УДК 531.36, 531.38

Кононов Ю. М., Василенко В.Ю.

[1] **доктор фізико-математичних наук, професор кафедри прикладної математики і комп'ютерних технологій Донецького національного університету**

[2] **аспірант кафедри прикладної математики і комп'ютерних технологій Донецького національного університету**

ПРО СТІЙКІСТЬ ОБЕРТАННЯ НЕСИМЕТРИЧНОГО ТВЕРДОГО ТІЛА З УРАХУВАННЯМ ДИСИПАТИВНИХ І ПОСТІЙНИХ МОМЕНТІВ

У припущенні, що центр мас твердого тіла знаходиться на третій головній осі інерції твердого тіла, на основі критерію Льенара-Шипара, записаного в іннорному вигляді отримані у вигляді системи трьох нерівностей умови асим-птотичної стійкості рівномірного обертання динамічно несиметричного важкого твердого тіла з нерухомою точкою. Тверде тіло знаходиться під дією сил тяжіння, дисипативного моменту і постійного моменту в інерціальній системі відліку. Проведено аналітичні дослідження впливу малих відносних значень величин несиметрії твердого тіла, постій-ного моменту в інерціальній системі відліку, моментів, що перекидаються та відновлюються на асимптотичну стійкість рівномірного обертання твердого тіла в середовищі, що чинить опір.

Ключові слова: *динамічно несиметричне тверде тіло, середовище, що чинить опір, постійний в інерціальній системі момент, асимптотична стійкість*

Вступ

У статті [1] розглянуто задачу про вплив дисипативного моменту, що моделює опір середовища, і пос-тійного моменту, прикладеного до зовнішньої рамки безінерційного карданова підвісу, на стійкість стаці-онарних рухів симетричного твердого тіла. У роботі [2] ця задача була узагальнена на випадок струнно-го підвісу і рівномірних обертань вовчка. Вплив малої несиметрії твердого тіла на стійкість стаціонарних рухів тіла було оцінено в роботах [3-4]. У статті [5] узагальнена задача [1] на випадок рівномірного обе-ртання несиметричного твердого тіла і отримані у вигляді системи трьох нерівностей умови асимптотич-ної стійкості обертання несиметричного твердого тіла. У даній статті продовжено дослідження, розпоча-ті в [5-6], виведені на основі критерію Льенара-Шипара, записаного в іннорному вигляді, більш прості і зручні для аналітичних досліджень умови асимптотичної стійкості рівномірного обертання динамічно несиметричного важкого твердого тіла.. Проведено аналітичні дослідження впливу малих значень вели-чин несиметрії твердого тіла, постійного моменту, моментів, що перекидуються та відновлюються на асимптотичну стійкість рівномірного обертання твердого тіла в середовищі, що чинить опір.

1. Постановка завдання

Розглянемо важке динамічно несиметричне тверде тіло, яке обертається навколо нерухомої точки, в припущенні, що на нього діє дисипативний момент $\overrightarrow{M}_d \doteq -D\overrightarrow{\omega}\left(diag\left(D_1, D_2, D_3\right), D_i > 0, i = \overline{1,3}\right)$, який моделює середовище, що чинить опір, і постійний в інерціальній системі відліку момент $\overrightarrow{M}_p = \overrightarrow{P}_\gamma$. Будемо вважати, що центр мас твердого тіла знаходиться на третій головної осі інерції твердого тіла. Тут $\overrightarrow{\omega}$ - кутова швидкість твердого тіла, $\overrightarrow{k}$ - одиничний вектор третьої головної осі інерції твердого тіла, $\overrightarrow{\gamma}$ - одиничний вектор висхідної вертикалі, P - довільна постійна. Рівняння обертання твердого тіла в пов'язаної з ним системі координат мають вигляд [1, 5]

$$J\overline{\omega_1} + \overline{\omega} \times (J\overline{\omega}) = \overline{\gamma} \times \frac{\partial V}{\partial \gamma} + P\overline{\gamma} - D\overline{\omega}, \tag{1.1}$$

$$\overline{\gamma} + \overline{\omega} \times \overline{\gamma} = 0, \tag{1.2}$$

де $J = diag\left(J_1, J_2, J_3\right)$ - тензор інерції твердого тіла для нерухомої точки, $V = \Gamma\left(\overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{\gamma}\right)$ - потенційна енергія, $\Gamma = mgc$, m - маса твердого тіла, c - відстань від нерухомої точки до центру мас твердого тіла, g - прискорення вільного падіння. Рівняння (1.1) виражає теорему про зміну кінетичного моменту $J\overrightarrow{\omega}$, а рівняння (1.2) - умова постійності вектору $\overrightarrow{\gamma}$ в інерціальній системі відліку. Проектуючи рівняння руху твердого тіла (1.1)-(1.2) на головній осі інерції твердого тіла для нерухомої точки, отримаємо

$$\begin{gathered} J_1\omega_1 + (J_3 - J_2)\,\omega_2\omega_3 = \Gamma\gamma_2 - D_1\omega_1, \\ J_2\omega_2 + (J_1 - J_3)\,\omega_3\omega_1 = -\Gamma\gamma_1 - D_2\omega_2, \\ J_3\omega_3 + (J_2 - J_1)\,\omega_1\omega_2 = P\gamma_3 - D_3\omega_3, \end{gathered} \tag{1.3}$$

$$\begin{gathered} \gamma_1 + \omega_2\gamma_3 - \omega_3\gamma_2 = 0, \\ \gamma_2 + \omega_3\gamma_1 - \omega_1\gamma_3 = 0, \\ \gamma_3 + \omega_1\gamma_2 - \omega_2\gamma_1 = 0. \end{gathered} \tag{1.4}$$

Система (1.3)-(1.4) допускає рішення

$$\gamma_1 = \gamma_2 = 0, \gamma_3 = 1, \omega_1 = \omega_2 = 0, \omega_3 = \omega = \frac{P}{D_3}, \tag{1.5}$$

$$\gamma_1 = \gamma_2 = 0, \gamma_3 = -1, \omega_1 = \omega_2 = 0, \omega_3 = \omega = \frac{-P}{D_3}, \tag{1.6}$$

що відповідають рівномірним обертанням твердого тіла з кутовою швидкістю ω навколо вертикально розташованої третьої головної осі. При цьому рішенню (1.5) відповідає випадок "сплячого"вовчка"(центр мас твердого тіла знаходиться вище нерухомої точки, тобто $c > 0$), на який діє перекидний момент $(\Gamma > 0)$ і момент $\vec{M}_p$, а рішенню (1.6) - випадок статично стійкого "вовчка"(центр мас знаходиться нижче нерухомої точки ($c < 0$),на який діє момент, що відновлюється $(\Gamma < 0)$ та момент $-\vec{M}_p$.

2. Асимптотична стійкість рішень (1.5) - (1.6).

Вважаючи в обуреному русі $\gamma_3 = 1 + \delta$, $\omega_3 = \omega + \sigma$ і зберігаючи для інших змінних їх колишні позначення, запишемо лінеаризовані рівняння обуреного руху

$$\begin{gathered} J_1\omega_1 + (J_3 - J_2)\,\omega_2\omega - \Gamma\gamma_2 - P\gamma_2 + D_1\omega_1 = 0, \\ J_2\omega_2 + (J_1 - J_3)\,\omega_1\omega + \Gamma\gamma_1 - P\gamma_2 + D_2\omega_2 = 0, \\ J_3\sigma + D_3\sigma - P\sigma = 0, \end{gathered} \tag{2.1}$$

$$\begin{gathered} \gamma_1 + \omega_2 - \omega\gamma_2 = 0, \\ \gamma_2 - \omega_1 + \omega\gamma_1 = 0, \\ \delta = 0. \end{gathered} \tag{2.2}$$

При динамічній $(J_2 = J_1)$ і дисипативній $(D_2 = D_1)$ симетрії рівняння (2.1) збігаються з рівняннями роботи [1], а рівняння (2.2) залишаються без змін. Характеристичне рівняння системи (2.1)-(2.2) завжди має один нульовий корінь, обумовлений наявністю геометричного інтеграла $\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 1$, і один негативний корінь $-D_3/J_3$. Перше і друге рівняння системи (2.1) і відповідно системи (2.2) відокремлюються від інших рівнянь, і рішення (1.5)-(1.6) асимптотично стійкі, якщо всі корені характеристичного рівняння цих рівнянь мають негативні речові частини, і нестійкий, якщо хоча б один корінь має позитивну речову частину. Асимптотична стійкість по змінній γ_3 випливає з асимптотичною стійкості на змінній γ_1 , γ_2 і геометричного інтеграла. Для виведення характеристичного рівняння системи звичайних диференціальних рівнянь (2.1)-(2.2), як і в роботі [1], з перших двох рівнянь системи (2.2) висловимо ω_1 , ω_2 і підставимо їх і їх похідні в перші два рівняння (2.1):

$$\begin{gathered} J_2\ddot{\gamma}_1 + D_2\dot{\gamma}_1 + \Gamma_1\gamma_1 - J_s\dot{\gamma}_2 - \widetilde{D}_2\gamma_2 = 0, \\ J_1\ddot{\gamma}_2 + D_2\dot{\gamma}_2 + \Gamma_2\gamma_2 + J_s\dot{\gamma}_1 + \widetilde{D}_1\gamma_1 = 0. \end{gathered} \tag{2.3}$$

Тут

$\Gamma_1 = (J_3 - J_1)\,\omega^2 - \Gamma, \Gamma_2 = (J_3 - J_2)\,\omega^2 - \Gamma, J_s = J\omega, J = J_1 + J_2 - J_3 > 0, \widetilde{D}_i = D_i\omega - P (i = 1, 2).$ Рівняння (2.3) описують рух лінійної механічної системи з двома ступенями свободи, що знаходиться під дією сил довільної структури: дисипативних, потенційних, гіроскопічних і циркуляційних. Останні також називаються силами радіальної корекції або непотенційними позиційними силами [1]. Основна відмінність отриманих рівнянь (2.3) від аналогічних рівнянь роботи [1] полягає в тому, що через динамічну $(J_2 \neq J_1)$ і дисипативну $(D_2 \neq D_1)$ несиметрію неможливо спростити характеристичне рівняння для системи (2.3), введенням комплексної функції $\gamma_1 + i\gamma_2$. Характеристичне рівняння для системи (2.3) має вигляд

$$\left(\lambda^2 J_1 + D_1\lambda + \Gamma_2\right)\left(\lambda^2 J_2 + D_2\lambda + \Gamma_1\right) + \left(J_s\lambda + \widetilde{D}_1\right)\left(J_s\lambda + \widetilde{D}_2\right) = 0$$

чи

$$a_4\lambda^4 + a_3\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0, \tag{2.4}$$

де

$$\begin{gathered}a_4 = J_1 J_2 > 0, a_3 = J_1 D_1 + J_2 D_2 > 0,\\ a_2 = J_s^2 + J_1 \Gamma_1 + J_2 \Gamma_2 + D_1 D_2 =\\ (2J_1 J_2 - J_3 J)\,\omega^2 - (J_1 + J_2)\,\Gamma + D_1 D_2,\\ a_1 = \left(\widetilde{D}_1 + \widetilde{D}_2\right) J_s + D_1 \Gamma_1 + D_2 \Gamma_2 =\\ = (J_1 D_2 + J_2 D_1)\,\omega^2 - (D_1 + D_2)\,\Gamma - 2JP\omega,\\ a_0 = \Gamma_1 \Gamma_2 + \widetilde{D}_1 \widetilde{D}_2 = (J_3 - J_1)\,(J_3 - J_2)\,\omega^4 +\\ + [(J - J_3)\,\Gamma + D_1 D_2]\,\omega^2 - (D_1 + D_2)\,P\omega + P^2 + \Gamma^2.\end{gathered} \tag{2.5}$$

З критерію Льенара - Шипара, записаного в іннорном вигляді (см. с.34 [7]), вивливає, що для того, щоб всі нулі рівняння (2.4) лежали у відкритій лівій півплощині необхідно і достатньо, щоб: 1) були позитивні все коефіцієнти (або половина цих коефіцієнтів); 2) були іннорно - позитивними матриці Δ_3^e та Δ_1^e, тобто

$$I_3 = |\Delta_3^e| = \begin{vmatrix} a_4 & a_2 & a_0 \\ 0 & a_3 & a_1 \\ a_3 & a_1 & 0 \end{vmatrix} = (a_2 a_3 - a_1 a_4)\,a_1 - a_0 a_3^2 > 0,$$
$$I_1 = |\Delta_1^e| = a_3 > 0.$$

Таким чином, умови асимптотичної стійкості рішень (1.5) - (1.6) мають вигляд

$$a_0 > 0, a_1 > 0 \text{ і } I_3 > 0$$

чи

$$\begin{gathered}(J_3 - J_1) J_3 - J_2) P^4 + D_3^2 \left[\widetilde{J}\Gamma + D_1 D_2 - \right.\\ \left. -(D_1 + D_2) D_3 + D_3^2\right] P^2 + \Gamma^2 D_3^4 > 0,\end{gathered} \tag{2.6}$$

$$(J_{12} - 2JD_3) P^2 - (D_1 + D_2) D_3^2 \Gamma > 0, \tag{2.7}$$

$$(J_1 - J_2)^2 D_3^2 \Gamma^2 + b_1 D_3 \Gamma + b_0 P^2 > 0. \tag{2.8}$$

Тут

$$\begin{gathered}b_1 = [J_{12}((J_3 - 2J_1) D_2 + (J_3 - 2J_2) D_1) +\\ +2(J_1 - J_2)(J_1 D_2 - J_2 D_1) D_3]\,JP^2 - J_{12}(D_1 + D_2) D_3^2,\\ b_0 = 2\left(J_{12} J_3 J^2 - 2J_1 J_2^2 D_3\right) P^2 - J_{12}^2 D_3^3 +\\ +J_{12}(J_1 D_2^2 + J_2 D_1^2 - D_1 D_2 \widetilde{J}) D_3^2,\\ \widetilde{J} = J - J_3, J_{12} = J_1 D_2 + J_2 D_1 > 0.\end{gathered} \tag{2.9}$$

Так як в систему нерівностей (2.6 -(2.8) і в позначення (2.9) коефіцієнт входить в парний ступень, то ці нерівності при дії моменту, що перекидуються $(\Gamma > 0)$ визначають умови асимптотичної стійкості рішення (1.5), а при дії відновлює моменту $(\Gamma < 0)$ - рішення (1.6).

Слід зазначити, що в разі, коли $J_2 = J_1, D_2 = D_1$ умови асимптотичної стійкості рішень (1.5)-(1.6) визначається однією нерівністю $(J_3 D_1 - J_1 D_3) P^2 - D_3 D_1^2 \Gamma > 0$ [1]. Таким чином, динамічна несиметрія $(J_2 \neq J_1)$ і, як наслідок, дисипативна $(D_2 \neq D_1)$ призводить до зростання області нестійкості.

3. Дослідження умов стійкість рішень (1.5)-(1.6).

З нерівності (2.7) випливає, що при дії моменту, що перекидаються $(\Gamma > 0)$ асимптотична стійкість буде відсутня, якщо

$$J_1\,(2D_3 - D_2) + J_2\,(2D_3 - D_1) > 2J_3 D_3. \tag{2.10}$$

Також з цієї нерівності випливає, що при досить великому цьому моменті стійкість також буде відсутня.

З нерівностей (2.6)-(2.8) виплаває, що при досить великому моменті, що відновлюється ці нерівності будуть виконані, що необхідно і достатньо для асимптотичної стійкості рішень (1.6). Запишемо систему нерівностей (2.6)-(2.8) з точністю до другого ступеня малості величини P/D_3

$$\left[\widetilde{J}\Gamma + D_1 D_2 - (D_1 + D_2)\,D_3 + D_3^2\right] P^2 + \Gamma^2 D_3^2 > 0, \tag{3.2}$$

$$(J_{12} - 2JD_3)\,P^2 - (D_1 + D_2) D_3^2 \Gamma > 0, \tag{3.3}$$

$$(J_1 - J_2)^2 D_3 \Gamma^2 + b_1 \Gamma + \widetilde{b}_0 P^2 > 0, \tag{3.4}$$

де

$$\widetilde{b}_0 = \left[J_{12}\left(J_1 D_2^2 + J_2 D_1^2 - D_1 D_2 \widetilde{J}\right) - J_{12}^2 D_3\right] D_3,$$

Таким чином, з урахуванням другого ступеня малості величини P/D_3, умови асимптотичної стійкості рішень (1.5)-(1.6) визначаються системою нерівностей (2.11)-(2.13).

Запишемо нерівності (3.2) - (3.4) з точністю до першого ступеня малості величини P/D_3

$$\Gamma^2 D_3^2 > 0, \tag{3.5}$$

$$-(D_1 + D_2) D_3^2 \Gamma > 0, \tag{3.6}$$

$$-J_{12}(D_1 + D_2) D_3^2 \Gamma > 0, \tag{3.7}$$

З нерівностей (3.5) - (3.7) випливає, що з точністю до першого ступеня малості постійного моменту рівномірні обертання несиметричного твердого тіла в середовищі, що чинить опір , при дії моменту, що відновлюється $(\Gamma < 0)$, завжди будуть асимптотично стійкі, а при дії перекидального моменту $(\Gamma > 0)$, завжди будуть нестійкі.

Запишемо нерівності (3.2) - (3.4) з точністю до першого ступеня малості величини Γ/D_3

$$\widetilde{J}\Gamma + D_1 D_2 - (D_1 + D_2) D_3 + D_3^2 > 0, \tag{3.8}$$

$$(J_{12} - 2JD_3)P^2 - (D_1 + D_2) D_3^2 \Gamma > 0, \tag{3.9}$$

$$b_1 \Gamma + \widetilde{b}_0 P^2 > 0, \tag{3.10}$$

При $\Gamma < 0, J_3 < \frac{J_1 + J_2}{2}$ та $(D_1 + D_2 - D_3)D_3 - D_1 D_2 > 0$ нерівності (3.8) не виконується. Таким чином, при дії моменту, що відновлюється $(\Gamma < 0)$, з точністю до другого ступеня малості постійного моменту P/D_3 і першого ступеня малості величини Γ/D_3, рівномірні обертання твердого тіла будуть нестійкими. Розглянемо вплив малої динамічної і дисипативної несиметрії на умови стійкості (2.6)-(2.8). Для цього представимо J_2 та D_2 у вигляді

$$J_2 = J_1(1 + \varepsilon),\ D_2 = D_1(1 + \varepsilon), \tag{3.11}$$

де $|\varepsilon| \ll 1, |\varepsilon_1| \ll 1$. Підставивши (3.11) в (2.6)-(2.8) і (2.9), з точністю до першого ступеня ε та ε_1, отримаємо

$$\begin{gathered}\left[\Gamma D_3^2 - (J_3 - J_1)P^2\right]^2 + (D_1 - D_3)^2 D_3^2 P^2 + \\ + J_1\left[\Gamma D_3^2 - (J_3 - J_1)P^2\right] P^2 \varepsilon + (D_1 - D_3) D_3^2 P^2 \varepsilon_1 > 0\end{gathered} \tag{3.12}$$

$$\begin{gathered}\left[J_1(D_1 - 2D_3) + J_3 D_3\right] P^2 - D_1 D_3^2 \Gamma + \\ + \frac{1}{2} J_1 (D_1 - 2D_3) P^2 \varepsilon + \frac{1}{2}(J_1 P^2 D_1 - D_3^2 \Gamma) D_1 \varepsilon_1 > 0,\end{gathered} \tag{3.13}$$

$$b_1 \Gamma + b_0 > 0. \tag{3.14}$$

Тут

$$\begin{gathered}b_1 = -D_1^2\left\{2\left[(J_3 - 2J_1)^2 \omega^2 - D_1^2\right] + \left[(J_3 - 2J_1)(J_3 - 6J_1)\omega^2 + D_1^2\right]\varepsilon + \right.\\ \left. + 2\left[(J_3 - 2J_1)^2\omega^2 - 2D_1^2\right]\varepsilon_1\right\},\end{gathered}$$

$$\begin{gathered}b_0 = P\left\{2\left[(J_3 - 2J_1)^2\omega^2(J_3 D_1 \omega - J_1 P) - J_3 D_1^3 \omega - J_1 D_1 P\right] + \right.\\ + \left[J_3(J_3 - 2J_1)(J_3 - 6J_1) D_1 \omega^3 - 2J_1(J_3 - 2J_1)(J_3 - 4J_1) P\omega^2 \right.\\ \left. -J_3 D_1^3 \omega - 2J_1 D_1^2 P\right]\varepsilon + D_1\left[J_3(J_3 - 2J_1)^2\omega^3 - 3J_3 D_1^2 \omega - 2J_1 D_1 P\right]\varepsilon_1\left.\right\}.\end{gathered}$$

Висновки

З нерівності (3.12) випливає що, якщо $\Gamma > (J_3 - J_1)P^2/D_3^2$ та $D_1 > D_3$, то при $\varepsilon \leqslant 0$ та $\varepsilon_1 \leqslant 0$ може відбутися втрата стійкості. На підставі проведених аналітичних досліджень можна зробити наступні висновки: 1. При дії перекидального моменту асимптотична стійкість буде відсутня, якщо $J_1(2D_3 - D_2) + J_2(2D_3 - D_1) > 2J_3 D_3$. 2. З точністю до першого ступеня малості постійного моменту рівномірні обертання несиметричного твердого тіла в середовищі, що чинить опір завжди будуть асимптотично стійкі при дії моменту, що відновлюється і нестійкі при дії перекидального моменту. 3. З точністю до другого ступеня малості постійного моменту і першого ступеня малості модуля моменту, що відновлюється рівномірні обертання твердого тіла будуть нестійкими.

Література

[1] *Карапетян А. В.* Про вплив дисипативного і постійного моментів на вигляд і стійкість стаціонарних рухів волчка Лагранжа / А. В. Карапетян, І. С. Лагутіна // Изв. РАН. Механіка твердого тіла. - 1998. - №5. - С. 29-33.

[2] *Карапетян А. В.* Про стійкість рівномірних обертань волчка, підвішеного на струні, з урахуванням дисипативного і постійного мо-ментів / А. В. Карапетян, І. С. Лагутіна // Изв. РАН. Механіка твердого тіла. - 2000. - №1. - С. 53-57.

[3] *Савченко А. Я.* Стійкість руху систем пов'язаних твердих тіл / А. Я. Савченко, І. А. Болграбськая, Г.А.Кононихін. - К .: Наук. думка, 1991. - 166 с.

[4] *Болграбськая І.А.* Динаміка систем пов'язаних твердих тіл / І. А. Болграбськая, М. Є. Лесіна, Д. А. Чебанов // Завдання та методи: математика, механіка, кібернетика. - Том 9. - К .: Наукова Думка, 2012. - 395 с.

[5] *Кононов Ю.М.* Вплив дисипативного і постійного моментів на стійкість рівномірного обертання твердого тіла / Ю.М. Кононов, Н.В. Кисельова, Д.В. Мішура // Вісник Донецького ун-ту. Сер.А. Природничі науки. - 2014. - №1. - С. 70-75.

[6] *Kononov Yu.* Stability of asymmetrical rigit body rotation with consideration of dissipative and constant moments / Yu. M. Kononov, V. Yu. Vasylenko, V. O. Proskuriakov // Book of Abstracts 5th INTERNATIONAL CONFERENCE of Young Scientists on Differential Equations and Applications dedicated to Yaroslav Lopatynsky, 9-11 November, 2016, Kyiv, Ukraine. - Vinnytsa 2016. -P. 84-86.

[7] *7. Джури Е.* Іннори і стійкість динамічних систем / Е. Джури - М .: Наука, 1979. - 304 с.

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ВРАЩЕНИЯ НЕСИМЕТРИЧНОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА С УЧЕТОМ ДИССИПАТИВНЫХ И ПОСТОЯННЫХ МОМЕНТОВ

Кононов Ю.Н., Василенко В.Ю.

РЕЗЮМЕ

В предположении, что центр масс твердого тела находится на третьей главной оси инерции твердого тела, на основе критерия Льенара-Шипара, записанного в иннорном виде полученные в виде системы трех неравенств условия асим-птотичнои устойчивости равномерного вращения динамически несимметричного тяжелого твердого тела с неподвижной точкой. Твердое тело находится под действием сил притяжения, диссипативного момента и постоянного момента в инерциальной системе отсчета. Проведены аналитические исследования влияния малых относительных значений величин несимметрии твердого тела, постоянного момента в инерциальной системе отсчета, постоянного и диссипативного моментов, на асимптотической устойчивости равномерного вращения твердого тела в сопротивляющейся среде.

Ключевые слова: динамически несимметричное твердое тело, сопротивляющаяся среда, постоянный в инерциальной системе момент, асимптотическая устойчивость.

STABILITY OF NON-SYMMETRIC RIGID BODY ROTATION WITH PROVISION OR DISSIPATIVE AND CONSTATNT TORQUE

Kononov Yu., Vasylenko V.

SUMMARY

Rigid body center of inertia is contained in the third real axis of rigid body inertness, in terms of Lienard-Shepherd criterions which were written in the innert form, where conditions for asymptotic stability of steady rotation of a dynamically asymmetric rigid body with a fixed-point were obtained as a system of three inequalities in the present paper. Rigid body affected by force of attraction, dissipative torque and constant torque. Analytic research of small relative values of the asymmetry of a rigid body, dissipative torque and constant torque in the inertial reference systems and asymptotic stability of steady rotation of rigid body in a resisting environment were conducted.

Key words: dynamically asymmetric rigid body, resisting environment, constant torque in the inertial system, asymptotic stability.