

УДК 539.3:534.1

В. А. Шпак*Донецький науково-дослідницький інститут чорної металургії, г. Донецьк***СПЕКТР НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН В ЛЕЖАЩЕМ НА ЖЕСТКОМ ОСНОВАНИИ АНИЗОТРОПНОМ СЛОЕ СО СВОБОДНОЙ ВЕРХНЕЙ ГРАНЬЮ**

Построены общая и специальные формы дисперсионных соотношений для нормальных упругих волн с различной ориентацией направления распространения в плоскости волновода в виде анизотропного слоя из материала орторомбической системы, лежащего на жестком основании. На этапе качественного анализа особенностей асимптотического поведения бегущих нормальных волн в высокочастотном коротковолновом диапазоне и подготовки алгоритма эффективного численного исследования реализован детальный анализ распределения корней характеристического уравнения Кристоффеля. Представлены результаты численного анализа закономерностей трансформации действительных, мнимых и комплексных ветвей полного дисперсионного спектра при повороте вектора волновой нормали между осями упругой симметрии в плоскости слоя.

Ключевые слова: анизотропный слой орторомбической системы на жестком основании, нормальные упругие волны, произвольная варьируемая ориентация направления распространения, особенности асимптотического поведения волн в высокочастотном коротковолновом диапазоне, закономерности трансформации ветвей полного дисперсионного спектра.

Введение. Исследование спектров волн Лэмба в изотропном слое с различными типами граничных условий является предметом многочисленных работ на протяжении более полувека [1–3, 11]. Первые работы по теоретическим исследованиям распространения нормальных волн в анизотропных пластинах были посвящены симметричным граничным условиям в материалах с высоким уровнем симметрии упругих свойств [4, 5, 12]. Позднее были построены полные спектры нормальных упругих волн и в низко симметричном анизотропном слое орторомбического класса при наличии симметрии или антисимметрии граничных условий [6, 7]. Позднее рассматривались задачи со смешанными граничными условиями в изотропном [8] и трансверсально изотропном слое [9].

К настоящему времени вопросы структуры полных дисперсионных спектров в лежащем на жестком основании анизотропном слое орторомбической системы остаются актуальными и открытыми в волновой механике деформируемых сред. В указанном контексте целью данной работы является построение и исследование полного спектра нормальных волн в лежащем на жестком основании анизотропном упругом слое орторомбического класса при повороте вектора волновой нормали между осями упругой симметрии.

Постановка задачи. Рассматривается слой толщиной $2h$, ортотропный материал которого имеет направления упругой симметрии коллинеарные осям Ox_j ($j = \overline{1,3}$), характеризуется модулями упругости C_{ij} ($i, j = \overline{1,6}$) и плотностью ρ . Верхняя грань слоя свободна от напряжений, нижняя – жестко закреплена:

$$\sigma_{ij}|_{x_3=h} = 0, \quad U_j|_{x_3=-h} = 0. \quad (1)$$

Удовлетворяющие уравнениям движения представления комплексных волновых перемещений для плоских гармонических волн в слое [4, 5] имеют представления вида

$$U_j(x_1, x_2, x_3, t) = f_j(x_3) \exp(i(\omega t - \gamma(n_1 x_1 + n_2 x_2))), \quad (2)$$

где ω – круговая частота, γ – волновое число, n_1, n_2 – направляющие косинусы волнового вектора \vec{n} , параллельного срединной плоскости слоя и составляющего с осью Ox_1 угол φ . Амплитудные функции $f_j(x_3)$ в представлении (2) удовлетворяют следующей краевой задаче:

$$\begin{cases} f_1'' + \alpha_{11}f_1 + \alpha_{12}f_2 + \alpha_{13}f_3' = 0, \\ \alpha_{21}f_1 + f_2'' + \alpha_{22}f_2 + \alpha_{23}f_3' = 0, \\ \alpha_{31}f_1' + \alpha_{32}f_2' + f_3'' + \alpha_{33}f_3 = 0, \\ f_p'(h) - i\gamma n_p f_3(h) = 0 \quad (p = 1, 2); \end{cases} \quad (3)$$

$$i\gamma(n_1 C_{13} f_1(h) + n_2 C_{23} f_2(h)) - C_{33} f_3'(h) = 0; \quad (4)$$

$$f_j(-h) = 0.$$

В уравнениях (3) a_{ij} – элементы матрицы Кристоффеля:

$$\alpha_{jj} = \tilde{\alpha}_{jj}\gamma^2 + \tilde{\alpha}_{jj}\omega^2, \quad \alpha_{12} = \tilde{\alpha}_{12}\gamma^2, \quad \alpha_{21} = \tilde{\alpha}_{21}\omega^2, \quad \alpha_{p3} = i\gamma\tilde{\alpha}_{p3}, \quad \alpha_{3p} = i\gamma\tilde{\alpha}_{3p},$$

$$\tilde{\alpha}_{11} = -(n_1^2 C_{11} + n_2^2 C_{66})/C_{55}, \quad \tilde{\alpha}_{22} = -(n_1^2 C_{66} + n_2^2 C_{22})/C_{44}, \quad \tilde{\alpha}_{33} = -(n_1^2 C_{55} + n_2^2 C_{44})/C_{33},$$

$$\tilde{\alpha}_{jj} = \rho/C_{6-j,6-j}, \quad \tilde{\alpha}_{12} = -n_1 n_2 (C_{12} + C_{66})/C_{55}, \quad \tilde{\alpha}_{21} = -n_1 n_2 (C_{12} + C_{66})/C_{44},$$

$$\tilde{\alpha}_{p3} = n_p (C_{p3} + C_{6-p,6-p})/C_{6-p,6-p}, \quad \tilde{\alpha}_{3p} = n_p (C_{p3} + C_{6-p,6-p})/C_{33}.$$

Построение основного дисперсионного соотношения. Решение системы (3) может быть представлено в виде:

$$f_j(x_3) = \sum_{m=1}^3 K_m \beta_{mj} \sin(\lambda_m x_3) + \sum_{m=1}^3 K_{m+3} \beta_{mj} \cos(\lambda_m x_3), \quad (5)$$

где $K_i (i = \overline{1,6})$ – произвольные постоянные, β_{mj} – коэффициенты вида

$$\beta_{m1} = \alpha_{12}\alpha_{23} - \alpha_{13}(\lambda_m^2 + \alpha_{22}), \quad \beta_{m2} = \alpha_{13}\alpha_{21} - \alpha_{23}(\lambda_m^2 + \alpha_{11}),$$

$$\beta_{m3} = (-\alpha_{12}\alpha_{21} - \alpha_{13}(\lambda_m^2 + \alpha_{11})(\lambda_m^2 + \alpha_{22}))/\lambda_m, \quad (m = \overline{1,3});$$

λ_m – корни характеристического уравнения Кристоффеля системы (3)

$$\lambda^6 + a_1 \lambda^4 + a_2 \lambda^2 + a_3 = 0, \quad (6)$$

коэффициенты которого вычисляются по формулам:

$$a_1 = \alpha_{11} + \alpha_{22} + \alpha_{33} - \alpha_{13}\alpha_{31} - \alpha_{23}\alpha_{32},$$

$$a_2 = \alpha_{22}\alpha_{33} + \alpha_{11}\alpha_{33} + \alpha_{11}\alpha_{22} + \alpha_{12}\alpha_{23}\alpha_{31} + \alpha_{21}\alpha_{32}\alpha_{13} - \alpha_{11}\alpha_{23}\alpha_{32} - \alpha_{22}\alpha_{13}\alpha_{31} - \alpha_{12}\alpha_{21},$$

$$a_3 = \alpha_{11}\alpha_{22}\alpha_{33} - \alpha_{12}\alpha_{21}\alpha_{33}.$$

Удовлетворение граничным условиям (4) приводит к дисперсионному уравнению вида:

$$\Delta(\omega, \gamma) = \|S_{ij}\|_{i,j=1,6} = 0. \quad (7)$$

Элементы S_{ij} дисперсионной матрицы в представлении (7) вычисляются по формулам

$$S_{ij} = \beta_{ji} \sin(\lambda_j h); \quad S_{i,j+3} = -\beta_{ji} \cos(\lambda_j h); \quad (i = \overline{1,3});$$

$$S_{p+3,j} = \lambda_j \beta_{jp} \cos(\lambda_j h) - i\gamma n_p \beta_{j3} \sin(\lambda_j h);$$

$$S_{p+3,j+3} = \lambda_j \beta_{jp} \sin(\lambda_j h) - i\gamma n_p \beta_{j3} \cos(\lambda_j h); \quad (p = \overline{1,2});$$

$$S_{6j} = i\gamma n_1 C_{13} \beta_{j1} \sin(\lambda_j h) + i\gamma n_2 C_{23} \beta_{j2} \sin(\lambda_j h) - C_{33} \lambda_j \beta_{j3} \cos(\lambda_j h);$$

$$S_{6,j+3} = i\gamma n_1 C_{13} \beta_{j1} \cos(\lambda_j h) + i\gamma n_2 C_{23} \beta_{j2} \cos(\lambda_j h) + C_{33} \lambda_j \beta_{j3} \sin(\lambda_j h); \quad (j = \overline{1,3}).$$

Дисперсионная функция $\Delta(\omega, \gamma)$ при действительных либо мнимых значениях γ принимает как действительные, так и мнимые значения, а в общем случае при комплексных значениях γ является комплекснозначной.

Анализ параметрических зависимостей для корней уравнения Кристоффеля. Эффективное исследование подобных дисперсионных уравнений [6, 7] включает построение специальных областей D_j на вспомогательной координатной плоскости (φ, ν) , где ν – фазовая скорость бегущей нормальной волны. Внутри областей D_j тип корней характеристического уравнения Кристоффеля не меняется, что приводит к постоянству типа значений дисперсионной функции $\Delta(\omega, \gamma)$ и, как следствие, к возможности применять известные численные методы для расчета действительных и мнимых мод дисперсионного спектра.

Границы областей D_j определяются из условий существования кратных корней бикубического уравнения (6). Первое условие, заключающееся в равенстве нулю свободного члена рассматриваемого уравнения, приводит к существованию трех зависимостей $\{l_1(\varphi) : \nu = \nu_P(\varphi)\}$, $\{l_2(\varphi) : \nu = \nu_{SH}(\varphi)\}$,

$\{l_3(\varphi) : v = v_{SH}(\varphi)\}$, которые по физическому смыслу являются распределениями скоростей трех объемных волн: квазипродольной (P), квазипоперечной (SH) и вертикально поляризованной сдвиговой (SV) волне в зависимости от параметра угла распространения φ .

Второе условие, состоящее в равенстве нулю дискриминанта характеристического уравнения (6), приводит к полиномиальному уравнению шестой степени относительно v^2 :

$$b_1 v^{12} + b_2 v^{10} + b_3 v^8 + b_4 v^6 + b_5 v^4 + b_6 v^2 + b_7 = 0. \quad (8)$$

При наличии действительных корней v_D этого уравнения в общем случае определяется набор кусочно-непрерывных кривых $\{l_4(\varphi) : v = v_D(\varphi)\}$.

В уравнении (8) коэффициенты $b_j (j = \overline{1,7})$ вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{1}{27} p_1^3 + \frac{1}{4} q_1^2; & b_2 &= \frac{1}{9} p_1^2 p_2 + \frac{1}{2} q_1 q_2; \\ b_3 &= \frac{1}{9} p_1 p_2^2 + \frac{1}{9} p_1^2 p_3 + \frac{1}{4} q_2^2 + \frac{1}{2} q_1 q_3; & b_4 &= \frac{1}{27} p_2^3 + \frac{2}{9} p_1 p_2 p_3 + \frac{1}{2} q_1 q_4 + \frac{1}{2} q_2 q_3; \\ b_5 &= \frac{1}{9} p_2^2 p_3 + \frac{1}{9} p_1 p_3^2 + \frac{1}{4} q_3^2 + \frac{1}{2} q_2 q_4; & b_6 &= \frac{1}{9} p_2 p_3^2 + \frac{1}{2} q_3 q_4; & b_7 &= \frac{1}{27} p_3^3 + \frac{1}{4} q_4^2. \end{aligned}$$

Данные представления получаются после приведения уравнения (6) к неполному кубическому уравнению вида:

$$z^3 + pz + q = 0, \quad (9)$$

где p и q являются полиномами соответственно второй и третьей степени относительно v^2 . Их упорядоченные по убыванию степени коэффициенты определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} p_1 &= a_{21} - \frac{1}{3} a_{11}^2; & p_2 &= a_{22} - \frac{2}{3} a_{11} a_{12}; & p_3 &= a_{23} - \frac{1}{3} a_{12}^2; \\ q_1 &= \frac{2}{27} a_{11}^3 - \frac{1}{3} a_{11} a_{21} + a_{31}; & q_2 &= \frac{2}{9} a_{11}^2 a_{12} - \frac{1}{3} a_{11} a_{12} - \frac{1}{3} a_{12} a_{21} + a_{32}; \\ q_3 &= \frac{2}{9} a_{11} a_{12}^2 - \frac{1}{3} a_{11} a_{23} - \frac{1}{3} a_{12} a_{22} + a_{33}; & q_4 &= \frac{2}{27} a_{12}^3 - \frac{1}{3} a_{12} a_{23} + a_{34}. \end{aligned}$$

На кривой l_4 корни уравнения (9) определяются по формулам

$$z_1 = -2\sqrt[3]{q/2}; \quad z_2 = z_3 = \sqrt[3]{q/2}.$$

Соответственно кратные корни характеристического уравнения (6) имеют значения:

$$\lambda^2 = \sqrt[3]{q/2} - a_1/3. \quad (10)$$

Отсюда следует, что в случае, когда правая часть равенства (10) положительна, то на кривой l_4 характеристическое уравнение имеет действительные кратные корни, а если же правая часть отрицательна, то соответствующие корни являются мнимыми. Для определения точек смены типа корней составляется вспомогательное уравнение вида:

$$c_1 v^6 + c_2 v^4 + c_3 v^2 + c_4 = 0, \quad (11)$$

где

$$c_1 = 27q_1 - 2a_{21}^3; \quad c_2 = 27q_2 - 6a_{21}^2 a_{22}; \quad c_3 = 27q_3 - 6a_{21} a_{22}^2; \quad c_4 = 27q_4 - 2a_{22}^3.$$

Определяемая действительными корнями уравнения (11) кривая $v_q = l_5(\varphi)$ выделяет интервалы изменения угла φ , внутри которых правая часть равенства (10) сохраняет знак. Это означает, что при значениях φ , для которых $v_q > v_D$, характеристическое уравнение имеет действительные кратные корни. При выполнении противоположного неравенства кратные корни уравнения (6) являются мнимыми.

На рис. 1, *a* в полном масштабе и рис. 1, *b* в укрупненном масштабе в окрестности точек специфического поведения для слоя из монокристалла сегнетовой соли с приведенными в работе [10] физико-механическими параметрами которого изображены описанные выше зависимости $l_j(\varphi) : v = v_A(\varphi)$ ($j = \overline{1,5}; A \in \{P, SH, SV, D, q\}$).

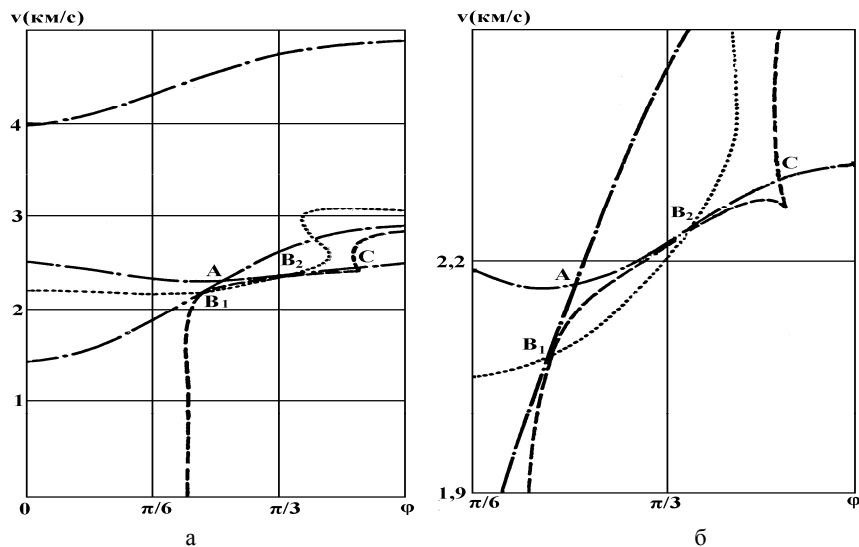


Рис. 1. Области постоянства типов корней характеристического уравнения

Штриховые и пунктирные линии относятся к действительным корням уравнений (9) и (11) соответственно. Распределения фазовых скоростей объемных волн изображены штрих-пунктирными линиями. Буквой А обозначена точка равенства скоростей двух объемных волн (акустическая ось), буквой В – точка пересечения кривых l_4 и l_5 ($v_D = v_q$), в которой характеристическое уравнение (6) имеет четырехкратный нулевой корень.

Следующим важным фактором, определяющим структуру спектра нормальных волн в рассматриваемом слое, является распределение критических частот, получаемых из краевой задачи (3), (4) при $\gamma = 0$ и имеющих значения

$$\omega_{n_p}^{(p)} = \sqrt{\frac{C_{6-p,6-p}}{\rho} \frac{(2n_p + 1)\pi}{4}}, \quad (p = 1, 2; n_p = \overline{1, \infty}),$$

$$\omega_{n_3}^{(3)} = \sqrt{\frac{C_{33}}{\rho} \frac{(2n_3 + 1)\pi}{4}}, \quad (n_3 = \overline{1, \infty}).$$
(12)

Критические частоты не зависят от направления распространения волны. Соотношения между ними во многом определяют распределение дисперсионных кривых для упруго-эквивалентных направлений. Частоты $\omega^{(2)}$ для направления $\varphi = 0$ являются частотами запираия SH -волн, а $\omega^{(1)}, \omega^{(3)}$ – $P-SV$ -волн. Для направления $\varphi = \pi/2$ перестройку спектра предопределяет изменение частот запираия для SH -волн на $\omega^{(1)}$ и для $P-SV$ -волн – на $\omega^{(2)}, \omega^{(3)}$.

Результаты численных исследований. На рис. 2–5 представлены результаты численного расчета дисперсионных кривых нормальных волн в лежащем на жестком основании слое монокристалла сегнетовой соли для направлений $\varphi = 0, \varphi = \pi/8, \varphi = \pi/4$ и $\varphi = \pi/2$ соответственно.

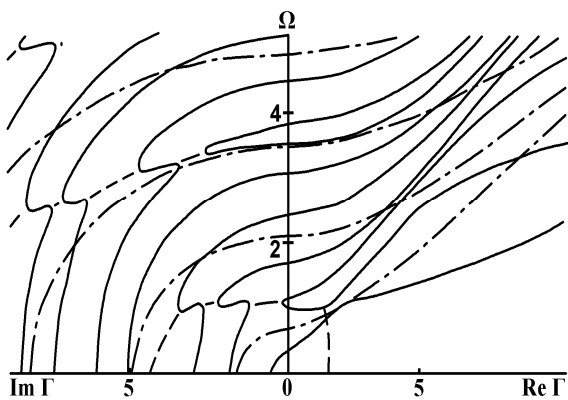


Рис. 2. Спектр нормальных волн в направлении $\varphi = 0$

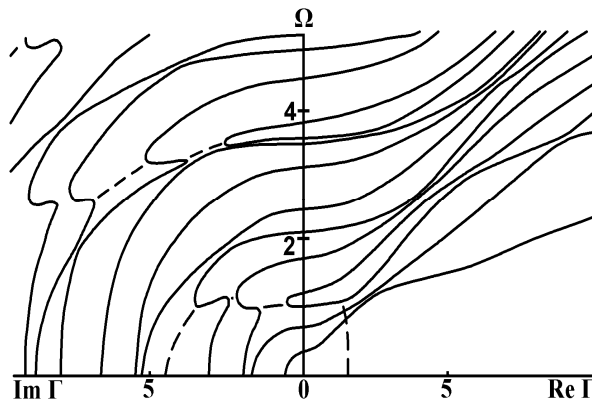


Рис. 3. Спектр нормальных волн в направлении $\varphi = \pi/8$

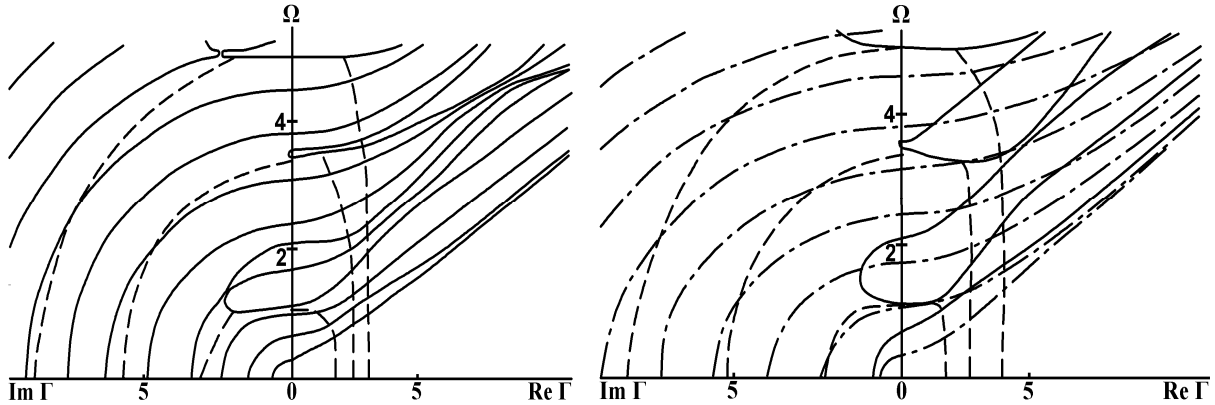


Рис. 4. Спектр нормальных волн в направлении $\varphi = \pi/4$ Рис. 5. Спектр нормальных волн в направлении $\varphi = \pi/2$

Вдоль положительного и отрицательного направлений оси абсцисс на этих рисунках приведены соответственно действительные и мнимые части нормированного значения волнового числа $\Gamma = 2\gamma h / \pi$. Значения приведенной частоты $\Omega = 2\omega h / \pi v_0$, $v_0 = (C_{33} / \rho)^{1/2}$ откладываются по оси ординат. Штриховыми линиями изображены действительные и мнимые составляющие комплексных мод. Сплошные линии относятся к волнам смешанного типа, а штрихпунктирные – к независимым модам *SH*-волн в упруго-эквивалентных направлениях.

Для описания процесса перестройки спектра при повороте волнового вектора между осями упругой симметрии принимается следующая система обозначения дисперсионных кривых. Номер критической частоты в последовательности $\omega_n = \{\omega_{n_1}^{(1)}, \omega_{n_2}^{(2)}, \omega_{n_3}^{(3)}\}$ принимается в качестве номера начинающейся в ней вещественной моды. Для идентификации дисперсионных кривых в мнимой части спектра используются значения *n* в граничных точках.

В случае, когда начальная точка мнимой моды лежит на оси 0Ω , возможны три варианта расположения конечной точки – либо эта точка лежит на оси 0Ω , либо на мнимой части оси 0Γ , либо уходит в бесконечность. В соответствии с этим мнимая мода ниже называется петлей (P), кривой (K) и волнообразной кривой (W); номер частоты запертия, соответствующий начальной точке мнимой моды, принимается в качестве номера самой моды. Комплексные моды, которые в общем случае могут быть кусочно-непрерывными, нумеруются в порядке возрастания их мнимых составляющих при $\Omega = 0$.

В представленном на рис. 2 фрагменте мнимая часть спектра *P-SV* волн содержит две петли $P_{3,4}$ и $P_{10,11}$ и кривые K_1 и K_8 без особых точек. Для остальных мнимых кривых характерно наличие пар локальных экстремумов. При отклонении от оси Ox_1 в спектре происходит радикальная перестройка.

Точки пересечения дисперсионных кривых независимых *SH* и *P-SV* волн превращаются в точки сближения и расталкивания вещественных и мнимых мод. В мнимой части спектра этот процесс может сопровождаться появлением дополнительных пар локальных экстремумов, которые соединяются мнимыми составляющими комплексных ветвей. При этом в действительной части спектра образуются дополнительные петлеобразные кривые.

Дальнейшее увеличение угла φ приводит к следующим изменениям. Соседние минимумы и максимумы, принадлежащие одной моде, сближаются и превращаются в точки перегиба. В этот момент составляющие комплексных ветвей соединяются, т.е. участки их разрыва исчезают. С ростом угла φ действительные составляющие отходят от оси ординат (рис. 3). Последующее выравнивание мнимых кривых может приводить к полному исчезновению особых точек (рис. 4).

Выводы. В результате проведенных исследований реализовано построение полного спектра бегущих и краевых стоячих нормальных волн в анизотропном упругом слое орторомбической системы из монокристалла сегнетовой соли, лежащем на жестком основании. В качестве вспомогательного этапа осуществлен детальный анализ характеристического уравнения Кристоффеля для улучшения процесса численного исследования полученного дисперсионного уравнения.

Для других материалов трансформация спектра при повороте волнового вектора носит в деталях индивидуальный характер. Однако при всем имеющемся разнообразии в процессе перестройки спектров нормальных волн можно выделить ряд общих закономерностей:

- в действительной части спектра точки пересечения независимых SH и $P-SV$ мод вблизи осей упругой симметрии превращаются в точки сближения и расталкивания смешанных $P-SH-SV$ мод;
- аналогичная ситуация в мнимой части спектра приводит либо к вертикальному, либо к горизонтальному расслоению дисперсионных кривых смешанных $P-SH-SV$ мод;
- радикальные изменения вида мнимых дисперсионных кривых происходят в ситуации появления у них общих точек при некотором фиксированном значении угла φ и образовании связей соседних локальных экстремумов составляющими комплексных ветвей.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Ворович И. И. Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей / И. И. Ворович, В. А. Бабешко. – М.: Наука, 1979. – 319 с.
2. Гринченко В. Т. Гармонические колебания и волны в упругих телах / В. Т. Гринченко, В. В. Мелешко. – К.: Наук. думка, 1981. – 283 с.
3. Алтухов Е. В. Равновесие и установившиеся колебания изотропных пластин / Алтухов Е. В., Фоменко М. В. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2014. – 436 с.
4. Космодамианский А.С. Динамические задачи теории упругости для анизотропных сред / А. С. Космодамианский, В. И. Сторожев. – К.: Наук. думка, 1985. – 176 с.
5. Кузнецов С. В. Волны Лэмба в анизотропных пластинах (обзор) // Акустический журнал. – 2014. – Т. 60, № 1. – С. 90–100.
6. Космодамианский А. С. Спектр симметричных нормальных волн в ортотропном слое / А. С. Космодамианский, В. И. Сторожев, В. А. Шпак // Теоретическая и прикладная механика. – 1988. – Вып. 19. – С. 116–121.
7. Абрамова О. П. Дисперсия нормальных волн в ортотропном слое с закрепленными границами / О. П. Абрамова, В. И. Сторожев, В. А. Шпак // Акустический журнал. – 1995. – Т. 41, № 1. – С. 5–9.
8. Мартыненко О. Н. Распространение нормальных волн в слое, лежащем на жестком основании / О. Н. Мартыненко, В. В. Мелешко // Прикладная механика. – 1986. – Т. 22, № 7. – С. 23–29.
9. Алтухов Е. В. Колебания трансропных пласти в случае смешанных граничных условий / Е. В. Алтухов, Ю. В. Панченко // Теоретическая и прикладная механика. – 1999. – Вып. 29. – С. 52–62.
10. Шутилов В.А. Основы физики ультразвука / В. А. Шутилов. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1980. – 264 с.
11. Mindlin R. D. Waves and vibrations in isotropic elastic plates // Structural mechanics. – N.Y.: Pergamon press, 1960. – P. 199–232.
12. Ting T. C. T. Anisotropic elasticity: Theory and applications / T. C. T. Ting. – N.Y.: Oxford University Press, 1996. – 592 p.

Поступила в редакцию 26.05.2014 г.

РЕЗЮМЕ

Побудовано загальну і спеціальні форми дисперсійного співвідношення для нормальних пружних хвиль з різною орієнтацією напрямку поширення в площині хвилеводу у вигляді анізотропного шару з матеріалу орторомбічної системи на жорсткій основі. На етапі якісного аналізу асимптотичної поведінки біжучих нормальних хвиль у високочастотному короткохвильовому діапазоні і підготовки алгоритму ефективного числового дослідження дисперсійних залежностей реалізовано детальний аналіз розподілу коренів характеристичного рівняння Кристоффеля. Представлені результати числового аналізу закономірностей трансформації дійсних, уявних і комплексних гілок повного дисперсійного спектра при повороті вектора хвильової нормалі між осями пружної симетрії в площині шару.

Ключові слова: анізотропний шар орторомбічної системи на жорсткій основі, нормальні пружні хвилі, довільна варійована орієнтація напрямку поширення, особливості асимптотичної поведінки хвиль у високочастотному короткохвильовому діапазоні, закономірності трансформації гілок повного дисперсійного спектра

SUMMARY

General and special forms of dispersion relation for normal elastic waves with different orientation of the direction of propagation in the plane of the waveguide in the form of an anisotropic layer, which consists of the material of orthorhombic system, which lays on a rigid base, is built. At the stage of qualitative analysis of peculiarities of asymptotic behavior of running waves in the high normal range and developing of algorithm of efficient numerical studies, a detailed analysis of the distribution of the roots of the characteristic Christoffers equation is implemented. Results of numeric analysis of the transformation laws of real, imaginary (not-real) and complex branches of complete dispersion spectrum during the rotation of the wave vector between the axes of elastic symmetry is constructed.

Keywords: anisotropic layer orthorhombic system on a rigid base, normal elastic waves, random variate orientation direction of propagation, especially the asymptotic behavior of the waves in the high short-range patterns of branches complete transformation of the dispersion spectrum.