

УДК 532.53 : 629.784

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТЕЙ ЖИДКОСТИ В ТОРОИДАЛЬНЫХ СОСУДАХ  
ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ТЕЛА

В.А. Ковалев

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»

Представлены результаты экспериментальных измерений гидродинамических полей течений вязкой жидкости в резервуаре тороидальной конфигурации. Приведены графические представления полей азимутальной скорости для течения в торе, их зависимость от времени нестационарного течения и структуры циркуляций. Показана картина инерционного течения жидкости в торе и особенности формирования силовых влияний со стороны жидкости на стенки тороидального резервуара. Проведен анализ экспериментальных результатов с точки зрения аппроксимации полиномиальными зависимостями, позволяющими создать определенную базу полуэмпирических данных для введения в бортовой компьютер для оптимизации компенсационных мероприятий при полете объекта с жидкостью.

*Ключевые слова:* тороидальный резервуар, профили азимутальной скорости, круговой момент, меридиональные циркуляции, пристенные течения.

**Введение.** При пассивной стадии полета космического аппарата (КА) на орбите планеты с выключенной двигательной установкой он подвергается заметному влиянию со стороны движущейся в топливных резервуарах жидкости. В таких ситуациях, как правило, учитываются даже незначительные на первый взгляд влияния жидкости на конструкцию объекта, поскольку они способны, например, изменить его ориентацию в пространстве, уменьшить эффективность работы солнечных батарей, затруднить выполнение программы полета.

Для компенсации возмущений со стороны жидкости, стабилизации траектории полета и обеспечения штатного режима движения КА системой автоматической ориентации и стабилизации производятся специальные развороты объекта, позволяющие уравновесить влияние движущейся жидкости. Это приводит к дополнительному расходу рабочего тела и необходимости дозаправки КА. Поэтому организация рационального управления объектом с учетом инерционных воздействий со стороны жидкости и экономия топлива на орбите представляется весьма актуальной научно-технической проблемой [1].

Одним из типов топливных резервуаров на борту КА являются тороидальные, которые в совокупности с цилиндрическими или сферическими баками позволяют эффективно использовать пространство внутри корпуса объекта и весьма удобны для размещения вокруг баков запорно-регулирующей аппаратуры. Тороидальные резервуары содержат сравнительно небольшие количества жидкого топлива (до 1,5 тонн), тем не менее, исследования поведения жидкости в резервуарах подобной конфигурации представляются достаточно актуальными. Отсутствие в настоящее время каких-либо данных о течениях вязкой жидкости в тороидальных сосудах позволяет предложить результаты экспериментальных исследований, которые могут существенно дополнить картину течений в ограниченных объемах подобной геометрии.

**Постановка задачи исследований.** Для исследования течений жидкости в ограниченных объемах необходима разработка специальных конструкций экспериментальных установок, позволяющих моделировать реальные условия полета объекта и обеспечивающих геометрическое и гидродинамическое подобие течений. С помощью специальных критериальных зависимостей, включающих в себя числа Рейнольдса, Ньютона, Россби и других, результаты моделирования можно распространить на реальные условия и объекты.

На кафедре прикладной гидроаэромеханики и механотроники Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт» выполнены гидродинамические исследования течений в ограниченных объемах различной геометрии, позволяющие построить поля скоростей и давлений в инерционных осесимметричных течениях вязкой несжимаемой жидкости.

Составляющие вектора скорости инерционного течения, измеренные с помощью термоанемометрической аппаратуры с миниатюрными датчиками скорости, позволили воссоздать картину распределения скоростей в тороидальном резервуаре и проследить ее эволюцию во времени нестационарного течения. Полученные таким образом результаты, систематизированные по критериальным параметрам и обобщенные для сосудов данной геометрии, позволили создать базу данных для разработки полуэмпирической модели осесимметричных течений [2, 3].

Результаты экспериментальных исследований течений служат основой для математического моделирования подобных гидродинамических процессов, позволяют верифицировать результаты численных расчетов и скорректировать соответствующие граничные и начальные условия течения. Это, в свою очередь, будет способствовать повышению достоверности моделирования и уменьшению погрешностей,

связанных с реализацией расчетной схемы. При исследовании осесимметричных течений в торе после внезапной остановки его вращения в диапазоне начальных чисел Рейнольдса  $Re=700\dots 12500$  проводились измерения составляющих вектора скорости – окружной  $u$ , радиальной  $v$  и меридиональной  $w$  с помощью термоанемометрических датчиков скорости. В качестве модельного использовался сосуд внутренним диаметром 0,1 метра, диаметром «рукава» 0,1 метра и соответствующим внешним диаметром 0,3 метра. На рис. 1 приведен внешний вид модельного тора, система координат и ориентация составляющих вектора скорости течения.

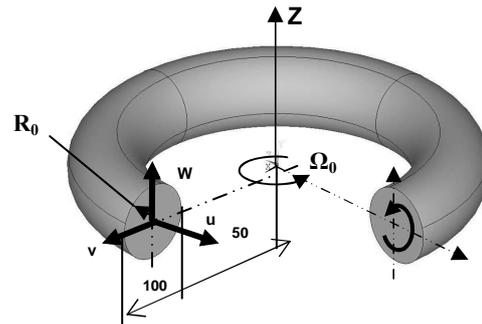


Рис. 1. Система координат, геометрические размеры модели и компоненты вектора скорости в торе при внезапной остановке его вращения (течение spin-down)

В качестве масштаба времени течения принято безразмерное время  $T=\Omega_0 \cdot t$ , где  $t$  – размерное время в секундах,  $\Omega_0$  – угловая скорость сосуда. Для оценки распределения скорости построены графические зависимости безразмерной азимутальной (окружной) скорости  $\bar{u}_i = u_i / \Omega_0 \cdot R_0$  – скорость жидкости около стенки емкости ( $R_0$  – радиус сосуда). По аналогии с другими геометриями течений безразмерную величину  $\bar{u}_i$  можно назвать центробежным числом Россби

$$Ro = \bar{u}_i = u_i / \Omega_0 \cdot R_0.$$

**Анализ результатов экспериментальных исследований.** Согласно результатам моделирования [2, 3] жидкость в торе может двигаться по замкнутой круговой траектории как вдоль оси рукава, так и по спирали вокруг оси рукава, создавая таким образом циркуляционное течение в меридиональных плоскостях. Возникающая при этом циркуляция представляется почти взаимно уравновешенной и слабоинтенсивной. Существующие в подобных вращающихся течениях силы Кориолиса

$$F_{кор} \approx 2 \cdot m \cdot \Omega \cdot u_i \tag{1}$$

в рассматриваемом нами диапазоне угловых скоростей достаточно малы и оказывают слабое влияние на распределение азимутальной скорости  $u$ .

На рис. 2 представлены результаты измерений азимутальной скорости  $u_i / \Omega_0 \cdot R_0$  по диаметру «рукава» тора  $R_i$  при  $Re_0=2250$  в различные моменты затухания скорости  $T$ . На оси «рукава» ( $R=0,5$ ) скорость затухает наиболее медленно потому, что влияние пристеночной области в течение более длительного времени будет минимальным по сравнению с радиусами, например,  $R=0,3$  и  $0,8$ , расположенными ближе к стенкам тора.

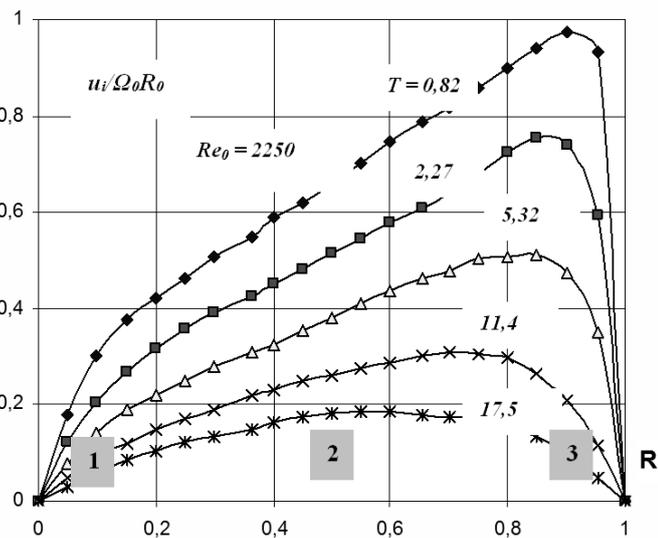


Рис. 2. Зависимость числа Россби от безразмерного радиуса в торе при различных значениях времени  $T$  при  $Re_0 = 2250$

На внутренних стенках скорость жидкости равна нулю благодаря прилипанию, однако на некотором расстоянии от стенок возникают отклонения профилей азимутальной скорости из-за неодинакового расстояния слоев жидкости до оси вращения, когда в начальные моменты процесса торможения инерционного потока периферийные области тора более динамичны и обладают большими скоростями. Пиковые значения скорости  $\bar{u}_i = 0,97$  в момент времени  $T=0,82$  располагаются на расстоянии до оси вращения  $R=0,91$ , тогда как при  $T=5,32$  скорость становится равной  $\bar{u}_i = 0,51$  и радиальная координата уже составляет  $R=0,8$ . Это является свидетельством возрастания толщины пристенного течения на внешней стенке тора и заметном влиянии вязкой диффузии на квазитвердую область течения. При этом наблюдается аналогичное распределение безразмерной скорости  $\bar{u}_i$  на внутренней стенке, когда при  $T=0,82$  ее влияние распространяется на слой  $R=0,1$ , причем  $\bar{u}_i$  составляет 0,3, а при  $T=5,32$  радиус пиковой скорости  $\bar{u}_i = 0,21$  равен  $R=0,2$ .

При  $T=11,4$ , когда в меридиональной плоскости сформировалась вторичное течений в виде циркуляции, наблюдается почти пропорциональное возрастание азимутальной компоненты  $\bar{u}_i$  по радиусу

с экстремумами, характеризующими влияние внутреннего и внешнего пристеночных заторможенных течений [4]. При возрастании безразмерного времени,  $T=11,4 \dots 17,5$  эпюры скорости приобретают почти параболическую форму, характерную для ламинарного распределения скорости.

Таким образом, в меридиональных плоскостях рукава тора формируется вторичное течение, которое представляет собой одну циркуляцию в масштабе сечения рукава. По экспериментальным данным в этом случае радиальная скорость  $v$  возрастает, однако, оказывает слабое влияние на формирование азимутальной компоненты  $\bar{u}_i$ . Наибольшая инерционность потока присуща слоям жидкости, близким к оси рукава, где влияние стенок в начальные моменты времени течения ( $T=2,27$ ) будет минимальным.

Например, при радиусе точки измерения  $R=0,3$ , то есть приближенной к стенке меньшего радиуса  $R_1$  относительно оси сечения ( $R=0,5$ ) зависимость демонстрирует почти линейное уменьшение до нуля, тогда как, при радиусе  $R=0,2$  влияние стенки становится существенно большим, вдвое уменьшая время затухания скорости основного потока. Графики с логарифмическими шкалами, приведенные на рис. 3, представляют собой линии, которые почти сходятся в одну мнимую точку при максимальных начальных  $Re_0$  и минимальных актуальных значениях числа Рейнольдса  $Re_i$ .

Условное деление инерционного течения на характерные зоны позволяет достаточно четко определить пристеночную зону 1 ( $R=0 \dots 0,17$ ), смежную со стенками меньшего радиуса тора, квазитвердую зону 2 ( $R=0,17 \dots 0,86$ ) с пропорциональным возрастанием скорости, а также с пристеночную зону 3 ( $R=0,86 \dots 1,0$ ) вблизи стенок большего радиуса. Линейное распределение скорости в зоне 1 переходит в прямо пропорциональное распределение азимутальной скорости в зоне 2 и далее – в резкое снижение скорости в пристеночной зоне 3. Экстремумы кривых скорости, как и в случае течения в сфере или цилиндре, характеризуют границы взаимодействия вязких и инерционных слоев течения. При этом на внутренних стенках пики кривых более сглажены из-за малости градиентов скорости и более сильного влияния вязкой диффузии, а на внешних стенках – более выражены, благодаря большим градиентам азимутальной скорости  $u$ . При возрастании времени переходного течения  $T=5,32 \dots 17,5$  пики кривых заметно сглаживаются благодаря распространению вязких слоев на квазитвердую зону 2 и заметному уменьшению инерционных свойств течения. Профили окружной скорости  $\bar{u}_i$  постепенно приобретают параболический вид, свойственный ламинарному распределению [5].

Полиномиальная аппроксимация графических зависимостей, изображенных на рис. 2, позволила получить следующие выражения: при малых значениях времени кривые можно выразить степенными рядами 6-го порядка, а с увеличением времени процесса и распространением вязких свойств течения на квазитвердую область – порядок полинома снижается до 2-го, выражая параболическое распределения азимутальной скорости  $\bar{u}_i$ . Например, при  $T=0,82$  кривая с двумя экстремумами в области ближних и дальних от оси вращения стенок принимает вид

$$\bar{u}_i = u_i / \Omega_0 \cdot R_0 = -184 \cdot R^6 + 506 \cdot R^5 - 529 \cdot R^4 + 262 \cdot R^3 - 63,2 \cdot R^2 + 7,74 \cdot R - 0,03, \quad (2)$$

а в заключительной стадии при  $T=17,5$

$$\bar{u}_i = -0,7 \cdot R^2 + 0,75 \cdot R - 0,012.$$

После оценки весового фактора членов уравнений (2) свободными членами можно пренебречь. Полученные данные представляют собой базовые характеристики, которые можно ввести в уравнения движения жидкости:

$$\bar{u}_i = \begin{cases} R(-184 \cdot R^5 + 506 \cdot R^4 - 529 \cdot R^3 + 262 \cdot R^2 - 63,2 \cdot R + 7,7), & \text{при } T = 0,82 \\ R(-1,42 \cdot R^2 + 1,14 \cdot R + 0,29), & \text{при } T = 11,4 \end{cases} \quad (3)$$

Параметрическая оценка полинома с точки зрения граничных условий позволяет заключить, что безразмерные азимутальные скорости  $\bar{u}_i$  обращаются в нуль как на оси вращения ( $R=0$ ), так и на твердых непроницаемых стенках тора ( $R=1$ ) с достаточно малой погрешностью порядка 1,5...3%. Увеличение начальных чисел Рейнольдса в пределах  $Re_0=3300 \dots 5600$  приводит к появлению слабо выраженных неравномерностей распределения скорости в квазитвердой зоне 2 тора, однако они быстро затухают и заметного влияния на круговой момент вязкого трения о стенки не оказывают.

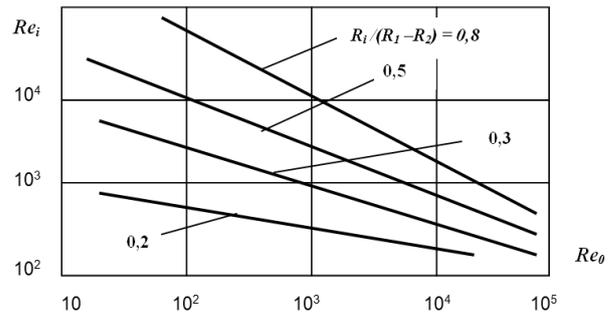


Рис. 3. Зависимость актуального числа Рейнольдса  $Re_i$  при тчении в торе от начального  $Re_0$  при различных расстояниях от оси вращения

В слоях течения, близких к стенкам ( $R=0,8$ ) безразмерное время затухания скорости, а потому и период полного затухания значительно уменьшается, о чем свидетельствует графическая зависимость актуального числа Рейнольдса от его начального значения. Из рис. 3 очевидно, что при возрастании начальных значений  $Re_0$  при течении в торе наблюдается равномерное уменьшение актуального значения  $Re_t$ , построенного по мгновенным величинам азимутальной скорости  $u_i$  и актуального расстояния до оси тора  $R_t$ . То есть, слои течения, расположенные ближе к внутренним стенкам тора и обладающие меньшими величинами скоростей, затухают медленнее, чем те слои, которые располагаются ближе к внешним стенкам сосуда. Таким образом, влияние внешней пристеночной области течения на квазитвердую область больше, чем около внутренних стенок тора.

Особенности формирования вторичных течений в торе заключаются в несколько ином характере движения жидкости в пределах рукава и существенном влиянии стенок на поле азимутальной скорости, когда суммарное время затухания инерционного течения уменьшается [6]. Это сдерживает развитие нелинейностей распределения скоростей вторичных течений, влияние которых на поле азимутальной скорости весьма слабо. При этом малое время затухания ( $T_{max}=7,0...8,5$ ) способствует более сильному влиянию заторможенных слоев, поэтому при измерениях существенных отклонений компонент скорости течения от твердотельного распределения не установлено.

Слабые отличия профилей скорости  $\bar{u}_i$  в диапазоне чисел Рейнольдса  $Re_0=700...12500$  составляют примерно 3,5...6,0%. Специальные измерения радиальной  $v$  и меридиональной  $w$  составляющих вектора скорости в торе подтвердили наши предположения об их слабом влиянии на поле азимутальной компоненты  $\bar{u}_i$ . Быстрое затухание величины  $\bar{u}_i$  (почти на 89%) при  $R=0,9$  в период времени  $T=0...12$  свидетельствует о существенном влиянии на профиль скорости внешних стенок сосуда. Напротив, малые скорости на радиусе  $R=0,3$  обуславливают слабое (почти на 43%) затухание азимутальной компоненты скорости. Как видно из рис. 4, при  $T=10,5$  скорости соседних слоев течения выравниваются.

Исследования изменения картины течения во времени затухания  $T$  в различных слоях течения  $R=0,3...0,5$ , результаты которого представлены на рис. 4, позволили установить экспоненциальную зависимость изменения безразмерной скорости от времени  $T$

$$\bar{u}_i = 0,28 \cdot e^{-0,0056 \cdot T} \quad (4)$$

Аппроксимация экспериментальных зависимостей для безразмерной величины  $\bar{u}_i$  в торе позволяет построить экспоненциальные кривые и адекватно дополняет результаты экспериментальных исследований. Анализ коэффициентов при величине  $R$  позволяет сделать заключение о малом весовом вкладе нелинейных членов уравнений в распределения скорости и практически линейном характере затухания азимутальной компоненты  $\bar{u}_i$ . Например, при  $R=(R_1-R_2)/R_0=0,9$  (внешняя пристеночная область тора)

$$\bar{u}_i = u_i / \Omega_0 \cdot R_0 = 1,15 \cdot e^{-0,0228 \cdot R},$$

$$\bar{u}_i = \begin{cases} -4 \cdot 10^{-0,7} \cdot R^3 + 10^{-0,4} \cdot R^2 - 0,014 \cdot R + 0,7, & \text{при } R=0,7 \\ 2 \cdot 10^{-0,5} \cdot R^2 - 4,9 \cdot 10^{-0,3} \cdot R + 0,33, & \text{при } R=0,5 \end{cases}$$

Результаты аппроксимации позволяют создать базу данных для полумпирической модели течений и ввести соответствующую информацию в бортовой компьютер системы автоматической ориентации и стабилизации КА.

**Выводы.** Экспериментальные исследования циркуляций по сечению тора позволили установить достаточно слабые, нерегулярные меридиональные течения, слабо влияющие на распределение азимутальной скорости течения и существующие на достаточно коротком,  $T=2,7...6,5$ , отрезке времени затухания скорости. Это позволяет сделать вывод о том, что течение в торе является достаточно устойчивым, а отклонений оси симметрии от вертикали установлено не было. Поскольку в торе преобладающим является инерционное течение вдоль оси «рукава» со скоростью  $\bar{u}_i$ , параметры которого зависят от внешнего и внутреннего радиуса тора  $R_1$  и  $R_2$  от начальной угловой скорости  $\Omega_0$ , то есть, от азимутальной скорости, то в качестве силового воздействия жидкости на стенки можно принять круговой момент вязкого трения  $M_{кр}$ . Как установлено ранее [2, 3, 5], величина  $M_{кр}$  пропорциональна внутренней площади поверхности

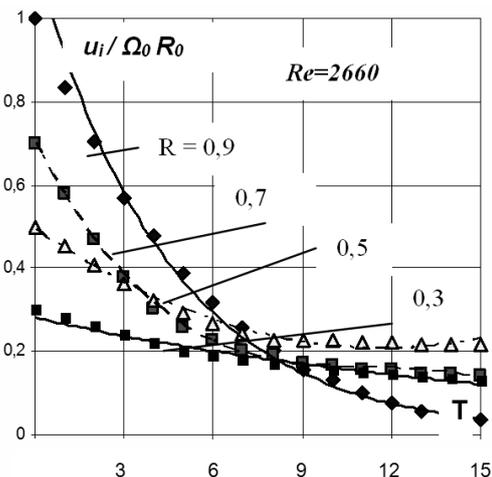


Рис. 4. Характер изменения окружной скорости  $\bar{u}_i$  во времени в зависимости от расстояния до оси вращения тора,  $Re=2660$

тора, как около внешних стенок, где существуют большие градиенты скорости, так и вблизи внутренних стенок, где скорости меньше. Прямые экспериментальные измерения величины  $M_{кр}$ , требующие разработки специального экспериментального стенда, соответствующей системы измерения и методики регистрации, будут предметом будущего исследования.

Таким образом, картина распределения скоростей в торе свидетельствует о преобладающей симметричности течения относительно вертикальной оси симметрии, слабом влиянии циркуляций на поле азимутальной скорости и сравнительно малом времени затухания течения во времени. Сравнение этих данных с соответствующими результатами для сферического и цилиндрического резервуаров показывает более слабую нелинейность картины течения и устойчивость ориентации силовых воздействий в горизонтальной плоскости тороидального сосуда.

## РЕЗЮМЕ

Представлено результати експериментальних вимірювань гідродинамічних полів течій в'язкої рідини в резервуарі тороїдальної конфігурації. Наведено графічні представлення полів азимутальної швидкості для течії у торі, їх залежність від терміну нестационарного течія і структури меридіональних циркуляцій. Показано картину інерційної течії рідини у торі та особливості формування силових впливів з боку рідини на стінки торового резервуара. Проведено аналіз експериментальних результатів з точки зору апроксимації поліноміальними залежностями, які дозволяють створити певну базу напівемпіричних даних для введення її до бортового комп'ютера для оптимізації компенсаційних заходів при польоті об'єкта з рідиною.

*Ключові слова:* торовий резервуар, профілі азимутальної швидкості, крутний момент, меридіональні циркуляції, пристінні течії.

## SUMMARY

The results of experimental measurements of viscous fluid velocity fields in reservoir of the toroidal configuration are presented. There are a graphical representations of the azimuthal velocity field for the flow in toroidal tanks and their dependence on the unsteady flow time and the structure of meridional circulations. The paper shows the distribution of inertial flow in the torus and features of flow torque effects on toroidal tank. The analyses of experimental results by polynomial equations provides the semi empirical data base for board computer for the optimization of stabilizing methods for spacecraft during its orbital flight.

*Keywords:* toroidal tank, azimuthal velocity profiles, torque effect, meridional circulations, near wall flow.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Рабинович Б.И. Неустойчивость жидкостных ракет и космических аппаратов. Борьба с ней / Б.И.Рабинович // Полет. – 2006. – № 10. – С. 25-33.
2. Ковальов В.А. Гідродинамічна картина інерційного потоку нестисливої рідини у торовому резервуарі / В.А. Ковальов // Вісник Сумського державного університету. Серія “Технічні науки”. – 2003. – № 12 (58). – С. 45-49.
3. Ковальов В.А. Гідродинамічний опір внутрішньо-бакових пристроїв інерційному потокові рідини у торовому резервуарі / В.А.Ковальов // Вісник Черкаського державного технічного університету. – 2004. – Вип. 4. – С. 167-171.
4. Беляев Ю.Н. Течения вязкой жидкости во вращающихся сферических слоях и их устойчивость / Ю.Н. Беляев, И.М. Яворская // Итоги науки и техники: Механика жидкости и газа. – М.: ВИНТИ, 1983. – 80 с.
5. Flor J. An experimental investigation of spin-up from rest of a stratified fluid / J.Flor, J.Bush, M.Ungarish // Journal of Geophysical Astrophysical Fluid Dynamics. – 2004. – Vol. 98. – P. 277-293.
6. Grayson G. Cryogenic Tank Modeling for the Saturn AS-203 Experiment / G. Grayson, A. Lopez, F. Chandler // AIAA/ASME Propulsion Conference, California. – 2006. – P. 1-7.

*Поступила в редакцію 08.04.2013 г.*