідних систем. Однак у зв'язку з ускладненням умов функціонування сучасних трубопроводів, в т.ч. наявністю рухомих збурюючих сил, все більш актуальними стають дослідження перехідних процесів в таких об'єктах, які обумовлені дією сил, що розподілені по ділянкам зі змінними у часі границями.

В даній роботі представлені результати досліджень характеристик динамічних процесів переходу до режимів усталених коливань композитних циліндричних оболонок, в яких із заданою швидкістю тече рідина. Вважається, що окрім гідродинамічного тиску оболонка зазнає дію радіального зовнішнього навантаження, що має вигляд пакету прямокутних імпульсів тиску, при цьому площадки навантаження переміщуються вздовж твірної оболонки з заданою постійною швидкістю.

**Постановка задачі.** Об'єктом дослідження є кругова циліндрична ортотропна оболонка, всередині якої в напрямку осі  $Ox$  зі швидкістю  $U = \text{const}$  тече рідина (рис. 1) Вважається, що: оболонка вільно оберта на торцях; має довжину  $L$ , радіус  $R$ , товщину  $h$ , за позитивний напрямок відліку її прогину  $w$  обраний напрямок до центру кривизни. Припускається, що рідина є ідеальною і нестисливою, а її течія – потенціальною. На зовнішню поверхню оболонки діє рівномірно розподілений по площадці контакту тиск  $q(t)$ . В системі зв'язаних з оболонкою координат, повздовжньої  $x$  та дугової  $y = \theta R$ , площадка має довжину  $\Delta(t) = x_k(t) - x_0(t)$  та ширину  $l = y_k - y_0 = R(\theta_k - \theta_0) = \text{const}$ .

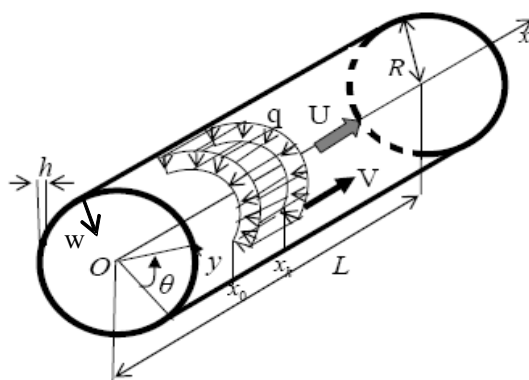


Рис. 1. Схема досліджуваної гідродинамічної системи

Відносно параметрів навантаження прийняті такі припущення. Площадка навантаження кілька разів ( $N_{\text{плоч}}$ ) з часовим інтервалом  $\tau_{\text{сер}}$  переміщується вздовж твірної оболонки. При цьому проміжок часу  $T_{\text{нав}}$ , коли оболонка зазнає дію зовнішнього тиску, визначається за формулою  $T_{\text{нав}} = (L + \Delta_m) / V$ , де через  $\Delta_m$  позначено максимальне значення  $\Delta(t)$  за умови, що  $x_0(t) \leq x_k(t) \leq L$ . На рис. 2 зображені

пунктирною та суцільною лініями, відповідно, графіки функцій  $x_0(t)$  та  $x_k(t)$  для випадку коли  $L=1$  м,  $N_{\text{площ}}=4$ ,  $T_{\text{наб}}=\tau_{\text{сер}}=1$  с. Зауважимо, що значення тангенсів кутів нахилу кривих на рисунку дорівнюють швидкості площадки  $V$ . Відносно зміни в часі тиску  $q(t)$  вважається, що він представляє пакет прямокутних імпульсів, які мають амплітуду  $Q$ , тривалість  $T_{\text{имн}}$  та слідує з інтервалом  $\tau_{\text{имн}}$ .

На рис. 3, а зображено графік функції  $q(t)$ , побудований при наступних значеннях параметрів:  $Q=5$  Па,  $T_{\text{имн}}=\tau_{\text{имн}}=0,1$  с. Відповідно, рис. 3, б ілюструє еволюцію добутку  $q(t)$  на різницю функцій  $x_k(t)$  і  $x_0(t)$ , графіки яких представлені на рис. 2.

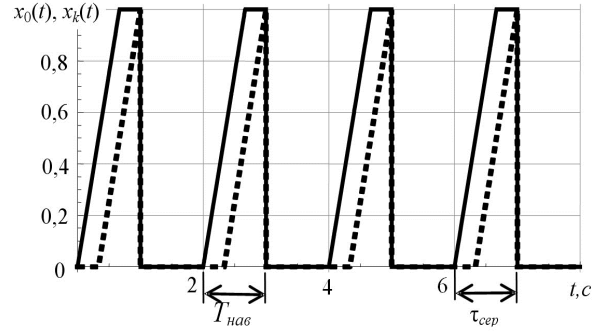


Рис. 2. Залежності координат границь площадки контакту від часу

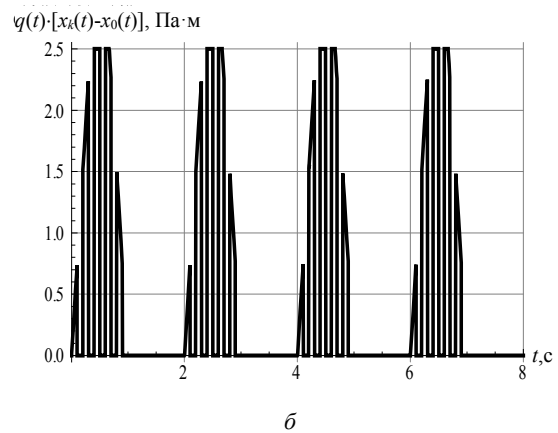
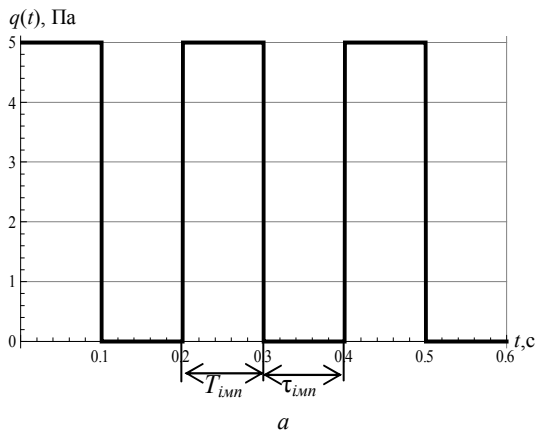


Рис. 3. Еволюції зовнішнього навантаження та його добутку на довжину площадки навантаження

Для опису нестационарного деформування оболонки при взаємодії з внутрішнім потоком рідини залучаються динамічні рівняння, представлені в змішаній формі [6–8]:

$$\frac{1}{h} \nabla_D^4 w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \varepsilon \rho \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{q}{h} - \frac{P_2}{h};$$

$$\nabla_D^4 \Phi = \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}.$$
(1)

Тут використані позначання, які використовуються в класичній теорії оболонок [7]:

$$\nabla_D^4 = D_1 \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4}{\partial y^4}; \quad \nabla_D^4 = \delta_2 \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2\delta_3 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \delta_1 \frac{\partial^4}{\partial y^4};$$

$\rho$  – густина оболонки;  $\rho_0$  – густина рідини, яка в ній тече;  $E_1, E_2$  – модулі пружності в напрямку осей  $x$  і  $y$  відповідно;  $G$  – модуль зсуву;  $D_i = E_i h^3 / 12 (1 - \mu_1 \mu_2)$  ( $i=1,2$ ) – жорсткості при згині в осьовому та окружному напрямках;  $D_3 = D_1 \mu_2 + 2D_G$  – зведена жорсткість;  $D_G = G h^3 / 12$  – жорсткість при крученні;  $\varepsilon$  – коефіцієнт демпфірування;  $\mu_1, \mu_2$  – коефіцієнти Пуассона ( $E_1 \mu_2 = E_2 \mu_1$ );  $\delta_i = E_i$ ;  $2\delta_3 = 1/G - 2\mu_1/E_1$ .

Гідродинамічний тиск  $P_{\bar{a}}$ , який фігурує в першому рівнянні (1), обчислюється за відомою формулою [6, 8] –  $P_2 = -\rho_0 \left( \frac{\partial \psi}{\partial t} + U \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \Big|_{r=R}$ . При цьому потенціал швидкостей рідини  $\psi(x, r, \theta, t)$  є розв'язком відповідної крайової задачі:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} = 0 \quad (0 \leq r \leq R; 0 \leq x \leq l; 0 \leq \theta \leq 2\pi);$$

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial r} \right|_{r=0} < \infty; \quad \left. \frac{\partial \psi}{\partial r} \right|_{r=R} = - \left( \frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial x} \right).$$

Динамічний прогин оболонки, який задовольняє прийнятими крайовими умовами, представлено у вигляді суми п'яти доданків, які відповідають його розвиненню за першими двома повздовжніми модами та за двома спряженими коловими модами, а також осесиметричного невід'ємного доданку, а саме:

$$w(x, y, t) = [f_1(t) \cos sy + f_2(t) \sin sy] \sin \lambda_1 x + [f_3(t) \cos sy + f_4(t) \sin sy] \sin \lambda_2 x + |f_5(t)| f(x). \quad (2)$$

Тут  $f_k(t)$  ( $k=1..5$ ) – функції часу, які підлягають визначенню;  $\lambda_1 = \pi/L$ ;  $\lambda_2 = 2\pi/L$ ;  $s = n/R$  – параметр хвилеутворення ( $n$  – кількість повних колових хвиль). Останній "коригувальний" доданок  $|f_5(t)| f(x)$  відображає відомий з експериментів з динаміки замкнених оболонок ефект "переважного випинання всередину" [7]. При цьому функція  $f(x)$  представляла достатньо точну апроксимацію функції  $\sin^4 \lambda_1 x$  першими трьома членами її розвинення в ряд Фур'є по синусах на інтервалі  $[0, L]$ . З механічної точки зору цей доданок можна інтерпретувати як накладання на рух системи певних в'язей.

Відзначимо, що всі, наведені нижче, результати чисельних досліджень отримані для оболонки, яка мала такі фізичні параметри:

$$L=1 \text{ м}; R=L/5; h=R/100; \rho=1650 \text{ кг/м}^3; \rho_0=1000 \text{ кг/м}^3;$$

$$n=3; \theta_0=\pi/4; \theta_k=3\pi/4; E_1=2,15 \cdot 10^9 \text{ Па}; E_2=1,23 \cdot 10^9 \text{ Па}; G=2,1 \cdot 10^8 \text{ Па}; \mu_1=0,19.$$

**Метод розв'язання.** На підставі представлення (2) за допомогою процедури Бубнова-Гальборкіна вхідна система рівнянь (1) була зведена до системи звичайних нелінійних диференціальних рівнянь відносно функцій  $f_k(t)$  ( $k=1..5$ ):

$$\begin{aligned} \ddot{f}_j + \varepsilon_1 \dot{f}_j + (\omega_1^2 - \alpha_1 U^2) f_j + \beta_1 U \frac{df_{j+2}}{dt} &= F_j(f_1, f_2, f_3, f_4, |f_5|, x_0, x_k, q), \quad (j=1,2); \\ \ddot{f}_j + \varepsilon_2 \dot{f}_j + (\omega_2^2 - \alpha_2 U^2) f_j + \beta_2 U \frac{df_{j-2}}{dt} &= F_j(f_1, f_2, f_3, f_4, |f_5|, x_0, x_k, q), \quad (j=3,4); \\ \text{sign}(f_5) \ddot{f}_5 + \varepsilon_3 \text{sign}(f_5) \dot{f}_5 + (\omega_5^2 - \alpha_3 U^2) f_5 &= F_5(f_1, f_2, f_3, f_4, |f_5|, x_0, x_k, q). \end{aligned} \quad (3)$$

Тут  $\alpha_i, \beta_i, \omega_i, \varepsilon_i$  – постійні коефіцієнти, які виражаються через геометричні та фізичні параметри оболонки;  $F_j(f_1, f_2, f_3, f_4, |f_5|, x_0, x_k, q)$  – нелінійні функції своїх змінних;  $x_0 = x_0(t, V, L, \Delta_m, N_{\text{площ}}, \tau_{\text{сер}})$ ;  $x_k = x_k(t, V, L, \Delta_m, N_{\text{площ}}, \tau_{\text{сер}})$ ;  $q = q(t, Q, T_{\text{имн}}, \tau_{\text{имн}})$ .

Надалі система (3) чисельно інтегрувалася за умови, що в початковий момент часу  $t=t_0=0$  значення функцій  $f_k$  та їх похідних за часом такі:  $f_i(t_0)=0$ ;  $\dot{f}_i(t_0)=10h$  м/с. Тобто вважалося, що спочатку оболонка має строго циліндричну форму, але існує деяка тенденція до збудження її коливань.

З метою спрощення аналізу результатів чисельних експериментів (відокремлення височастотних складових коливань) вводилися в розгляд обвідні  $Og \max w(x, y, t)/h$  максимальних значень безрозмірних прогинів  $w(x, y, t)/h$  в момент часу  $t$  в довільній точці оболонки з координатами  $x, y$ . Ці функції визначалися наступним чином. Після знаходження  $w(x, y, t)$  шляхом інтегрування (3) задавалися значення параметрів  $\tau$  і  $n_\tau$ . Останні задавали відповідно тривалість інтервалів часу  $[t-\tau, t+\tau]$ , на яких обчислювалися максимальні в часі значення прогину, а також кількість  $n_\tau$  проміжків часу, на які розбивався інтервал  $[t-\tau, t+\tau]$ . Остаточою, для довільної точки оболонки  $M(x, y)$  значення обвідної в момент часу  $t$  визначалося як максимальне число з масиву чисел  $\{w(x, y, t+i\tau/n_\tau)\}$  при  $-n_\tau \leq i \leq n_\tau$ , тобто

$Og \max w(x,y,t) = \max_{-n_\tau \leq i \leq n_\tau} \{w(x,y,t+i\tau/n_\tau)\}$ . Зазначимо, що наведені нижче результати розрахунків отримані при значеннях параметрів  $\tau=5(2\pi/\omega_5)$  та  $n_\tau=40$ .

Для визначення координат  $x=X$  і  $y=Y$  точки поверхні оболонки, в якій в момент закінчення перехідного процесу  $t=T_{сер} = N_{площ}(T_{нав} + \tau_{сер})$  її прогин максимальний, було використано наступну процедуру. Розглядалася прямокутна сітка із кроком  $\Delta x=L/n_x$  по координаті  $x$  та  $\Delta y=2\pi R/nn_y$  – по координаті  $y$ , що покриває частину поверхні оболонки. Далі обчислювався масив значень  $A=\{Og \max w(iL/n_x, j2\pi R/(nn_y), T_{сер})\}$  ( $i=1..n_x$ ;  $j=1..n_y$ ) та визначався максимальний елемент цього масиву й відповідні йому значення координат  $X, Y$ , при цьому  $n_x$  і  $n_y$  були задані (в представлених нижче розрахунках було обрано  $n_x=20, n_y=60$ ). Очевидно, що за умови періодичності  $w(x,y,t)$  по змінній  $y$  прогини оболонки в точках з координатами  $x=X$  і  $y=Y$  та  $x=X$  і  $y=Y+2\pi Rk/n$  ( $k=1..n-1$ ) співпадатимуть.

**Аналіз результатів.** Окремі питання, що пов'язані з дослідженням властивостей неусталених радіальних коливань досліджуваного об'єкта, висвітлювались в [9]. Нижче наведені деякі, найбільш суттєві, результати цих досліджень.

На рис. 4 зображені еволюції, обчислених в точці оболонки з координатами  $x=X$  і  $y=Y$ , функцій  $Og \max w(x,y,t)/h$  для випадку, коли кількість площадок  $N_{площ}=4$ . На кожній площадці діяв лише один імпульс, тривалість якого дорівнювала часу навантаження  $T_{имп}=T_{нав}$ , і імпульси слідували безпосередньо один за одним, тобто  $\tau_{сер}=\tau_{имп}=0$ . При цьому швидкість потоку  $U=5$  м/с, а параметри навантаження були такими:  $Q=1000$  Па;  $\Delta_m=L/4$ .

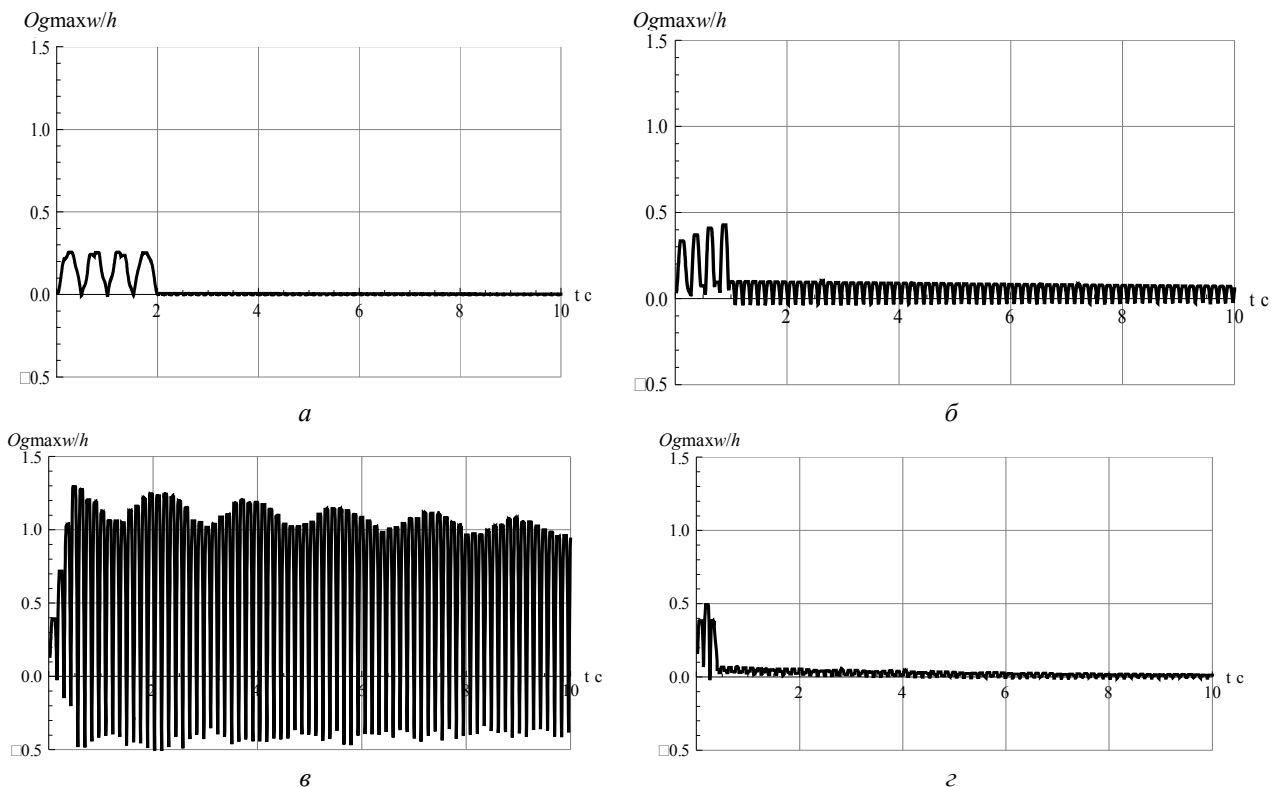


Рис. 4. Характеристики зміни в часі обвідних максимумів прогинів при різних значеннях швидкостей площадки у випадку дії на неї лише одного імпульсу

Рис. 4 відносяться до випадків, коли швидкості площадки  $V$  мали значення  $V=2,488$  м/с (рис. 4, а),  $V=4,975$  м/с (рис. 4, б),  $V=9,951$  м/с (рис. 4, в) та  $V=12,439$  м/с (рис. 4, г). Відношення

інтервалів часу навантаження  $T_{нав}$  до величини періоду мінімальної власної частоти оболонки з рідиною  $T_1 = 2\pi/\omega_1$  відповідно дорівнювали:  $T_{нав}/T_1 = 4$ ,  $T_{нав}/T_1 = 2$ ,  $T_{нав}/T_1 = 1$  та  $T_{нав}/T_1 = 0,8$ . Як видно, при зазначених параметрах навантаження, перехідний коливальний рух оболонки суттєво змінюється, зазнаючи значного збільшення значень максимальних прогинів та тривалості перехідного процесу, при наявності деякого, умовно кажучи, "резонансного" співвідношення  $T_{нав}/T_1 = 1$ .

Дані про зміну в часі функцій  $Og \max w(x, y, t)/h$  дозволяють визначити значення максимальних безрозмірних прогинів оболонки за весь час перехідного процесу  $\max w/h = \max_{\tau \leq t \leq T_{\epsilon}} [Og \max w(x, y, t)/h]$ , де

$T_{\epsilon}$  момент часу, після якого амплітуди коливань починають зменшуватися. Надалі, саме ці значення будуть використовуватися в якості характеристик неусталених нелінійних коливань оболонки.

Вплив значень безрозмірного параметру  $\Delta_m/L$  на максимальні безрозмірні прогини оболонки, які мають місце під час неусталених коливань, ілюструють зображені на рис. 5 криві. Ці криві побудовані при наступних припущеннях [9]. На оболонку діє лише один імпульс з тривалістю  $T_{имп} = T_{нав}$ , тобто  $N_{площ} = 1$ ,  $\tau_{сер} = \tau_{имп} = 0$ . Швидкості площадки навантаження та течії рідинного заповнювача дорівнювали, відповідно,  $V = 5$  м/с та  $U = 10$  м/с.

Криві, позначені індексами 1–4, відповідають значенням амплітуд імпульсів  $Q = 500$  Па,  $Q = 1000$  Па,  $Q = 1500$  Па та  $Q = 2000$  Па. Наведені графіки свідчать про те, що в даному випадку при збільшенні відносної довжини максимальної площадки навантаження  $\Delta_m/L$  величини  $\max w/h$  зменшуються, а при збільшенні  $Q$  очікувано, приблизно пропорційно, збільшуються.

При дії, як і в попередньому випадку одиночного імпульсу на кожній площадці, досліджувався вплив на динаміку перехідних процесів швидкості  $V$  при інших фіксованих значеннях параметрів навантаження. Для цього на певному інтервалі її зміни з кроком  $\Delta V$  обиралися значення  $V_j$ , для яких визначалися відповідні значення  $\max w/h$  і будувалися графіки функцій  $\max w/h = f(V)$  коли інші параметри навантаження мали ті чи інші фіксовані значення.

Графіки цих функцій отримані в припущенні, що  $\Delta_m = L/4$ ,  $U = 5$  м/с,  $\Delta V = 2,5$  м/с,  $Q = 1000$  Па, і представлені на рис. 6. Крива 1, що зображена крапками, відповідає випадку, коли  $N_{площ} = 2$ ; штрихпунктирна крива 2 – випадку  $N_{площ} = 3$ ; пунктирна крива 3 – випадку  $N_{площ} = 4$ , а суцільна крива 4 – випадку  $N_{площ} = 5$ . Ці криві свідчать про наявність при зазначених параметрах навантаження і  $U = 5$  м/с деякої "критичної" швидкості  $V = V_{кр}$ , в околі якої функції  $\max w/h = f(V)$  мають максимуми. Крім цього, із збільшенням в певних межах кількості імпульсів  $N_{площ}$ , спостерігається загальна тенденція до збільшення значень величин  $\max w/h$ .

Для аналогічного попередньому випадку, коли на кожній площадці діє лише один імпульс і площадки слідують безпосередньо одна за однією, тобто коли виконуються умови  $T_{имп} = T_{нав}$ ,  $\tau_{сер} = \tau_{имп} = 0$ , досліджувалась залежність величин  $\max w/h$  від швидкостей площадки  $V$  та швидкості

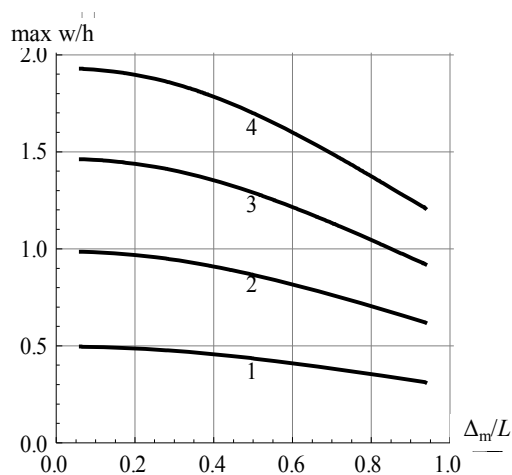


Рис. 5. Залежності величин  $\max w/h$  від параметру  $\Delta_m/L$  при різних значеннях амплітуд імпульсів

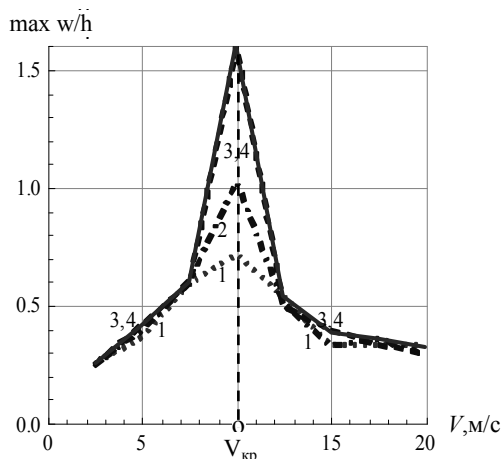


Рис. 6. Залежності величин  $\max w/h$  від швидкості площадок навантаження при різних їх кількостях

потоків рідини  $U$ . В графічній формі результати цих досліджень, отримані за умов, що  $N_{\text{площ}}=5$ ,  $\Delta_m=L/4$ ,  $Q=1000$  Па, і представлені на рис. 7.

Зображені точками крива 1, штрихпунктиром крива 2, пунктиром крива 3 та суцільною лінією крива 4 побудовані для значень  $U=0$  (випадок априорі нерухомої рідини),  $U=5$  м/с,  $U=10$  м/с і  $U=12$  м/с, відповідно. Зазначимо, що при побудові наведених графіків, з метою обов'язково розглядати для кожного значення  $U$  випадок виконання "резонансного" співвідношення  $T_{\text{наб}}/T_1=1$ , крок по змінній  $V$  обчислювався за формулою  $\Delta V=(L+\Delta_m)/4T_1$  оскільки  $T_1=2\pi/\omega_1$ , в свою чергу, залежить від  $U$ .

З цього рисунку видно, що кожному з наведених значень  $U$  відповідають свої значення "критичних" швидкостей  $V_{кр0}$ ,  $V_{кр5}$ ,  $V_{кр10}$  та  $V_{кр12}$ , при яких максимальні за весь час нестационарних коливань оболонки її радіальні прогини стають найбільшими. Для цих значень  $V$ , при досить великих значеннях  $U$  або  $Q$ , максимальні прогини оболонки під час перехідних процесів можуть суттєво перевищувати конструктивні обмеження, що на них накладаються, або межі застосування використаної в даних дослідженнях класичної теорії оболонок. Так, на кривій 4 максимальне значення  $\max w/h$  наближається до 6, яке близьке до границі застосування вказаної теорії.

Досліджувався також перехідний процес деформування оболонки в загальному випадку, коли на неї діє пакет імпульсів тиску, розподілених на серії рухомих площадок навантаження. Еволюцію такого навантаження ілюструє рис. 4, б. За умов, що  $\Delta_m=L/2$ ,  $Q=1000$  Па,  $N_{\text{площ}}=N_{\text{имп}}=4$ ,  $T_{\text{имп}}=T_{\text{наб}}/2N_{\text{имп}}$ ,  $\tau_{\text{сер}}=1$  с,  $\tau_{\text{имп}}=T_{\text{имп}}$ ,  $\Delta V=0,5$  м/с, обчислювалися залежності  $\max w/h$  від  $V$  для окремих значень швидкостей потоку  $U$ . Графіки таких функцій  $\max w/h=f(V)$  приведені на рис. 8. На ньому криві 1–4, нанесені відповідно точками, штрихпунктиром, пунктиром та суцільною лінією, відносяться до значень  $U=6$  м/с,  $U=5$  м/с,  $U=4$  м/с і  $U=4,5$  м/с.

Як і в попередньому випадку, відзначаємо можливість виникнення, при певних значеннях параметрів навантаження та швидкості потоку, великих радіальних прогинів оболонки під час перехідних процесів (крива 4). При цьому наявність таких прогинів, значення яких виходять за рамки конструктивних обмежень, є тенденцією до практичної втрати стійкості оболонки. Важливо, що ця тенденція може мати місце при порівняно невеликих значеннях  $V$  та  $U$ .

Слід зазначити, що наведена методика чисельних досліджень динаміки оболонок з рідиною, яка в них протікає і на яку діють рухомі навантаження, може бути безпосередньо застосована для вивчення характеристик перехідних коливань оболонок у випадках, коли імпульси тиску мають не прямокутну, а іншу, наприклад, експоненціально затухаючу або синусоїдальну форму.

**Висновок.** Коротко резюмуючи наведені тут результати досліджень, відзначимо наступне. Вивчення характеристик нестационарних нелінійних коливань оболонок з рідиною належить до кола актуальних науково-практичних задач, оскільки під час перехідних процесів прогини оболонок можуть суттєво перевищувати відповідні значення при усталених коливаннях. При цьому оболонки переважно випинаються в середину та їх максимальні радіальні прогини, які досягаються під час перехідного режиму, суттєво нелінійним чином залежать від усіх параметрів рухомого навантаження та швидкості потоку рі-

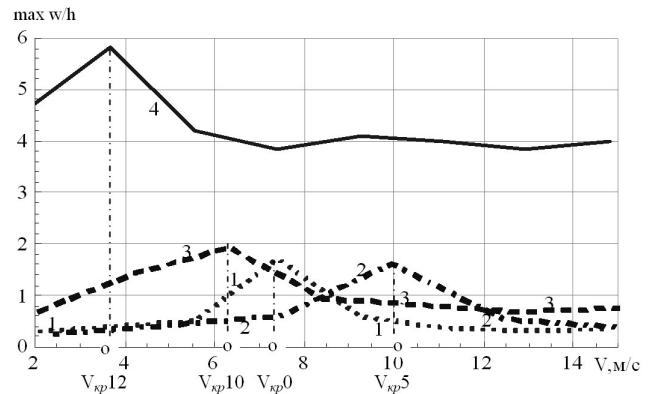


Рис. 7. Залежності  $\max w/h$  від швидкості площадок навантаження при різних значеннях швидкостей потоку рідини

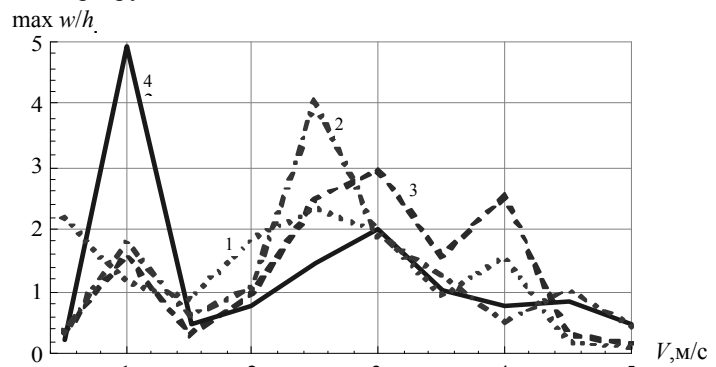


Рис. 8. Залежності величин  $\max w/h$  від швидкості площадок навантаження при дії пакету імпульсів, розподілених на серії рухомих площадок навантаження

дини, особливо від  $V$  і  $U$ . Якщо інші параметри навантаження фіксовані, то для кожного значення  $U$  існують певні швидкості площадки  $V=V_{кр}$ , при яких максимальні безрозмірні прогини  $\max w/h$  досягають своїх найбільших значень. При певних співвідношеннях між параметрами навантаження та  $U$  прогини оболонок під час нестационарних коливань мають тенденцію до швидкого зростання й їх значення можуть перевищувати границі конструктивних і теоретичних обмежень, що може трактуватися як практична втрата стійкості оболонки. Такий ефект має місце при порівняно невеликих значеннях  $V$  та при швидкостях потоку рідини  $U$  суттєво менших за першу критичну швидкість дивергенції аналогічної оболонки без рухомого навантаження.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Ковальчук П. С. О расчете одночастотных нелинейных колебаний цилиндрических оболочек при взаимодействии с протекающей жидкостью / П. С. Ковальчук // Прикл. механика. – 2005. – Т. 41, № 4. – С. 75–84.
2. Kovalchuk P. S. On stability of elastic cylindrical shells interacting with flowing fluid / P. S. Kovalchuk, N. P. Podchasov // Int. Appl. Mech. – 2010. – Vol. 46, No 1. – P. 73–82.
3. Кубенко В. Д. Аналіз стійкості циліндричних оболонок при взаємодії з рухомою рідиною / В. Д. Кубенко, П. С. Ковальчук, М. П. Подчасов // Доп. НАН України. – 2010. – № 5. – С. 50–56.
4. Кубенко В. Д. Анализ нестационарных процессов в цилиндрических оболочках при взаимодействии с протекающей жидкостью / В. Д. Кубенко, П. С. Ковальчук, Н. П. Подчасов // Прикл. механика. – 2010. – Т. 46, № 10. – С. 36–52.
5. Amabili M. Nonlinear dynamics and stability of circular cylindrical shell containing flowing fluid. Part 1: Stability / M. Amabili, F. Pellicano, M.P. Paidoussis // J. of Sound and Vibration. – 1999. – Vol. 225, No 4. – P. 655–699.
6. Болотин В. В. Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости / В. В. Болотин. – М.: Физматгиз, 1961. – 340 с.
7. Вольмир А. С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек / А. С. Вольмир. – М.: Наука, 1972. – 432 с.
8. Вольмир А. С. Оболочки в потоке жидкости и газа. Задачи гидроупругости / А. С. Вольмир. – М.: Наука, 1979. – 320 с.
9. Подчасов Н. П. Переходные колебания ортотропных цилиндрических оболочек с протекающей жидкостью при действии одиночного импульса внешней нагрузки с подвижной площадкой контакта / Н. П. Подчасов // Матер. Міжнар. наук.-практ. конф. "Математика в сучасному технічному університеті" (м. Київ, 19-20 квітня 2013 р.). – С. 114–117.

Надійшло до редакції 26.09.2013 р.

## РЕЗЮМЕ

Изложены результаты численно-аналитических исследований влияния на характеристики деформирования композитных цилиндрических оболочек, в которых течет идеальная несжимаемая жидкость, при переходных режимах их нелинейных колебаний в случае действия внешних нагрузок, имеющих вид пакета прямоугольных импульсов давления. Нагрузки считаются распределенными по площадке, которая движется вдоль поверхности оболочки с постоянной скоростью. На основе уравнений классической теории оболочек, записанных в смешанной форме, разработана и реализована методика численного определения максимальных значений радиальных прогибов оболочек за все время переходного процесса. С применением этой методики исследованы зависимости максимальных значений прогибов от скорости потока  $U$  и параметров нагрузок, таких как скорость перемещения площадки  $V$ , количество полных проходов площадкой всей длины оболочки, продолжительность импульса и его амплитуда. Показано, что при фиксированных других параметрах нагрузки разным значениям  $U$  отвечают свои определенные значения  $V$ , при которых максимальные прогибы во время нестационарных колебаний являются наибольшими. Установлена принципиальная возможность, при наличии определенных соотношений между сравнительно небольшими по значению  $U$  и  $V$ , быстрого роста амплитуд нестационарных колебаний, при которых прогибы превышают границы конструктивных ограничений.

*Ключевые слова:* композитная цилиндрическая оболочка, идеальная несжимаемая жидкость, скорость потока, скорость подвижной нагрузки.

## SUMMARY

Results of numerically-analytical investigation of influence of external loads which looks like a package of rectangular impulses of pressure on characteristics of nonlinear deformation of composite cylindrical shells with flowed ideal incompressible liquid are presented. Loads are considered as distributed on areas which moves along shell's surface with constant speed. On the basis of the equations of the classical shell's theory which have been written down in the mixed form the technique of calculation of the maximal values of radial deflections of shells for all time of transient process is developed and realized. Using this technique dependences of the maximal values of deflections on speed of the stream  $U$  and loads' parameters, such as speed of moving area  $V$ , quantity of full passes all shell's length by an area, duration of an impulse and its amplitude are investigated. It is shown that at fixed other load's parameters, different values  $U$  corresponds certain values  $V$  at which the maximal deflections during non-stationary vibrations are the greatest. It is established that at presence of certain ratio between rather small values  $U$  and  $V$ , fast growth of amplitudes of non-stationary vibrations at which deflections exceed borders of constructive restrictions.

*Keywords:* composite cylindrical shell, ideal incompressible liquid, speed of stream, speed of moving load.