

УДК 514.8; 51.77; 57.033; 577.3

ФРАКТАЛЬНАЯ РАЗМЕРНОСТЬ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ БИОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И ОБЪЕКТОВ

А.К. Кириллов¹, А.Н. Казимиров²

¹Институт физики горных процессов НАН Украины, г. Донецк

²Челябинский институт путей сообщения, г. Челябинск, Российская федерация

Проводится анализ фрактальных размерностей и связанных с ними величин, которые характеризуют состояние динамической системы относительно равновесного состояния. Показано, что связь структурных и динамических фрактальных размерностей позволяет успешно решать эту задачу, если удастся вычислить показатель Херста. Приводятся примеры использования такого подхода при анализе временных рядов для процессов и структур в биологии, а также при воздействии физических факторов на биологические системы.

Ключевые слова: фрактальная размерность, динамические системы, показатель Херста, корреляционный интеграл.

Введение. При анализе нелинейных систем в настоящее время достаточно широко используются понятия и методы фрактальной геометрии [1]. Развитая первоначально для анализа самоподобных (скейлинговых) структур [2], она получила распространение на временные ряды процессов, характеризующих динамику нелинейных систем [3]. Является перспективным использование методов фрактального анализа при исследовании биологических систем различной сложности. Наиболее полный обзор по данной проблеме опубликовали авторы [4].

Цель нашего исследования заключается в использовании теории нелинейных динамических систем и теории геометрических фракталов для анализа временных рядов, изучаемых в солнечно-земных связях. Для иллюстрации приведены данные для других временных рядов, из которых удалось извлечь полезную информацию при вычислении корреляционных интегралов.

Основные понятия. Введем основные понятия, необходимые для дальнейшего изложения. Статистически самоафинной кривой называется множество точек $Y_S(t)$ такое, что $h^{S-1}Y_S(ht)$ статистически эквивалентно $Y_S(t)$ для любого действительного h [5]. Параметр h задает масштабное преобразование кривой $Y_S(t)$ с показателем подобия $0 \leq S \leq 1$. Кривая $Y_S(t)$ обладает самоафинной структурой на всех масштабах, определяемых параметром t , который считается непрерывным. Аппроксимируя множество точек $Y_S(t)$ гистограммой с шагом ε , легко показать [4], что длина последней $\sum (Y(t_i + \varepsilon) - Y(t_i))$ расходится при $\varepsilon \rightarrow 0$ как ε^{-S} . Тогда хаусдорфова размерность множества $Y_S(t)$ равна $d_f[Y_S] = 1 + S$.

Для гладких кривых имеем $S = 0$ и $d_f = 1$. Для непрерывной самоафинной кривой $Y_S(t)$ произвольного вида ($0 \leq S \leq 1$) хаусдорфова размерность d_f заключена в пределах от 1 до 2.

Внутренняя динамика неравновесного (квази)стационарного состояния (НСС) может быть представлена в виде самоафинного временного ряда $Y_S(t)$. Наблюдатель, находящийся в системе отсчета НСС, интерпретирует ряд $Y_S(t)$ как динамические флуктуации в турбулентной среде, обусловленные внутренней изменчивостью НСС. Значение хаусдорфовой размерности d_f определяет топологическую энтропию K_f кривой $Y_S(t)$. Согласно [1] $K_f = 1 - 1/d_f$.

Топологическая энтропия $0 \leq K_f \leq 1/2$ характеризует степень «изломанности» ряда $Y_S(t)$. Для гладких кривых ($S = 0, d_f = 1$) энтропия $K_f[Y_S] = 0$.

Для самоафинных временных рядов $Y_S(t)$ дисперсия приращений в любой момент времени t имеет вид [5]

$$\langle |Y_S(t + \Delta t) - Y_S(t)|^2 \rangle = A_J \times |\Delta t|^{2J}, \quad (1)$$

где A_J – нормировочная постоянная. Операция усреднения $\langle \dots \rangle$ определена согласно

$$\langle \dots \rangle = \frac{1}{t} \int_0^t [\dots] dt,$$

Смысл J в (1) тот же, что при описании скорости диффузии в броуновском движении

$$\langle (x_t - x_{t-T})^2 \rangle^{1/2} \propto \Delta t^H. \quad (2)$$

Обычной диффузии соответствует $H = 0.5$. Движение для малых Δt является скачкообразным (а кривая изрезанной), если $0 < H < 1$, в то время как при сглаженном движении $H = 1$.

Параметр J связан с S и δ_f равенствами $J = 1 - S = 2 - \delta_f$, где $(0 \leq J \leq 1)$. При $J = S = 1/2$ дисперсия (1) соответствует случайным флуктуациям в системе, вероятности которых распределены по Гауссу. Хаусдорфова размерность δ_f для гауссовых временных рядов равна $\delta_f = 2 - 1/2 = 3/2$ [4].

При рассмотрении спектра мощности временного ряда в виде скейлинговой зависимости $Sp \sim 1/f^\alpha$ при таком определении фрактальной размерности имеет место связь $\alpha = 1 + 2H$ [6]. Поэтому хаусдорфова размерность δ_f совпадает с графической размерностью (*Graf dimension*) D_g , введенной Мандельбротом [2]. Графическая размерность для фрактального броуновского движения (2) определяется выражением $D_g = 2 - H$. Тогда для процесса, имеющего вид спектра $1/f^\alpha$ имеем $D_g = (5 - \alpha)/2$ при $1 < \alpha < 3$. Следует заметить, что $D_g \rightarrow 1$ для $\alpha \geq 3$. Это означает, что кривая становится гладкой. Для случайного гауссова процесса, когда $H = 0.5$, $\alpha = 2$, имеем $D_g = 3/2$.

Другой способ введения фрактальной размерности, основанный на описании нелинейных динамических систем [3, 7]. При этом вычисляется фрактальная размерность аттрактора динамической системы, которая позволяет оценить минимальное число существенных динамических переменных d_n , необходимых для описания наблюдаемого процесса. Другими словами, эта величина дает минимальный порядок системы уравнений, необходимой для описания поведения данной нелинейной системы. В англоязычной терминологии эта размерность получила название *Dimension of a local segment* [6]. Временной ряд представляется в виде многомерной (m – мерной) конструкции в пространстве R^m . Выбирается некоторое малое ε и подсчитывают количество кубиков со стороной ε в фазовом пространстве $M(\varepsilon)$, которые накрывают известные точки из набора m – мерных векторов z_i . Так вычисляются величины $M(\varepsilon)$ для набора ε . Размерность d , называемая также динамической размерностью, оценивается из наклона зависимости $\log M(\varepsilon) \approx -d \log \varepsilon$ [7], потому что количество попаданий векторов в кубики $M(\varepsilon) \sim \varepsilon^{-d}$. Для фрактального броуновского движения предполагается выполнение зависимости (2), где малая величина $\Delta t \equiv \varepsilon$. Поэтому в этом случае $d = 1/H$. Тогда для процесса, имеющего спектр d , $d = 2/(5 - \alpha)$ для $1 < \alpha < 3$, и $D_g = 1$ для $\alpha \geq 3$ [6].

Определяющим для вычисления динамической размерности стал метод ее вычисления с помощью корреляционного интеграла, известный как алгоритм Грассбергера-Прокаччия [8].

Известно, что корреляционный интеграл C_q , динамическая (фрактальная) размерность d_q и энтропия K_q динамической системы связаны между собой и позволяют определить принадлежность временного ряда к стохастическому процессу. При $q = 2$ размерность называется корреляционной и вычисляется с помощью корреляционного интеграла [7, 9]. В этом случае ограничение на максимально возможную величину динамической размерности выражается неравенством $d < 2 \lg N$, где N – длина выборки временного ряда.

С помощью C_2 возможно определить корреляционную размерность d_2 и энтропию Ренья [7], которая является оценкой снизу колмогоровской энтропии K :

$$K_2 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \ln [C_n(\varepsilon) / C_{n+1}(\varepsilon)] \right\} < K,$$

n – пространство вложений. Положительность этой величины указывает на принадлежность динамической системы к хаотической. Последнее дает возможность описать ее поведение с помощью конечного числа уравнений. Именно такое, нерегулярное хаотическое движение, порождается нелинейными систе-

мами, которое чувствительно к начальным условиям, получило название детерминированного хаоса [10]. При этом для корреляционной размерности справедливо равенство

$$d_2 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [K_2(\varepsilon) / \ln(\varepsilon)].$$

Необходимо отметить, что существует связь между структурной (пространственной) хаусдорфовой размерностью d_f и размерностью временного ряда δ_f [4]. При этом предполагается, что некоторое фрактальное множество F отображается на самоафинный временной ряд $Y_s(t)$. Для топологической размерности $n = 2$ соотношение между d_f и δ_f имеет вид $\alpha = 2d_f - 1$. Последнее соотношение позволяет переходить от рассмотрения геометрических объектов к представлениям фрактальных свойств временных рядов, развитых в теории турбулентности [3]. Полезным оказывается привлечение спектров мощности процессов. Поэтому можно перейти от формулы Берри, полученной для временных рядов ($\alpha = 5 - 2\delta_f$) к формуле, связывающей непосредственно пространственную фрактальную размерность d_f с показателем спектра мощности α : $\alpha = 2d_f - 1$.

Основные результаты вычислений. Приведем данные для нескольких временных рядов, полученных при измерениях изменений во времени биологических объектов. Первое исследование относится к изучению биологически активных точек (БАТ) [11]. Одновременно фиксировались геофизические величины, которые, по предположению, могут определять жизнедеятельность организма человека, отражаемую в изменении потенциалов БАТ: индекс геомагнитной возмущенности – A_p ; граничная частота слоя F_2 ионосферы – f_0F_2 ; поток радиоизлучения Солнца вблизи длины волны 10.7 см – $F_{10.7}$.

Второй пример – изменение влажности семян в процессе сушки [12]. Здесь рассматривались два режима – импульсная и непрерывная сушка. Для сравнения приводятся данные для сушки силикагеля, который является чисто физическим объектом. Третий пример – исследование процесса брожения дрожжевой культуры. В этом случае регистрировался показатель pH , который характеризует кислотность среды [13].

Вычисление корреляционного интеграла проводилось с помощью алгоритма Грассбергера-Прокаччиа [8], который дает возможность работать с более короткими выборками. Были построены корреляционные интегралы до пространства вложений $n = 7$ и в отдельных случаях – до $n = 10$. Фрактальная размерность, как следует из рис.1, непрерывно увеличивается при увеличении размерности пространства вложений. Это говорит о присутствии в значительной степени случайной (шумовой) компоненты в регистрируемом сигнале. Для соответствующих значений пространства вложений получены значения корреляционной размерности: $d = [1,03 \ 1,49 \ 2,05 \ 2,49 \ 2,7 \ 2,85]$ – после воздействия и $d = [1,16 \ 1,64 \ 2,05 \ 2,55 \ 2,93 \ 3,08]$ – без воздействия ПемП.

Из корреляционной размерности вычислялся показатель Херста H и показатель степени временного ряда согласно соотношениям, представленным выше. Последняя процедура включала вычисление хаусдорфовой размерности временного ряда, для вычисления которой обычно применяют два метода: метод Higuchi и метод Burlaga-Klein [14–17].

Воспользуемся рассмотренным выше подходом для анализа временных рядов при рассмотрении известных примеров определения фрактальной размерности изображений плоских объектов в медицине [18, 19], основанных на вычислении корреляционной или хаусдорфовой размерности клеток раковой опухоли. В [18] исследовались эффекты воздействия мобильных телефонов, низкочастотного импульсного магнитного поля (1 Гц) и теплового воздействия на раковые клетки мозга. Показано, что фрактальная размерность после воздействия микроволнового излучения мобильных телефонов увеличивается до $d_f = 1,4$ по сравнению с контролем ($d_f = 1,2$), также как и после теплового воздействия (40°). В то же время, сильные (до 0,2 Т) импульсные магнитные поля приводили к снижению фрактальной размерности клеток опухоли. Отметим, что для геометрических фракталов (размерность пространства $n = 1$) связь показателя Херста и фрактальной размерности определяется равенством $H = d_f - n$. Поэтому увеличение d_f после воздей-

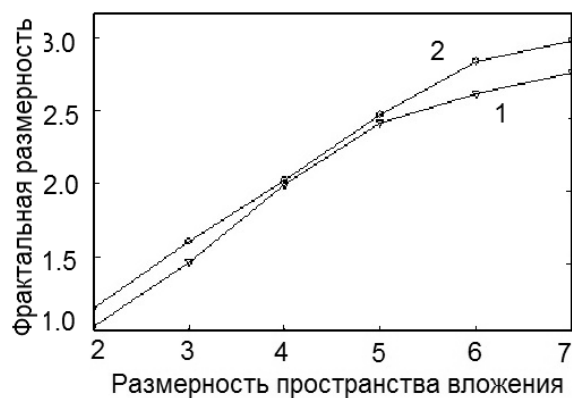


Рис.1. Зависимость корреляционной размерности флуктуаций тока проводимости при регистрации pH дрожжевой культуры от размерности пространства вложения. 1 – контроль; 2 - После воздействия ПемП

ствия мобильных телефонов означает усиление стохастической составляющей и переходу клеток в состояние с бóльшим значением энтропии ($H \rightarrow 0,5$). Воздействие импульсного магнитного поля низкой частоты приводит клетку к состоянию, близкому к самоорганизованной критичности (СОК).

Таблица 1

Характеристики временных рядов, вычисленные из корреляционной фрактальной размерности

№ п/п	Процесс (объект)	Корреляционная фрактальная размерность, d	Показатель Херста, H	Фрактальная размерность, полученная методом Higuchi, D_0	Показатель степени в спектре мощности, α
1	БАТ	4,3	0,232	1,768	1,464
2	A_p	2,1	0,476	1,524	1,952
3	$f_0 F_2$	2,3	0,435	1,565	1,870
4	$F_{10,7}$	3,6	0,278	1,722	1,556
Сушка семян					
5	Непр. режим	3,2	0,312	1,688	1,624
6	Имп. режим	2,7	0,370	1,630	1,740
7	Силикагель	1,7	0,588	1,412	2,172
Брожение					
8	Без МП	3,08	0,325	1,675	1,649
9	С МП	2,85	0,351	1,649	1,702

Еще один пример связан с исследованием фрактальных свойств клеток опухоли *Lewis carcinoma* и *melanoma B16*, подвергнутых механической деформации в результате механохимического эффекта [19]. Имело место уменьшение хаусдорфовой размерности механически деформированных клеток: $1,48 \rightarrow 1,35$ и $1,76 \rightarrow 1,70$ для *Lewis carcinoma* и *melanoma B16* соответственно. Однако с точки зрения теории диссипативных систем для первого объекта показатель Херста изменялся от 0,48 до 0,35 в режиме антиперсистентном, то для второго объекта наблюдалась следующая тенденция: от 0,76 до 0,70 в персистентном режиме. Как видно, одно и то же воздействие на эти клетки приводит к противоположным эффектам. В случае клеток *melanoma B16* увеличивается стохастическая (иррегулярная составляющая), в то время как клетки *Lewis carcinoma* стали характеризоваться большей степенью самоорганизации. Это подтверждается, если перейти к показателям степени спектров. Действительно, для *Lewis carcinoma* параметр α изменился от 1,96 к 1,7, то есть произошел переход от стохастического режима «коричневого» шума в состояние, более близкое к фликер-шуму. Цвет шума для *melanoma B16* можно назвать «темно-коричневым», поскольку показатель степени в спектре изменился от 2,52 к 2,4 и приблизился к величине 2, характерной для «коричневого» шума, т.е. чисто гауссового (белого) шума.

Для поиска хаотических аттракторов анализировались временные ряды записей электроэнцефалограмм здорового [20] человека и больного эпилепсией [21]. В первом случае корреляционная размерность была равна 4,0 – 4,3, во втором – отмечено ее увеличение до 5,6. Последнее значение предполагает увеличение шумовой (стохастической) составляющей в деятельности мозга больного человека.

Обсуждение и выводы. Перейдем к рассмотрению полученных нами результатов вычисления фрактальной размерности и представленных в таблице 1. Для временного ряда БАТ получено [11], что такая величина как вариация $V = S/\bar{X}$ тока проводимости, измеряемого согласно методу Реодораки, и характеризующая разбаланс энергетики акупунктурных каналов на правой и левой руке субъектов, увеличивается в дни, предшествующие повышению уровня солнечной активности. Наиболее надежные корреляционные связи были установлены для плотности потока радиоизлучения Солнца на длине волны 10,7 см, $F_{10,7}$. Статистически значимые связи на уровне $P > 0,95$ были установлены также для индекса

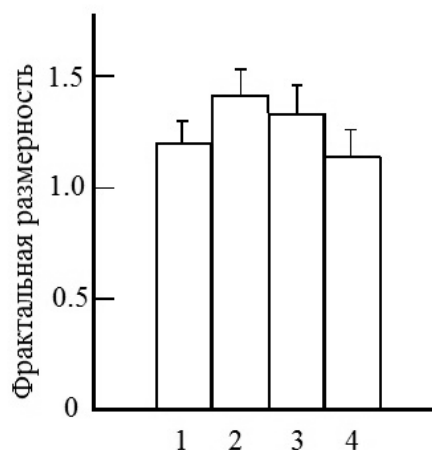


Рис. 2. Фрактальная размерность границ клеток головного мозга: 1 – контроль (37°C); 2 – после микроволнового электромагнитного воздействия (960 МГц); 3 – после теплового воздействия 40°C; 4 – после импульсного магнитного воздействия (1 Гц, $B < 0.2$ Тл) [18]

возмущенности геомагнитной активности A_p со сдвигом на 1-2 сутки, но только для утренних измерений в 2000-2001 гг.

Применение методов нелинейной динамики позволило сделать вывод (Таблица 1), что свойства временного ряда активности акупунктурных каналов в первую очередь определяются радиоизлучением на длине 10,7 см. Это означает, что именно электромагнитный канал воздействия солнечной активности на биосферу проявляется здесь через отклик БАТ на вариации УФ и рентгеновского излучения, индексом которых является поток радиоизлучения на длине волны 10,7 см. Корреляционная размерность вариации БАТ практически совпадает с размерностью (4,0 – 4,3), полученной для электроэнцефалограмм [20] здорового человека. В медицине принято считать, что биологические ритмы головного мозга имеют эндогенную природу. Хотя, известно, что основные ритмы близки к частотам «шумановских» резонансов ионосферы Земли [22].

Возможно описание процесса сушки зерен пшеницы системой дифференциальных уравнений. Однако рассмотрение взаимодействия зерновой массы с агентом сушки в качестве диссипативной системы, позволяет определить оптимальное число уравнений, необходимых для его описания. Изменение влажности проводилось термографическим способом с временным разрешением 1 мин. Продолжительность измерений обычно составляла более 1,5 часа. Точность определения влажности - на уровне 0,03%. Полученный временной ряд флуктуаций влажности позволил исследовать его свойства в непрерывном и импульсном режиме сушки. В первом режиме корреляционная размерность равна 3,2. При импульсном режиме с периодом теплового воздействия в течение 16 мин. размерность уменьшилась до 2,7 (Таблица 1). На основании общепринятого подхода сделан вывод, что для математического моделирования процесса сушки в импульсном режиме достаточно иметь три независимых динамических переменных. В то же время, из таблицы 1 следует, что для импульсного режима наблюдается увеличение показателя Херста, а показатель степени в спектре мощности приближается к величине 2, что характерно для чисто случайного (гауссова) распределения флуктуаций влажности. Полученная для силикагеля размерность $d_2 = 1,7$ указывает на то, что в этом случае (физический объект) процесс сушки является более простым и требует для описания системы из двух обыкновенных дифференциальных уравнений. Показатель степени в спектре мощности близок к $\alpha \approx 2$, что характерно для обычной, броуновской, диффузии. Однако превышение показателя Херста величины 0,5 указывает на супердиффузионный характер [4] потери влаги силикагелем.

Другой объект, используемый для проведения экспериментов при изучении влияния переменного магнитного поля на биологические системы, это дрожжи *Saccharomyces cerevisiae*, регидрант. Воздействие низкочастотным переменным электромагнитным полем проводилось в течение 0,5 часа. Затем одновременно наблюдалось развитие процесса гликолиза для опытных и контрольных образцов. Для интересующей нас проблемы - нелинейности отклика на воздействие [13], представляют интерес данные о зависимости скорости выделения CO_2 в процессе брожения от дозы воздействия $D = B^2 t$, где B – индукция магнитного поля, t – время воздействия. Так как установка для генерации магнитного поля не перестраивалась по частоте (16 Гц) и амплитуде, то изменение дозы проводилось изменением времени воздействия. Нелинейный характер отклика (скорость выделения CO_2) связана с работой ионных насосов на мембранах клетки [23].

Последнее усовершенствование методики измерений состояло в цифровой регистрации сигнала с электродов pH -метра с помощью аналогово-цифрового преобразователя МС-114. Калибровка сигнала проводилась в единицах pH или непосредственно в милливольтгах (рис. 3). Предельное разрешение по времени достигало 0,005 сек, длина ряда – до 60 тыс. значений. Анализировались ряды, не превышающие 500 отсчетов, что достаточно для получения качественного представления о характере процесса брожения при вычислении корреляционной размерности d_2 флуктуаций pH . Построение корреляционных

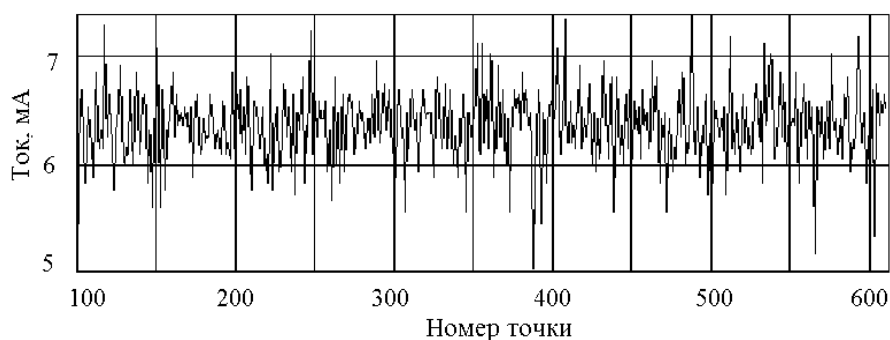


Рис. 3. Временной ряд флуктуаций тока проводимости питательной смеси *Saccharomyces cerevisiae*

интегралов в двойных логарифмических координатах позволило вычислить размерность $d_2 = 3,08$, исходных образцов, которая уменьшалась после воздействия на сухие дрожжи периодическими колебаниями магнитного поля низкой частоты (16 Гц) до $d_2 = 2,85$. Поэтому можно сделать вывод, что наличие низкочастотных гармонических колебаний ЭМП, воздействующих на живую клетку приводит к снижению размерности аттрактора, и как следствие, к уменьшению выхода CO_2 в процессе брожения, который начинается непосредственно после воздействия на сухие дрожжи. Кроме того, можно считать, что воздействие на дрожжи с частотой 16 Гц приводит к увеличению показателя Херста и показателя степени спектральной плотности в скейлинговом представлении, что свидетельствует о возрастании стохастичности процесса брожения [24]. Таким образом, результаты цифровой регистрации pH указывают на снижение уровня кооперативных явлений в процессе брожения, которые, как известно, имеют здесь место.

Выводы: Использование методов теории нелинейных динамических систем и теории фракталов дает представление об изменении свойств и поведения биологических процессов и объектов при внешних физических воздействиях.

Связь динамической и структурной фрактальных размерностей позволяет исследовать структурные особенности объектов на языке концепции самоорганизованной критичности, развитой для неравновесных диссипативных динамических систем.

РЕЗЮМЕ

Проводиться аналіз фрактальних розмірностей і пов'язаних з ними величин, які характеризують стан динамічної системи щодо рівноважного стану. Показано, що зв'язок структурних та динамічних фрактальних розмірностей дозволяє успішно вирішувати цю задачу, якщо вдається обчислити показник Херста. Наводяться приклади використання такого підходу при аналізі тимчасових рядів для процесів і структур в біології, а також при дії фізичних факторів на біологічні системи.

Ключові слова: фрактальна розмірність, динамічні системи, показник Херста, кореляційний інтеграл.

SUMMARY

The analysis of fractal dimensions and the related values which characterize a condition of dynamic system relatively at equilibrium is carried out. It is shown that link of structural and dynamic fractal dimensions allows to solve this problem successfully if Hurst exponent is possible to calculate. Examples of using such approach are given according the analysis of time series for processes and structures of biological systems, and also at impact of physical factors on that.

Keywords: fractal dimension, dynamic systems, Hurst exponent, correlation integral.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Le Méhute A. Fractal Geometries. Theory and applications / A. Le Méhute. – Boca Raton: CRS Press Comp., 1991. – 200 p.
2. Mandelbrot B. B. The fractal geometry of nature / B. B. Mandelbrot. – Sun Francisco: Freeman Comp., 1977. – 365 p.
3. Нестационарные структуры и диффузионный хаос / Т.С. Ахромеева, С.П. Курдюмов, Г.Г. Малинецкий, А.А. Самарский. – М.: Наука, 1992. – 544 с.
4. Зеленый А.М. Фрактальная топология и странная кинетика: от теории перколяции к проблемам космической электродинамики / А.М. Зеленый, А.В. Милованов // Успехи физических наук. – 2004. – Т. 174, № 8. – С. 809-852.
5. Федер Е. Фракталы / Е. Федер – Москва: Мир, 1991 – 254 с.
6. Theiler J. Some comments on the correlation dimension of $1/f^\alpha$ noise / J. Theiler // Phys. Letters A. – 1991. – Vol. 155, No 8, 9. –P. 480-493.
7. Малинецкий Г.Г. Современные проблемы нелинейной динамики / Г.Г. Малинецкий, А.Б. Потапов. – М.: Эдиториал УРСС, 2000. – 336 с.
8. Grassberger P. Measuring the strangeness of strange attractor / P. Grassberger, I. Procaccia // Physica D. – Vol. 9, No 1, 2. – P. 189-208.
9. Calculating the dimension of attractors from small data sets / N.B. Abraham, A.M. Albano, B. Das et al. // Phys. Letters. – Vol. 114A, No 5. – P.217-221.
10. Шустер Г. Детерминированный хаос. Введение / Г. Шустер. – Москва: Мир, 1988. – 240 с.

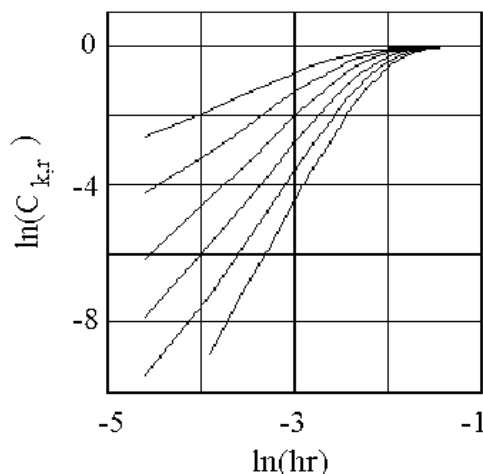


Рис. 4. Корреляционный интеграл временного ряда флуктуаций pH для *Saccharomyces cerevisiae* при различных пространствах вложения. Низкочастотное магнитное поле $f = 16$ Гц. Время воздействия – 30 мин

11. Кириллов А.К. Динамические характеристики временных рядов активности акупунктурных каналов и гелиогеофизических факторов / А.К. Кириллов, А.Н. Казимиров // Моделирование неравновесных систем-2002: Материалы V Всероссийского семинара. – Красноярск, 2002. – С. 92-93.
12. Казимиров А.Н. Определение динамических характеристик процессов влагоотдачи при сушке пшеницы и силикагеля/ А.Н. Казимиров, А.К. Кириллов // Тезисы Международной конф. «Организация структур в открытых системах» (Алматы, 21-24 октября 2002г.). – Алматы, 2002. – С. 49-50.
13. Кириллов А.К. Факторы солнечной активности в электромагнитобиологии / А.К. Кириллов // Проблемы экологии и охраны природы техногенного региона: Межведомств. сб. научн. работ. – Донецк, 2003. – Вып. 3. – С. 214-221.
14. Higuchi T. Approach to an irregular time series on the basis of fractal theory / T. Higuchi // Physica D. – 1988. – Vol. 31. – P. 277-283.
15. Higuchi T. Relationship between the fractal dimension and the power-law index for a time series: a numerical investigation / T. Higuchi // Physica D. – 1990. – Vol. 46. – P. 254-264.
16. Burlaga L F. Fractal Structure of the Interplanetary Magnetic Field / L. F. Burlaga, L. W. Klein // J. Geophys. Res. – 1986. – Vol. 91, A1. – P. 347-350.
17. Smirnova N. Scaling characteristics of ULF geomagnetic fields at the Guam seismoactive area and their dynamics in relation to the earthquake / N. Smirnova, M. Hayakawa, K. Gotoh et al. // Natural Hazards and Earth System Sciences. – 2001. – No 1. – P. 119-126.
18. Babincova M. Effect of GSM microwaves, pulsed magnetic field, and temperature on fractal dimension of brain tumors / M. Babincova, P. Sourivong, D. Leszczynska // Chaos. Solutions and fractals. – 2004. – Vol. 20. – P. 1041-1045.
19. Spatial and mechanoemission chaos of mechanically deformed tumor cells / V.E. Orel, Y.A. Grinevich, N.N. Dzyatkovskaya et al. // Mechanics in medicine and biology. – 2003. – Vol. 3, No 3, 4. – P. 337-350.
20. Николис Г. Познание сложного / Г. Николис, И. Пригожин. – Москва: Мир, 1990. – 316 с.
21. Theiler J. On the evidence for low-dimensional chaos in an epileptic electroencephalogram / J. Theiler // Phys. Letters. – Vol. 196A. – P. 335-341.
22. Дроботько В.Ф. Эффекты воздействия низкочастотного переменного магнитного поля на биологические системы в условиях неконтролируемых факторов внешней среды / В.Ф. Дроботько, А.К. Кириллов. – Препринт ДонФТИ им. А.А. Галкина. – Донецк, 2005. – 51 с.
23. Kirillov A.K. Nonlinear response to influence of variable magnetic field under uncontrollable external factors / A.K. Kirillov, A.N. Kazimirov / The 3rd Alexander Gurwitsch Conference “Biophotons and coherent systems in biology, biophysics and biotechnology” (September 26 – October 2, 2004, Partenit, Crimea, Ukraine.) – 2004. – P. 48.
24. Кириллов А.К. К вопросу о механизме воздействия низкочастотного воздействия магнитного поля на дрожжевую культуру / А.К. Кириллов / Материалы Междисциплинарного семинара «Биологические эффекты солнечной активности» (6-9 апреля 2004г., Пушино-на-Оке). – 2004. – С. 63.

Поступила в редакцию 10.09.2013 г.