МАТЕМАТИКА

УДК 512.53

Волошина Т.В.

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри алгебри і математичного аналізу Східноєвропейського національного університету імені Лесі Українки

КОТРАНЗИТИВНІ ПІДНАПІВГРУПИ ПОВНОЇ НАПІВГРУПИ ПЕРЕТВОРЕНЬ СКІНЧЕННОЇ МНОЖИНИ

Описано котранзитивні піднапівгрупи повної напівгрупи перетворень скінченної множини. Отримано критерій S_n - нормальності для котранзитивних піднапівгруп повної напівгрупи перетворень.

Ключові слова: *котранзитивна піднапівгрупа, повна напівгрупа перетворень.*

Вступ

Поняття котранзитивної піднапівгрупи для напівгруп перетворень було введено Салліваном у роботі [1] і використовувалося для опису ідеалів у інверсній симетричній напівгрупі $IS(X)$, повній напівгрупі перетворень $T(X)$ та напівгрупі усіх часткових перетворень $PT(X)$ множини X. Поняття S_n-нормальної піднапівгрупи для напівгруп перетворень було запропоноване Леві у роботі [2]. Ми обмежимося розглядом повної напівгрупи T_n перетворень скінченної множини. Кожен її двосторонній ідеал буде котранзитивною піднапівгрупою. Метою роботи буде опис всіх її котранзитивних піднапівгруп, встановлення зв'язку котранзитивності піднапівгрупи з її S_n-нормальністю.

Нехай X — скінченна n-елементна множина. Повну напівгрупу всіх відображень множини X в саму себе будемо позначати T_n. Для $\alpha \in T_n$ через $ran\,\alpha$ позначимо область значень відображення α, а через $rank\,\alpha$ — його ранг. Зауважимо, що елемент $\alpha \in T_n$ буде ідемпотентом тоді і тільки тоді, коли обмеження α на множину $ran\,\alpha$ є тотожним перетворенням [3]. Для $x \in ran\,\alpha$ через $\alpha^{-1}(x)$ будемо позначати повний прообраз x при відображенні α. З кожним елементом α напівгрупи T_n пов'язане розбиття $\pi_\alpha = \alpha \circ \alpha^{-1}$ множини X на класи еквівалентності $X = \bigcup\limits_{x \in ran\,\alpha} \alpha^{-1}(x)$, тобто $y_1\,\pi_\alpha y_2$ тоді і тільки тоді, коли $\alpha(y_1) = \alpha(y_2)$.

Означення відношень Гріна $\mathbf{L}, \mathbf{R}, \mathbf{D}, \mathbf{I}$ на множині елементів напівгрупи можна знайти у [3].

Лема 1. [3] *Для $\alpha, \beta \in T_n$ $\alpha\ \mathbf{L}\ \beta$ тоді і тільки тоді, коли $ran\,\alpha = ran\beta$; $\alpha\ \mathbf{R}\ \beta$ тоді і тільки тоді, коли $\pi_\alpha = \pi_\beta$; $\alpha\ \mathbf{D}\ \beta$ тоді і тільки тоді, коли $rank\,\alpha = rank\beta$. Для напівгрупи T_n $\mathbf{D} = \mathbf{I}$.*

Клас еквівалентності відношення $\mathbf{D}$, що містить елементи рангу k будемо позначати через D_k.

Лема 2. [3] *Кожен ідеал напівгрупи T_n — головний; має вигляд $I_k = \{\alpha \in T_n | rank\,\alpha \leqslant k\}$, $k = \overline{1,n}$. При цьому $I_1 \subset I_2 \subset \cdots \subset I_{n-1} \subset I_n = T_n$.*

Зауважимо, що $I_k = \bigcup\limits_{i=1}^{k} D_i$.

Основна частина

Нехай $ran\,\alpha = \{x_1, x_2, \cdots, x_k\} \subseteq X$, $A_i = \alpha^{-1}(x_i)$. Відображення $\alpha \in T_n$ будемо скорочено записувати $\alpha = \begin{pmatrix} A_i \\ x_i \end{pmatrix}$.

Означення 1. *Піднапівгрупа $S \subseteq T_n$ називається котранзитивною, якщо для кожного перетворення $\alpha = \begin{pmatrix} A_i \\ x_i \end{pmatrix} \in S$ рангу k виконуються дві умови:*

1) для кожного $\{b_1, b_2, \cdots, b_k\} \subseteq X$ $\mu = \begin{pmatrix} A_i \\ b_i \end{pmatrix} \in S$;

2) для кожного $\{y_1, y_2, \cdots, y_k\} \subseteq X$ існує $\lambda \in S$, таке що, $y_i \in \lambda^{-1}(x_i)$, $i = \overline{1,k}$.

Як було вже зазначено, кожний ідеал I_k, $k = \overline{1,n}$, є котранзитивною піднапівгрупою в T_n. Легко бачити, що підгрупа S_n також задовольняє умови котранзитивності.

Лема 3. *Котранзитивна піднапівгрупи S напівгрупи T_n разом із кожним своїм елементом α містить весь R-клас R_α, якому належить α.*

Доведення. З умови (1) випливає, що $\pi_\alpha = \pi_\mu$. Тому, за лемою 1, $\mu \in R_\alpha$. Оскільки із $\mu \in R_\alpha$ випливає, що $\mu \in S$, то $R_\alpha \subseteq S$. □

Лема 4. *Якщо котранзитивна піднапівгрупа S напівгрупи T_n містить елемент α рангу $k > 1$, то існує такий набір розбиттів $\{\pi_\alpha | \alpha \in S'\}$, $S' \subseteq S$ множини X, що розділяє довільні її k елементів.*

Доведення. З умови (2) випливає, що для довільних k елементів $\{y_1, y_2, \cdots, y_k\} \subseteq X$ існує таке відображення $\lambda \in S$, що y_i містяться у різних класах еквівалентності розбиття π_λ множини X, тобто π_λ розділяє ці елементи. □

У випадку $k = 1$ маємо тривіальне розбиття $\rho(1)$ множини X на один блок X.

Лема 5. *Нехай $\alpha = \begin{pmatrix} A_i \\ x_i \end{pmatrix} \in T_n$ — елемент рангу $k > 1$. Рівність $rank\,\alpha = rank\,\alpha^2$ виконується тоді і тільки тоді, коли $|A_i \cap ran\,\alpha| = 1$ для всіх $i = \overline{1,k}$. Якщо s — кількість таких A_i, для яких $A_i \cap ran\,\alpha = \emptyset$, то $rank\,\alpha^2 = rank\,\alpha - s$. Для кожного елемента α рангу 1 виконується $rank\,\alpha = rank\,\alpha^2$.*

Доведення. Якщо всі класи розбиття π_α містять рівно по одному елементу з $ran\,\alpha$, то кожен клас A_i можна ототожнити з цим елементом. Тоді відображення α задає тотожну бієкцію на $ran\,\alpha$. У цьому випадку відображення α^2 також буде бієкцією на $ran\,\alpha$. Тому $ran\,\alpha = ran\,\alpha^2$, а тому і ранги у α та α^2 однакові.

Нехай тепер існує такий клас розбиття π_α, у якому більше одного елемента з $ran\,\alpha$. Із умови $k > 1$ тоді випливає, що знайдеться і такий клас розбиття A_i, у якому немає жодного елемента із $ran\,\alpha$. Розглянемо $x_i = \alpha(A_i) \in ran\,\alpha$. Доведемо, що $x_i \notin ran\,\alpha^2$. Нехай існує $z \in X$, такий, що $\alpha^2(z) = x_i$. Тоді $\alpha(z) \in A_i$. З іншого боку, $\alpha(z) \in ran\,\alpha$. Але $A_i \cap ran\,\alpha = \emptyset$. Прийшли до суперечності. Отже, $x_i \notin ran\,\alpha^2$. Із $ran\,\alpha^2 \subseteq ran\,\alpha$ тоді випливає, що $rank\,\alpha^2 < rank\,\alpha$.

Кожному A_i, для якого $A_i \cap ran\,\alpha = \emptyset$, відповідає такий $x_i = \alpha(A_i) \in ran\,\alpha$, що $x_i \notin ran\,\alpha^2$. Якщо ж у A_i міститься хоча б один елемент із $ran\,\alpha$, наприклад $x_j \in A_i$, то для довільного $z \in A_j$ $\alpha^2(z) = \alpha(x_j) = x_i$. Отже, у цьому випадку $x_i \in ran\,\alpha^2$. Тому рівність $rank\,\alpha^2 = rank\,\alpha - s$ виконується. □

Означення 2. *Розбиття* $X=\bigcup\limits_{i=1}^{k}A_i=\bigcup\limits_{i=1}^{k}B_i$ *будемо називати однотипними, якщо числові набори* $(|A_1|,\,|A_2|,\,\ldots,\,|A_k|)$ *та* $(|B_1|,\,|B_2|,\,\ldots,\,|B_k|)$ *рівні або розрізняються лише порядком елементів.*

Лема 6. *Нехай* $\varepsilon=\begin{pmatrix}A_i\\a_i\end{pmatrix}\in T_n$ *— ідемпотент. Тоді для кожного* $g\in S_n$ *елемент* $g^{-1}\varepsilon g=\begin{pmatrix}B_i\\b_i\end{pmatrix}$ *також ідемпотент. Розбиття* $X=\bigcup\limits_{i=1}^{k}A_i= \;=\bigcup\limits_{i=1}^{k}B_i$ *— однотипні, а* $b_i=g(a_i)$, $B_i=g(A_i)$, $i=\overline{1,k}$.

Доведення. Твердження леми випливає із того, що для кожного $g\in S_n$ відображення $\alpha\mapsto g^{-1}\alpha g$ є автоморфізмом напівгрупи T_n. □

Означення 3. *Розбиття* $X=\bigcup\limits_{i=1}^{k}A_i$ *будемо називати меншим за розбиття* $X=\bigcup\limits_{i=1}^{r}B_i$, *якщо кожен блок* B_i *другого розбиття є об'єднанням кількох блоків першого розбиття.*

Решітку всіх розбиттів множини X позначимо через $Part\,X$.

Теорема 1. *Піднапівгрупа* $S\subseteq T_n$ *буде котранзитивною тоді і тільки тоді, коли вона належить до одного з таких типів:*

1. $S=S_n$.
2. *Нехай* $(\rho_j(k))_{j\in J}$ *— така родина розбиттів множини* X *на* $k>1$ *блоків, яка розділяє довільні її* k *елементів, а*

$$Q_i:=\{\rho\in Part\,X|\rho_j(i)\leqslant\rho \text{ для деякого } j\in J\},\ i=\overline{2,k},\ Q_1=\{\rho(1)\}.$$

   Тоді для кожного $k<n$ $\quad S=\{\alpha\in T_n|\pi_\alpha\in\bigcup\limits_{i=1}^{k}Q_i\}$.

3. *Нехай* $\mu_1,\mu_2,\ldots,\mu_m$ *— набір розбиттів множини* X *на* k *блоків,* $(\rho_j(k))_{j\in J}$ *— родина всіх розбиттів множини* X, *для яких у наборі* $\mu_1,\mu_2,\ldots,\mu_m$ *існує однотипне;*

$$Q_i:=\{\rho\in Part\,X|\rho_j(i)\leqslant\rho \text{ для деякого } j\in J\},i=\overline{2,k},\ Q_1=\{\rho(1)\}.$$

   Тоді для кожного $k<n$ $\quad S=S_n\cup\{\alpha\in T_n|\pi_\alpha\in\bigcup\limits_{i=1}^{k}Q_i\}$.

Доведення. Очевидно, що S_n — котранзитивна піднапівгрупа з T_n. Якщо у котранзитивній піднапівгрупі S міститься хоча б один елемент α рангу n, то, за лемою 3, вона містить і весь R_α. Але усі елементи S_n складають єдиний $\mathbf{R}$-клас, бо в них однакове тривіальне розбиття множини X на одноелементні класи. Отже, якщо S — котранзитивна піднапівгрупа з T_n, то вона або містить S_n повністю, або не містить жодного елемента рангу n.

Нехай тепер найбільший ранг елемента із котранзитивної піднапівгрупи S дорівнює $k<n$. Тоді, за лемою 4, існує такий набір розбиттів $\{\pi_\alpha|\alpha\in S'\}$, $S'\subseteq S$ множини X, що розділяє довільні її k елементів ($k>1$). Позначимо його $(\rho_j(k))_{j\in J}$. У випадку $k=1$ маємо єдине тривіальне розбиття $\rho(1)$ з одним блоком. Для елементів $\{y_1,y_2,\cdots,y_k\}\subseteq X$

існує такий елемент $\lambda \in S$, що усі y_i містяться у різних класах розбиття π_λ. Разом з елементом $\lambda \in S$ у цій напівгрупі міститься весь $\mathbf{R}$-клас R_λ, що відповідає цьому розбиттю. Отже, за лемою 3, в S містяться всі $\mathbf{R}$-класи, відповідні розбиттям із родини $(\rho(k)_j)_{j \in J}$. Всі ці $\mathbf{R}$-класи містяться в одному $\mathbf{D}$-класі D_k. Тому $D_k \cap S = \{\alpha \in T_n | \pi_\alpha \in (\rho_j(k))_{j\in J}\}$.

При множенні між собою елементів рангу 1 отримуємо лише елементи рангу 1, тобто $D_1 = I_1 \subseteq S$.

Для $k > 1$ при множенні між собою елементів із $D_k \bigcap S$ можна отримати елемент рангу $k-1$. Доведемо це. Нехай $\alpha = \begin{pmatrix} A_i \\ x_i \end{pmatrix} \in S$ — елемент рангу k і $1 < k < n$. Виберемо у кожній підмножині A_i по одному представнику $a_i \in A_i$. Тоді $\varepsilon = \begin{pmatrix} A_i \\ a_i \end{pmatrix} \in S$ — ідемпотент рангу k, і для нього умова $|A_i \cap ran\, \varepsilon| = 1$ виконується для всіх $i = \overline{1,k}$. Оскільки $k < n$, існує такий блок розбиття A_j, що $|A_j| > 1$. Виберемо у A_j елемент z, відмінний від a_j. Тоді $z \notin ran\, \varepsilon$. Для деякого блоку $A_l \neq A_j$ замінимо образ a_l на z. Отримаємо перетворення

$$\mu = \begin{pmatrix} A_1 & \cdots & A_j & \cdots & A_l & \cdots & A_k \\ a_1 & \cdots & a_j & \cdots & z & \cdots & a_k \end{pmatrix}.$$

У підмножині A_l немає жодного елемента із $ran\, \mu$. У всіх інших A_i існує принаймні один елемент із $ran\, \mu$. Тому, за лемою 5, $rank\, \mu^2 = rank\, \mu - 1 = k-1$. За умовою (1), $\mu \in S$, а тому і $\mu^2 \in S$. Отже, в S існує елемент рангу $k-1$. Зауважимо, що розбиття елемента μ^2 отримано з розбиття елемента μ шляхом об'єднання двох блоків A_j та A_l.

Якщо блоків розбиття більше двох, то об'єднувати можна довільні два із них. Для довільних двох A_m, A_l, відмінних від A_j розглянемо елемент

$$\mu_{ml} = \begin{pmatrix} A_1 & \cdots & A_j & \cdots & A_l & \cdots & A_m & \cdots & A_k \\ a_1 & \cdots & a_m & \cdots & z & \cdots & a_j & \cdots & a_k \end{pmatrix}.$$

За умовою (1) із означення котранзитивності, $\mu_{ml} \in S$, а тому і $\mu_{ml}^2 \in S$. Оскільки $a_j, z \in A_j$, один із блоків розбиття $\mu_{ml}^2 \in S$ є об'єднанням вибраних блоків A_m, A_l розбиття $\mu_{ml} \in S$. Отже, разом із кожним елементом $\alpha \in D_k \cap S$ в котранзитивній піднапівгрупі S міститься підмножина $\{\beta \in T_n \cap D_{k-1} | \pi_\alpha \leqslant \pi_\beta\}$.

Аналогічно доводимо, що в S містяться елементи рангів $k-2, k-3, \cdots, 2, 1$, а також, що в S містяться ті елементи $\alpha \in T_n$, розбиття π_α яких задовольняють умову $\rho_j(i) \leqslant \pi_\alpha$ для деякого $j \in J$. У підсумку отримуємо, що $S = \{\alpha \in T_n | \pi_\alpha \in \cup_{i=1}^k Q_i\}$.

Нехай тепер $S_n \subset S$, і в котранзитивній піднапівгрупі S існують елементи меншого за n рангу. Нехай k — найбільший відмінний від n ранг елемента із S, а $\alpha = \begin{pmatrix} A_i \\ x_i \end{pmatrix} \in S$ — елемент рангу k. Для α розглянемо ідемпотент $\varepsilon_\alpha = \begin{pmatrix} A_i \\ a_i \end{pmatrix} \in S$, вибравши по одному представнику $a_i \in A_i$. За лемою 6, для кожного $g \in S_n$ елемент $g^{-1}\varepsilon_\alpha g = \begin{pmatrix} B_i \\ b_i \end{pmatrix} \in S$ також ідемпотент. Розбиття $X = \bigcup\limits_{i=1}^{k} A_i = \bigcup\limits_{i=1}^{k} B_i$ — однотипні, а $b_i = g(a_i)$, $B_i = g(A_i)$, $i = \overline{1,k}$. Застосувавши всі елементи $g \in S_n$, отримаємо ідемпотенти виду $g^{-1}\varepsilon_\alpha g \in S$ із всіма можливими розбиттями множини X, що однотипні з розбиттям елемента $\alpha = \begin{pmatrix} A_i \\ x_i \end{pmatrix} \in S$. За лемою 3, піднапівгрупа S містить усі $\mathbf{R}$-класи, що відповідають розбиттям, однотипним із π_α. Набір усіх однотипних між собою розбиттів множини X на k блоків розділяє будь-які її k елементів. Подальше доведення подібне до відповідного фрагменту із попереднього випадку.

Зауважимо насамкінець, що для усіх трьох типів підмножини $S \subseteq T_n$ є об'єднанням $\mathbf{R}$-класів, а тому задовольняють умову (1). Якщо $D_k \cap S \neq \emptyset$, то $\mathbf{R}$-класам із D_k відповідають розбиття, що утворюють набір, яким можна розділити довільні елементи $\{y_1, y_2, \cdots, y_k\} \subseteq X$. Тому і умова (2) для S також виконується. Замкненість множення на S випливає із того, що для довільних $\alpha, \beta \in T_n \quad \pi_\alpha \leqslant \pi_{\alpha\beta}$. $\square$

Наслідок 1. *Ідеал I_1 міститься у кожній відмінній від S_n котранзитивній піднапівгрупі з T_n.*

Доведення. Оскільки, за лемою 2, в ідеалі I_1 містяться ті й тільки ті елементи напівгрупи T_n, ранг яких дорівнює 1, розбиття для всіх елементів I_1 тривіальне з одним блоком — X. Множина Q_1 усіх розбиттів X на один блок містить лише одне це розбиття — $\rho(1)$. Тому $I_1 = \{\alpha \in T_n | \pi_\alpha \in Q_1\}$. Котранзитивні піднапівгрупи напівгрупи T_n, відмінні від підгрупи S_n, за теоремою 1, мають вигляд $S = \{\alpha \in T_n | \pi_\alpha \in \bigcup\limits_{i=1}^{k} Q_i\}$ або $S = S_n \cup \{\alpha \in T_n | \pi_\alpha \in \bigcup\limits_{i=1}^{k} Q_i\}$ для $k < n$. В обох випадках $I_1 \subset S$. $\square$

Означення 4. *Піднапівгрупа S напівгрупи T_n називається S_n-нормальною, якщо для довільного $g \in S_n \quad g^{-1}Sg = S$.*

Теорема 2. *Котранзитивна піднапівгрупа S напівгрупи T_n буде S_n-нормальною тоді і тільки тоді, коли вона є об'єднанням класів еквівалентності, що відповідають однотипним розбиттям множини X.*

Доведення. Якщо котранзитивна піднапівгрупа S напівгрупи T_n є S_n-нормальною і в ній є елемент $\alpha = \begin{pmatrix} A_i \\ x_i \end{pmatrix} \in S$ рангу k, то в S існує ідемпотент $\varepsilon_\alpha = \begin{pmatrix} A_i \\ a_i \end{pmatrix} \in S$, $a_i \in A_i$. За лемою 6, для кожного $g \in S_n$ елемент $g^{-1}\varepsilon_\alpha g = \begin{pmatrix} B_i \\ b_i \end{pmatrix} \in S$ також ідемпотент. Розбиття $X = \bigcup\limits_{i=1}^{k} A_i = \bigcup\limits_{i=1}^{k} B_i$ — однотипні. Застосувавши всі елементи $g \in S_n$, отримаємо, що в S містяться ідемпотенти із всіма можливими розбиттями множини X, що однотипні з розбиттям елемента $\alpha = \begin{pmatrix} A_i \\ x_i \end{pmatrix}$. Отже, піднапівгрупа S містить кожен свій елемент α разом із усіма такими, розбиття яких є однотипним до π_α.

Нехай тепер для котранзитивної піднапівгрупи S із того, що $S \cap D_k \neq \emptyset$, випливає, що вона разом із кожним своїм елементом $\alpha = \begin{pmatrix} A_i \\ x_i \end{pmatrix} \in D_k$ містить усі елементи, розбиття яких однотипне до π_α. Розглянемо довільний $g \in S_n$. Позначимо $B_i = g(A_i)$. Тоді $|B_i| = |A_i|$. Отже, розбиття $X = \bigcup\limits_{i=1}^{k} A_i = \bigcup\limits_{i=1}^{k} B_i$ — однотипні. Позначимо $b_i = g(x_i)$, $i = \overline{1,k}$. Доведемо рівність $g^{-1}\alpha g = \begin{pmatrix} B_i \\ b_i \end{pmatrix}$. Справді,

$$(g^{-1}\alpha g)(B_i) = g(\alpha(g^{-1}(B_i))) = g(\alpha(A_i)) = g(x_i) = b_i \text{ для } i = \overline{1,k}.$$

Оскільки у S містяться елементи із усіма можливими розбиттями такого ж типу як $X = \bigcup_{i=1}^{k} A_i$, то в S існує принаймні один елемент із розбиттям $X = \bigcup_{i=1}^{k} B_i$. Нехай це $\beta = \begin{pmatrix} B_i \\ c_i \end{pmatrix} \in S$. Із котранзитивності S випливає, що і $g^{-1}\alpha g = \begin{pmatrix} B_i \\ b_i \end{pmatrix} \in S$. Отже, піднапівгрупа S є S_n-нормальною. □

Зауваження 1. *Серед котранзитивних піднапівгруп повної напівгрупи перетворень T_n властивість S_n-нормальності буде, очевидно, у підгрупи S_n та в усіх піднапівгруп третього типу, а також у всіх піднапівгруп третього типу із вилученою підгрупою S_n. В останньому випадку отримаємо деякі з котранзитивних піднапівгруп другого типу.*

Висновки

Котранзитивні піднапівгрупи повної напівгрупи перетворень скінченної множини X є об'єднанням $\mathbf{R}$-класів цієї напівгрупи, і можуть бути описані у термінах розбиттів множини X. Котранзитивні S_n-нормальні піднапівгрупи повної напівгрупи перетворень є об'єднанням класів еквівалентності, що відповідають однотипним розбиттям множини X. Отримані результати можуть використовуватися при дослідженні зображень напівгруп.

Література

[1] Sullivan R.P. Ideals in transformation semigroups // Commentationes mathematicae Universitatis Carolinae. — 1978. — V. 19, № 3. — P. 431–446.
[2] Levi I. Congruences on normal transformation semigroups // Math. Jap. — 2000. — V. 52, № 2. — P. 247–261.
[3] *Клиффорд А., Престон Г.* Алгебраическая теория полугрупп: в 2 т. / Пер. с англ. — М.: Мир, 1972. — Т. 1. — 283 с.

Voloshyna T. V.

Ph.D. in Physics and Mathematics, Associate Professor of the Department of Algebra and Mathematical Analysis,
Lesia Ukrainka Eastern European National University

COTRANSITIVE SUBSEMIGROUPS OF THE FULL TRANSFORMATION SEMIGROUP OF FINITE SET

SUMMARY

Cotransitive subsemigroups of the full transformation semigroup of finite set are described. Criterion of S_n-normality for cotransitive subsemigroups of the full transformation semigroup is obtained.

Key words: *cotransitive subsemigroup, full transformation semigroup.*

Волошина Т. В.

кандидат физико-математических наук, доцент кафедры алгебры и математического анализа,
Восточноевропейский национальный университет имени Леси Украинки

КОТРАНЗИТИВНЫЕ ПОДПОЛУГРУППЫ ПОЛНОЙ ПОЛУГРУППЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ КОНЕЧНОГО МНОЖЕСТВА

РЕЗЮМЕ

Описаны котранзитивные подполугруппы полной полугруппы преобразований конечного множества. Получен критерий S_n-нормальности для котранзитивных подполугрупп полной полугруппы преобразований.

Ключевые слова: *котранзитивная подполугруппа, полная полугруппа преобразований.*