МЕХАНІКА

УДК 531.36, 531.38

Кононов Ю. М., Василенко В.Ю.

[1] **доктор фізико-математичних наук, професор,**

[2] **аспірант кафедри прикладної механіки і комп'ютерних технологій,**

Донецький національний університет імені Василя Стуса

ПРО СТІЙКІСТЬ ОБЕРТАННЯ НЕСИМЕТРИЧНОГО ТВЕРДОГО ТІЛА ЗІ ЗБУДЖЕННЯМ В СЕРЕДОВИЩІ, ЩО ЧИНИТЬ ОПІР

У припущенні, що центр мас твердого тіла знаходиться на третій головній осі інерції твердого тіла, на основі критерію Льєнара-Шипара, записаного в іннорному вигляді, отримані у вигляді системи трьох нерівностей умови асимптотичної стійкості рівномірного обертання динамічно несиметричного твердого тіла з нерухомою точкою. Тверде тіло знаходиться під дією сил тяжіння, дисипативного моменту і постійного моменту в інерціальній і неірціальній системах відліку. Проведені дослідження несиметрії твердого тіла і дисипативного моменту, а також двох постійних моментів на умови стійкості рівномірного обертання твердого тіла. Узагальнено відомі результати для симетричного твердого тіла на випадок динамічної несиметрії твердого тіла і дисипативної несиметрії.

Ключові слова: *динамічно несиметричне тверде тіло, середовище, що чинить опір, асимптотична стійкість*

Вступ

У статті [1] розглянуто задачу про вплив дисипативного моменту, що моделює опір середовища, і постійного моменту, прикладеного до зовнішньої рамки безінерційного карданова підвісу, на стійкість стаціонарних рухів симетричного твердого тіла. У роботі [2] ця задача була узагальнена на випадок струнного підвісу і рівномірних обертань вовчка. Стаття [3] узагальнює результати роботи [1] на випадок двох постійних моментів в інерціальній і неінерційній системах координат. Вплив малої несиметрії твердого тіла на стійкість стаціонарних рухів тіла було оцінено в роботах [4-5]. У статті [6-8] узагальнена задача [1] на випадок рівномірного обертання несиметричного твердого тіла і отримані у вигляді системи трьох нерівностей умови асимптотичної стійкості обертання несиметричного твердого тіла. В роботі [9] і в даній статті узагальнюються результати роботи [1] на випадок двох постійних моментів в інерціальній і неінерційній системах координат, а також узагальнюються в разі рівномірного обертання твердого тіла результати статті [3] на випадок несиметричного твердого тіла і несиметричної диссипації. Умови асимптотичної стійкості отримані на основі критерію Льенара-Шіпара, записаного в іннорном вигляді [10].

1. Постановка завдання

Розглянемо важке динамічно несиметричне тверде тіло, яке обертається навколо нерухомої точки, в припущенні, що на нього діє дисипативний момент

$$\overrightarrow{M}_d \doteq -D\overrightarrow{\omega}\left(diag\left(D_1, D_2, D_3\right), D_i > 0, i = \overline{1,3}\right),$$

який моделює середовище, що чинить опір, і два постійних момента $\overrightarrow{M}_q = Q\overrightarrow{\kappa}$ та $\overrightarrow{M}_p = P\overrightarrow{\gamma}$. Момент $\overrightarrow{M}_p$ постійний у інерціальній системі відліку, а момент $\overrightarrow{M}_q$ - в неінерційній, тобто в пов'язаній з твердим тілом системі відліку. Будемо вважати, що момент $\overrightarrow{M}_q$ спрямований по третій головній осі інерції твердого тіла, а також, що на цій осі знаходиться центр мас твердого тіла. Тут $\overrightarrow{\omega}$ - кутова швидкість твердого тіла, $\overrightarrow{k}$ - одиничний вектор третьої головної осі інерції твердого тіла, $\overrightarrow{\gamma}$ - одиничний вектор висхідної вертикалі, P та Q - довільна постійна. Рівняння руху твердого тіла в пов'язаної з ним системи координат мають вигляд [1-3]

$$J\dot{\overline{\omega}} + \overline{\omega} \times (J\overline{\omega}) = \overline{\gamma} \times \frac{\partial V}{\partial \gamma} + P\overline{\gamma} + Q\overline{k} - D\overline{\omega}, \tag{1.1}$$

$$\dot{\overline{\gamma}} + \overline{\omega} \times \overline{\gamma} = 0, \tag{1.2}$$

де $J = diag\,(J_1, J_2, J_3)$ - тензор інерції твердого тіла для нерухомої точки, $V = \Gamma\left(\overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{\gamma}\right)$ - потенційна енергія, $\Gamma = mgc$, m - маса твердого тіла, c - відстань від нерухомої точки до центру мас твердого тіла, g - прискорення вільного падіння. Рівняння (1.1) виражає теорему про зміну кінетичного моменту $J\overrightarrow{\omega}$, а рівняння (1.2) - умова постійності вектору $\overrightarrow{\gamma}$ в інерціальній системі відліку. Проектуючи рівняння руху твердого тіла (1.1)-(1.2) на головній осі інерції твердого тіла для нерухомої точки, отримаємо [9]

$$\begin{array}{c} J_1\dot{\omega}_1 + (J_3 - J_2)\,\omega_2\omega_3 = \Gamma\gamma_2 - D_1\omega_1, \\ J_2\dot{\omega}_2 + (J_1 - J_3)\,\omega_3\omega_1 = -\Gamma\gamma_1 - D_2\omega_2, \\ J_3\dot{\omega}_3 + (J_2 - J_1)\,\omega_1\omega_2 = P\gamma_3 - D_3\omega_3, \end{array} \tag{1.3}$$

$$\begin{array}{c} \dot{\gamma}_1 + \omega_2\gamma_3 - \omega_3\gamma_2 = 0, \\ \dot{\gamma}_2 + \omega_3\gamma_1 - \omega_1\gamma_3 = 0, \\ \dot{\gamma}_3 + \omega_1\gamma_2 - \omega_2\gamma_1 = 0. \end{array} \tag{1.4}$$

Система (1.3)-(1.4) допускає рішення

$$\gamma_1 = \gamma_2 = 0, \gamma_3 = 1, \omega_1 = \omega_2 = 0, \omega_3 = \omega = \frac{P + Q}{D_3}, \tag{1.5}$$

$$\gamma_1 = \gamma_2 = 0, \gamma_3 = -1, \omega_1 = \omega_2 = 0, \omega_3 = \omega = \frac{-P + Q}{D_3}, \tag{1.6}$$

що відповідають рівномірним обертанням твердого тіла з кутовою швидкістю ω навколо вертикально розташованої третьої головної осі. При цьому рішенню (1.5) відповідає випадок "сплячого"вовчка"(центр мас твердого тіла знаходиться вище нерухомої точки, тобто $c > 0$), на який діє перекидний момент $(\Gamma > 0)$, моменти $\vec{M}_q$ та $\vec{M}_p$, а рішенню (1.6) - випадок статично стійкого "вовчка"(центр мас знаходиться нижче нерухомої точки ($c < 0$),на який діє момент, що відновлюється $(\Gamma < 0)$ та моменти $\vec{M}_q$ $-\vec{M}_p$.

2. Асимптотична стійкість рішень (1.5) - (1.6).

Вважаючи в обуреному русі $\gamma_3 = 1 + \delta$, $\omega_3 = \omega + \sigma$ і зберігаючи для інших змінних їх колишні позначення, запишемо лінеаризовані рівняння обуреного руху

$$\begin{array}{c} J_1\dot{\omega}_1 + (J_3 - J_2)\,\omega_2\omega - \Gamma\gamma_2 - P\gamma_2 + D_1\omega_1 = 0, \\ J_2\dot{\omega}_2 + (J_1 - J_3)\,\omega_1\omega + \Gamma\gamma_1 - P\gamma_2 + D_2\omega_2 = 0, \\ J_3\dot{\sigma} + D_3\sigma - P\sigma = 0, \end{array} \tag{2.1}$$

$$\begin{array}{c} \dot{\gamma}_1 + \omega_2 - \omega\gamma_2 = 0, \\ \dot{\gamma}_2 - \omega_1 + \omega\gamma_1 = 0, \\ \dot{\delta} = 0. \end{array} \tag{2.2}$$

При динамічній $(J_2 = J_1)$ і дисипативній $(D_2 = D_1)$ симетрії рівняння (2.1) збігаються з рівняннями роботи [3], а рівняння (2.2) залишаються без змін. У зв'язку з цим всі основні властивості рівнянь [3] переносяться і на рівняння (2.1) - (2.2), а саме:характеристичне рівняння системи (2.1)-(2.2) завжди має один нульовий корінь, обумовлений наявністю геометричного інтеграла $\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 1$, і один негативний корінь $-D_3/J_3$; перше і друге рівняння системи (2.1) і відповідно системи (2.2) відокремлюються від інших рівнянь, і рішення (1.5)-(1.6) асимптотично стійкі, якщо всі корені характеристичного рівняння цих рівнянь мають негативні речові частини, і нестійкий, якщо хоча б один корінь має позитивну речову частину. Асимптотична стійкість по змінній γ_3 випливає з асимптотичною стійкості на змінній γ_1, γ_2 і геометричного інтеграла. Для виведення характеристичного рівняння системи звичайних диференціальних рівнянь (2.1)-(2.2), як і в роботі [3], з перших двох рівнянь системи (2.2) висловимо ω_1, ω_2 і підставимо їх і їх похідні в перші два рівняння (2.1):

$$\begin{aligned} J_2\ddot{\gamma}_1 + D_2\dot{\gamma}_1 + \Gamma_1\gamma_1 - J_s\dot{\gamma}_2 - \widetilde{D}_2\gamma_2 = 0, \\ J_1\ddot{\gamma}_2 + D_2\dot{\gamma}_2 + \Gamma_2\gamma_2 + J_s\dot{\gamma}_1 + \widetilde{D}_1\gamma_1 = 0. \end{aligned} \tag{2.3}$$

Тут

$$\Gamma_1 = (J_3 - J_1)\,\omega^2 - \Gamma, \Gamma_2 = (J_3 - J_2)\,\omega^2 - \Gamma,$$

$$J_s = J\omega, J = J_1 + J_2 - J_3 > 0, \widetilde{D}_i = D_i\omega - P(i = 1, 2).$$

Рівняння (2.3) описують рух лінійної механічної системи з двома ступенями свободи, що знаходиться під дією сил довільної структури: дисипативних, потенційних, гіроскопічних і циркуляційних. Останні також називаються силами радіальної корекції або непотенційними позиційними силами [1]. Основна відмінність отриманих рівнянь (2.3) від аналогічних рівнянь роботи [1] полягає в тому, що через динамічну $(J_2 \neq J_1)$ і дисипативну $(D_2 \neq D_1)$ несиметрію неможливо спростити характеристичне рівняння для системи (2.3), введенням комплексної функції $\gamma_1 + i\gamma_2$. Характеристичне рівняння для системи (2.3) має вигляд

$$\left(\lambda^2 J_1 + D_1\lambda + \Gamma_2\right)\left(\lambda^2 J_2 + D_2\lambda + \Gamma_1\right) + \left(J_s\lambda + \widetilde{D}_1\right)\left(J_s\lambda + \widetilde{D}_2\right) = 0$$

або

$$a_4\lambda^4 + a_3\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0, \tag{2.4}$$

де

$$\begin{gathered} a_4 = J_1J_2 > 0, a_3 = J_1D_1 + J_2D_2 > 0, \\ a_2 = J_s^2 + J_1\Gamma_1 + J_2\Gamma_2 + D_1D_2 = \\ (2J_1J_2 - J_3J)\,\omega^2 - (J_1 + J_2)\,\Gamma + D_1D_2, \\ a_1 = \left(\widetilde{D}_1 + \widetilde{D}_2\right)J_s + D_1\Gamma_1 + D_2\Gamma_2 = \\ = (J_1D_2 + J_2D_1)\,\omega^2 - (D_1 + D_2)\,\Gamma - 2JP\omega, \\ a_0 = \Gamma_1\Gamma_2 + \widetilde{D}_1\widetilde{D}_2 = (J_3 - J_1)(J_3 - J_2)\,\omega^4 + \\ + \left[(J - J_3)\,\Gamma + D_1D_2\right]\omega^2 - (D_1 + D_2)\,P\omega + P^2 + \Gamma^2. \end{gathered} \tag{2.5}$$

На підставі критерію Льенара - Шипара, записаного в іннорном вигляді (см. с.34 [7]), вивливає, що для того, щоб всі нулі рівняння (2.4) лежали у відкритій лівій півплощині необхідно і достатньо, щоб: 1) були позитивні все коефіціенти (або половина цих коефіцієнтів); 2) були іннорно - позитивними матриці Δ_3^e та Δ_1^e, тобто

$$I_3 = |\Delta_3^e| = \begin{vmatrix} a_4 & a_2 & a_0 \\ 0 & a_3 & a_1 \\ a_3 & a_1 & 0 \end{vmatrix} = (a_2 a_3 - a_1 a_4)\, a_1 - a_0 a_3^2 > 0,$$
$$I_1 = |\Delta_1^e| = a_3 > 0.$$

Таким чином, умови асимптотичної стійкості рішень (1.5), тобто коли діє перекидний момент $(\Gamma > 0)$ має вигляд

$$a_0 > 0, a_1 > 0 \text{ і } I_3 > 0$$

чи

$$\Gamma^2 + (J - J_3)w^2\Gamma + [(J_3 - J_1)(J_3 - J_2)w^2 + D_1 D_2]w^2 - (D_1 + D_2)Pw + P^2 > 0 \tag{2.6}$$

$$(D_1 + D_2)\Gamma + 2JPw - (J_1 D_2 + J_2 D_1)w^2 < 0, \tag{2.7}$$

$$(J_1 - J_2)^2\Gamma^2 + b_1\Gamma + b_0 > 0. \tag{2.8}$$

Тут

$$b_1 = [J_2(J_3 - 2J_2)D_1^2 + (J_1 J_3 + J_2 J_3 - 4J_1 J_2)D_1 D_2 + J_1(J_3 - 2J_1)D_2^2]Jw^2 -$$
$$-(D_1 + D_2)(J_1 D_1 + J_2 D_2) + 2(J_1 - J_2)(J_1 D_2 - J_2 D_1)JPw, \tag{2.9}$$
$$b_0 = -P[(J_1 D_2 + J_2 D_1)^2 + 4J_1 J_2 J^2 w^2] -$$
$$-2J_3 J^2 (J_1 D_1 + J_2 D_2)w^3 + (J_1 D_1 + J_2 D_2)[D_1 D_2 \widehat{J} - J_1 D_2^2 - J_2 D_1^2]w.$$

Нерівність (2.6) можна представити в такий спосіб

$$(\Gamma - (J_3 - J_1 w^2)(\Gamma - (J_3 - J_2 w^2) + (D_1 w - P)(D_2 w - P) > 0, \tag{2.10}$$

Умови асимптотичної стійкості рішення (1.6), тобто коли діє момент, який відновлюється $(\Gamma < 0)$, слідують з нерівностей (2.6) - (2.8) і коефіцієнтів (2.9) в яких треба замінити $-P$ на $-P$ і вважати $w = \frac{-P+Q}{D_3}$:

$$\Gamma^2 + (J - J_3)w^2\Gamma + [(J_3 - J_1)(J_3 - J_2)w^2 + D_1 D_2]w^2 + (D_1 + D_2)Pw + P^2 > 0, \tag{2.11}$$

$$(D_1 + D_2)\Gamma - 2JPw - (J_1 D_2 + J_2 D_1)w^2 < 0, \tag{2.12}$$

$$(J_1 - J_2)^2\Gamma^2 + \widetilde{b_1}\Gamma + \widetilde{b_0} > 0. \tag{2.13}$$

Тут

$$\widetilde{b_1} = [J_2(J_3 - 2J_2)D_1^2 + (J_1 J_3 + J_2 J_3 - 4J_1 J_2)D_1 D_2 + J_1(J_3 - 2J_1)D_2^2]Jw^2 -$$
$$-(D_1 + D_2)(J_1 D_1 + J_2 D_2) + 2(J_1 - J_2)(J_1 D_2 - J_2 D_1)JPw, \tag{2.14}$$
$$\widetilde{b_0} = -P[(J_1 D_2 + J_2 D_1)^2 + 4J_1 J_2 J^2 w^2] - 2J_3 J^2 (J_1 D_1 + J_2 D_2)w^3 +$$
$$+(J_1 D_1 + J_2 D_2)[D_1 D_2 \widehat{J} - J_1 D_2^2 - J_2 D_1^2]w.$$

3. Дослідження умов стійкості рішень (1.5)-(1.6).

З нерівності (2.12) випливає, що при дії моменту, що перекидаються $(\Gamma < 0)$ воно буде завжди виконано при умові $P(Q-P) \geqslant 0$, тобто при Q>P>Q або Q<P<Q. Таким чином, необхідні і достатні умови асимптотичної стійкості рівномірного обертання несиметричного твердого тіла зі збудженням в середовищі, що чинить опір при дії перекидаючого моменту $(\Gamma > 0)$ записуються у вигляді трьох нерівностей (2.6) - (2.8), а при дії відновлюючого моменту $(\Gamma < 0)$ - у вигляді трьох нерівностей (2.11) - (2.13). Якщо $Q > P > O$ або $Q < P < O$, то з цих трьох нерівностей залишаються дві нерівності (2.11) і (2.13).

Нерівності (2.6)-(2.8) і (2.11)-(2.13) щодо w мають відповідно четверту, другу і третю ступенів. З нерівностей (2.6)-(2.8) випливає, що при $(J_3-J_1)(J_3-J_2)>0, P(P+Q)>0$, і достатньо великих значеннях $\mid P+Q \mid$ ці нерівності будуть виконані, тому що відповідні коефіцієнти при старших ступенях в цих нерівностях позитивні. З нерівностей (2.11) - (2.13) також випливає, що при $(J_3-J_1)(J_3-J_2)>0, P(P-Q)<0$, і досить великих значеннях $\mid P-Q \mid$ ці нерівності будуть виконані. Таким чином, якщо момент інерції J_3 є найбільшим або найменшим моментом інерції, то при дії перекидаючого моменту $(\Gamma < 0)$ і $P(P+Q) > 0$, а також при дії відновлюючого моменту $(\Gamma < 0)$ і $P(P-Q) < 0$ рівномірне обертання несиметричного твердого тіла з порушенням в середовищі, що чинить опір, буде асимптотично стійко.

Досліджуємо стійкість положення рівноваги. Для цього в нерівностей (2.6)-(2.8) і (2.11)-(2.13) покладемо $w=0$. Для нерівностей (2.6)-(2.8) це означає $P=-Q$, а для (2.11)-(2.13) - $P=Q$. В цьому випадку нерівності (2.6) і (2.8) вірні, а (2.7) не виконано. Нерівності (2.11)-(2.13) всі виконані. Таким чином, тільки при дії відновлюючого моменту $(\Gamma < 0)$ буде спостерігатися стійке положення рівноваги за умови рівності постійних моментів $(P=Q)$ або їх відсутності $(P=Q=0)$.

Розглянемо вплив малої динамічної і дисипативної несиметрії на умови стійкості (2.6)-(2.8) і (2.11)-(2.13). Для цього представимо J_2 і D_2 у вигляді

$$J_2 = J_1(1+\varepsilon), D_2 = D_1(1+\varepsilon_1), \tag{3.1}$$

де $\mid \varepsilon \mid= 1, \mid \varepsilon_1 \mid= 1$.

Підставивши (3.1) в (2.7)-(2.8) і (2.10) $(\Gamma > 0)$, з точністю до першого ступеня ε і ε_1, отримаємо:

$$(\Gamma-(J_3-J_1)w^2)^2+(D_1w-P)^2+J_1w^2[\Gamma-(J_3-J_1)w^2]\varepsilon+$$

$$+D_1(D_1w-P)w\varepsilon_1 > 0, \tag{3.2}$$

$$\Gamma < \frac{w}{2D_1}[2J_1D_1w+2(J_3-2J_1)P+J_1(D_1W-2P)\varepsilon-(J_3-2J_1)P\varepsilon_1] > 0, \tag{3.3}$$

$$b_1\Gamma + b_0 > 0. \tag{3.4}$$

Тут

$$b_1 = -D_1^2(2[(J_3-2J_1)^2w^2-D_1^2]+[(J_3-2J_1)(J_3-6J_1)w^2+D_1^2]\varepsilon+$$

$$+2[(J_3-2J_1)^2w^2-2D_1^2]\varepsilon_1), \tag{3.5}$$

$$b_0 = 2P(2[J_3(J_3-2J_1)^2D_1w^3-J_1(J_3-2J_1)^2w^2P^2-J_3D_1^3w-J_1D_1^2P]+$$

$$+[J_3(J_3-2J_1)(J_3-6J_1)D_1w^3-2J_1(J_3-2J_1)(J_3-4J_1)w^2P-J_3D_1^3w-2J_1D_1^2P]\varepsilon+$$

$$+[J_3(J_3-2J_1)^2D_1w^3-3J_3D_1^3w-2J_1D_1^2P]\varepsilon_1) \tag{3.6}$$

Підставивши (3.1) в (2.12)-(2.13) і (2.15) $(\Gamma < 0)$, з точністю до першого ступеня ε і ε_1, отримаємо:

$$(\Gamma - (J_3 - J_1)w^2)^2 + (D_1 w - P)^2 + J_1 w^2[\Gamma - (J_3 - J_1)w^2]\varepsilon +$$
$$+ D_1(D_1 w - P)w\varepsilon_1 > 0, \qquad (3.7)$$

$$\Gamma < \frac{w}{2D_1}[2J_1 D_1 w - 2(J_3 - 2J_1)P + J_1(D_1 w + 2P)\varepsilon + (J_3 - 2J_1)P\varepsilon_1] > 0, \qquad (3.8)$$

$$\widetilde{b_1}\Gamma + \widetilde{b_0} > 0, \qquad (3.9)$$

де

$$\widetilde{b_1} = -D_1^2(2[(J_3 - 2J_1)^2 w^2 - D_1^2] + [(J_3 - 2J_1)(J_3 - 6J_1)w^2 +$$
$$+ D_1^2]\varepsilon + 2[(J_3 - 2J_1)^2 w^2 - 2D_1^2]\varepsilon_1), \qquad (3.10)$$

$$\widetilde{b_0} = -2P(2[J_3(J_3 - 2J_1)^2 D_1 w^3 - J_1(J_3 - 2J_1)^2 w^2 P^2 - J_3 D_1^3 w - J_1 D_1^2 P] +$$
$$+ [J_3(J_3 - 2J_1)(J_3 - 6J_1)D_1 w^3 +$$
$$+ 2J_1(J_3 - 2J_1)(J_3 - 4J_1)w^2 P - J_3 D_1^3 w + 2J_1 D_1^2 P]\varepsilon +$$
$$+ [J_3(J_3 - 2J_1)^2 D_1 w^3 - 3J_3 D_1^3 w + 2J_1 D_1^2 P]\varepsilon_1) \qquad (3.11)$$

З нерівностей (3.2) та (3.7) випливає, що навіть маленька несиметрія може призвести до втрати стійкості.

Нерівність (3.2) буде виконана при

$$\Gamma > (J_3 - J_1)w^2, \varepsilon > 0, [D_1 Q - P(D_3 - D_1)](Q + P) \geqslant 0, \varepsilon_1 > 0,$$

а також при

$$0 < \Gamma < (J_3 - J_1)w^2, \varepsilon > 0, [D_1 Q - P(D_3 - D_1)](Q + P) \geqslant 0, \varepsilon_1 > 0.$$

Нерівність (3.7) буде виконана при

$$0 > \Gamma > (J_3 - J_1)w^2, \varepsilon > 0, [D_1 Q + P(D_3 - D_1)](Q - P) \geqslant 0, \varepsilon_1 > 0.$$

а також при

$$\Gamma < (J_3 - J_1)w^2, \varepsilon < 0, [D_1 Q + P(D_3 - D_1)](Q - P) \leqslant 0, \varepsilon_1 < 0.$$

З нерівностей (3.3) та (3.8) випливає, що маленька несиметрія може може зменшити запас стійкості при

$$(J_3 - 2J_1)Pw\varepsilon_1 > 0, [D_1 Q + (D_1 - 2D_3)P]\varepsilon < 0, (\Gamma > 0)$$

та

$$(J_3 - 2J_1)Pw\varepsilon_1 < 0, [D_1 Q - (D_1 - 2D_3)P]\varepsilon < 0, (\Gamma < 0)$$

. Дослідження проведені в рамках програми фундаментальних досліджень Міністерства освіти і науки України (проект № 0116U002522) і за грантової підтримки ДФФД (проект № Ф71 / 47-2017).

References

[1] *Карапетян А. В.* Про вплив дисипативного і постійного моментів на вигляд і стійкість стаціонарних рухів волчка Лагранжа / А. В. Карапетян, І. С. Лагутіна // Изв. РАН. Механіка твердого тіла. - 1998. - №5. - С. 29-33.

[2] *Карапетян А. В.* Про стійкість рівномірних обертань волчка, підвішеного на струні, з урахуванням дисипативного і постійного мо-ментів / А. В. Карапетян, І. С. Лагутіна // Изв. РАН. Механіка твердого тіла. - 2000. - №1. - С. 53-57.

[3] *Карапетян А. В.* Про стаціонарні рухи вовчка Лагранжа з порушенням в середовищі, що чинить опір / А. В. Карапетян // Вісник Московського ун-ту. Сер. 1. Математика. Механіка. - 2000. - №5. - С.39-43.

[4] *Савченко А. Я.* Стійкість руху систем пов'язаних твердих тіл / А. Я. Савченко, І. А. Болграбськая, Г.А.Кононихін. - К .: Наук. думка, 1991. - 166 с.

[5] *Болграбськая І.А.* Динаміка систем пов'язаних твердих тіл / І. А. Болграбськая, М. Є. Лесіна, Д. А. Чебанов // Завдання та методи: математика, механіка, кібернетика. - Том 9. - К .: Наукова Думка, 2012. - 395 с.

[6] *Кононов Ю.М.* Вплив дисипативного і постійного моментів на стійкість рівномірного обертання твердого тіла / Ю.М. Кононов, Н.В. Кисельова, Д.В. Мішура // Вісник Донецького ун-ту. Сер.А. Природничі науки. - 2014. - №1. - С. 70-75.

[7] *Kononov Yu.* Stability of asymmetrical rigit body rotation with consideration of dissipative and constant moments / Yu. M. Kononov, V. Yu. Vasylenko, V. O. Proskuriakov // Book of Abstracts 5th INTERNATIONAL CONFERENCE of Young Scientists on Differential Equations and Applications dedicated to Yaroslav Lopatynsky, 9-11 November, 2016, Kyiv, Ukraine. - Vinnytsa 2016. -P. 84-86.

[8] *Кононов Ю.М.*Про стійкість обертання несиметричного твердого тіла з урахуванням диссипативного і постійного моментів / Ю. М. Кононов, В.Ю. Василенко // Вісн. Донецького ун-ту. Сер. А. Природничі науки - 2016.- № 1.

[9] *Kononov Yu.* The Stability of the Rigid Body Rotation with the Element of Excitation in the Resistant Environment / Yu. M. Kononov, V. Vasylinko // Book of Abstracts Iinternational Conference Differential Equations, Mathematical Physics, Cherkas, Ukraine. - Cherkas 2017.

[10] *Джури Е.* Іннори і стійкість динамічних систем / Е. Джури - М .: Наука, 1979. - 304 с.

Kononov Yu., Vasylenko V.

[1] *Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor,*
[2] *PhD student of the Department of Applied Mechanics and Computer Technologies, Vasyl' Stus Donetsk National University*

ON THE STABILITY OF ROTATION OF AN ASYMMETRIC SOLID BODY WITH EXCITATION IN A MEDIUM THAT RESISTS

SUMMARY

Assuming that the center of mass of a solid is on the third principal axis of inertia of a rigid body, on the basis of the Lienard-Shipar criterion, written in an innocent form, the asymptotic stability condition for the uniform rotation of a dynamically asymmetric rigid body with a fixed point as a system of three inequalities. The solid is under the action of attraction forces, dissipative torque and constant moment in the inertial and non-reference frames. The carried out studies of the asymmetry of a solid body and the dissipative moment, as well as of two constant moments on the stability conditions for uniform rotation of a rigid body. The results for a symmetric rigid body in the case of dynamic asymmetry of a rigid body and dissipative asymmetry are known.

Key words: *dynamically asymmetric solid, medium, resists, asymptotic stability.*

Кононов Ю.Н., Василенко В.Ю.

[1] *доктор физико-математических наук, профессор,*
[2] *аспирант кафедры прикладной механики и компютерных технологий,*
Донецкий национальный университет имени Васыля Стуса

Об устойчивости вращения несимметричного твердого тела с возбуждением в среде, которая сопротивляется

РЕЗЮМЕ

В предположении, что центр масс твердого тела находится на третьей главной оси инерции твердого тела, на основе критерия Льенара-Шипара, записанного в иннорном виде, полученные в виде системы трех неравенств условия асимптотической устойчивости равномерного вращения динамически несимметричного твердого тела с неподвижной точкой. Твердое тело находится под действием сил притяжения, диссипативного момента и постоянного момента в инерциальной и неирциальний системах отсчета. Проведенные исследования несимметрии твердого тела и диссипативной момента, а также двух постоянных моментов на условия устойчивости равномерного вращения твердого тела. Обзор известны результаты для симметричного твердого тела в случае динамической несимметрии твердого тела и диссипативной несимметрии.

Ключевые слова: *динамично несимметричное твердое тело, среда, сопротивляется, асимптотическая устойчивость.*